شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12

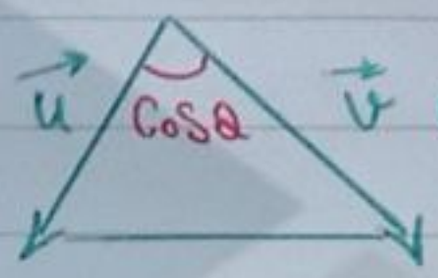
"الجداء السلمي"

• العدد الناتج عن ضرب شعاعين يتميز بأنه: ① معاكسان، ② متعامدان، ③ يوضح في الزاوية.

① العبارات المختلفة للجداء السلمي:

(1) $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| . \|\vec{v}\| . \cos\theta$ {بدلالة الزاوية بينهما}

(2) $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\| - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$ {بدلالة النظيم}

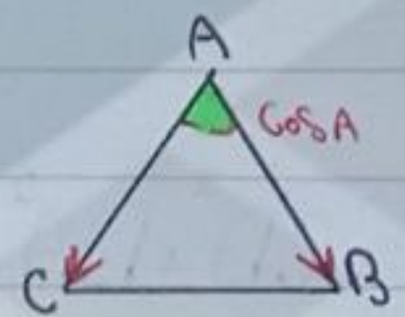


(-1-)

(3) $\vec{u}.\vec{v} = x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2$ {تحليلية}

(4) $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|^2 = u^2$

مثال 1: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| . \|\overrightarrow{AC}\| . \cos(\widehat{BAC})$

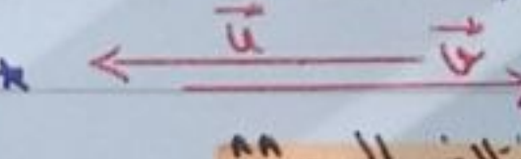


(-1-)

(5) $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| . \|\vec{v}\|$ ⇒ {الزاوية $\theta = 0$ نفس الجهة}
* إذا كان $\vec{u} \parallel \vec{v}$

(-5-) مرتبطين خطيا

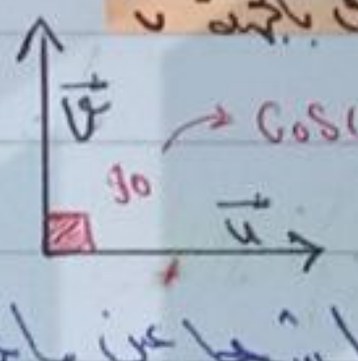
(6) $\vec{u}.\vec{v} = -\|\vec{u}\| . \|\vec{v}\|$ ⇒ {عكس الجهة}
* إذا كان $\vec{u} \parallel \vec{v}$



(-6-) الحالتين (5) و(6) الشعاعان بالجهة "

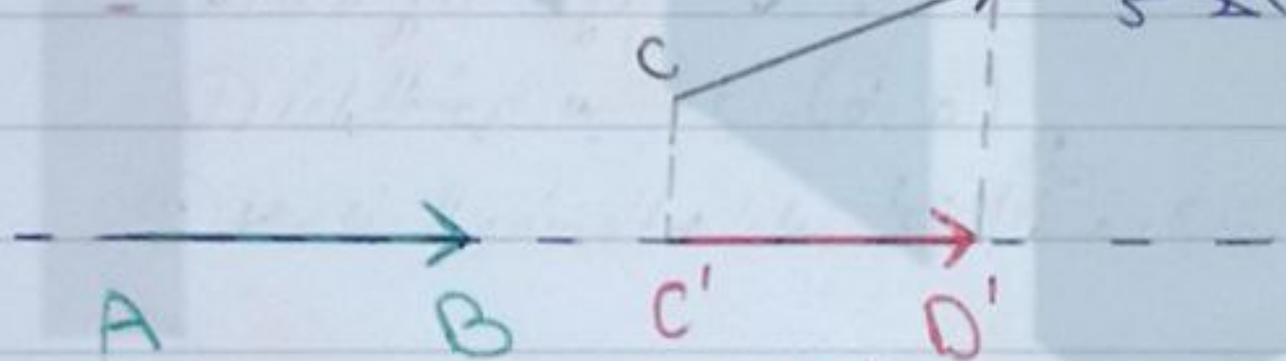
مثال 2: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
$= -\|\overrightarrow{AB}\| . \|\overrightarrow{AC}\| . \cos(\widehat{BAC})$

(7) $\vec{u}.\vec{v} = 0 \Rightarrow (\theta = \frac{\pi}{2})$ $\vec{u} \perp \vec{v}$
* إذا كان



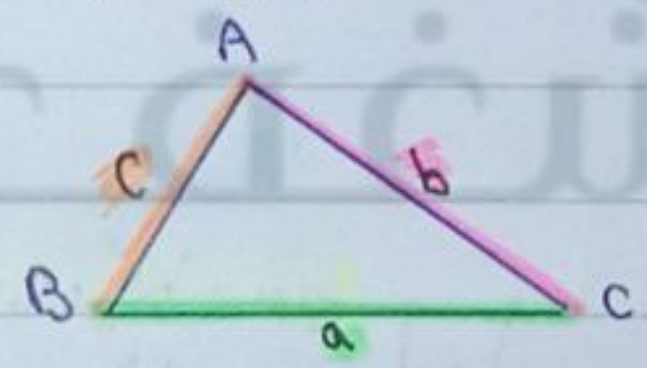
(-7-)

* إذا اشعاعين ماعندي لازاوية ولاأطلاع ⇐ {بالمتعة}
يمكن أن نسقط أحدهما على الآخر
{بدلالة المسقط القائم}



* مستويان يوازي مستوى ⇐ لهما نفس الناظم $\vec{n}$

(8) * علاقة كاشي {عندي أطوال الأضلاع وبدي زاوية} أو بدي طول ضلع



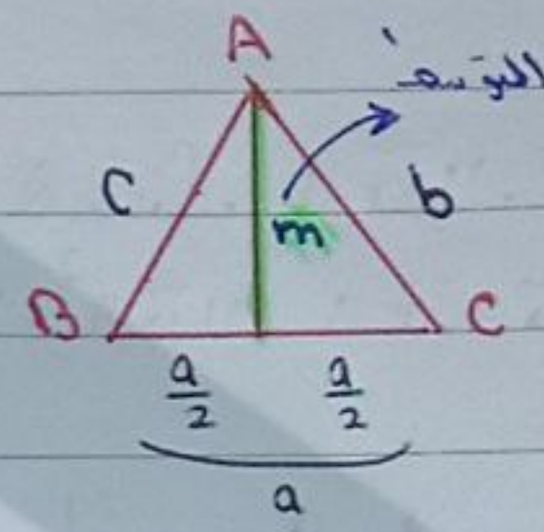
* $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\hat{A}$
* $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\hat{B}$
* $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\hat{C}$

لو بدي الزاوية "A" ⇐ ممكن أعزل للمسولة:

$\Rightarrow \cos\hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

⑨ علاقة المتوسط:

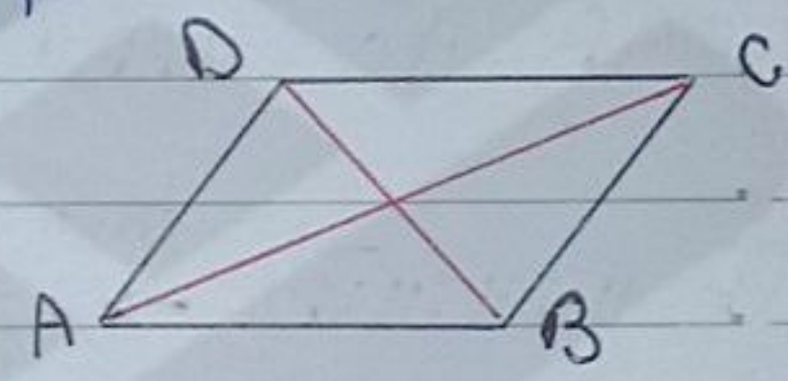
$$b^2 + c^2 = 2m^2 + \frac{a^2}{2}$$



⑩ علاقة متوازي الأضلاع:

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$$

{مجموع مربعات الأضلاع يساوي مجموع مربعي القطرين}



② خاصيات وقوانين:

* إذا كان لدي معادلة مستقيم $d: ax+by+c=0$

$\Rightarrow$ * $\vec{n}_d(a,b)$ شعاع ناظم على d (عمودي عليه)

* $\vec{u}_d(-b,a)$ شعاع توجيه d (يوازيه)

- فائدة $\vec{n}_d$ و $\vec{u}_d$:

① أول الشيء بيكشفلي (a و b)

② بحوّل النقطة بالمعادلة لتلقى قيمة c

* الناظم × التوجيه = متعامدة = 0

{الداء يساوي الصفر}

* كل مستقيمين متقابلين في باقي الوجوه متعامدان.

* لهم نفس التوجيه ونفس الناظم.

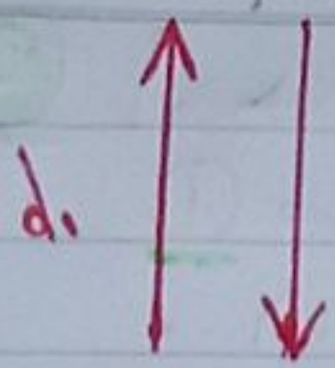
* بعد نقطة عن مستقيم في المستوي:

بعد $A(x_a, y_a)$ عن d الذي معادلته: $ax+by+c=0$

$$dist(A,d) = \frac{|ax_a + by_a + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

★ إذا كان مستقيم يوازي مستقيم $d_1 \parallel d_2$

كيف بدي اعرف ؟؟

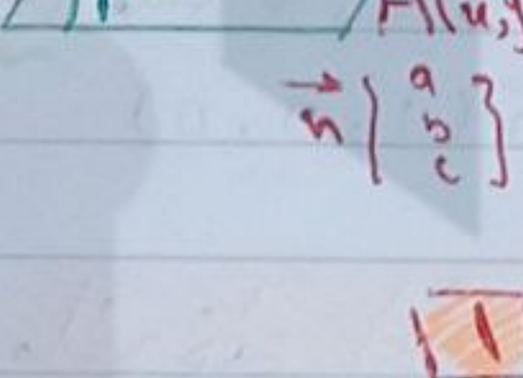


⟸ إذا كان متجاه توجيه الأول يساوي متجاه توجيه الثاني $\vec{u_1} = \vec{u_2}$

إذا كان الناظم للمستقيم الأول يساوي الناظم للمستقيم الثاني $\vec{n_1} = \vec{n_2}$

★ إذا كان مستقيم يعامد مستقيم $d_1 \perp d_2$

كمان كيف بدي اعرف ؟؟

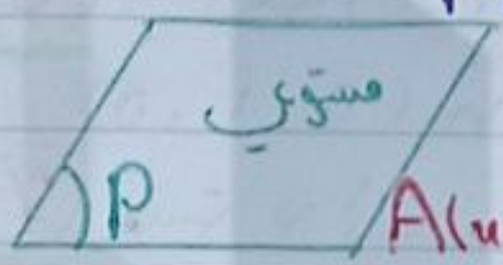


مثل ما ذكرنا بأول حالة $\vec{u_1} = \vec{u_2}$ ، $\vec{n_1} = \vec{n_2}$

بإضافة إلى ذلك "الداء يساوي الصفر" يعامد $\vec{u_1} \cdot \vec{u_2} = 0$ ، $\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 0$

★ معادلة المستوي :

الشكل العام $P: ax + by + cz + d = 0$



لإيجادها : لازم يكون عندي شخلتين ← نقطة $A(x_1, y_1, z_1)$

← ناظم $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

- $a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A)$

- لأحيانا "مابيحكي الناظم" :

بسهلة ⟸ بالكاين أوجد الناظم

عمودي على شعاعين من هل المستوي

⟸ وبما أنو عمودي الداء يساوي الصفر ⟸ رح يطلع معي معادلتين

نوجد الناظم بما أن للمستوي عدد غير منتهي من الأشعة الناظمية

عدد الناظم = ∞^{∞} عدد المجاهيل − عدد المعادلات

بيطلع الناظم وبحوش شكل معادلة المستوي

★ بعد نقطة عن مستوي :

- $dist(A, P) = \dfrac{|ax_a + by_a + cz_a + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

3

3) معادلة المستويات الخاصة "معلوم ومتجانس":

① مستو مادر من مد إلى الاحداثيات:

$\vec{n}(a,b,c)$ ، $ax+by+cz=0$

② مستو يوازي ox:

$\vec{n}(0,b,c)$ ، $by+cz+d=0$

③ مستو يوازي oy:

$\vec{n}(a,0,c)$ ، $ax+cz+d=0$

④ مستو يوازي oz:

$\vec{n}(a,b,0)$ ، $ax+by+d=0$

⑤ مستو يوازي xoy:

$\vec{n}(0,0,1)$ ، عدد $= z$

⑥ مستو يوازي xoz:

$\vec{n}(0,1,0)$ ، عدد $= y$

⑦ مستو يوازي yoz:

$\vec{n}(1,0,0)$ ، عدد $= x$

ملاحظة ياسهور؟؟:

- المستوي (xoy) معادلته $z=0$
- المستوي (xoz) معادلته $y=0$
- المستوي (yoz) معادلته $x=0$

شغف التعليمي
Educational passion

1. لدينا $\vec{u}(2,5)$ و $\vec{w}(-\frac{1}{2},\frac{1}{5})$ في معلم تقاسي، إن الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{w}$:

A| متعامدان B| متوازيان C| مرتبطان خطياً D| منطبقان

2. إنّ معادلة المستقيم R المار بالنقطة $A(-1,0)$ والموازي للمستقيم d الذي معادلته $d: 2x-y+1=0$ هي

A| $d' = +x+y-1=0$ B| $-2x+y-2=0$ C| $2x+y=0$ D| $-2x-y+1=0$

3. ليكن لدينا $A(-2,4)$ والمستقيم $d: 2x+y-5=0$ يكون بعد A عن d :

A| 5 B| $\sqrt{6}$ C| $\sqrt{5}$ D| $5\sqrt{5}$

4. لدينا $\vec{u}=6$ ، $\vec{v}=8$ و $\vec{u}+\vec{v}=10$ إذاً يكون الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$

A| متعامدان B| غير متعامدان C| متوازيان D| C+B

5. احسب بعد B عن Q حيث $B(2,2,5)$ و $Q: y-z=0$:

A| $3\sqrt{2}$ B| $\frac{3}{\sqrt{2}}$ C| $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D| $-\frac{3}{\sqrt{2}}$

RoK

الموضوع : ..... التاريخ : / /

[1] $\vec{u}.\vec{w} = -1+1 = 0 \Rightarrow \vec{w} \perp \vec{u}$ الجواب A

[2] $\vec{u_d} = (1,2) \Rightarrow \vec{u_{d'}}(1,2)$ $\vec{n_{d'}}(-2,1)$

$d' = -2x+y+c = 0$ نعوض A

$\Rightarrow c = -2 \Rightarrow d' = -2x+y-2 = 0$

الجواب B

يمكن اختيار اي نقطة تحقق المعادلة كذلك ب (-1).

[3] $dist(A,d) = \frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

الجواب C

[4] $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|u+v\|^2 - \|u\|^2 - \|v\|^2) = \frac{1}{2}(100-36-64) = 0$

متعامدان

الجواب A

[5] $dist(A,B) = \frac{|ax_A+by_A+(za+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

الجواب B

شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12