شرح المتتاليات
مع الأستاذ شوكت أقجة

رابط قناة Syria math على التلغرام :

https://t.me/syrianmaths132

قناتنا على اليوتيوب لشرح المنهاج :
https://youtube.com/channel/UCl9f119VqsO3muJNvic2JlQ

للتواصل: ٠٩٨٨٠٤٣٦٦٧

ماهي المتتالية؟

هو تابع منطلقه N (مجموعة الأعداد الطبيعية) ومستقره R (مجموعة الأعداد الطبيعية)

نرمز للمتتالية بالشكل: $(U_n)n \geq$ عدد حيث:

عدد: دليل البدء   n: لدليل (U_n): الحد العام

طرق تعريف التابع:

١)صيغ تتبع العدد n أي يعطي الحد العام

مثال:

لتكن المتتالية $(U_n)n\geq 0$ المعرفة وفق: $U_n = n^2 +2$

$U_0=0^2+2$

$U_1=1^2+2$

٢)صيغة تابع $U_n = F(n)$

مثال:

ليكن التابع $f(x)=\sqrt{x+1}$ أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية:

$U_0 = f(0)=\sqrt{0+1}=1$

$U_1=f(1)= \sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$U_3 = f(3)= \sqrt{3+1}=2$

٣)صيغة التدريجية: "يعطى حد البدء + علاقة U_n+1 بدلالة U_n"

مثال:

لتكن المتتالية: $U_0 = 5$

$U_n+1=U_n+2$ أوجد الحدود الثلاثة الأولى:

$U_0=5$

$U_1= U_0+2=5+2=7$

$U_2 = U_1+2=7+2=9$

جهة اطراد تابع:

أي معرفة هل التابع متزايد ام متناقص(تماما)

١)المتتالية المتزايدة تماما: هي متتالية كلما **ازداد** الدليل ازدادت قيمة الحد

أي يحقق الشرط التالي: $U_{n+1} > U_n$

٢)المتتالية المتزايدة: هي متتالية كلما ازداد الدليل **ازدادت** قيمة الحد او **بقي قيمة الحد**

أي يحقق الشرط التالي: $U_{n+1} \geq U_n$

٣)المتتالية المتناقصة تماما: هي متتالية كلما **ازداد** الدليل **نقصت** قيم الحد

أي تحقق: $U_{n+1} < U_n$

٤)المتتالية المتناقصة: هي متتالية كلما **ازداد** الدليل **نقصت** قيمة الحد أو **بقيت** كما هي

أي يحقق الشرط التالي: $U_{n+1} \leq U_n$

ال متتالية الحسابية

نقول عن متتالية أنها حسابية اذا نتج كل حد عن سابقه **<u>بإضافة</u>** عدد ثابت يسمى أساس المتتالية (r)

أي تحقق العلاقة التدريجية: $U_{n+1}= U_n+r$

قواعد المتتالية الحسابية:

اذا كان (p ,m) دليلين ل U فان:(اثبات ان المتتالية حسابية نستخدم القانون التالي):

$U_m - U_p = (p-m)r$

قانون مجموع المتتالية الحسابية:

$$S=\frac{(\text{حدالأول} + \text{حد الأخير})\times \text{عدد الحدود}}{2}$$

$$S = \frac{n(a+l)}{2}$$

فائدة القانون السابق:

يفيد في معرفة الأساس وذلك اذا كان لدينا حدين معلومين أو في معرفة حد من أحد الحدود

المتتالية الهندسية:

نقول عن متتالية انها هندسية اذا نتج كل حد عن سابقه <u>بضربه</u> بعدد ثابت (q) يسمى أساس المتتالية

أي تحقق العلاقة التدريجية $\frac{U_{n+1}}{U_n}=q$:

قواعد المتتالية الهندسية:

اذا كان (p ,m) دليلين ل Uفان:(اثبات ان المتتالية هندسية نستخدم القانون التالي :

$$\frac{U_m}{U_p} = q^{m-p}$$

قانون مجموع المتتالية الهندسية:

$$S=\text{الحد الأول}\times\frac{1-(\text{الأساس})^{\text{عدد الحدود}}}{1-\text{الأساس}} =$$

$$S = a\times\frac{1-q^n}{1-q}$$

فائدة القانون السابق:

يفيد في معرفة الأساس وذلك اذا كان لدينا حدين معلومين أو في معرفة حد من أحد الحدود

<u>ملاحظة هامة:</u> لمعرفة عدد الحدود نميز عدة حالات منها:

١)اذا كانت الأدلة متعاقبة فان عدد الحدود يعطى كما يلي:

عدد الحدود = الدليل الأخير – الدليل الأول + ١

٢)اذا كانت الأدلة زوجية بدءا من العدد 2 فان عدد الحدود يعطى كما يلي:

$$\text{عدد الحدود} = \frac{\text{الدليل الأخير}}{2}$$

الثب بالتدريج (الاستقراء الرياضي):

نطب لخطوات التالية:

١) هن صح العلاقة من أجل اصغر عدد طبيعي في المجموعة المعطاة

٢) ض صحة العلاقة من أجل أي عدد طبيعي n

٣) هن صحة العلاقة من اجل $n+1$

مثال ثبت أنه من اجل العدد الطبيعي الموجب تماماً N فان :

الح نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=1$

$$1^3=\frac{1^2(1+1)^2}{4}\Rightarrow 1=1 \text{ محققة}$$

نفر صحة العلاقة من أجل n:

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4} \qquad *$$

نبر صحة العلاقة من أجل $n+1$:

$$=\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

ننط من $*$: $1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$$l_1=1^3+2^3+\cdots+(n^3)+(n+1)^3$$

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4}+(n+1)^3$$

$$(n+1)^2=\left[\frac{n^2}{4}+(n+1)\right]$$

$$(n+1)^2\left[\frac{n^2+4n+4}{4}\right]=l_2$$

انتهى البحث

وهكذا نكون قد انتهينا من شرح بحث المتتاليات.

أ. شوكت أقجة دورات رياضيات لجميع المراحل(٠٩٨٨٠٤٣٦٦٧)