الاسم:	المدة: ساعة ونصف	العلامة: 600	مذاكرة شاملة في النهايات نموذج (A)

في كل مما يأتي أربع خيارات واحدة منها صحيحة، ظلل دائرة الحرف الموافق للإجابة الصحيحة:

-1 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{x^3+4-4\cos(x)}{x^2}$، إن $\lim_{x\to0^+} f(x)$ هي:

A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	2

-2 ليكن f التابع المعرف على R وفق: $f(x)=x^2.\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ في حالة $x\neq0$، إن $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ هي:

A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	1

-3 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=\sqrt{x^2-10x+26}$ يقبل C_f مقارباً مائلاً عند $+\infty$ معادلته:

A	$y=x$	B	$y=2x+1$	C	$y=x-5$	D	$y=-2x$

-4 نعلم أن نهاية التابع $f(x)=\frac{3x+4}{x+1}$ المعرف على $R\backslash\{-1\}$ عند $+\infty$ هي 3، عندها أصغر قيمة للعدد A التي تحقق أياً كان $x > A$ كان $f(x)\in]2.9,3.1[$ هي:

A	10	B	15	C	-11	D	9

-5 ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$ ويحقق $\frac{1}{4}\leq f(x)\leq\frac{1}{2}$ عندئذ تكون $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$:

A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{1}{4}$

-6 ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}, & x\neq2\\ m+1, & x=2\end{cases}$، إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند 2 هي:

A	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$-\frac{1}{3}$	D	$\frac{5}{6}$

-7 يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x، ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,2]$ وفق $f(x)=x.E(x)-\frac{1}{2}E(x)\big(1+E(x)\big)$ فإن عبارة $f(x)$ مستقلة عن $E(x)$ تعطى بالشكل:

A	$f(x)=\begin{cases}1; x\in[0,1[\\ x-2; x\in[1,2[\\ 1; \quad x=2\end{cases}$	B	$f(x)=\begin{cases}0; x\in[0,1[\\ x-2; x\in[1,2[\\ 4; \quad x=2\end{cases}$	C	$f(x)=\begin{cases}0; x\in[0,1[\\ x-1; x\in[1,2[\\ 1; \quad x=2\end{cases}$	D	$f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}; x\in[0,1[\\ x-4; x\in[0,1[\\ 4; \quad x=2\end{cases}$

-8 ليكن f التابع المعرف على $]-\infty,0]$ وفق $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ وكانت $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)=a$ و $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=b$ فإن قيمة العددان الحقيقيان a, b هي:

A	$a=1$ $b=0$	B	$a=-1$ $b=0$	C	$a=2$ $b=1$	D	$a=0$ $b=-1$

-9 $\lim_{x\to0}\frac{\cos(3x)-\cos(x)}{x\sin(x)}$ تساوي:

A	2	B	1	C	-4	D	4

-10 ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $[-1,3]$ وفق جدول تغيراته، إن $f([-1,3])$

x	-1		0		3
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2

A	$[-2,-1]$	B	$[-2,0]$	C	$[-1,3]$	D	$[0,3]$

-11 ليكن f التابع المعرف على $]3,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{3x-1}{x-3}$ عندها $f\big(f(x)\big)$ يساوي:

A	$\frac{8x+3}{x-3}$	B	$\frac{9}{x-3}$	C	x	D	$\frac{5x-1}{x-4}$

-12 ليكن f التابع المعرف على $I=[-3,2]$ وفق $f(x)=x^2+1$ عندئذ $f(I)$ (المستقر الفعلي للتابع f) هو:

A	$[5,10]$	B	$[-1,5]$	C	$[1,10]$	D	$[5,8]$

الاسم:	المدة:	العلامة:	

13- ليكن C_m للخط البياني للتابع f_m المعرف على R وفق $m \in R$ $f_m(x) = x^3 + mx^2 - 8x - m;$، عندئذٍ فإن الخطين البيانين C_0 و C_1 يتقاطعان في نقطتين هما:							
A	$(-1,7)$ $(1,-7)$	B	$(2,7)$ $(7,2)$	C	$(-1,-7)$ $(1,7)$	D	$(-2,5)$ $(2,-5)$
14- عندما تسعى x إلى $+\infty$ فإن التابع $x \to \sin x$:							
A	يسعى إلى $+\infty$	B	يسعى إلى 0	C	يسعى إلى 1	D	غير موجودة
15- f هو التابع المعرف عن $]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2+1}{x+3}$ العددين c, b يحققان $f(x) = 2x + b + \frac{c}{x+3}$ أياً كان $x \geq 0$ فإن قيمة كل من العددين c, b هي:							
A	$b = 6$ $c = 19$	B	$b = -6$ $c = -19$	C	$b = -6$ $c = 9$	D	$b = -6$ $c = 19$
16- التابع f يحقق $\frac{x+E(x)}{x^2+1} \geq \lvert f(x) + 3 \rvert$، عندئذٍ نهاية التابع f عند $+\infty$:							
A	0	B	-3	C	$+\infty$	D	لا يمكن معرفته
17- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D_f: R\backslash\{1,3\}$ بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$ عندئذ لـ C ثلاث مقاربات معادلاتها:							
A	$x = 0$ $x = 4$ $y = 1$	B	$x = 1$ $x = 3$ $y = 0$	C	$x = 1$ $x = 2$ $y = 3$	D	$x = 6$ $x = 2$ $y = 5$
18- ليكن لدينا f المعرف على المجال $I = R$ وفق $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ عند البحث عن حلول المعادلة $f(x) = -1$ في المجال I نجد أن:							
A	لها حل وحيد	B	ليس لها حلول	C	لها حلين	D	لها ثلاث حلول فقط
19- إن $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x^2}{(x-1)(2-x)}\right)$ تساوي:							
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	2	D	-2
20- إن $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{x^2+1}(\sqrt{x}+1)\right)$ تساوي:							
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	1
21- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-2\}$ وفق العلاقة $f(x) = \frac{x^2+3x+1}{x+2}$ عندئذٍ معادلة المقارب المائل للخط C_f في جوار $+\infty$ هي:							
A	$y = x + 1$	B	$y = x$	C	$y = x - 2$	D	$y = x + 2$
22- إن $\lim_{x\to+\infty}\left(\left(x - \sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^2\right)$ تساوي:							
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	1
23- إن $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-1}\right)$ تساوي:							
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	$\frac{1}{2}$
24- إن $\lim_{x\to1}\left(\frac{x^4-1}{x^3-1}\right)$ تساوي:							
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	1	D	$\frac{4}{3}$
25- ليكن لدينا $f(x) \geq \frac{1}{4}x^2$، إن $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ تساوي:							
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	$\frac{1}{4}$	D	0

$$f(t) = \left(\frac{1}{t}\right)^2 \cdot \sin(t)$$

$$= \frac{1}{t^2} \cdot \sin(t)$$

$$= \frac{1}{t} \cdot \frac{\sin(t)}{t}$$

$$\lim_{t \to 0} f(t) = +\infty(1) = +\infty$$

إذاً

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{t \to 0} f(t)$$

$$= +\infty$$

$$\boxed{A}$$

③

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 26}$$

$$x^2 - 10x + 26 = \underline{x^2 - 10x + 25} - 25 + 26$$

$$= (x-5)^2 + 1$$

$$f(x) = \sqrt{(x-5)^2 + 1}$$

بفرض $y = x - 5$ مقارب

مائل لـ C_f في جوار $+\infty$

①

$$f(x) = x + \frac{4 - 4\cos x}{x^2}$$

$$= x + \frac{4(1 - \cos x)}{x^2} \times \frac{(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)}$$

$$= x + 4\,\frac{1 - \cos^2 x}{x^2} \cdot \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$= x + 4 \cdot \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$= x + 4\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = 0 + 4(1)^2 \cdot \frac{1}{1 + 1}$$

$$= 2$$

$$\boxed{D}$$

$$f(x) = x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$ ②

$$\frac{1}{x} = t$$

$$x \to +\infty$$

$$t \to 0$$

$$\boxed{x = \frac{1}{t}}$$

$$f(x) - y_\Delta = \sqrt{(x-5)^2+1} - (x-5)$$

بعد الضرب بالمرفق

$$\lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - y_\Delta \right) = 0$$

$\boxed{C}$

---

④

$$f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$$

$$f(x) \in]2,9 , 3.1[$$

$$c = \frac{b+a}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$r = \frac{|b-a|}{2} = \frac{0.2}{2} = 0.1$$

$$|f(x) - c| < r$$

$$\left| \frac{3x+4}{x+1} - 3 \right| < 0.1$$

$$\left| \frac{1}{x+1} \right| < \frac{1}{10}$$

$$|x+1| > 10$$

$$x+1 > 10$$

$$\boxed{x > 9}$$

$A = 9$ $\boxed{D}$

---

⑤

$$f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$$

$$\frac{1}{4} \leq \frac{1}{3+\cos x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2}{4} \leq \frac{x^2}{3+\cos x} \leq \frac{x^2}{2}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^3}{4} \right) = +\infty$$

$\boxed{A}$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2}{3+\cos x} \right) = +\infty$$

$f(2) = m+1$

$\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$

$\frac{2}{3} = m+1$

$\boxed{m = -\frac{1}{3}}$

C

$$f(x) = \begin{cases} 0 \; ; x \in [0,1[\\ x-1 \; ; x \in [1,2[\\ 1 \; ; x = 2 \end{cases}$$ $\boxed{7}$

C

⑥

$\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$

$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{0}{0}$

ح، ع، ت. ن

$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2+5} - 3)(\sqrt{x^2+5}+3)}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$= \frac{x^2-4}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$= \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x^2+5}+3}$

$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

B

9

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(3x) - \cos x}{x \sin x}$$

$$= \frac{0}{0}$$

ح . ع . ت . ن

$$f(x) = \frac{-2\sin(2x) \cdot \cancel{\sin x}}{x \cancel{\sin x}}$$

$$= -2(2)\frac{\sin(2x)}{2x}$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = -4(1) = -4$$

C

$$\frac{f(x)}{x} = -\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2}}$$

$$= -\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right) = -1 = a$$

$$\boxed{a = -1}$$

$$f(x) - ax = f(x) + x$$

$$= \sqrt{x^2+1} + x$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$$

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - ax) = \frac{1}{\infty}$$

$$= 0$$

$$\boxed{b = 0}$$

⑫

$f(x) = x^2 + 1$

$I = [-3, 2]$

$f(-3) = 10$

$f(2) = 5$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 0$

$2x = 0$

$\boxed{x = 0}$

$f(0) = 1$

x	-3		0		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	10	↘	1	↗	5

$f(I) = [1, 10]$

Ⓒ

⑩

$f([-1,3]) = [-2,0]$

Ⓑ

⑪

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$$

$$f(f(x)) = \frac{3f(x)-1}{f(x)-3}$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{3x-1}{x-3} - 1}{\frac{3x-1}{x-3} - 3}$$

$$= x$$

Ⓒ

⑬

$f_0(x) = x^3 - 8x$

$f_1(x) = x^3 + x^2 - 8x - 1$

بالحل المشترك

$f_0(x) = f_1(x)$

$\cancel{x^3} - \cancel{8x} = \cancel{x^3} + x^2 - \cancel{8x} - 1$

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$\boxed{x = -1}$ $\boxed{x = 1}$

$(1, -7)$

$(-1, 7)$

Ⓐ

---

⑭

$-1 \leq \sin x \leq 1$

غير موجودة

Ⓓ

---

⑮

$$\begin{array}{r|l} & 2x - 6 \\ \hline x+3 & 2x^2 \quad \ominus \quad + 1 \\ & \ominus\, 2x^2 + 6x \\ \hline & 0 \quad -6x + 1 \\ & \oplus\, -6x \oplus -18 \\ \hline & 0 \quad + 19 \end{array}$$

$f(x) = 2x - 6 + \frac{19}{x+3}$

Ⓓ

(17)

$$f(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$$

$D_f :]-\infty, 1[\cup]1, 3[\cup]3, +\infty[$

أخذ النهايات نجد

مقاربات = $x = 1$

$x = 3$

$y = 0$

(B)

---

(18)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 6x = 0$

$x(3x-6) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$ $\boxed{x = 2}$

$f(0) = 1$

(16

$x - 1 < E(x) \leq x$

$2x - 1 < x + E(x) \leq 2x$

$\frac{2x-1}{x^2+1} < \frac{x+E(x)}{x^2+1} \leq \frac{2x}{x^2+}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{2x}{x^2+1}\right) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x+E(x)}{x^2+1}\right) = 0$

P

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -3$

(B)

(20)

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{x^2+1} \frac{\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$= \frac{x^2+x}{x^2+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1 \cdot (0)$$

$$= 0$$

C

(21)

$$f(x) = \frac{x^2+3x+1}{x+2}$$

$$\begin{array}{r|l} & x+1 \\ \hline x+2 & x^2+3x+1 \\ & \ominus x^2 \ominus 2x \\ \hline & 0 \quad x+1 \\ & \ominus x \ominus 2 \\ \hline & 0 \quad -1 \end{array}$$

$$f(x) = x+1 - \frac{1}{x+2}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

من الجدول نلاحظ
أن $f(x) = -1$
لها ثلاث
حلول

D

(19)

$$f(x) = \frac{2x^2}{2x - x^2 - 2 + x}$$

$$= \frac{2x^2}{-x^2+3x-2}$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -2$$

C

بفرض

$y = x + 1$ مقارب

مائل

$$\lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - y_\Delta \right) = 0$$

Ⓐ

22

$$g(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{x}$$

$$= x\left(1 - \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= x\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty\left(1 - 0 + 0\right)$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\left(x - \sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \right)^2$$

$$= (+\infty)^2$$

$$= +\infty$$

Ⓐ

23

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{+\infty}{+\infty}$$

$$x = t^6$$

$$\boxed{\sqrt{x} = t^3}$$

$x \to +\infty$

$t \to +\infty$

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{t^6} = t^2$$

$$\sqrt[3]{x} = t^2$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{4}{3}$$

D

2 5

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{4} x^2 \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

A

$$f(t) = \frac{t^3}{t^2 - 1}$$

$$\lim_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$$

A

24

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{0}{0}$$

ح ، ع ، ت

$$f(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)}$$

$$= \frac{\cancel{(x - 1)}(x + 1)(x^2 + 1)}{\cancel{(x - 1)}(x^2 + x + 1)}$$