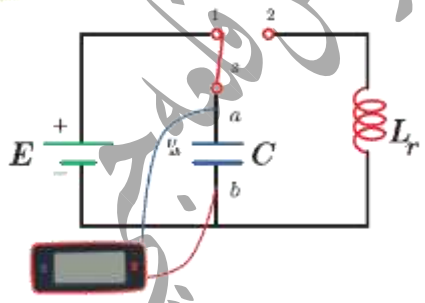
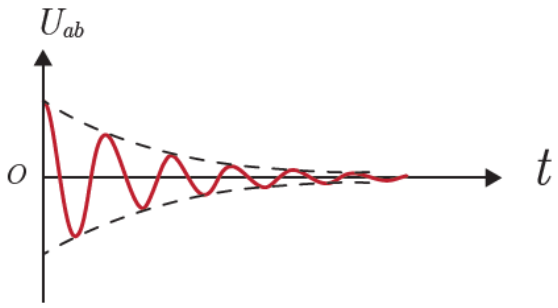
الدّارات المُهتزّة والتيّارات عاليةُ التّواتر

دارةُ الاهتزازِ الكهربائيّ:

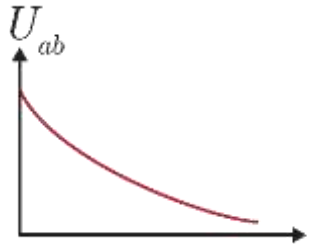
نشكّلُ دارةً من مولّدٍ قوّته المُحرّكة الكهربائيّة E، ومُكثّفةً سعتُها C ووشيعةً ذاتيّتُها L، مقاومتُها r صغيرة، وقاطعةً دوّارةً S كما في الشّكلِ، ونصلُ لبوسَي المُكثّفة براسمِ اهتزازٍ مهبطيّ.



- تُشحَنُ المُكثّفة عندَما تلامسُ القاطِعةُ الدوّارة الوضعَ (1) فتختزنُ طاقةً كهربائيّةً.
- تتفرّغُ شحنةُ المُكثّفة عبرَ الوشيعة عندَما تلامسُ القاطعةُ الوضع (2)
- يظهرُ على شاشةِ راسمِ الاهتزازِ المُنحني البيانيّ للتوتّرِ بين طرفَي المُكثّفة بدلالةِ الزّمن في أثناءِ تفريغِ شحنتِها على شكلِ تفريغٍ دوريّ مُتناوبٍ مُتخامدٍ تتناقصُ فيه سعةُ الاهتزازِ حتّى تبلغُ الصّفر، لذا نقولُ إنّ الاهتزازاتِ الحاصلةَ هي اهتزازاتٌ حرّةٌ مُتخامدة لأنّها لا تتلقّى طاقةً من المولّد.



- نسمّي الدّارةَ المؤلّفةَ من مُكثّفةٍ ووشيعةٍ ذاتِ المُقاومةِ الصّغيرة بالدّارة المُهتزّة الحرّة المُتخامدة، ويكونُ زمنُ الاهتزاز T_0 ثابتاً، وبما أنّ سعةَ الاهتزاز مُتناقصة نسمّي هذا الزّمن بشبهِ الدّور.
- عندَما نصلُ مع الوشيعةِ في دارةِ الاهتزازِ الكهربائيّ على التّسلسلِ مُقاومةً مُتغيّرة، نجدُ أنّه كلّما زدْنا قيمةَ المُقاومةِ أصبحَ تخامُدُ الاهتزاز أشدّ، وإذا بلغتِ المُقاومةُ قيمةً كبيرةً يظهرُ على شاشةِ الرّاسمِ المُنحني البيانيّ الموضّحِ في الشّكلِ جانباً، حيثُ التّفريغُ لا دوريّ باتّجاهٍ واحدٍ.



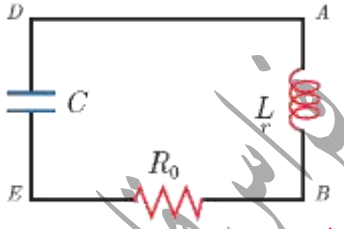
إذاً في الدارة C,L,R:

1) المُقاومةُ كبيرة بشكلٍ كافٍ يكونُ التّفريغُ لا دوريّاً باتّجاهٍ واحدٍ.
2) المُقاومةُ صغيرة يكونُ التّفريغُ دوريّاً مُتخامِداً باتّجاهَين بشبهِ الدّور.
3) إذا أهملْنا المُقاوماتِ أو عوّضْنا عن الطّاقاتِ الضّائعةِ يصبحُ التّفريغُ جيبيّاً، سعةُ الاهتزازِ فيه ثابتةٌ، ودورُه الخاصّ T_0، وهذه حالةٌ مثاليّة.

الدراسة التحليلية للدارة C,L,R:

المُعادَلة التَّفاضُليّة للدّارة:

نشكّلُ دارةً كهربائيّةً تحتوي على التّسلسُل وشيعة (L , r) ومُكثّفة مشحونة سعتُها C ومُقاومَة R_0، كما في الشكل:



اكتبْ عبارةَ التّوتر بين طرفي كلّ جزءٍ في الدّارة ثمّ استنتج المُعادَلة التي تصفُ اهتزاز الشُّحنة فيها ؟

نختارُ اتّجاهاً مُوجباً للتّيار الكهربائيّ فيكون:

$$\bar{u}_{AB} + \bar{u}_{BE} + \bar{u}_{ED} + \bar{u}_{DA} = 0$$

ولكن: $\bar{u}_{DA} = 0$ لإهمال مقاومة سلك التوصيل.

التوتر بين طرفي المكثفة: $\bar{u}_{ED} = \frac{\bar{q}}{C}$

التوتر بين طرفي المقاومة: $\bar{u}_{BE} = R_0\, i$

التوتر بين طرفي الوشيعة: $\bar{u}_{AB} = L(i)'_t + ri$

نعوّضُ: $L(i)'_t + ri + R_0\, i + \frac{\bar{q}}{C} = 0$

لكن: $i = (\bar{q})'_t$

بالتالي: $L(\bar{q})''_t + R(\bar{q})'_t + \frac{1}{C}\bar{q} = 0$

وهي مُعادَلة تفاضُليّة من المرتبة الثّانية تصفُ اهتزاز الشُّحنة الكهربائيّة في دارةٍ كهربائيّة تحتوي على C,L,R.

الاهتزازاتُ الحرَّةُ في الدَّارةِ الكهربائيّة (L, C):

يمكنُ إيجادُ المُعادَلة التفاضُليّة في دارةٍ مُهتزّة (L, C) بتعويض $R = 0$ نجد:

$$L(\bar{q})''_t + \frac{1}{C}\bar{q} = 0$$

$$(\bar{q})''_t = -\frac{1}{Lc}\bar{q} \quad \ldots (1)$$

وهي مُعادَلة تفاضُليّة من المرتبة الثّانية بالنّسبة لـ q تقبلُ حلاً جيبيّاً من الشّكل:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

حيثُ: q_{max}: الشحنة العظمى للمكثفة.

ω_0: النبض الخاص.

$\bar{\varphi}$: الطّورُ الابتدائيُّ في اللّحظة $t = 0$.

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t.

عبارةُ الدَّورِ الخاصّ للاهتزازاتِ الحرَّة غير المُتخامِدة:

نشتقُّ تابعَ الشُّحنةِ مرّتين بالنّسبة للزّمن نجدُ:

$$(\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2\, q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2\bar{q}$$

بالموازنة مع المعادلة (1):

$$(\bar{q})''_t = -\frac{1}{Lc}\bar{q}$$

نجد: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} > 0$

وذلك لأنّ: L , C موجبان دوماً.

ولكن: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ نعوض فنجد: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

وهي عبارةُ الدَّورِ الخاصّ للاهتزازاتِ الكهربائيّةِ الحرّة غيرِ المُتخامِدة وتُسمّى علاقة طومسون حيثُ:

T_0 دورُ الاهتزازاتِ الكهربائيّةِ ويقدّرُ بالثانية S.

L ذاتيّةُ الوشيعة وتقدّرُ بوحدةِ الهنري H.

C سعةُ المُكثّفة وحدتُها في الجملة الدّوليّة الفاراد F.

عبارةُ شدَّةِ التيّار الكهربائيّ في الدَّارة المُهتزَّة:

يعطى تابعُ الشُّحنة بالعلاقة:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

بما أنّ مبدأ الزّمن لحظة إغلاق الدّارة فإنّ: $\bar{\varphi} = 0$

وبالتالي: $\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$

وهو تابعُ الشّحنة بشكله المُختزَل.

إنّ تابعَ الشدّةَ هو مُشتقُ تابعِ الشّحنة بالنّسبة للزّمن،

أي: $i = (\bar{q})'_t$

$$i = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

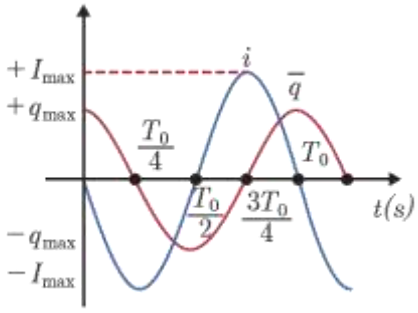
$$i = \omega_0\, q_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

$$i = I_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

حيث: $I_{max} = \omega_0\, q_{max}$

- بمُقارنة تابعِ الشدّةِ مع تابعِ الشّحنة نلاحظ أنّ الشدة على ترابعٍ مُتقدّمٍ بالطّور على تابعِ الشّحنة.

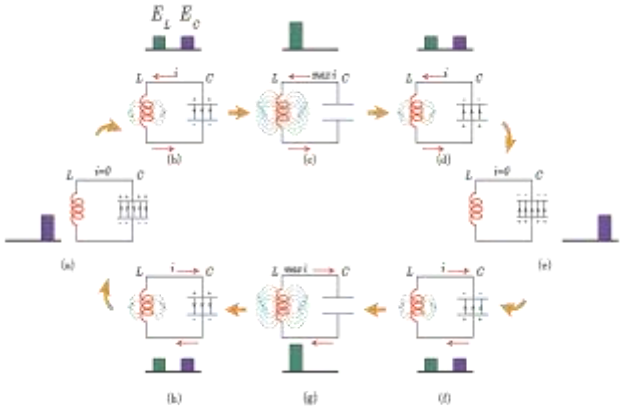
وبالنظرْ إلى الرّسم البياني للتّابعَين (الشّحنة والشدّة بدلالة الزّمن) نستنتجْ:



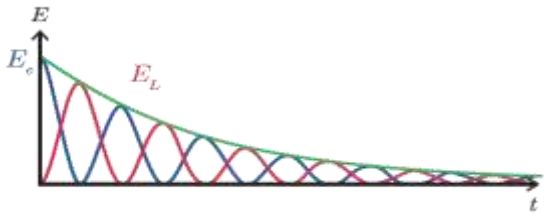
- عندما تكونُ شحنةُ المُكثّفة عُظمى تنعدمُ شدّةُ التيار في الوشيعة.
- عندما تكونُ الشدّةُ عُظمى في الوشيعة تنعدمُ شحنةُ المُكثّفة.
- تابعُ الشدّةِ على ترابعٍ متقدّم بالطّور مع تابعِ الشّحنة.

الطّاقة في الدّارة الكهربائيّة المُهتزّة:

كيفَ يتمُّ تبادُل الطّاقة بينَ المُكثّفة والوشيعة في الدّارة المُهتزّة؟



- تبدأُ المُكثّفةُ بتفريغ شحنتها في الوشيعة فيزدادُ تيّارُ الوشيعة ببطء حتّى يصلَ إلى قيمةٍ عُظمى نهايةَ ربعِ الدّور الأوّل من التّفريغ عندها تفقدُ المُكثّفة كامل شحنتها فتختزنُ الوشيعةُ طاقةً كهرطيسيّةً عُظمى $E_L = \frac{1}{2}LI_{max}^2$.
- ثمّ يقومُ تيّارُ الوشيعة بشحنِ المُكثّفة حتّى يصبحَ تيّارُها معدوماً، وتصبحَ شحنةُ المُكثّفة عُظمى، فتختزنُ المُكثّفةُ طاقةً كهربائيّةً عُظمى $E_C = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$، وهذا يتحقّقُ في نهايةِ نصفِ الدّور الأوّل.
- أمّا في نصفِ الدّور الثّاني تتكرّرُ عمليتا الشّحن والتّفريغ في الاتّجاه المُعاكس نظراً لتغيّرِ شحنة اللّبوسَين، وهكذا يتمُّ تبادُلُ الطّاقةِ بينَ المُكثّفة والوشيعة.
- عندما تكونُ مُقاومةُ الوشيعة صغيرةً فإنّ الطّاقة تتبدّدُ تدريجيّاً على شكلِ طاقةٍ حراريّةٍ بفعلِ جولٍ ممّا يؤدّي إلى تخامُدِ الاهتزاز.



• عندَ وجودِ مُقاوَمةٍ كبيرةٍ في الدّارة فإنّ الطّاقة التي تُعطيها المُكثّفة إلى الوشيعة والمُقاوَمة تتحوّل إلى حرارة بفعل جول في المُقاوَمة، ونسمّي عندئذٍ التّفريغ لا دوريّاً حيثُ تتبدّدُ طاقةُ المُكثّفةِ بالكامل دفعةً واحدةً في أثناء تفريغ شحنتها الأولى عبرَ الوشيعةِ ومُقاوَمة الدّارة.

الطّاقةُ الكلّيّة في الدّارةِ المُهتزة (L, C):

الطّاقةُ الكلّيّة في دارةٍ مُهتزّةٍ هي مجموعُ طاقةِ المُكثّفةِ وطاقةِ الوشيعة.

$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ الطّاقةُ الكهربائيّةُ المُختزَنة في المُكثّفة.

$E_L = \frac{1}{2}Li^2$ الطّاقةُ الكهربائيّةُ المُختزَنة في الوشيعة.

الطّاقةُ الكلّيّة في الدّارة المُهتزّة:

$$E = E_C + E_L$$

نعوّضُ: $$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

ولكن: $$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

بالتالي: $$i = (\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}L\omega_0^2 q_{max}^2 sin^2(\omega_0 t)$$

ولكن: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ بالتالي:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2C}q_{max}^2 sin^2(\omega_0 t)$$

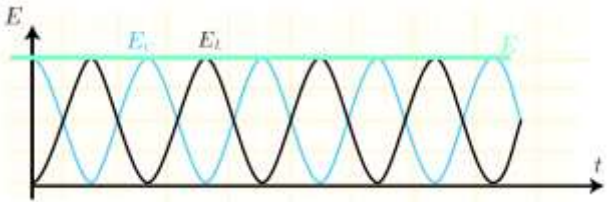
$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}[cos^2(\omega_0 t) + sin^2(\omega_0 t)]$$

بالتالي: $$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C} = \text{const}$$

وبالطريقةِ نفسِها نصلُ إلى العلاقة: $E = \frac{1}{2}LI_{max}^2$.

الطّاقةَ الكلّيّة لدارةٍ تحتوي مُكثّفةً وذاتيّةً صرفة (ليس لها مُقاوَمة) ثابتةً وتساوي الطاقةَ العظمى للمُكثّفةِ المشحونةِ أو تساوي الطاقةَ العُظمى للوشيعة أي أنّه في دارةٍ مُهتزّةٍ في أثناء التّفريغ تتحوّلُ الطّاقةُ بشكلٍ دوريٍّ من طاقةٍ كهربائيّةٍ في المُكثّفة إلى طاقةٍ كهرطيسيّةٍ في الوشيعة وبالعكس، ولكنّ المجموعَ يبقى ثابتاً.

نتيجة: الطّاقةُ الكلّيّة للدّارة المُهتزّة (L, C) مقدارٌ ثابتٌ في كلّ لحظةٍ وتمثّلُ بخطٍّ مُستقيمٍ يُوازي محورَ الزّمن.



مسألةٌ محلولة: نشحنُ مُكثّفةً سعتُها $C = 1\ \mu F$، تحتَ توترٍ كهربائيٍّ $U_{ab} = 100\ V$، ثمّ نصلُها في اللّحظة $t = 0$، بينَ طرفَي وشيعةٍ ذاتيّتُها $L = 10^{-3}\ H$ ومقاومتُها مُهمَلة والمطلوبُ حسابُ:

1) الشّحنةِ الكهربائيّةِ للمُكثّفة والطّاقةِ الكهربائيّةِ المُختزَنة فيها عندَ اللّحظة.
2) تواترِ الاهتزازاتِ الكهربائيّةِ المارّةِ فيها
3) شدّةِ التّيار الأعظميّ I_{max} المارّ في الدّارة.

الحل: 1)

$$q_{max} = CU_{max}$$

$$q_{max} = 1 \times 10^{-6} \times 100$$

$$q_{max} = 1 \times 10^{-4} C$$

$$E = \frac{1}{2}CU_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times (100)^2$$

$$E = 5 \times 10^{-3}\ J$$

2) $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-3} \times 1 \times 10^{-6}}$$

$$T_0 = 2 \times 10^{-4}\ S$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 5000\ Hz$$

3) $I_{max} = \omega_0 q_{max}$

$$I_{max} = 2\pi f_0 q_{max}$$

$$I_{max} = 2\pi \times 5000 \times 10^{-4} = \pi\ A$$

التيّاراتُ عاليةُ التَّواتُر:

تتألّفُ دارةُ اهتزازٍ كهربائيٍّ عاليةِ التَّواترِ من مُكثّفةٍ سعتُها صغيرةٌ من رتبةِ $10^{-8}\ F$ موصولةٍ مع وشيعةٍ مهملةِ المُقاوَمةِ ذاتيتُها صغيرةٌ من رتبةِ $10^{-4}\ F$ احسبْ دورَ التّفريغِ وتواتُرَه

ماذا نسمّي التّيارَ الموافقَ لهذا التّواتُر؟

الحل: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-8} \times 10^{-4}}$

$$T_0 = 2\pi \times 10^{-6}\ S$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-6}} = \frac{1}{2\pi} \times 10^6\ Hz$$

نحصلُ على تيّارٍ عالي التّواتُر.

خصائصُ التيّاراتِ عاليةِ التَّواتُر:

1_تُبدي الوشيعةُ مُمانَعةً كبيرةً للتيّاراتِ عاليةِ التَّواتُر:

عندَ تمريرِ تيّارٍ عالي التّواترِ في دارةٍ وشيعة، فإنّ الوشيعةَ تُبدي مُمانَعةً كبيرةً لهذا التيّار.

تُعطى العلاقةُ التي تمثّلُ مُمانَعةَ الوشيعةِ بالشّكل:

$$Z_L = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$$

فإذا كانت المقاومةُ مُهمَلةً تؤولُ المُمانَعةُ إلى ردّيةِ الوشيعة:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

إنّ المُمانَعةَ تتناسبُ طرداً مع تواترِ التيّار وفي حالةِ التيّاراتِ عاليةِ التّواتُر فإنّ مُمانَعةَ الوشيعةِ تكونُ كبيرةً جداً فيمرُّ فيها تيّارٌ شدّتُه المُنتِجةُ ضعيفةٌ جداً.

2_تُبدي المُكثّفةُ مُمانعةً صغيرةً للتيّاراتِ عاليةِ التَّواتُر:

تُعطى العلاقةُ التي تمثّلُ مُمانَعةَ المُكثّفةِ (الانّساعيّة) بالشّكل:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

إنّ المُمانَعةَ تتناسبُ عكساً مع تواترِ التيّار وفي التيّاراتِ عاليةِ التّواتُر تبدي المُكثّفةُ مُمانَعةً صغيرةً جداً للتيّاراتِ عاليةِ التّواترِ فيمرُّ فيها تيّارٌ شدّتُه المُنتِجةُ كبيرةٌ.

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابةَ الصّحيحة:

1) تتألّفُ دارةٌ مُهتزّةٌ من مُكثّفةٍ سعتُها C، ووشيعةٍ ذاتيتُها L دورُها الخاصّ T_0، استبدلنا المُكثّفةَ C بمُكثّفةٍ أخرى سعتُها $C'=2C$ يصبحُ دورُها الخاصّ T_0' فتكونُ العلاقةُ بينَ الدّورَين:

a) $T_0' = \sqrt{2}\,T_0$ b) $T_0 = \sqrt{2}\,T_0'$

C) $T_0 = 2T_0'$ d) $T_0' = 2\,T_0$

الإجابة الصحيحة: b)

$$T_0' = 2\pi\sqrt{L2C} = \sqrt{2}\,2\pi\sqrt{LC} = \sqrt{2}T_0$$

2) تتألّفُ دارةٌ مُهتزّةٌ من مُكثّفةٍ سعتُها C، وذاتية L، وتواترها الخاصّ f_0، نستبدل الذاتية بذاتية أخرى حيثُ $L'=2L$ والمكثفة بمكثفة أخرى سعتها $C' = \frac{1}{2}C$ فيصبحُ تواترها الخاصّ:

a) $f_0' = f_0$ B) $f_0' = 2f_0$

C) $f_0' = \frac{1}{2}f_0$ D) $f_0' = \frac{1}{4}f_0$

الإجابة الصحيحة: a)

$$f_0' = \frac{1}{T_0'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2L\frac{C}{2}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0$$

ثانياً: أجِب عن الأسئلةِ الآتية:

1) تتألّفُ دارةٌ من مُقاوَمةٍ أوميةٍ ومُكثّفةٍ فهل يمكن اعتبارُها دارةً مُهتزّةً؟ ولماذا؟

الحل: لا يمكن اعتبارها دارة مهتزة لعدم وجود وشيعة تختزن الطاقة التي تعطيها المكثفة.

2) متى يكونُ توزيعُ المُكثّفةِ في وشيعةٍ لا دوريّاً؟ ولماذا؟

الحل: يكون التفريغ لا دوريا إذا بلغت المقاومة قيمة كبيرة نسبياً وذلك لأن الطاقة التي تعطيها المكثفة للوشيعة والمقاومة تتحوّل إلى حرارة بفعل جول في المقاومة وتتبدّد كامل طاقة المكثفة دفعة واحدة أثناء تفريغ شحنتها الأولى عبر الوشيعة ومقاومة الدارة.

3) استنتج أنّ طاقةَ دارةٍ (L, C) مقدارٌ ثابتٌ في كلّ لحظةٍ مع رسمِ الخطوط البيانيّة.

الحل: الطّاقةُ الكلّيّة في دارةٍ مُهتزّةٍ هي مجموعُ طاقةِ المُكثّفةِ وطاقةِ الوشيعة.

$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ الطّاقةُ الكهربائيّة المُختزَنة في المُكثّفة.

$E_L = \frac{1}{2}Li^2$ الطّاقةُ الكهربائيّة المُختزَنة في الوشيعة.

الطّاقة الكلّيّة في الدّارة المُهتزّة:

$$E = E_C + E_L$$

نعوّضُ: $$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

ولكن: $$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

بالتالي: $i = (\bar{q})_t' = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t)$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}L\omega_0^2 q_{max}^2 sin^2(\omega_0 t)$$

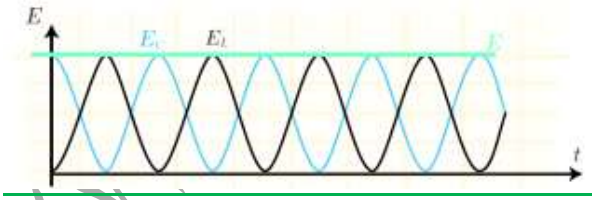
ولكن: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ بالتالي:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2C}q_{max}^2 sin^2(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}[cos^2(\omega_0 t) + sin^2(\omega_0 t)]$$

بالتالي: $E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C} = \text{const}$

وبالطريقةِ نفسِها نصلُ إلى العلاقة: $E = \frac{1}{2}LI_{max}^2$.



4) كيفَ يتمُّ تبادُلُ الطّاقةِ بين المُكثّفةِ والوشيعةِ في دارةٍ مُهتزّةٍ خلالَ دورٍ واحد؟ الحل:

- تبدأُ المُكثّفةُ بتفريغِ شحنتها في الوشيعة فيزدادُ تيّارُ الوشيعة ببطء حتّى يصلَ إلى قيمةٍ عُظمى نهايةَ ربعِ الدّورِ الأوّل

من التفريغ عندها تفقد المكثفة كامل شحنتها فتختزن الوشيعة طاقة كهرطيسية عظمى $E_L = \frac{1}{2}LI_{max}^2$.

- ثم يقوم تيار الوشيعة بشحن المكثفة حتى يصبح تيارها معدوماً، وتصبح شحنة المكثفة عظمى، فتختزن المكثفة طاقة كهربائية عظمى $E_C = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$، وهذا يتحقق في نهاية نصف الدور الأول.
- أما في نصف الدور الثاني تتكرر عمليتا الشحن والتفريغ في الاتجاه المعاكس نظراً لتغير شحنة اللبوسين، وهكذا يتم تبادل الطاقة بين المكثفة والوشيعة.

5) لماذا تنقص الطاقة الكلية في دارة مهتزة تحوي (مقاومة، ذاتية، مكثفة) في أثناء التفريغ؟

الحل: تنقص الطاقة الكلية في دارة مهتزة تحوي (مقاومة، ذاتية، مكثفة) في أثناء التفريغ بسبب تبدد الطاقة بفعل جول في المقاومة الأومية.

6) اكتب التابع الزمني للشحنة اللحظية معتبراً مبدأ الزمن عندما تكون $\varphi = 0$، ثم استنتج عبارة الشدة اللحظية ووازن بينهما من حيث الطور.

الحل:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

$$i = (\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t)$$

$$i = I_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

تابع شدة التيار الكهربائي متقدم بالطور عن تابع شحنة المكثفة بالمقدار $\frac{\pi}{2}$.

ثالثاً: اعطِ تفسيراً علمياً مع كتابة العلاقات المناسبة عند اللزوم:

1) تبدي المكثفة ممانعة كبيرة للتيارات منخفضة التواتر.

الحل: ممانعة المكثفة (اتساعية المكثفة) تعطى بالعلاقة:

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi f c}$$

نجد أن اتساعية المكثفة تتناسب عكساً مع تواتر التيار ففي حالة التيارات منخفضة التواتر تكون ممانعة المكثفة كبيرة.

2) تبدي الوشيعة ممانعة كبيرة للتيارات عالية التواتر.

الحل: ممانعة الوشيعة مهملة المقاومة (ردية الوشيعة) تعطى بالعلاقة:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

نجد أن ردية الوشيعة تتناسب طرداً مع تواتر التيار ففي حالة التيارات عالية التواتر تكون ممانعة الوشيعة كبيرة.

3) تستخدم دارة تحوي على التفرع مكثفة ووشيعة لفصل التيارات عالية التواتر عن منخفضة التواتر.

الحل: يمر في فرع الوشيعة تيار منخفض التواتر لأن ممانعتها تتناسب طرداً مع التواتر $X_L = \omega L = 2\pi f L$

بينما يمر في فرع المكثفة تيار عالي التواتر لأن اتساعيتها تتناسب عكسا مع تواتر التيار $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$

رابعاً: حلَّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: تتألّفُ دارةٌ مُهتزّةٌ من مُكثّفة إذا طبقَ بينَ لبوسَيها فرقُ كمون $50\ V$، شحنَ كلٌّ من لبوسَيها $0.5\ \mu C$ ووشيعةٍ طولُها $10\ cm$ وطولُ سلكِها $16\ m$ بطبقةٍ واحدةٍ مُقاومتُها مُهملة والمطلوب:

1) احسبْ تواترَ الاهتزازاتِ الكهربائيّةِ المارّ فيها .

2) احسبْ شدّةَ التيارِ الأعظميِّ المارّ في الدّارة.

الحل: 1)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{q_{max}}{U_{max}} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{50} = 10^{-8}\ F$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2}{\ell} S$$

$$N = \frac{\ell'}{2\pi r} \quad , S = \pi r^2$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{(\frac{\ell'}{2\pi r})^2}{\ell} \pi r^2$$

$$L = 10^{-7} \frac{(\ell')^2}{\ell}$$

$$L = 10^{-7} \frac{(16)^2}{10 \times 10^{-2}} = 256 \times 10^{-6} H$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{256\times10^{-6}\times10^{-8}}}$$

$$f_0 = 10^5\ HZ$$

2)

$$I_{max} = q_{max}\omega_0 = q_{max} \times 2\pi f_0$$

$$I_{max} = 0.5 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 10^5 = 0.1\pi\ A$$

المسألة الثانية: نريدُ أن نحقّقَ دارةً مُهتزّةً مفتوحةً، طولُ موجةِ الاهتزازِ الذي تشعُّه $200m$، فنؤلّفها من ذاتيّةٍ قيمتُها $0.1\ \mu H$ ومن مُكثّفةٍ مُتغيّرةِ السّعة والمطلوب احسب سعةَ المُكثّفةِ اللازمة لذلكَ علماً أنَّ سرعةَ انتشارِ الاهتزاز

$$3 \times 10^8\ m.s^{-1}$$

الحل: 1) $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وبالتالي:

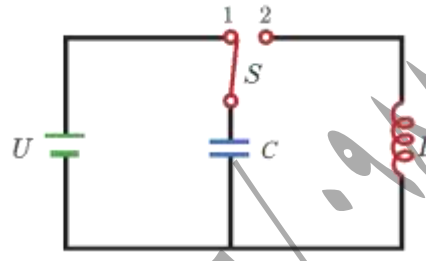
$$C = \frac{\lambda}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{\lambda}{C} \text{ لكن } C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

وبالتالي:

$$C = \frac{(\frac{\lambda}{C})^2}{4\pi^2 L}$$

$$C = \frac{(\frac{200}{3 \times 10^8})^2}{4\pi^{2\times}0.1 \times 10^{-6}} = \frac{1}{9} \times 10^{-6}\ F$$

المسألة الثالثة: نكوّنُ دارةً كما في الشّكلِ المجاور:



مُكثّفةٍ سعتُها $C = 2 \times 10^{-5} F$ ووشيعةٍ مُقاومتُها r وذاتيتها L ومولدٍ يُعطي توتّراً ثابتاً قيمتُه $U_{max} = 6\ V$ وقاطعة.

1) نغلقُ القاطعةَ في الوضعِ (1) لنشحنَ المُكثّفةَ احسبْ الشّحنةَ المُختزَنةَ في المُكثّفةِ عندَ نهايةِ الشّحن .

2) نغلقُ القاطعةَ في الوضعِ (2) فسّرْ ما يحدثُ في الدّارة.

الحل: 1)

$$q_{max} = CU_{max}$$

$$q_{max} = 2 \times 10^{-5} \times 6 = 12 \times 10^{-5}\ C$$

فراس قلعه جي ٠٩٨٨٤٤٠٥٧٤ ٠٩٤٧٢٠٥١٤٦

2) عندما تلامس القاطعة الوضع (2) تتفرغ شحنة المكثفة عبر الوشيعة على شكل تفريغ دوري متناوب متخامد تتناقص فيه سعة الاهتزاز حتى تنعدم بسبب تبدد الطاقة تدريجياً على شكل طاقة حرارية بفعل جول مما يسبب تخامد الإهتزاز.

المسألة الرابعة: مُكثّفة سعتُها $C = 10^{-12}F$ تُشحَنُ بوساطة مُولِّدِ تيارٍ متواصِلِ فرقُ الكمون بين طرفيه $U_{max} = 10^{+3}V$ ومقاومته مُهمَلة والمطلوب:

1) احسبْ شحنةَ المُكثّفةِ والطّاقةَ المختزنةَ فيها.

2) بعد شحنِ المُكثّفة توصَلُ بوشيعةٍ ذاتيّتها $L = 16\ mH$ مُقاوَمتها الأومية مُهمَلة. المطلوبُ:

a) صِفْ ما يحدثُ.

b) احسبْ تواتُرَ الاهتزازات الكهربائيّة.

c) اكتبِ التّابعَ الزّمنيَ لكلٍّ من الشّحنةِ وشدّةِ التيّار بدءاً من الشّكل العام مُعتبِراً مبدأ الزّمن لحظةَ وصلِ المُكثّفة المشحونة بالوشيعة.

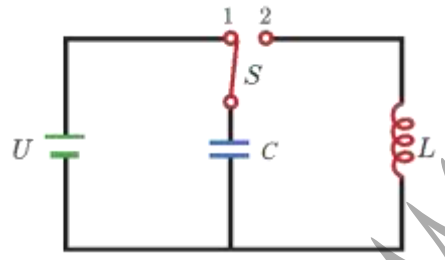
الحل: 1)
$$q_{max} = CU_{max} = 10^{-12} \times 10^{3}$$
$$q_{max} = 10^{-9}C$$
$$E = \frac{1}{2}q_{max}U_{max} = \frac{1}{2} \times 10^{-9} \times 10^{3}$$
$$E = 5 \times 10^{-7}\ J$$

2) a) تتفرغ المكثفة عبر الوشيعة ويكون التفريغ دوري متناوب جيبي سعة الاهتزاز ثابتة لعدم وجود ضياع في الطاقة.

b)
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{16 \times 10^{-3} \times 10^{-12}}}$$
$$f_0 = 125 \times 10^{4}\ Hz$$

c)
$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$
$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 125 \times 10^{4}$$
$$\omega_0 = 25\pi \times 10^{5} rad.s^{-1}$$
$$\bar{q} = 10^{-9}\cos(25\pi \times 10^{5}t)$$
$$I_{max} = q_{max}\omega_0 = 10^{-9} \times 25\pi \times 10^{5}$$
$$I_{max} = 25\pi \times 10^{-4}\text{A}$$
$$i = 25\pi \times 10^{-4}\cos(25\pi \times 10^{5}t + \frac{\pi}{2})\ \text{A}$$

المسألة الخامسة: نركّبُ الدّارةَ الموضّحة بالشّكل:



حيث: $C = 10^{-12}$, $L = 10^{-3}\ HZ$

نصل القاطعة إلى الوضع (1) ونضبط $U_{max} = 10^{+3}V$

1) احسبِ القيمةَ العُظمى لشحنةِ المُكثّفة.

2) نحوّلُ القاطعةَ إلى الوضع (2) احسبْ تواتُرَ التيّار المُهتزّ المارّ من الوشيعةِ ونبضه واكتبِ التّابعَ الزّمنيَ للشّدّة اللحظيّة.

الحل: 1)
$$q_{max} = CU_{max} = 10^{-12} \times 10^{3}$$
$$q_{max} = 10^{-9}C$$

2)
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \times 10^{-12}}} = 5 \times 10^{6}Hz$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 5 \times 10^6$$

$$\omega_0 = \pi \times 10^7 rad$$

$$I_{max} = q_{max}\omega_0 = 10^{-9} \times \pi \times 10^7$$

$$I_{max} = \pi \times 10^{-2}\ A$$

$$i = \pi \times 10^{-2} \cos(\pi \times 10^7 t + \frac{\pi}{2})\ A$$

التفكير الناقد: كيف تفصل التيّارات عالية التّواتر عن التيّارات منخفضة التّواتر.

الجواب: نصل بين طرفي وشيعة مهملة المقاومة مكثفة (على التفرع) فلا يمر في فرعها إلا التيار عالي التواتر لأن ممانعة المكثفة صغيرة $X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi f c}$ بينما يمر في فرع الوشيعة المهملة المقاومة التيار منخفض التواتر لأن ممانعة الذاتية صغيرة $X_L = \omega L = 2\pi f$.

انتهى البحث

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

فراس قلعه جي ٠٩٨٨٤٤٠٥٧٤/ ٠٩٤٧٢٠٥١٤٦