

مبرهنة ٣ (مبرهنة المقارنة):

بفرض  $f, g$  تتابع تحقق

$$f(x) \geq g(x)$$

أيا كان  $x \in ]b, +\infty[$

فإن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

فإن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

وعندما

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

فإن

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

ملاحظات :

- إن عكس المبرهنة السابقة غير صحيح بالضرورة

• المبرهنات السابقة تبقى صحيحة عندما

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow \text{رقم}$$

**مثال:**

لدينا  $f$  تابع يحقق

$$f(x) \geq 2x^3 + 5$$

احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$

**الحل:**

$$g(x) = 2x^3 + 5$$

نفرض

$$g(x) = 2x^3 + 5$$

باعتبار

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

إذا

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

مثال:

لدينا  $f$  تابع يحقق

$$f(x) \leq \sqrt{x^2 + 3} + 2x$$

احسب نهاية  $f(x)$  عند  $-\infty$

الحل:

نفرض

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 3} + 2x$$

لدينا حالة عدم تعيين من الشكل  $+\infty - \infty$

$$g(x) = \sqrt{x^2 \left(1 + \frac{3}{x^2}\right)} + 2x$$

عند  $-\infty$  يكون  $|x| = -x$

$$g(x) = - \left( \sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} + 2 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty(-1 + 2) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

إعداد  
م. مريم القاري