

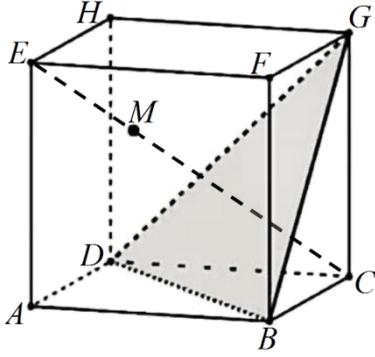
100 + 40 درجة

دورة 2017 الأولى

السؤال الثالث :

- (1) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات و نصف قطرها $R = \sqrt{3}$.
 (2) تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S .

المسألة الأولى : مكعب طول حرفه يساوي 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، $\vec{AB} = 2\vec{i}$ ، $\vec{AD} = 2\vec{j}$ ، $\vec{AE} = 2\vec{k}$ ،

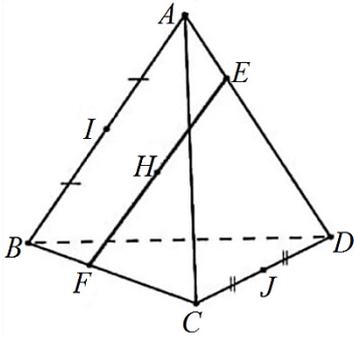
- (1) اكتب معادلة للمستوي (GBD) .
 (2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC) .
 (3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .
 (4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC}$.
 (5) أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC) .

60 + 40 درجة

دورة 2017 الثانية

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d' : \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} ; s \in \mathbb{R} , \quad d : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

و هل المستقيمان d و d' في مستوي واحد ؟ علل إجابتك .

- التمرين الثاني : ليكن $ABCD$ رباعي وجوه ، و α عدد حقيقي . I و J هما بالترتيب منتصف $[AB]$ و $[CD]$.
 E و F نقطتان تحققان العلاقتين : $\vec{AE} = \alpha\vec{AD}$ و $\vec{BF} = \alpha\vec{BC}$.
 و أخيراً H هي منتصف $[EF]$. أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة .

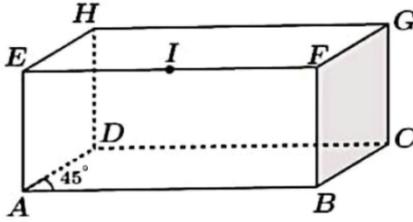
100 + 40 درجة

دورة 2018 الأولى

- السؤال الثاني : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطة $A(1, -2, 0)$ و المستوي $P : x + 2y + z - 1 = 0$ احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A و تلمس المستوي P .

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(1, 1, 0)$ و $B(1, 2, 1)$ و $C(4, 0, 0)$

- (1) أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .
 (2) أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x + 3y - 3z - 4 = 0$.
 (3) ليكن المستويان P و Q معادلتهما : $Q : 2x + 3y - 2z - 5 = 0$ ، $P : x + 2y - z - 4 = 0$.
 أثبت أن المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي : $t \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$
 (4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC) ؟
 (5) احسب بعد A عن المستقيم d .



السؤال الثاني : $ABCDEFHG$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$

قياس الزاوية \widehat{DAB} يساوي 45° ، النقطة I منتصف $[EF]$

(1) احسب $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.

(2) عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة : $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{FB} + \frac{1}{2}\vec{GH}$.

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,1,3)$ $B(1,0,-1)$ $C(4,0,0)$ $D(0,4,0)$ $E(1,-1,1)$

(1) جد \vec{AB} و \vec{CD} و \vec{CE} .

(2) أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

(3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE) .

(4) اكتب معادلة المستوي (CDE) .

(5) احسب بعد B عن المستوي (CDE) .

(6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B و تمس المستوي (CDE) .

السؤال الرابع : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

(1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A و يقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

(2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان .

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ المكعب $ABCDEFGH$

(1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A, C, H, F, D .

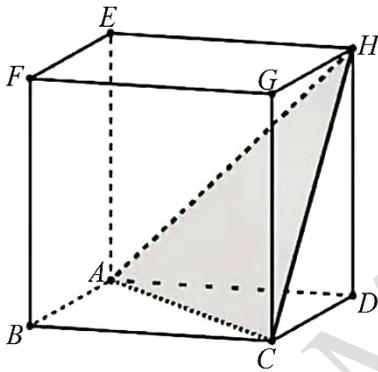
(2) اكتب معادلة المستوي (ACH) .

(3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $P: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH) .

(4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن D و I و F على استقامة واحدة .

(5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ و نصف قطرها $R = \sqrt{3}$

و بين أن المستوي (ACH) يمس الكرة S .



السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$ و المستوي $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

(1) أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ و المستويات : $\begin{cases} P: 2x - y + 2z - 2 = 0 \\ Q: x + y + z - 1 = 0 \\ R: x - z - 1 = 0 \end{cases}$

(1) أثبت أن المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له .

(2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ و يمر بالنقطة A .

(3) أثبت أن المستويات P و Q و R تتقاطع في نقطة I يُطلب تعيين إحداثياتها .

(4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ .

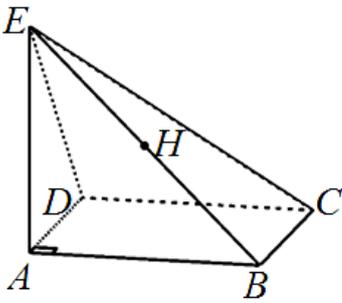
السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2: x + y - z = 0$ و المطلوب :

- (1) تبيّن أنّ المستويين متعامدان .
- (2) اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك .

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط $A(1,0,0)$, $B(4,3,-3)$, $C(-1,1,2)$, $D(0,0,1)$. المطلوب :

- (1) أثبت أنّ \vec{AB} و \vec{AC} غير مرتبطين خطياً .
- (2) أثبت أنّ الأشعة \vec{AD} و \vec{AB} و \vec{AC} مرتبطة خطياً .
- (3) استنتج أنّ النقطة D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A, α) , (B, β) , (C, γ) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يُطلب تعيينها .

المسألة الأولى: هرم رباعي رأسه E , قاعدته مربع طول ضلعه 3 , $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA = 3$.



نختار المعلم المتجانس $(A; \frac{1}{3}\vec{AB}, \frac{1}{3}\vec{AD}, \frac{1}{3}\vec{AE})$ و المطلوب :

- (1) عيّن إحداثيات A, B, C, D, E .
- (2) جد معادلة المستوي (EBC) .
- (3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A و يعامد المستوي (EBC) .
- (4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم ل A على المستوي (EBC) .
- (5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ المستوي $P: 2x + y - 3z + 2 = 0$ و النقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب :

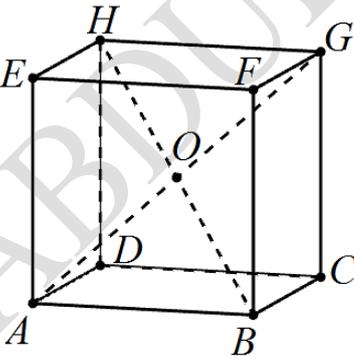
- (1) أثبت أنّ النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P .
- (2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A و الموازي للمستوي P .

التمرين الثالث : المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق : $d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$, $d': \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = s - 2 \\ z = 3s - 2 \end{cases} ; s \in \mathbb{R}$:

- (1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان ، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع .
- (2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d' .

المسألة الأولى: مكعب طول حرفه 2 ، O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.

نختار المعلم المتجانس $(A; \frac{1}{2}\vec{AB}, \frac{1}{2}\vec{AD}, \frac{1}{2}\vec{AE})$ و المطلوب :



- (1) جد إحداثيات النقاط A, B, G, H, O .
- (2) أعط معادلة للمستوي (GOB) .
- (3) احسب $\vec{OG} \cdot \vec{OB}$ و استنتج $\cos \widehat{GOB}$.
- (4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC) .
- (5) أثبت أنّ المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB) .
- (6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A, α) , (B, β) , (C, γ) .



- السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط الآتية $A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,0,5)$, $D(6,2,5)$. المطلوب :
- 1) أثبت أن \vec{AB} و \vec{AC} غير مرتبطين خطياً .
 - 2) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث $\vec{AD} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$ و استنتج أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوى واحد .

- المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقاط : $A(-1,2,3)$, $B(2,1,1)$, $C(-3,4,-1)$, $D(3,1,1)$. المطلوب :
- 1) جد \vec{AB} و \vec{AC} ، و بيّن أن المستقيمين (AB) و (AC) متعامدان .
 - 2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) و اكتب معادلة المستوي (ABC) .
 - 3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من D و العمودي على المستوي (ABC) .
 - 4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.
 - 5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان .

- السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ و المستوي $P: 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب :
- 1) احسب بعد A عن المستوي P .
 - 2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A و تمس المستوي P .

- التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$.
- 1) اكتب معادلة للمستوي (AMN) .
 - 2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O و يعامد المستوي (AMN) .
 - 3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.
طلوب إضافي :
احسب حجم المجسم $AOBMN$.

