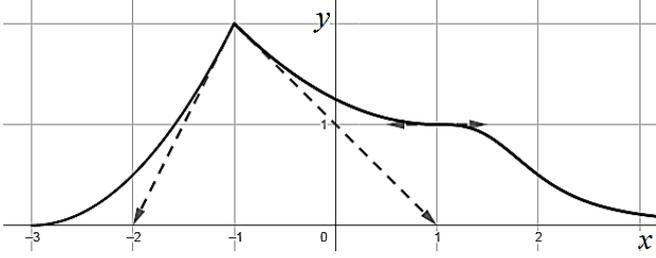


أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرّف على المجال $[-3; +\infty[$. المطلوب :



- (1) أوجد $f(-3), f(-1), f'(1), f(1)$.
- (2) هل f اشتقاقي عند $x = -1$ ؟
- (3) أوجد $f'((-1)^-)$ و $f'((-1)^+)$.
- (4) ما عدد القيم الحديّة التي يمتلكها التابع f ؟

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرّف على المجال $[0; 2]$ وفق $f(x) = (x-2)\sqrt{x(2-x)}$. أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x = 2$.

ثانياً: حل التمرينين الآتيين : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \frac{\sin^2(\frac{\pi}{2}x)}{1+\cos^2(\frac{\pi}{2}x)}$. المطلوب :

$$(1) \text{ أثبت أنّ } f(x) = \frac{2}{1+\cos^2(\frac{\pi}{2}x)} - 1$$

(2) أثبت أنّ $f(-x) = f(x)$ و $f(x+2) = f(x)$. ماذا تستنتج؟

(3) ادرس تغيّرات f على المجال $[0; 1]$, ثم ارسم C على المجال $[-2; 2]$.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرّف وفق $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + 2}$. المطلوب :

A- عيّن a و b إذا علمت أنّ $f(1) = 1$ قيمة حديّة للتابع .

B- بفرض $a = 1$ و $b = -2$:

(1) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = \sqrt{10}$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[3; 5]$, ثم جد هذا الحل جبرياً .

(2) أوجد $f'(x)$ و استنتج $g'(x)$ حيث $g(x) = f(\cos x)$.

ثالثاً: حل المسألة الآتية : (100 درجة)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف وفق $f(x) = \frac{3x}{x^2-x+1}$. المطلوب :

(1) تحقّق من أنّ $D_f = \mathbb{R}$.

(2) ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها , و دل على القيم الحديّة .

(3) اكتب معادلة المماس T_0 للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 0$, و ادرس وضعه النسبي .

(4) اكتب معادلة المماس T_2 للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 2$, و ادرس وضعه النسبي .

(5) ارسم في معلم متجانس T_0 و T_2 ثم ارسم C .