مدونة المناهج السعودية

https://eduschool40.blog

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

## تحديد حجم العينة :- [الموضوع الوحيد التي تقرب فيه النتائج لاعلى قيمة.]

### حجم العينه لمتوسط المجتمع $\mu$ :-

يعتمد على وسط حسابي

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma^2}{\boxed{\varepsilon^2}}$$

هنا شكل الرمز مو تربيع

درجه الخطأ المسموح

مثال :- ماهو حجم العينة المناسب؟

درجه الثقة = 99% → Z ← 2.58 =

درجه الخطأ = 3 ← $\varepsilon^2$

التباين = 45 → $\sigma^2$

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma^2}{\varepsilon^2}$$

$$= \frac{(2.58)^2 \cdot 45}{3^2} = 33.28 = 34$$

25, 2% → 26% نقرب

### حجم العينه لمتوسط مجتمع R :-

يعتمد على نسب :-

$$n = \frac{Z^2 \cdot R \cdot Q}{\varepsilon^2}$$

$$\boxed{Q = 1 - R}$$

$$n = \frac{Z^2 \cdot R \cdot (1-R)}{\varepsilon^2}$$

مثال / ما هو حجم العينة ؟.

الخطأ = 0,04 → $\varepsilon$

درجه ثقة = 95% → Z ⇐ 1,98

نسبه النجاح = 80% → R = ⇐ $1^{\circ} - R$

$$\boxed{Q = 20}$$

$\frac{80\%}{100}$ = 0,8

$= \frac{20\%}{2}$ = 0,2

$$n = \frac{Z^2 \cdot R \cdot Q}{\varepsilon^2}$$

$$= \frac{(1,96)^2 \cdot 0,8 \cdot 0,2}{(0,04)^2} = \boxed{385}$$

# قوانين التقدير للوسط الحسابي والنسبة :

دائماً في العينات الكبيرة لا يهما صغيرين «مجتمعين»

## نسبة .

$$R_1-R_2=(r_1-r_2)\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\left(P_1\cdot\frac{q}{n}\right)+\left(P_2\cdot\frac{q_2}{n_2}\right)}$$

$$\boxed{q=1-P}$$

اذا ما عطانا الـ $q$
نجيبها من النسبة $P$

مثال / على النسبة

| | A | B |
|---|---|---|
| $r_1$ | 160 | 100 |
| $r_2$ | 75% | 45% |
| Z | 99% | 99% |

$Z=2.58$ ،

$q_1=1-{,}75={,}25$

$q_2=1-{,}45={,}55$

التعويض :

$$R_1-R_2=({,}75-{,}45)\pm 2.58\cdot\sqrt{\left({,}75\cdot\frac{{,}25}{160}\right)+\left({,}45\cdot\frac{{,}55}{100}\right)}$$

$$P=\{{,}14419\leq R_1-R_2\leq{,}45580\}$$

## وسط حسابي

① اذا كانت $\sigma_1^2$ و $\sigma_2^2$ معلومة /

$$\mu_1-\mu_2=(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_1}}$$

② اذا كانت $\sigma_1^2$ ، $\sigma_2^2$ غير معلومة /

$$\mu_1-\mu_2=(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{S^2}{n_1}+\frac{S^2}{n_1}}$$

اذا عطانا قيم انحراف معياري $\sigma$ أو $S$
نربعهم $S^2$ . $\sigma^2$ عشان نحسبها .

مثال / على الوسط :

| | | |
|---|---|---|
| n = | 190 | 150 |
| $\bar{X}$ | 70 | 50 |
| S | 10 | 8 |

$Z=90\%$
$=1{,}64$

اول شي هو عطانا $\boxed{S}$ لازم
نربعها عشان نحسبها ← نعوض

$S_1^2=100$ ، $S_2^2=64$

$$\mu_1-\mu_2=(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\mp Z\cdot\sqrt{\frac{s^2}{n_1}+\frac{s^2}{n_1}}$$

$$=(70-50)\pm 1{,}64\cdot\sqrt{\frac{100}{190}+\frac{64}{150}}$$

حد اعلى $=21{,}600$

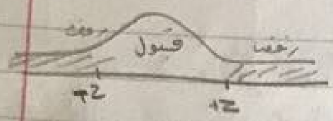
حد ادنى $=18{,}39$

Scanned by CamScanner

## اختبارات الفروض ..

الفرض العدمي / $H_0$ ← التعبير الذي يمثل الوضع الراهن يحتوي اشارة = او $\leq$ أو $\geq$ .

الفرض البديل / $H_1$ ← يقبل كبديل للفرض العدمي متبوع باشارة $\neq$ أو $>$ أو $<$ .



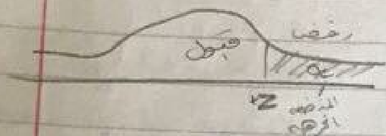

اتجاهين

$H_0 : \mu = \boxed{Value}$

$H_1 : \mu \neq \boxed{value}$

اذا كانت في منطقة القبول ← يقبل $H_0$

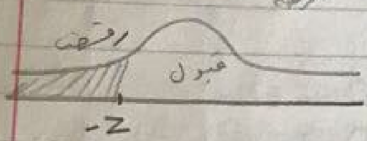
" " " الرفض ← رفض $H_0$




اتجاه اليمين

$H_0 : \mu \leq \boxed{value}$

$H_1 : \mu > \boxed{value}$




$H_0 : \mu \geq \boxed{value}$

$H_1 : \mu < \boxed{value}$

| $\alpha$ | اتجاهين | اتجاه اليمين | اتجاه اليسار |
|---|---|---|---|
| 10% | ±1,65 | 1.28 | -1.28 |
| 5% | ±1,96 | 1.65 | -1.65 |
| 1% | ±2.58 | 2.33 | -2.33 |

$H_0 : R = \boxed{\phantom{x}}$

$H_1 : R \neq \boxed{\phantom{x}}$

### القوانين :

**النسبة**

في حالة العينات الكبيرة $n > 30$

$$Z = \frac{r - R_0}{\sqrt{\frac{R \cdot Q_0}{n}}}$$

نسبة المجتمع

تمة

$$\boxed{r = \frac{a}{n}}$$

$$\boxed{Q = 1 - R}$$

* اذا سحبنا عينة وسحبنا منها عينة الجزء هذا a

**وسط حسابي**

$n > 30$

اذا كانت $\sigma$ معلومة :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

اذا كانت $\sigma$ مجهولة :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

اما اذا كانت $n < 30$ :

منحنى T

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Scanned by CamScanner

قوانين اختبار الفروض للوسط الحسابي والنسبة .

## وسط حسابي

اتجاه يمين

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$

ارتفاع $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

اتجاه يسار

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq$

انخفاض $H_1: \mu_1 - \mu_2 <$

اتجاهين

$H_0: \mu_1 - \mu_2 =$

ثبات $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq$

$\sigma_1^2 , \sigma_2^2$ معلوم

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

دائماً صفر

$\sigma_1^2 , \sigma_2^2$ مجهول .

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_2} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

## النسبة

$r = \frac{a}{n}$ $\quad$ $Q = 1 - R$

$H_0: R_1 - R_2 \leq 0$

يمين $H_1: R_1 - R_2 > 0$

$H_0: R_1 - R_2 \geq 0$

يسار $H_1: R_1 - R_2 < 0$

اتجاهين $H_0: R_1 - R_2 = 0$

$H_1: R_1 - R_2 \neq 0$

$$Z = \frac{(r_1 - r_2) - R}{\sqrt{\frac{R_1 \cdot Q_1}{n_1} + \frac{R_2 \cdot Q_2}{n_2}}}$$

اذا اعطاني خاي نسبة ولا وسيط

نقول نسبة

## القانون :

- قانون حساب الاحتمال البسيط $P(A) = \frac{K}{N}$

معايير الناتج من هذا القانون : ① لا يظهر سالب - ② لا تتجاوز عدد صحيح .

- قانون حساب المتمم : إذا كانت نسبه مئويه ← $P(A^c) = 100\% - P(A)$

اذا كانت كسر أو عشري ← $P(A^c) = 1 - P(A)$

- قانون جمع الاحتمالات : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ترجمة القانون = احتمال A أو B = احتمال A + احتمال B - احتمال A و B

في الجمع * اذا كان الحادثان متنافيان = $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- قانون ضرب الاحتمالات : ( معاً - كلاهما - و ) مفردة تدل على الضرب .

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- قانون حساب الاحتمالات الشرطية :

ما احتمال حدوث B $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اذا كان الحادثين مستقلين و معلومة $P(A \cup B)$ معلوم و $P(A)$ معلوم فإن $P(B)$ ؟.

$$P(B) = \frac{P(A) - P(A \cup B)}{P(A) - 1}$$

واذا كان الحادثين مستقلين و معلومة $P(A \cup B)$ و $P(B)$ فإن :

$$P(A) = \frac{P(B) - P(A \cup B)}{P(B) - 1}$$

اذا كان الحادثين B و A مستقلين وغير متنافيين :

① $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ .

② $P(A/B) = P(A)$ - ③ $P(B/A) = P(B)$

اذا كان الحادثين A و B متنافيين $P(A \cap B) = 0$ فإن :

$P(A/B) = 0$ $P(B/A) = 0$

Scanned by CamScanner

$\Sigma p(x) \leq 1$

التوزيعات الاحتمالية :

الدالـــــه الاحتمالـــيه الجدولية

$E(x) = \mu_x = \Sigma x_i \cdot p(x_i)$

التوقع (الوسط الحسابي) =

$\sigma_x^2 = V(x) = \Sigma x_i^2 \cdot p(x_i) - [E(x)]^2$ = قيمة التباين

$\sigma_x = SD = \sqrt{V(x)}$ = الانحراف

قوانين القيمه المتوقعه $E(x)$ :.

① $E(a) = a$ $\Rightarrow E(5) = 5$

② $E(ax) = a \cdot E(x)$ $\Rightarrow E(5x) = 5 \cdot (E(x)$.

③ $E(ax + b) = a \cdot E(x) + b$ $\Rightarrow E(5x+2) = 5 \cdot (Ex) + 2$.

قوانين التبـــاين . $V(x)$ :.

① $V(a) = 0$ $\Rightarrow V(5) = 0$

② $V(a \cdot x) = a^2 \cdot (V(x))$ $\Rightarrow V(5X) = 5^2 \cdot V(x) =$

③ $V(ax + b) = a^2 \cdot (V(x)) + 0$ $\Rightarrow V(5x+2) = 5^2 \cdot (V(x) + 0$

$\frac{70}{100} = .7$

$\frac{1}{100} = \boxed{0.01}$

توزيع ذو الحدين $p \geq 1\%$

$$P(X=x) = C^n_x \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

$$P(X=x) = C^n_x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

أو نسبة الفشل $q = 1-p$

نسبة النجاح $= p$.

قيمة التوقع : $E(x) = n \cdot p$

قيمة التباين : $V(x) = n \cdot p \cdot (1-p)$

قيمة الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{V(x)}$

في حل التمارين :

اذا قال على الاقل أو أكثر ← $p(x \geq 1) = 1 - p(x=0)$

اذا قال على الاكثر ، أقل ← $p(x \leq 1) = p(x=1) + p(x=0)$

توزيع بواسون .. $p < 1\%$

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$\lambda = n \cdot p$

قيمة التوقع = قيمة التباين = $\lambda = n \cdot p$

قيمة الانحراف = $\sqrt{V(x)}$

في حل التمارين :

اذا قال على الأقل او أكثر ← $p(x \geq 1) = 1 - p(x=0)$

اذا قال على الأكثر او أقل ← $p(x \leq 1) = p(x=1) + p(x=0)$

Scanned by CamScanner

## التوزيع الطبيعي :

معلمات التوزيع الطبيعي هو المتوسط $\underline{\mu}$ والانحراف المعياري $\sigma$ تحدد التوزيع الطبيعي.

حساب التوزيع الطبيعي :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

الانحراف المعياري = $\sigma$

الوسط الحسابي = $\mu$

قيمه المتغير = $X$

قواعد :-

- اذا كان $X$ أكبر من قيمه ما $(\sim < X)$
  1) تحول قيمه $X$ إلى قيمه معياريه قانون $Z$
  2) تستخرج القيمه المعياريه من جدول التوزيع.
  3) تطرح القيمه من 1 صحيح

- اذا كان $X$ بين قيمتين $(\sim < X < \sim)$
  1) تحول كل قيمه إلى قيمه معياريه قانون $Z$
  2) تستخرج قيمه المعياريه من جدول التوزيع الطبيعي
  3) تطرح القيم المستخرجه من بعض

- اذا كان $X$ أصغر من قيمه ما $(X < \sim)$ :
  1) تحول قيمه $X$ إلى قيمه معياريه قانون $Z$
  2) تستخرج القيمه المعياريه من جدول التوزيع الطبيعي.

$\boxed{\text{اذا اعطانا } N(0،1) \sim Z \longrightarrow \text{ معناها } \sigma = 0 \text{ ، } \mu = 1}$

مقاييس العينة

$\bar{X} \longrightarrow$ الوسط الحسابي

$S^2 \longrightarrow$ التباين

$S \longrightarrow$ الانحراف المعياري

$P \longrightarrow$ النسبه

مقاييس المجتمع.

$\mu_x \longrightarrow$ الوسط الحسابي

$\sigma^2 \longrightarrow$ التباين.

$\sigma \longrightarrow$ الانحراف المعياري

$P \longrightarrow$ النسبة.

## توزيعات المعاينة :

1) قانون إيجاد العينات الممكن سحبها من المجتمع (مع الارجاع) $N^n$

" مجتمع لا منتهي " نسحب عينه ندرسها ونرجعها ونسحب مرة اخرى.

2) قانون ايجاد العينات الممكن سحبها من المجتمع (بدون ارجاع). $C^N_n$

" مجتمع منتهي " نسحب عينه ندرسها ونستبعدها و نسحب مرة اخرى..

تابع توزيعات المعاينة :

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\Sigma x}{C^N_n}$$

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \left[\frac{N-n}{N-1}\right]$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma^2_{\bar{x}}}$$

$$\mu_x = \frac{\Sigma x}{N}$$

$$\sigma^2_x = \frac{1}{N} \cdot \left[\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{N}\right]$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2_x}$$

مجتمع حجمه $N = \boxed{4}$ وهي مفرداته 6 , 5 , 3 , 2 تم سحب عينه حجمها $n=2$

① مع الارجاع -

$$N^n = 4^2 = \boxed{16}$$

② بدون ارجاع :

$$C^4_2 = \boxed{6}$$

③ الوسط الحسابي والتباين :

| $X$ | $X^2$ |
| --- | --- |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 5 | 25 |
| 6 | 36 |
| $\Sigma x = 16$ | $\Sigma x^2 = 74$ |

وسط ← $\mu = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{2+3+5+6}{4} = \frac{16}{4} = 4$

تباين ← $\sigma^2_x = \frac{1}{N} \cdot \left[\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{N}\right]$

$$= \frac{1}{4} \cdot \left[74 - \frac{(16)^2}{4}\right]$$

$$\sigma^2_x = 2.5$$

$X : \{2, 3, 5, 6\}$

④ تكوين توزيعات العينة المسحوبة : (الاوساط)

$n=2$

$C^N_n = 6$

| العينه | الاوساط |
| --- | --- |
| {2 , 3} | $\frac{2+3}{2} = 2.5$ |
| {2 , 5} | $\frac{2+5}{2} = 3.5$ |
| {2 , 6} | $\frac{2+6}{2} = 4$ |
| {3 , 5} | $\frac{3+5}{2} = 4$ |
| {3 , 6} | $\frac{3+6}{2} = 4.5$ |
| {5 , 6} | $\frac{5+6}{2} = 5.5$ |
| | $\Sigma \bar{x} = 24$ |

$\mu_x$ :

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\Sigma \bar{x}}{C^N_n} = \frac{24}{6} = \boxed{4} = \mu_x = 4$$

⑤ التباين لتوزيعات العينة

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2_x}{n} \cdot \left[\frac{N-n}{N-1}\right]$$

$$= \frac{2.5}{2} \cdot \left[\frac{4-2}{4-1}\right] = .83$$

⑥ الانحراف المعياري :

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma^2_{\bar{x}}} = \sqrt{.83} = .91$$

Scanned by CamScanner

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$$

* النظريــه النهـائية المركـزية :

المعياري المعدل . $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

السؤال يعطيا وسط متوسط حجم العينة
او يعطي السؤال $\bar{X}$
نطلع الناتج بحسب قيمة من Z المعياري
ونشوف اذا أكبر او اصغر

* نظريـــة التقدير الاحصائي وفترات الثـــقه

القوانيـــن للوسط الحسابي

$$\mu = \bar{X} \mp Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\sigma$ = معلوم

اذا وجدنا الانحراف المعياري نحل بهذا القانون . n حجم العينـه كبير

$$\mu = \bar{X} \pm Z \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$\sigma$ = مجهول

اذا كان الانحراف المعياري مجهولاً
"حجم العينـــه كبير"

$n \geq 30$
جدول Z

$\sigma$ = الانحراف المعياري للمجتمع

$S$ = الانحراف المعياري للعينـة

$Z$ = درجة الثقه

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للعينـة

$\mu$ = الوسط الحسابي للمجتمع .

$$\mu = \bar{X} \pm t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$\sigma$ = مجهول

اذا كـــان الانحراف المعياري مجهولاً - حجم العينـــه كبير

$n < 30$
جدول t

قانون النـــسبة

$$R = r \pm Z \cdot \sqrt{\frac{r \cdot q}{n}}$$

$\boxed{r = \frac{a}{n}}$

أو

$$P = p \pm Z \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

$\boxed{q = 1 - p}$

| | العينه | المجتمع |
|---|---|---|
| المتوسط | $\bar{X}$ | $\mu$ |
| الانحراف | $S$ | $\sigma$ |
| التباين | $S^2$ | $\sigma^2$ |
| النسبه | $P$ | $P$ |

مثال (1) :

$n = 225$ ، $\bar{X} = 42000$ ، $S = 8000$

حجم العينة اكبر من 30 القانون الشايفلان

$\sigma$ مجهول

1] قدري بنقطة .

لأن المجتمع يحمل نفس النقطه .

قيمه الوسط الحسابي = $\mu$ تقدير نقطه للمجتمع .

$\mu = \bar{x} = 42000$

2] انشأي فترة الثقه ٪95 ؟

$Z$ مجهول $Z = 95\% = 1.96$

$$\mu = \bar{X} \pm Z \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 42000 \pm 1.96 \cdot \frac{8000}{\sqrt{225}}$$

قيمه موجبه حد أعلى .

43045.33

حد أدنى

40954.66

$P\{40954.66 < \mu < 43045.33\}$ ← هكذا انشار فترة الثقه تكون

مثال (2) :

$\bar{X} = 100$ ، $S = 10$ .

$\boxed{1-\alpha = 90\%}$ $\boxed{n = 16}$

$\alpha = 1 - 90\% = 10\%$

اقل من 30 القانون الاخير

$$\mu = \bar{X} \pm t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 100 \pm t_{16-1, \frac{10\%}{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{16}}$$

$$= 100 \pm \boxed{t_{15, 0.05}} \cdot \frac{10}{4}$$

$\boxed{1.753} = t$ قرأتها من جدول

حد أعلى

104.38

حد ادنى

95.61

$P = \{95.61 < \mu < 104.38\}$

Scanned by CamScanner