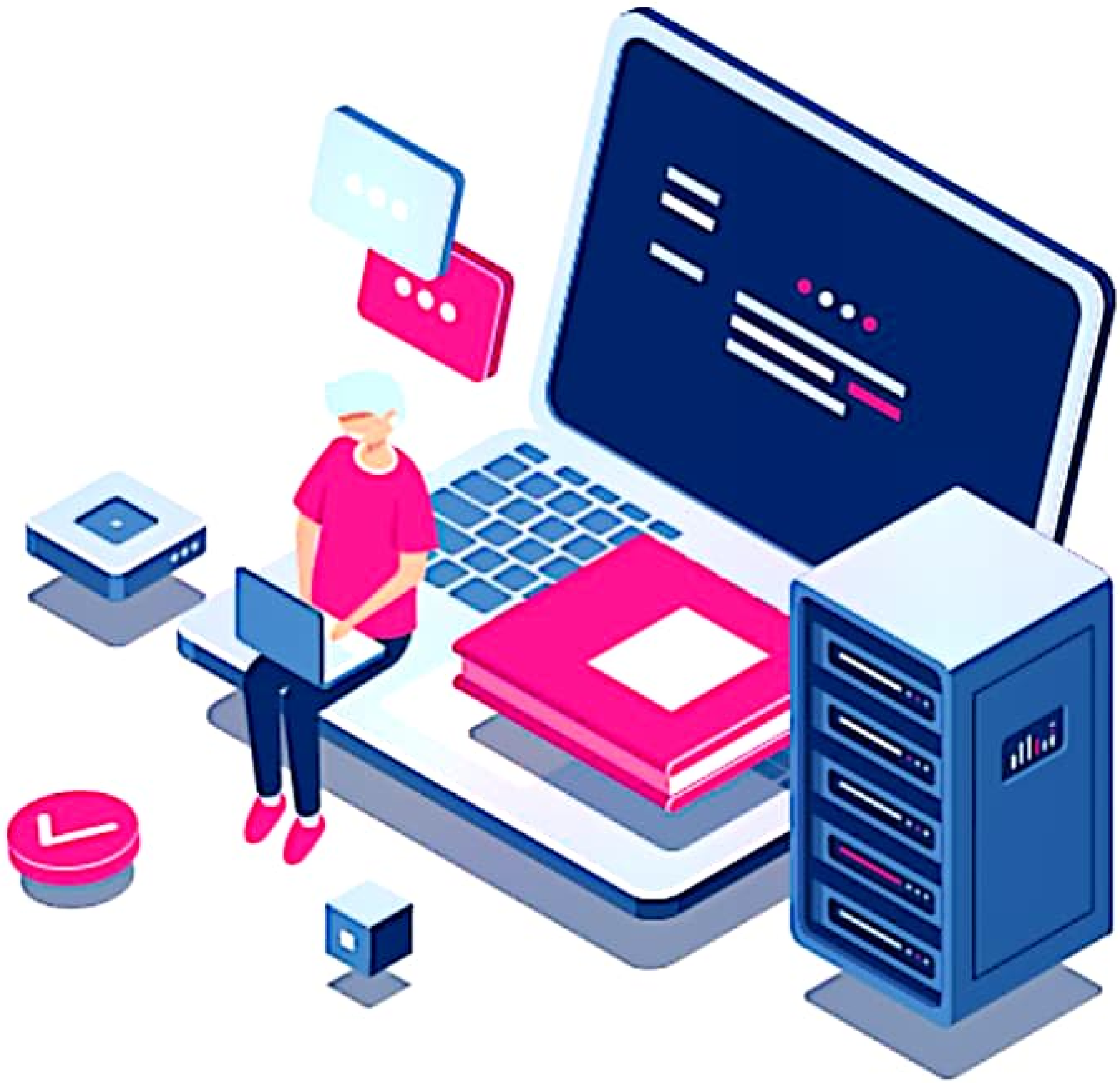
سلسلة
التجمع التعليمي

التجمع التعليمي



القناة الرئيسية: t.me/BAK111

بوت التواصل: @BAK1117_bot

KHATIB Institute

الخطيب للغات والتعليم

الجلسة الامتحانية

٢٠٢١ - ٢٠٢٢

التاسع الأساسي

الرياضيات

الأستاذ : طارق الحسين

011 638 5555
095 666 2022
0932 465 404

khatibinstitute.com

دمشق / تضامن
شارع نسرين / مكتبة الخطيب

النموذج الأول

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة وانقلها إلى ورقة إجابتك في كل بند مما يأتي: **(٦٠ درجة)**

١) العدد $(\sqrt{\sqrt{5}})^2$ هو عدد:

٢) حجم هرم ارتفاعه 6 cm وقاعدته مربع طول ضلعه 2cm يساوي:

٣) إذا كانت x زاوية حادة في مثلث قائم، وكان: $\sin x = cos3x$ فإن x تساوي:

٤) h تابع معرف وفق الصيغة: $h(x) = (x-1)^2 + 3$ فإن: $h(0)$ تساوي:

A	غير عادي	B	عادي	C	صحيح
A	$12cm^3$	B	$24cm^3$	C	$8cm^3$
A	٢٢,٥	B	٩٠	C	٤٥
A	٤	B	٣	C	٠

السؤال الثاني: ضع في ورقة إجابتك كلمة صح أمام العبارة الصحيحة وكلمة غلط أمام العبارة المغلوطة في كل مما يأتي: **(٤٠ درجة)**

١) الربيع الثالث Q_3 للعينة: 2,4,6,8,10,12 هو: ١٠. √

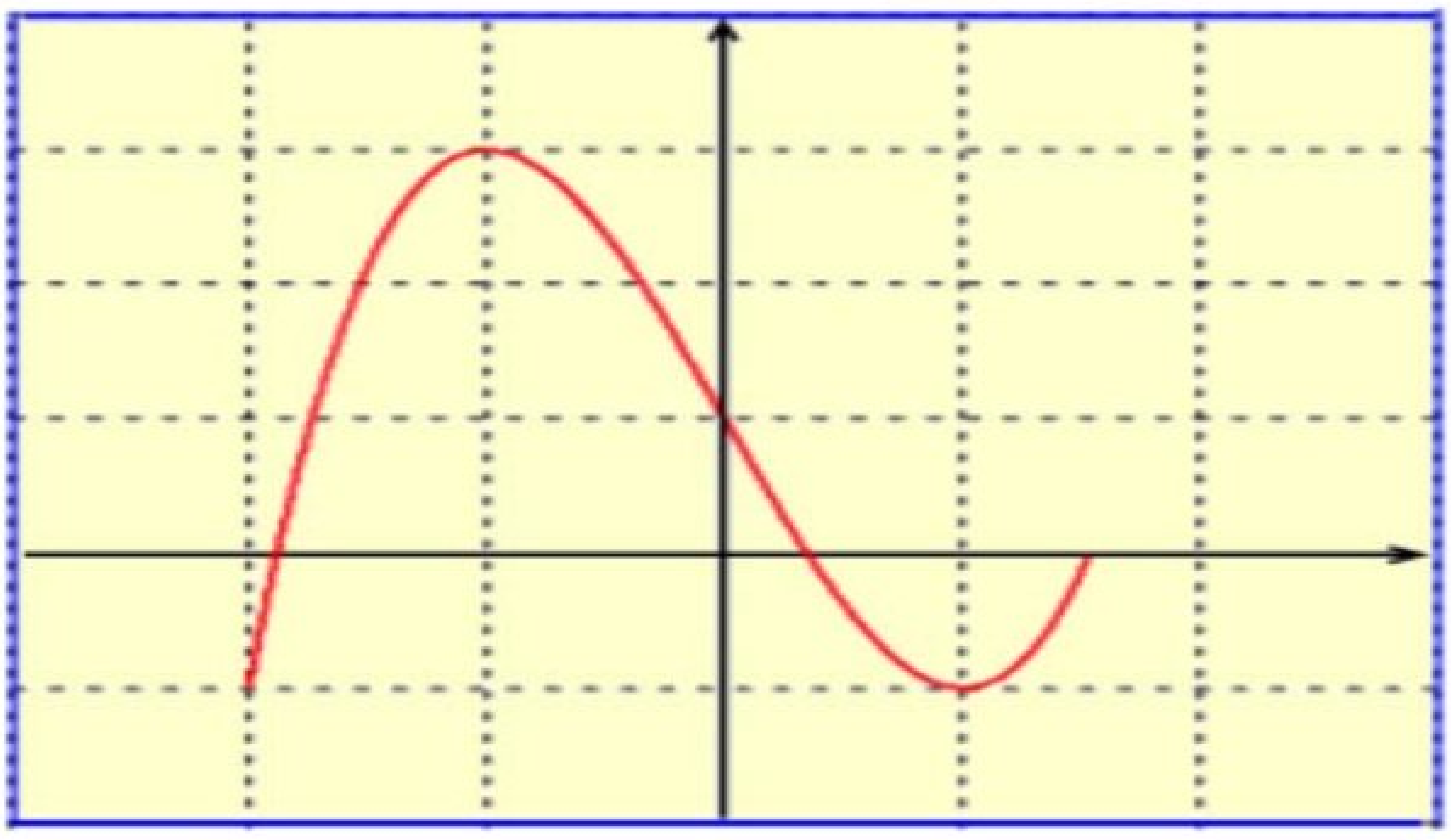
٢) مجسم كروي مركزه O نصف قطره R هو مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق: $OM = R$. ⊗

٣) مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل دوماً ولا يمكن أن يكون مربعاً. ⊗

٤) ABCDEF مسدس منتظم مرسوم في دائرة مركزها O، فإن قياس الزاوية: $\widehat{AOB} = 120$. ⊗

ثانياً: حل التمارين الخمس الآتية: (لكل تمرين 60 درجة):

التمرين الأول:



التابع f هو التابع الممثل بالخط البياني الآتي و **المطلوب:**

١- أوجد مجموعة تعريف التابع f؟ $[-2, 1.5]$

٢- أوجد ما يلي: $f(0), f(-1), f(-2)$؟

$f(0) = 1, f(-1) = 3, f(-2) = -1$

٣- حدد أسلاف كل من الأعداد (-1 و 0)؟

أسلاف العدد 0 هي: $-1.9, 0.4, 1.5$

أسلاف العدد -1 هي: $1, -2$

٤- ما هي أعلى قيمة للتابع؟ وكم تكون قيمة x عندها؟ أعلى قيمة للتابع هي: 3 ويبلغها التابع عند -1

٦- ما هي أدنى قيمة للتابع؟ وكم تكون قيمة x عندها؟ أدنى قيمة للتابع هي: -1 ويبلغ التابع عند -2 و 1

التمرين الثاني:

لدينا المقداران: $A = (x + \frac{1}{\sqrt{2}})^2 + \frac{1}{2}, B = x^2 + \sqrt{2}x + 1$، **والمطلوب:** ١) انشر المقدار A واستنتج أن A=B

٢) أوجد قيمة A من أجل $x = \sqrt{2}$. 3) حل المعادلة $B = \frac{1}{2}$.

الحل: طلب ١ : $A = \left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2} = x^2 + \frac{2}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = x^2 + \sqrt{2}x + 1 = B$

طلب ٢: $A = B = \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}.\sqrt{2} + 1 = 2 + 2 + 1 = 5$.

إعداد: أ. طارق الحسين

طلب ٣: $B=\frac{1}{2}\Rightarrow A=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=0\Rightarrow x+\frac{1}{\sqrt{2}}=0\Rightarrow x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

التمرين الثالث:

عائلتان لدى كل منهما مولودان، نعتبر جنس المولود بمثابة تجربة ذات نتيجتين، بنت (G) وصبي (B). نعتبر أن احتمال ولادة بنت مساوٍ لاحتمال ولادة صبي. **والمطلوب:** ١. ارسم شجرة الإمكانات وضَع على فروعها الاحتمالات المناسبة. ٢. احسب احتمال أن يكون مولودا العائلة من جنس واحد.

٣. طرقت جرس منزل العائلة ذات المولودين ففتح الباب صبي، ما احتمال أن يكون المولود الآخر بنتاً؟

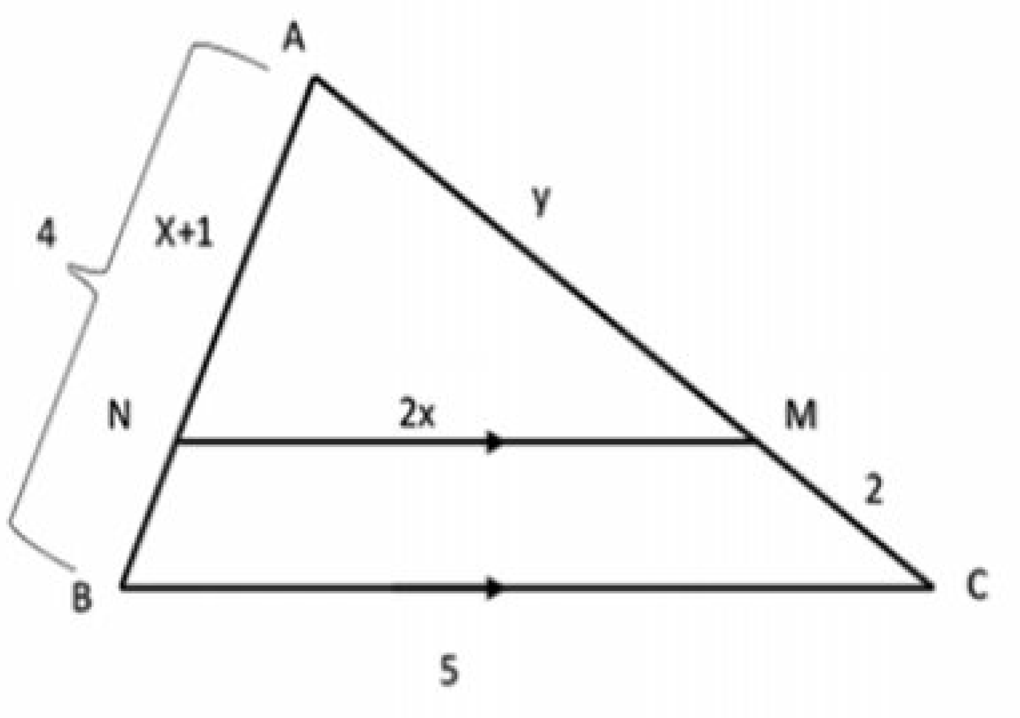
المولود الأول		المولود الثاني	الحدث النهائي	احتمال الحدث النهائي
$\frac{1}{2}$ G	$\frac{1}{2}$	G	(G,G)	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$	B	(G,B)	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$ B	$\frac{1}{2}$	G	(B,G)	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$	B	(B,B)	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

٢. نفرض أن الحدث (E) أن يكون مولودا العائلة من جنس واحد، فهذا يعني تحقق: "حدث صبي صبي" أو "حدث بنت بنت"

$$p(E)=p(B,B)+p(G,G)=p(B)\times p(B)+p(G)\times p(G)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

٣. نفرض أن الحدث D هو أن يكون المولود الآخر بنتاً بعد أن فتح الباب صبي، فإن: $p(D)=\frac{1}{2}$

التمرين الرابع:



ABC مثلث فيه النقطة N من $[AB]$ و النقطة M من $[AC]$ إذا علمت أن $MN//BC$ و

$NM=2x, BC=5, AN=x+1, AB=4, MC=2, AM=y$

المطلوب: ١) اكتب النسب الثلاث. ٢) احسب قيمة كلاً من x, y.

الحل: $\frac{AN}{AB}=\frac{AM}{AC}=\frac{MN}{BC}\Rightarrow\frac{x+1}{4}=\frac{y}{y+2}=\frac{2x}{5}\Rightarrow 5(x+1)=4\times 2x\Rightarrow$

$$5x+5=8x\Rightarrow 5=3x\Rightarrow x=\frac{5}{3}$$

$$\frac{y}{y+2}=\frac{2\times\frac{5}{3}}{5}\Rightarrow\frac{y}{y+2}=\frac{2}{3}\Rightarrow 2(y+2)=3y\Rightarrow 2y+4=3y\Rightarrow 4=y$$

التمرين الخامس: حصل وائل على درجة في امتحان الرياضيات للصف التاسع أكثر من درجة أحمد بمقدار عدد زوجي وأولي في آن واحد. (الدرجة القصوى 60). فإذا علمت أن مجموع درجتي كل من أحمد ووائل في الامتحان تساوي 112. احسب درجة وائل ودرجة أحمد؟

الحل: نفرض أن درجة أحمد =x وأن درجة وائل =y، فإن:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ x + y = 112 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + y = 2 \\ x + y = 112 \end{cases} \Rightarrow 2y = 114 \Rightarrow y = 57 \text{ درجة وائل } \Rightarrow x = 57 - 2 = 55 \text{ درجة أحمد}$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة):

المسألة الأولى: ليكن (d) و $(\acute{d})$ مستقيمان معادلتهما على التوالي $y = x - 2$ و $y + x = 2$ ، **والمطلوب:**

١. حل المعادلتين جبرياً.

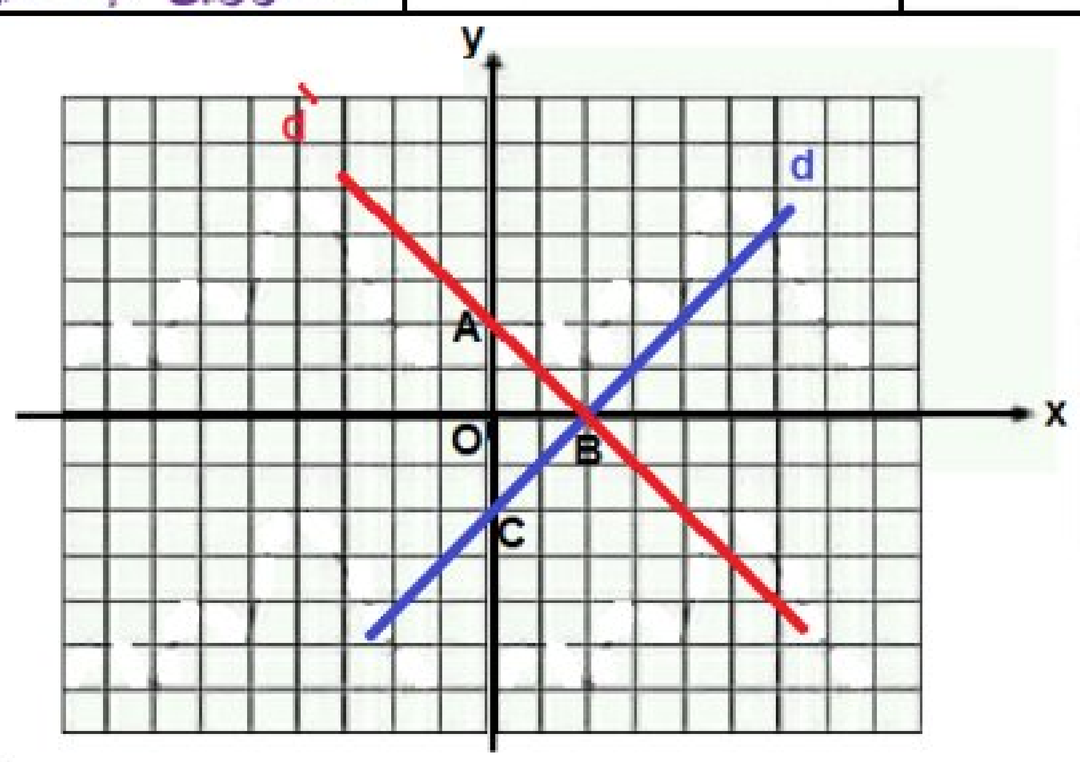
٢. احسب إحداثيات نقاط تقاطع (d) و $(\acute{d})$ مع المحورين الإحداثيين.

٣. ارسم (d) و $(\acute{d})$، ثم استنتج الحل المشترك لمعادلتي المستقيمين بيانياً.

٤. أثبت أن المستقيمان (d) و $(\acute{d})$ متعامدان.

الحل:
$$\begin{cases} d: y = x - 2 \\ \acute{d}: y + x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = -2 \\ y + x = 2 \end{cases} \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = x - 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$$
الثنائية $(2,0)$ حل الجملة

$d: y = x - 2$			$\acute{d}: y + x = 2$		
2	0	x	2	0	x
0	-2	y	0	2	y
$B(2,0)$	$C(0,-2)$	نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين	$B(2,0)$	$A(0,2)$	نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين

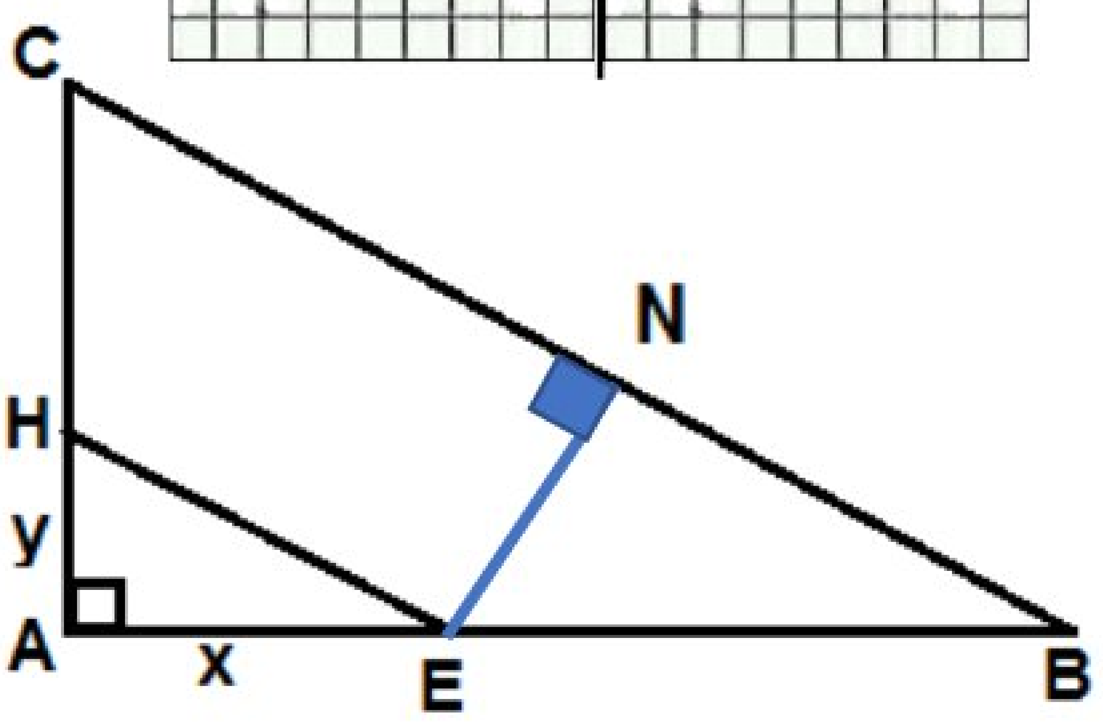


من الشكل نجد أن: نقطة تقاطع d و $\acute{d}$ هي الثنائية $(2,0)$ وهي الحل المشترك لمعادلتي المستقيمين بيانياً.

المثلث ABC فيه: $AO = OC = 2$ وبالتالي BO متوسط متعلق بالضلع AC ولكن:

$$BO = 2 \Rightarrow BO = \frac{1}{2}AC \Rightarrow \hat{B} \text{ قائم في } ABC \text{ المثلث } \Rightarrow \acute{d} \perp d$$

المسألة الثانية:



ABC مثلث قائم في $\hat{A}$، طولا ضلعيه القائمين. $AC = 3\ cm$, $AB = 4\ cm$:

١. احسب طول وتر هذا المثلث. واحسب $\tan(\hat{B})$.

٢. E نقطة على $[AB]$ رُسم منها مستقيم يوازي (BC) ويقطع $[AC]$ في H. لنرمز إلى الطول AE بالرمز x. وللطول AH بالرمز y. أثبت أن: $y = \frac{3}{4}x$.

٣. في حالة $x = 1$ احسب نسبة مساحة AHE إلى مساحة ABC.

٤. ارسم من E عموداً على CB في النقطة N ثم أثبت أن $ENCA$ رباعي دائري.

الحل: المثلث ABC قائم في $\hat{A}$ حسب مبرهنة فيثاغورث فإن: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BC = 5$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$$

$BC//HE$ **حسب مبرهنة النسب الثلاث فإن:** $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AC} = \frac{HE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{HE}{5} \Rightarrow 3x = 4y \Rightarrow y = \frac{3}{4}x$

وبالتالي أطوال الأضلاع المتقابلة للمثلثين ABC و AHE متناسبة وبالتالي فهما متشابهان بنسبة $K = \frac{1}{4}$

وبالتالي: $\frac{\acute{S}}{S} = K^2 = (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}$

الرباعي $ENCA$ فيه: $\hat{A} + \hat{N} = 90 + 90 = 180$ وبالتالي الزاويتان $\hat{N}$ و $\hat{A}$ متقابلتان ومتكاملتان، حسب الحالة ٢ من حالات الرباعي الدائري (إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في مضلع رباعي كان دائرياً) وبالتالي $ENCA$ *رباعي دائري.*

النموذج الثاني

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة وانقلها إلى ورقة إجابتك في كل بند مما يأتي: **(٦٠ درجة)**

١) العدد $\left(\sqrt{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}\right)^2$ هو عدد:

٢) ربع 2^5 يساوي:

٣) $C_2(O_2,5), C_1(O_1,3)$ دائرتان البعد بين مركزيهما: $O_1O_2 = 8$ فإن وضعهما النسبي هو:

٤) مقطع كرة قطرها يساوي 10cm بمستو يبعد عن مركزها مسافة (5cm) هو:

صحيح	C	عادي	B	غير عادي	A
2^2	C	2^3	B	2^4	A
متماستان داخلاً	C	متماستان خارجاً	B	متباعدتان خارجاً	A
نقطة	C	دائرة	B	قرص دائري	A

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

١) $sin^2 30 + cos^2 60 = \frac{1}{2}$.√

٢) المثلثان الطبوقان متشابهان بنسبة K=1. √

٣) العدد 5- هو أحد جذور المعادلة: $-5(x+1)(x-5) = 0$ ⊗

٤) $1mm = 10^6 nm$ √

ثانياً: حل التمارين الخمس الآتية: (لكل تمرين ٦٠ درجة):

التمرين الأول: لدينا المقداران: $A = 2x^2 - x - 1$ و $B = (2x+1)(x-1)$

١) أثبت أن $A = B$.   ٢) استنتج حلول المعادلة $A = 0$.

الحل: $B = (2x+1)(x-1) = 2x^2 - 2x + x - 1 = 2x^2 - x - 1 = A$

$$A = 0 \Rightarrow B = 0 \Rightarrow (2x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 0 & \text{إما} \\ x - 1 = 0 & \text{أو} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

التمرين الثاني: لدينا المتراجحة $4x + 5 \le x - 4$ **والمطلوب:** ١) تحقق أي الأعداد $-5, 0, -1$ حل لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً لها.

٢) حل المتراجحة $4x + 5 \le x - 4$.   ٣) مثّل حلولها على مستقيم الأعداد.

الحل: -1 ليس حل للمتراجحة ⇐ غير محققة $4(-1) + 5 \le^? -1 - 4 \Rightarrow 1 \le -5$

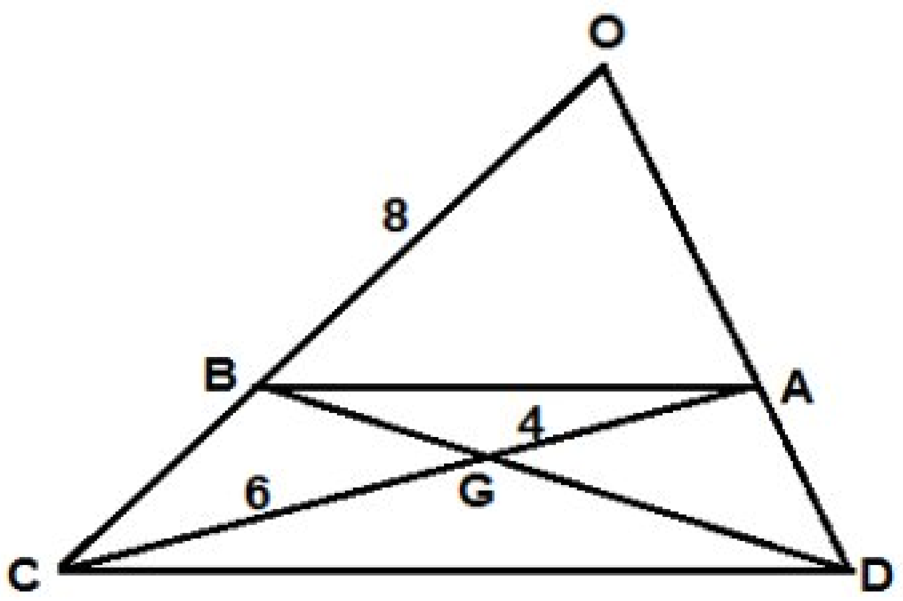
0 ليس حل للمتراجحة ⇐ غير محققة $4(0) + 5 \le^? 0 - 4 \Rightarrow 5 \le -4$

-5 حل للمتراجحة ⇐ محققة $4(-5) + 5 \le^? -5 - 4 \Rightarrow -15 \le -9$

إعداد: أ. طارق الحسين

$$4x + 5 \le x - 4 \Rightarrow 4x - x \le -4 - 5 \Rightarrow 3x \le -9 \Rightarrow x \le -3$$

التمرين الثالث:



$BA//CD$ والمستقيمين OC, OD متقاطعان في O، والمستقيمين CA, BD متقاطعان في G، تأمل الشكل المجاور ثم أجب عن الأسئلة التالية: ١- قارن بين النسبتين $\frac{GA}{GC}$ و $\frac{OB}{OC}$ ثم استنتج طول BC.

٢- احسب نسبة مساحتي المثلثين GCD و ABG.

الحل: AB//CD والمستقيمين OC,OD متقاطعين حسب مبرهنة النسب الثلاث فإن:

العلاقة1 $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{8}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD}$ ، AB//CD والمستقيمين BD,AC متقاطعين حسب مبرهنة النسب الثلاث فإن:

العلاقة2 $\frac{GA}{GC} = \frac{GB}{GD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{GB}{GD} = \frac{AB}{CD}$ ، بالمقارنة بين العلاقتين ١ و ٢ فإن: $\frac{OB}{OC} = \frac{GA}{GC}$ وبالتالي: $\frac{4}{6} = \frac{8}{OC} \Rightarrow OC = \frac{48}{4} = 12$

وبالتالي: $BC = 12 - 8 = 4$، من العلاقة ٢ نجد أن: أطوال الأضلاع المتقابلة للمثلثين GCD و GAB متناسبة فهما متشابهان بنسبة:

$K = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ وبالتالي: $\frac{\acute{S}}{S} = K^2 = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$.

التمرين الرابع:

الآن عمر سامر ١١ سنة وعمر غيث ٢٦ سنة، بعد كم سنة يصبح عمر غيث مساوياً ضعفي عمر سامر؟

الحل: نفرض أن عدد السنوات المطلوب حسابها = x وبالتالي:

	الآن	بعد x سنة
عمر غيث	26	$26 + x$
عمر سامر	11	$11 + x$

$$26 + x = 2(11 + x) \Rightarrow 26 + x = 22 + 2x \Rightarrow x = 4$$

وبالتالي بعد ٤ سنوات يصبح عمر غيث ضعفي عمر سامر.

التمرين الخامس:

مخروط دوراني، نصف قطر قاعدته $9cm$، قُطع بمستوٍ يوازي قاعدته وقطع ارتفاعه في نقطة تقسم الارتفاع بنسبة $\frac{2}{1}$ بدءاً من رأس المخروط. احسب مساحة المقطع.

الحل: $S_{b\ \text{المخروط}} = \pi r^2 = \pi(9)^2 = 81\pi cm^2$، إن مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي قاعدته هو دائرة مصغرة عن القاعدة وبالتالي سينشأ مخروطين متشابهين وبالتالي: $\frac{\acute{S}}{S} = K^2 = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\text{المقطع}} = \frac{4}{9} \times 81\pi = 36\pi cm^2$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة):

المسألة الأولى:

لتكن لدينا جملة المعادلتين الآتية: $\begin{cases} d_1: x + my = 3 \\ d_2: mx - y = 1 \end{cases}$ والمطلوب: ١- أوجد قيمة m لتكون الثنائية (2,1) حلاً للجملة السابقة.

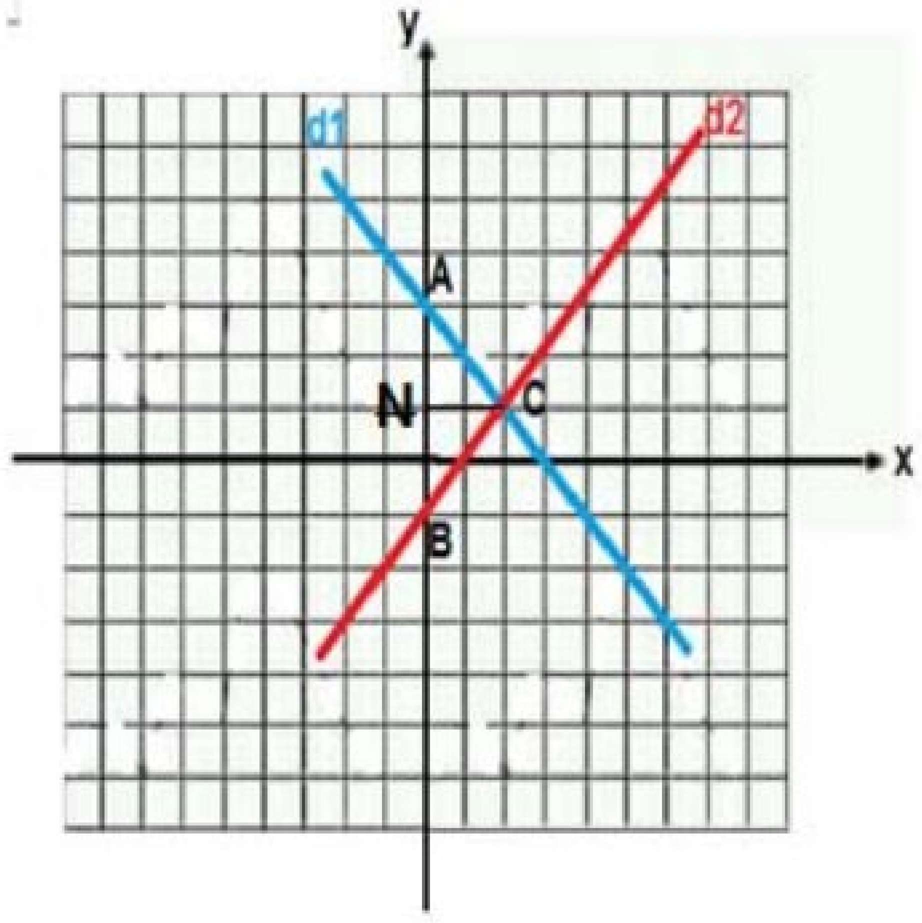
٢- بفرض $m = 1$ ارسم كلاً من المستقيمين d_1, d_2 واستنتج الحل البياني المشترك لجملة معادلتيهما.

٣- بفرض A نقطة تقاطع d_1 مع محور التراتيب و B نقطة تقاطع d_2 مع محور التراتيب و C نقطة تقاطع d_1, d_2، احسب مساحة المثلث ABC.

إعداد: أ. طارق الحسين

الحل: نعوض (2,1) في الجملة كونها حلاً لها: $\begin{cases} 2+m(1)=3 \\ m(2)-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ 2m=2 \end{cases} \Rightarrow m=1$

$d_2: x-y=1$			$d_1: x+y=3$		
x	0	1	x	0	3
y	-1	0	y	3	0
نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين	$B(0,-1)$	$(1,0)$	نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين	$A(0,3)$	$(3,0)$

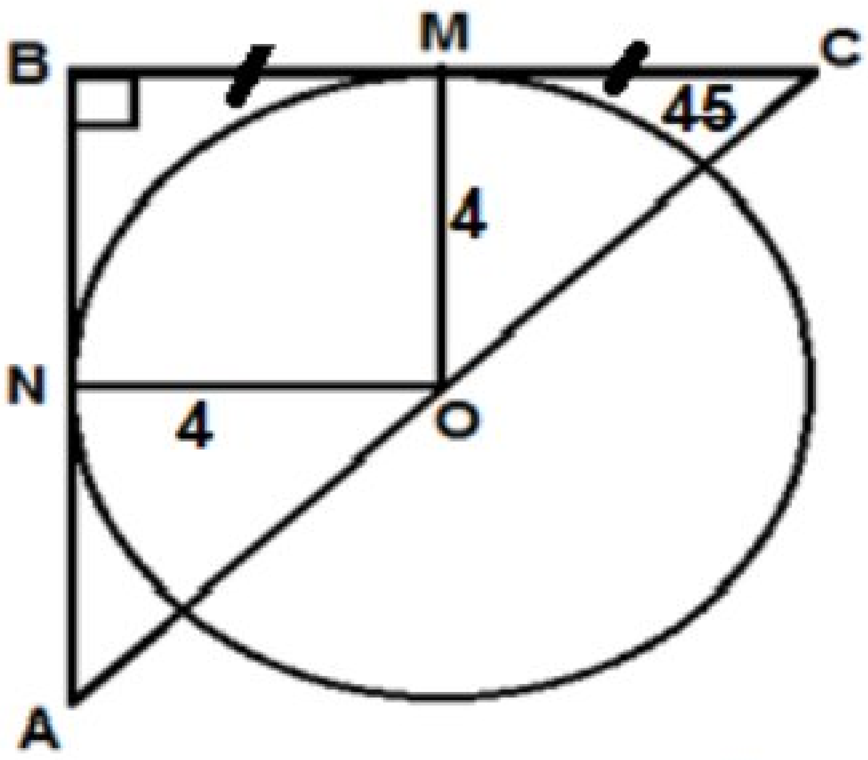


من الشكل نجد أن الثنائية (2,1) هي نقطة تقاطع المستقيمين الممثلين للجملة وبالتالي هو حل الجملة بيانياً.

$$S_{ABC} = \frac{B \times h}{2} = \frac{AB \times CN}{2} = \frac{4 \times 2}{2} = 2cm^2$$

المسألة الثانية:

ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فيه: AB, BC مماسان للدائرة $C(O,4)$ في النقطتين N, M على الترتيب، وفيه: $AC = 8\sqrt{2}, \hat{C} = 45$ ، M منتصف BC، **والمطلوب:**



١- احسب طول [BC]. ٢- أثبت أن $AB//OM$. ٣- ما نوع الرباعي $BMON$؟ مع الشرح؟ ٤- أثبت أن المثلث OMC تصغير للمثلث ABC واحسب معامل التصغير؟
٥- احسب نسبة مساحتي المثلثين OMC و ABC؟ ٦- إذا علمت أن O منتصف AC، احسب طول BO؟

الحل: المثلث ABC قائم في $\hat{B}$ وفيه $\hat{C} = 45$ فهو متساوي الساقين أيضاً وبالتالي:

$AB = BC = x$ حسب مبرهنة فيثاغورث فإن: $AC^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow$

$$(8\sqrt{2})^2 = 2x^2 \Rightarrow 128 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8 = BC$$

BC مماس للدائرة C في النقطة M فإن: $BC \perp OM(R)$, ولدينا: $BC \perp AB$ فإن: $AB//OM$ لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان.

AB مماس للدائرة C في النقطة N فإن: $AB \perp ON(R)$، أصبح الرباعي $BMON$ جميع زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان هما $ON = OM = R = 4$ فهو مربع. $OM//AB$ حسب مرهنة النسب الثلاث فإن: $\frac{CM}{CB} = \frac{CO}{CA} = \frac{MO}{AB} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{CO}{8\sqrt{2}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = K$
وبالتالي أطوال الأضلاع المتقابلة في المثلثين MOC و ABC متناسبة فهما متشابهان. $K = \frac{1}{2} < 1$ فإن المثلث MOC تصغير للمثلث ABC.

$\frac{\acute{S}}{S} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ، OB متوسط متعلق بالوتر $AC \Leftarrow OC = OA$ ، المثلث ABC قائم فإن طول المتوسط المتعلق بالوتر =نصف الوتر. وبالتالي: $BO = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

النموذج الثالث

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة وانقلها إلى ورقة إجابتك في كل بند مما يأتي: **(٦٠ درجة)**

	C		B		A	
١) العددان: $\sqrt{2}, \pi$ هما عددان غير عاديان لأنهما:	C	منتهيان	B	غير منتهيان دوريان	A	غير منتهيان غير دوريان
٢) الكسر المختزل للكسر $\frac{3}{\sqrt{3}}$ هو:	C	$\frac{\sqrt{3}}{1}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	A	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$
٣) العدد $2\sqrt{27} + 3\sqrt{108} - 5\sqrt{300}$ يساوي:	C	0	B	$10\sqrt{3}$	A	$-26\sqrt{3}$
٤) في تجربة إلقاء حجر نرد مرقم من ١ وحتى ٦، الحدثان: A: ظهور عدد أكبر أو يساوي 5، B: ظهور عدد أصغر تماماً من 4 هما حدثان:	C	متنافيان	B	متعاكسان	A	أكيدان

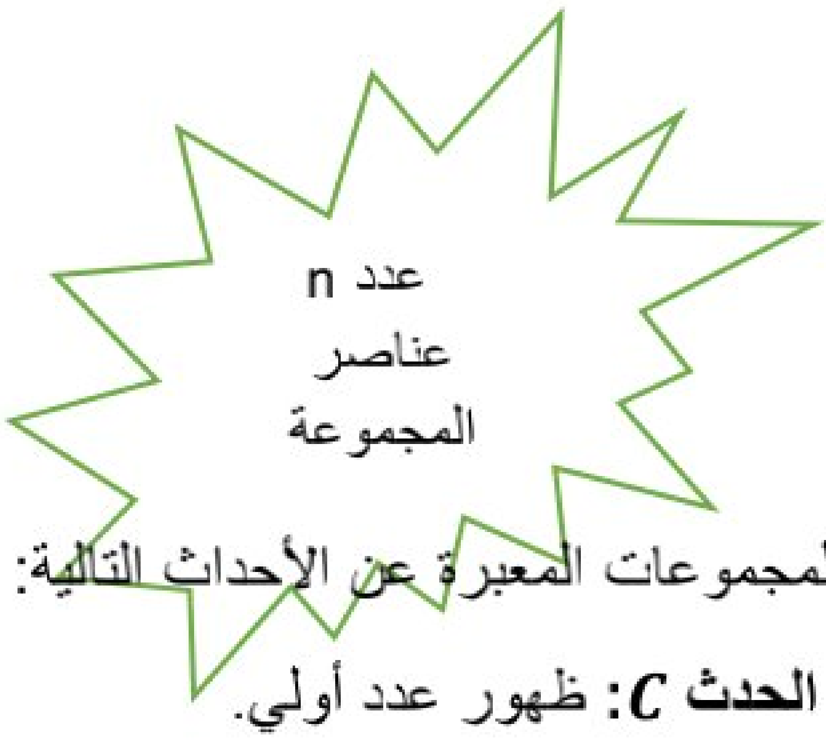
السؤال الثاني: ضع في ورقة إجابتك كلمة صح أمام العبارة الصحيحة وكلمة غلط أمام العبارة المغلوطة في كل مما يأتي: **(٤٠ درجة)**

١) إذا كان: $p(A) = 0.25$ فإن: $p(\acute{A}) = 0.75$. √

٢) معادلة مستقيم يمر بمبدأ الإحداثيات ولا يوازي محور التراتيب هي: $y = ax + b$، حيث: a, b عددان عاديان غير معدومان. ⊗

٣) إذا كان بعد مستقيم عن مركز الدائرة أكبر من نصف قطرها، فهو قاطع للدائرة. ⊗

٤) إذا ضربنا أطوال أضلاع مثلث بالعدد ٣، نحصل على مثلث مشابه له يحقق العلاقة: $\acute{S} = 9.S$. √



ثانياً: حل التمارين الخمس الآتية: (لكل تمرين ٦٠ درجة):

التمرين الأول:

في تجربة رمي حجر نرد مرقم من١ وحتى 6، **أجب عن الأسئلة التالية:**١ - اكتب فضاء العينة؟واكتب المجموعات المعبرة عن الأحداث التالية:

الحدث A: ظهور عدد فردي. **الحدث B:** ظهور عدد n يحقق العلاقة $2 \leq n < 5$. **الحدث C:** ظهور عدد أولي.

٢- احسب الاحتمالات الآتية: $p(A), p(B), p(C), p(A \cap B), p(\acute{A}), p(A \cup C)$.

الحل: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$، $A = \{1,3,5\}$, $B = \{2,3,4\}$, $C = \{2,3,5\}, A \cap B = \{3\}, A \cup C = \{1,2,3,5\}$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, p(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, p(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, p(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6},$$

$$p(\acute{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \quad p(A \cup C) = \frac{n(A \cup C)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

التمرين الثاني:

ABC مثلث قائم في $\hat{B}$، فيه: $BC = 165, AB = 341,$ **والمطلوب**: ١- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 165,341.

٢- أوجد $tan\ \widehat{BAC}$ واكتبه بشكل كسر مختزل.

الحل:

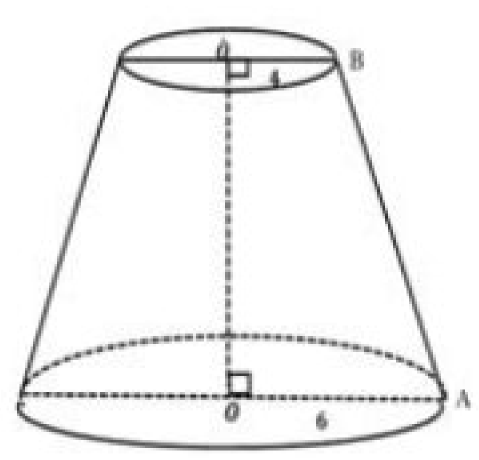
الباقي	المقسوم عليه	المقسوم
11	165	341
0	11	165

لأنه آخر باقي غير معدوم $GCD(341,165) = 11$

$$tan\widehat{BAC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{165}{341} = \frac{15}{31}$$

التمرين الثالث:

في الشكل المرسوم جانباً: جذع مخروط دوراني ارتفاعه $h = O\grave{O} = 8$ ونصفا قطري قاعدتيه $r = OA = 6$, $\grave{r} = \grave{O}B = 4$. **والمطلوب:**



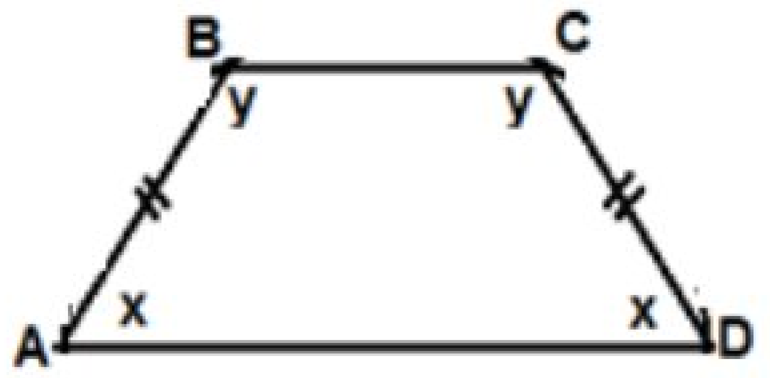
١) احسب $\grave{S}$ و S مساحة كل من قاعدتي الجذع الصغرى والكبرى على الترتيب.٢) إذا علمت أن حجم جذع المخروط يعطى بالعلاقة: $V = \frac{\pi}{3}(r^2 + \grave{r}^2 + r\grave{r}) \times h$، احسب V. ٣) احسب مساحة شبه المنحرف $OAB\grave{O}$.

الحل: $S = \pi(6)^2 = 36\pi$, $\acute{S} = \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$

$$V = \frac{\pi}{3}[(6)^2 + 4^2 + 6(4)] \times 8 = \frac{\pi}{3}(76) \times 8 = \frac{608}{3}\pi$$

$$S_{OAB\grave{O}} = \frac{(B_1 + B_2) \times h}{2} = \frac{(4+6) \times 8}{2} = 40$$

التمرين الرابع:



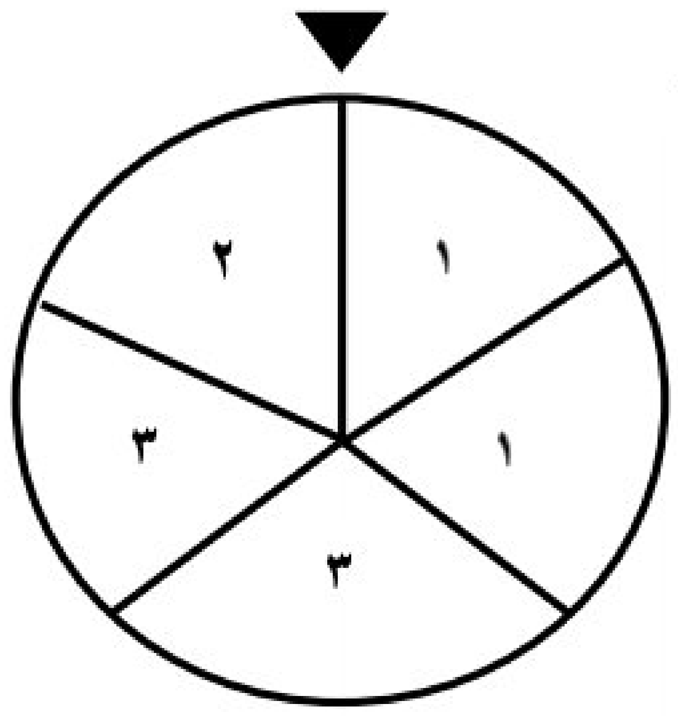
$ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين، فيه: $AB=CD$، أثبت أن $ABCD$ رباعي دائري، وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه.

الحل: $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين (فرضاً) وبالتالي: زاويتا القاعدة الكبرى متساويتان وزاويتا القاعدة الصغرى متساويتان، وبفرض: $\hat{A} = \hat{D} = x \quad , \hat{B} = \hat{C} = y$ وبما أن مجموع الزوايا الداخلية في أي مضلع رباعي $= 360 \Leftarrow 2x + 2y = 360 \Leftarrow x + y = 180 \Leftarrow \hat{A} + \hat{C} = 180 \Leftarrow$ الزاويتان $\hat{A}$ و $\hat{C}$ متقابلتان ومتكاملتان وحسب الحالة ٢ من حالات الرباعي الدائري (إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان دائرياً) $\Leftarrow$ الرباعي $ABCD$ رباعي دائري.

بفرض الدائرة C تمر برؤوس الرباعي الدائري $ABCD$ فإن C تمر برؤوس المثلث ABC وبالتالي مركزها هو نقطة تلاقي محاور أضلاعه.

التمرين الخامس:

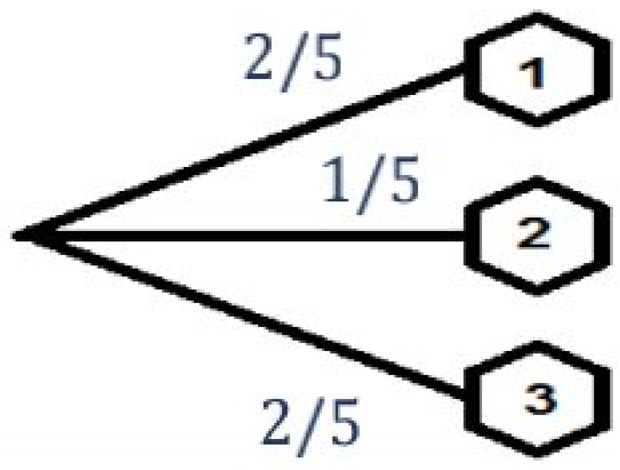
في الشكل المجاور دولاب متجانس مقسم إلى خمسة أقسام متساوية، ندور هذا الدولاب وبعد أن يستقر نقرأ العدد المكتوب الذي يستقر عليه.



A حدث ظهور العدد 1، B حدث ظهور عدد زوجي. ١) ارسم شجرة الإمكانات مزوداً فروعها باحتمالات النتائج.

٢) احسب احتمال الحدث A ثم احتمال الحدث B. ٣) هل الحدثان A و B متنافيان مبرراً إجابتك؟

الحل:



$$\Omega = \{1,1,2,3,3\}, A = \{1,1\}, B = \{2\}, p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}, \qquad p(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{5},$$

$A \cap B = \emptyset, A \cup B = \{1,1,2\} \neq \Omega \Rightarrow$ A و B متنافيان

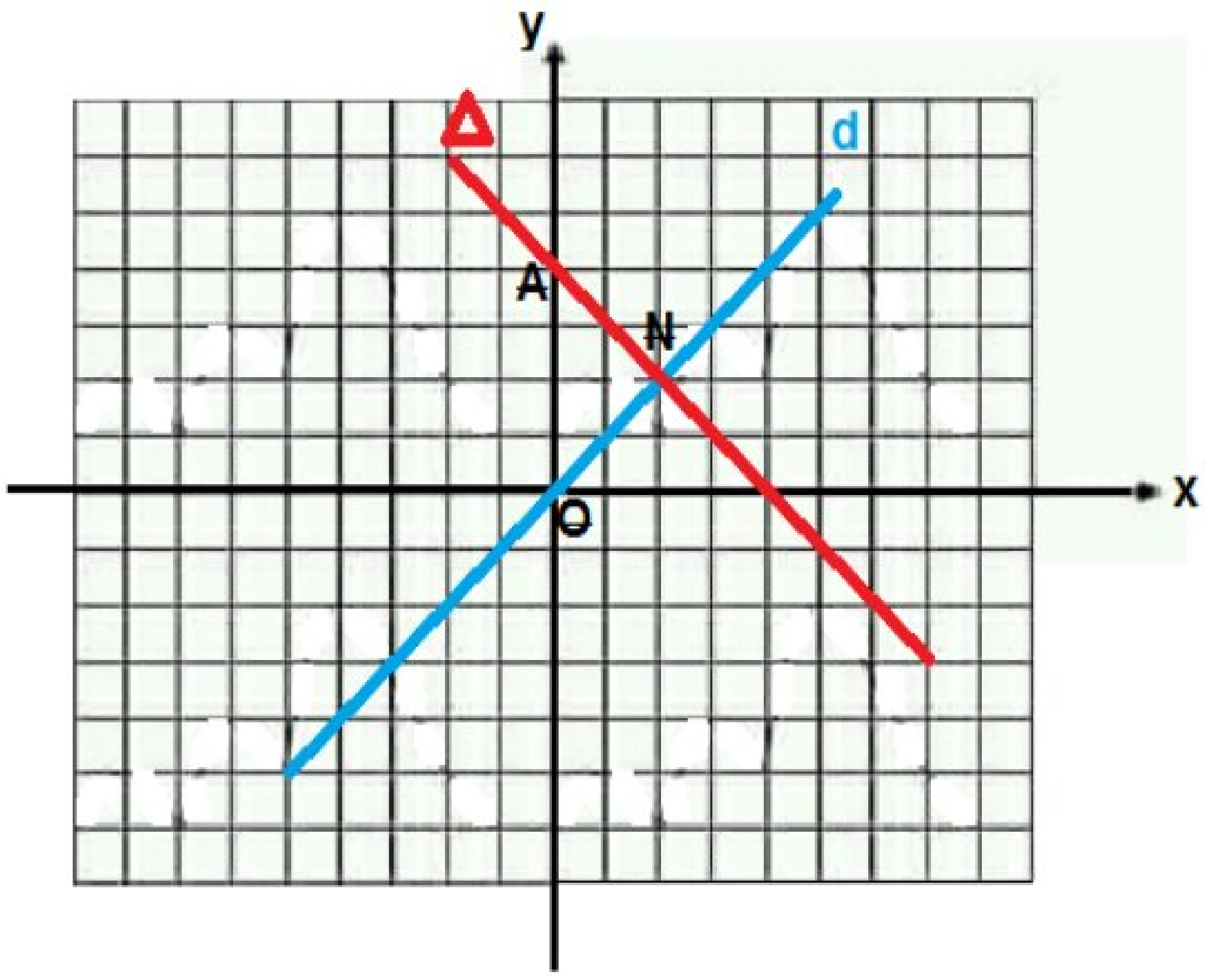
ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة):

المسألة الأولى: ليكن (d), (Δ) مستقيمين معادلتهما على التوالي: $\begin{cases} d: y = x \\ \Delta: x + y = 4 \end{cases}$ **المطلوب:** ١) تحقق أن النقطة $N\ (2, 2)$ تنتمي لكل من المستقيمين (d), (Δ). ٢) إذا كانت النقطة A نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب، جد إحداثيي النقطة A.

إعداد: أ. طارق الحسين

٣) في معلم متجانس عيّن كل من النقطتين A و N، ثم أرسم كل من المستقيمين $(\Delta),(d)$.

٤) احسب $\tan\widehat{AON}$.

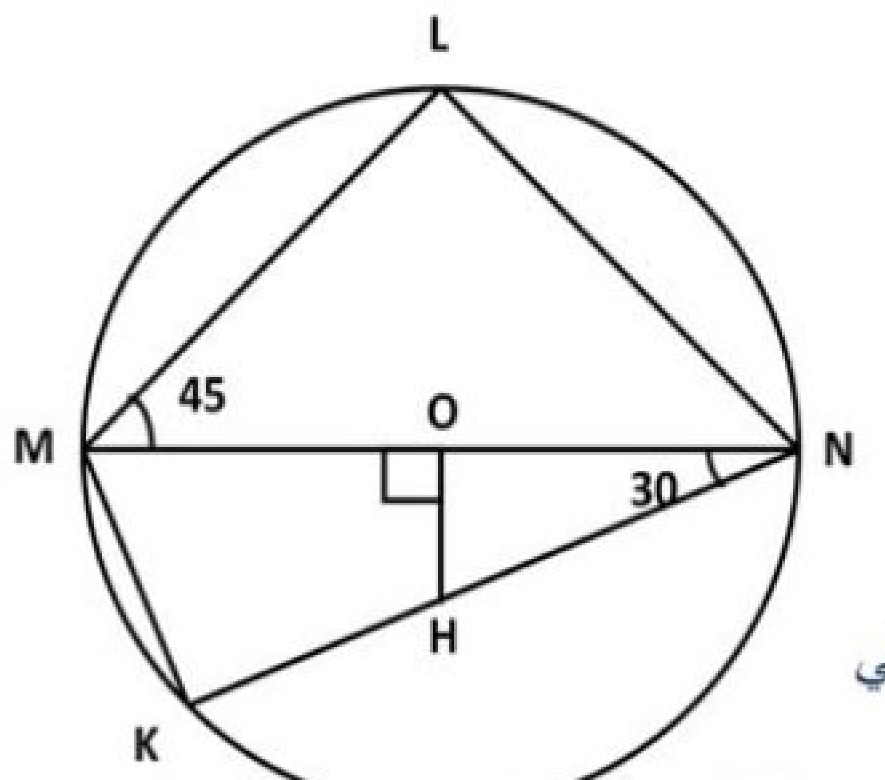


الحل: نعوض $N\ (2,2)$ في الجملة: $\begin{cases} 2=2 \text{ محققة} \\ 2+2=4 \text{ محققة} \end{cases}$ وبالتالي $N\in d,\ N\in\Delta$ ، $0+y=4 \Rightarrow y=4 \Rightarrow A(0,4)$

$AO=4$ وطول المتوسط المتعلق بالضلع AO في المثلث AON = 2 مما يعني أن المتوسط = نصف الضلع AO وبالتالي المثلث AON قائم في $\widehat{N}$ وإن المتوسط المتعلق بالضلع AO هو ارتفاع أيضاً وبالتالي المثلث AON هو قائم ومتساوي الساقين أيضاً. وبالتالي $AN=ON$

$$tan\widehat{AON}=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}=\frac{AN}{ON}=1$$

__المسألة الثانية:__ K,M,L,N نقاط من دائرة مركزها O حيث MN قطر في الدائرة طوله 8cm، $\widehat{KNM}=30,\widehat{LMN}=45$ **__والمطلوب__**:



١) ما نوع المثلث LMN بالنسبة لأضلاعه؟ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{MNL}$.

٢) احسب قياس كل من $\widehat{LMK},\widehat{MKN}$

٣) احسب طول كلاً من kN,MK,ML.

٤) إذا كان $HO\ \perp MN$ أثبت أن الرباعي $OHKM$ دائري، عين مركز الدائرة المارة برؤوسه.

الحل: المثلث LMN تمر بروؤسه الدائرة C وأحد أضلاعه MN هو قطر تلك الدائرة وبالتالي فهو قائم في الزاوية $\widehat{L}$ وبالتالي: $\widehat{M}=45=(90+45)-180=\widehat{N}$ وبالتالي المثلث LMN قائم ومتساوي الساقين. المثلث MKN تمر بروؤسه الدائرة C وأحد أضلاعه MN هو قطر تلك الدائرة وبالتالي فهو قائم في $\widehat{K}$ وبالتالي: $\widehat{KMN}=180-(90+30)=60 \Rightarrow \widehat{LMK}=45+60=105$

المثلث MLN قائم في $\widehat{L}$ فيه: $cos\widehat{M}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{LM}{8}\Rightarrow cos45=\frac{LM}{8}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{LM}{8}\Rightarrow LM=\frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

المثلث MKN قائم في $\widehat{K}$ فيه $\widehat{N}=30$ وبالتالي: $MK=\frac{1}{2}\times MN=\frac{1}{2}\times 8=4$ (لأن طول الضلع المقابلة للزاوية 30 في المثلث القائم يساوي نصف الوتر). وبالتالي: $sin60=\frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}}=\frac{KN}{8}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{KN}{8}\Rightarrow KN=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

الرباعي $OHKM$ فيه: $\widehat{O}+\widehat{K}=90+90=180$ وبالتالي الزاويتان $\widehat{O},\widehat{K}$ متقابلتان ومتكاملتان حسب الحالة ٢ من حالات الرباعي الدائري (إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان دائرياً) وبالتالي الرباعي $OHKM$ دائري. ومركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف MH الوتر المشترك للمثلثين القائمين MOH و MKH.

دورة دمشق ٢٠٢٠

__أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:__

__السؤال الأول:__ اختر الإجابة الصحيحة وانقلها إلى ورقة إجابتك في كل بند مما يأتي: **(٦٠ درجة)**

١) العدد $\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}$ يساوي:

٢) العدد $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$ هو:

٣) العددان الأوليان فيما بينهما:

٤) مسدس منتظم مرسوم في دائرة نصف قطرها 5 cm عندئذ محيط المسدس يساوي:

A	$7\sqrt{3}$	B	15	C	$15\sqrt{3}$
A	عادي	B	غير عادي	C	صحيح
A	42 و8	B	32 و11	C	33 و27
A	9 cm	B	15 cm	C	30 cm

<u>السؤال الثاني:</u> ضع في ورقة إجابتك كلمة صح أمام العبارة الصحيحة وكلمة غلط أمام العبارة المغلوطة في كل مما يأتي: (٤٠ درجة)

١) الكسر $\frac{45}{63}$ هو كسر مختزل. ⊗

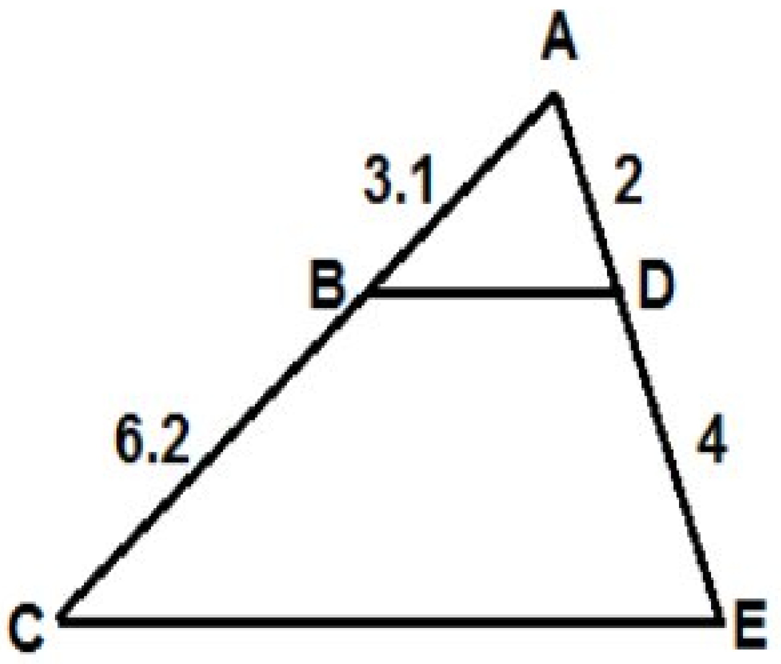
٢) $\cos 20 = \sin 70$. √

٣) $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}$ يساوي ٤. ⊗

٤) العدد (-١) هو أحد حلول المعادلة $(2x+2)(x-3)=0$. √

<u>ثانياً: حل التمارين الخمس الآتية: (لكل تمرين ٦٠ درجة):</u>

<u>التمرين الأول:</u>



في الشكل المجاور: المثلث ACE فيه: $CB = 6.2\ , AB = 3.1, AD = 2, DE = 4, BD = 3$

<u>المطلوب:</u>

١) احسب النسبتين: $\frac{AB}{AC}, \frac{AD}{AE}$ واكتبهما بشكل كسرين مختزلين. واستنتج أن المستقيم (BD) يوازي المستقيم (CE).

٢) اكتب النسب الثلاث المتساوية في المثلثين BAD و CAE واحسب الطول CE.

الحل: $\frac{AB}{AC} = \frac{3.1}{9.3} = \frac{1}{3}$ و $\frac{AD}{AE} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ نلاحظ أن: $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{1}{3}$ وإن ترتيب النقاط A,B,C على المستقيم (AC) مماثل لترتيب النقاط A,D,E على المستقيم (AE) وحسب عكس مبرهنة النسب الثلاث فإن : $BD//CE$ وحسب مبرهنة النسب الثلاث فإن:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{3}{CE} \Rightarrow CE = \frac{3\times 3}{1} = 9$$

<u>التمرين الثاني:</u> نلقي حجر نرد متجانس أوجهه تحمل الأرقام 1,2,3,4,5,6 ونعرّف الأحداث: الحدث A: "ظهور عدد أصغر أو يساوي 2". الحدث B: "ظهور عدد فردي". الحدث C: "ظهور عدد أكبر أو يساوي ٣". **والمطلوب**: ١) احسب احتمال الحدث A، ثم احتمال الحدث B.

٢) احسب احتمال الحدث $\acute{A}$ حيث: $\acute{A}$ الحدث المعاكس للحدث A. ٣) احسب احتمال الحدث C.

الحل: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ ، $A = \{1,2\},\ B = \{1,3,5\},\ C = \{3,4,5,6\}$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, p(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, p(\acute{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, p(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

<u>التمرين الثالث:</u>

١) نتأمل المقدار: $A = (x-5)^2 - 9$. **<u>والمطلوب</u>**: a) انشر المقدار A ثم اختزله. b) حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

٢) احسب قيمة العدد: $B = \frac{4^3\times 3^2\times 15}{2^6\times 3^3}$.

الحل: $A = (x-5)^2 - 9 = x^2 - 10x + 25 - 9 = x^2 - 10x + 16$

<u>إعداد: أ. طارق الحسين</u>

$$A = (x-5)^2 - 9 = (x-5+3)(x-5-3) = (x-2)(x-8)$$

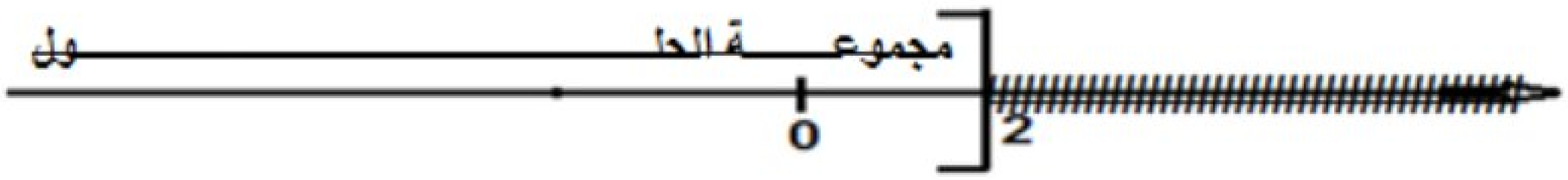
$$B = \frac{4^3 \times 3^2 \times 15}{2^6 \times 3^3} = \frac{(2^2)^3 \times 3^2 \times 3 \times 5}{2^6 \times 3^3} = 5$$

التمرين الرابع:

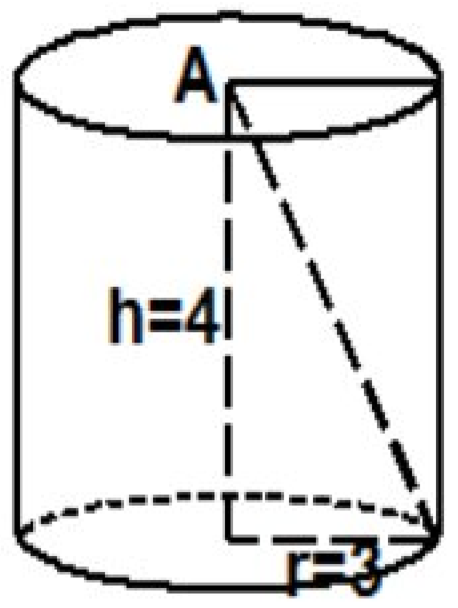
أولاً: ليكن التابع f المعطى بالصيغة: $f(x) = 2x + 1$. والمطلوب: ١) احسب كلاً من: $f(0), f\left(\frac{1}{2}\right)$. ٢) جد أسلاف العدد (5).

الحل: $f(0) = 2(0) + 1 = 1, f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$ وأسلاف 5 هي ٢ لأن: $5 = 2x + 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

ثانياً: حل المتراجحة: $2x + 1 \leq 5$، ومثل الحلول على مستقيم الأعداد. $2x + 1 \leq 5 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$



التمرين الخامس:



في الشكل المجاور: أسطوانة نصف قطر قاعدتها: r=3 وارتفاعها h=4. **والمطلوب:** ١) احسب محيط قاعدة الأسطوانة، ومساحتها الجانبية. ٢) احسب مساحة قاعدة الإسطوانة، ثم احسب حجمها.

٣) احسب $\tan\hat{\theta}$. حيث الزاوية $\hat{\theta}$ هي الزاوية بين الارتفاع والمولد.

الحل: $P_b = 2\pi r = 2\pi(3) = 6\pi, \quad S_l = P_b \times h = 6\pi \times 4 = 24\pi,$

$$S_b = \pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi, V = S_b \times h = 9\pi \times 4 = 36\pi$$

$$tan\hat{\theta} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{3}{4}$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة):

المسألة الأولى:

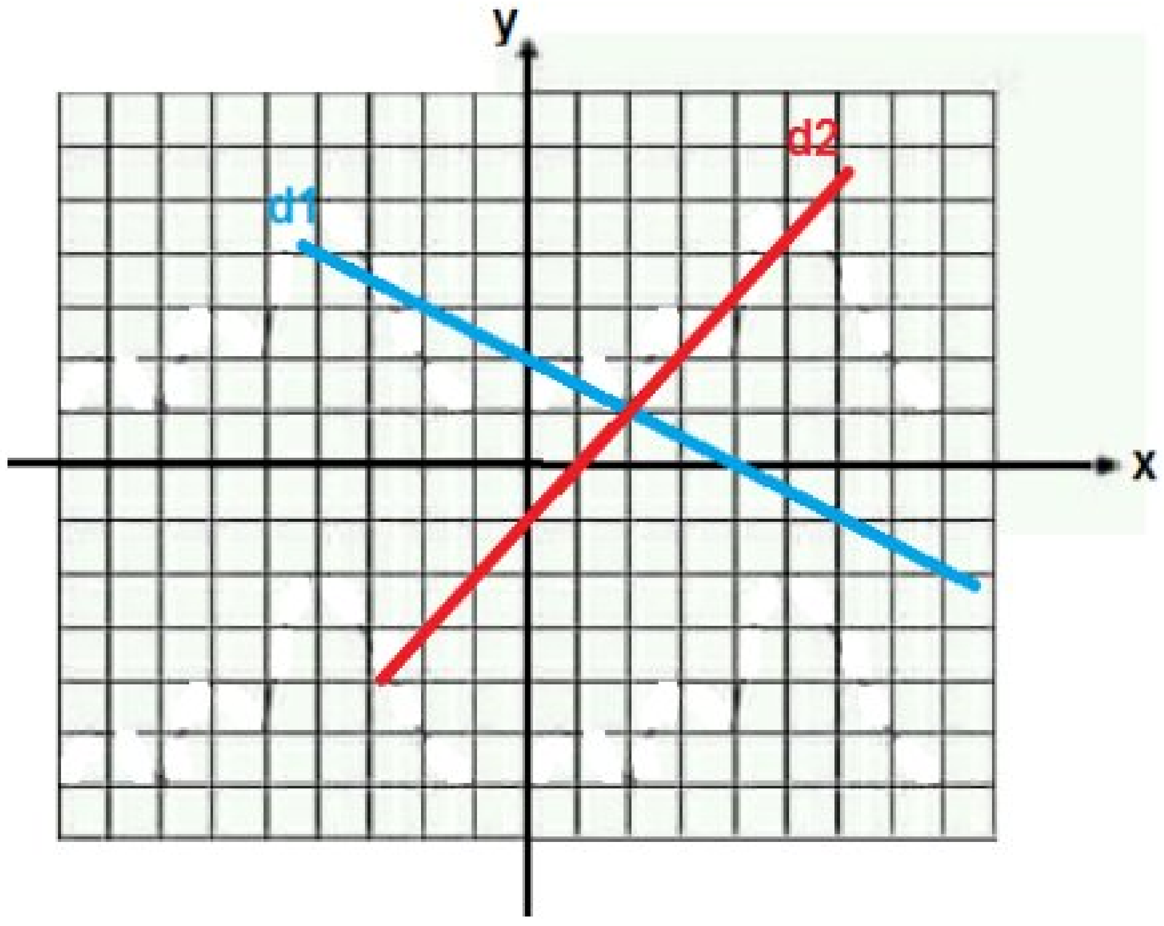
١). المستقيمان $(d_1), (d_2)$ معادلتاهما: $\begin{cases} d_1: x + 2y = 4 \\ d_2: x - y = 1 \end{cases}$ **المطلوب:** a) حل جملة المعادلتين جبرياً. b) في معلم متجانس ارسم المستقيمين $(d_1), (d_2)$، وعيّن احداثيتي نقطة التقاطع.

الحل: $\begin{cases} d_1: x + 2y = 4 \\ d_2: x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x = 1 + y \end{cases} \Rightarrow 1 + y + 2y = 4 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 = 2 \Rightarrow$

الثنائية (2,1) هي حل الجملة.

$d_1: x + 2y = 4$			$d_2: x - y = 1$		
x	0	4	x	0	1
y	2	0	y	-1	0
نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين	(0,2)	(4,0)	نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين	$(0,-1)$	(1,0)

من الشكل نجد أن: نقطة تقاطع المستقيمين هي الثنائية (2,1) وهي الحل المشترك لجملة المعادلتين بيانياً.



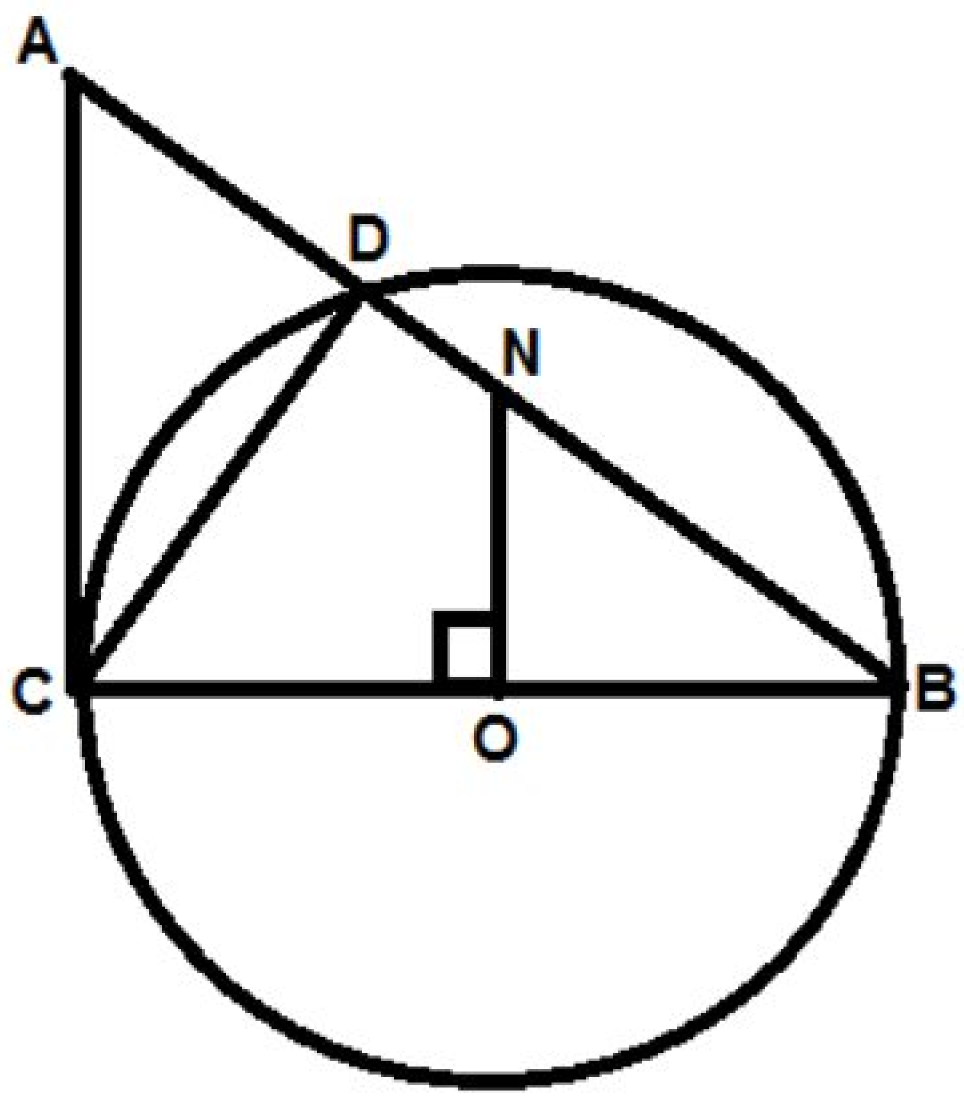
٢). إذا كان مجموع العددين yو x يساوي 2، وكان ثلاثة أضعاف العدد x تزيد عن ضعفي العدد y بمقدار 1. **المطلوب:**

a) عبّر عن الصيغة اللفظية بجملة معادلتين. b) تحقق أن الثنائية (1,1) حل لجملة المعادلتين اللتين وجدتهما.

الحل: $\Rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x = 2y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 1 =^{?} 2 \\ 3(1) =^{?} 2(1) + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2 \text{محققة} \\ 3 = 3 \text{محققة} \end{cases}$

الثنائية(1,1) حل للجملة

المسألة الثانية:



في الشكل المجاور: لدينا دائرة مركزها O وقطرها $[CB]$، والمستقيم (AC) مماس للدائرة في النقطة C. والمستقيم (CB) عمودي على المستقيم .(NO) و $AB = 10$, $AC = 2\sqrt{5}$ **والمطلوب:**١) بيّن أن قياس الزاوية $\widehat{ACD}$ يساوي قياس الزاوية $\widehat{CBD}$.

٢) أثبت أن ABC مثلث قائم في $\hat{C}$، واستنتج أن: $BC = 4\sqrt{5}$.٣) اكتب عبارة $sin\,(\hat{B})$ في كل من المثلثين CDB و ACB. ثم احسب الطولينDB و CD. ٤) أثبت أن الرباعي $CDNO$ دائري، وعيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.

الحل: $\widehat{ACD} = \widehat{CBD}$ لأن قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها بنفس القوس $\widehat{CD}$

AC مماس للدائرة في النقطة C فإن: $AC \perp OC(R)$ وبالتالي: المثلث ABC قائم في $\hat{C}$ حسب مبرهنة فيثاغورث فإن:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow 10^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + BC^2 \Rightarrow 100 = 20 + BC^2 \Rightarrow$$
$$BC^2 = 80 \Rightarrow BC = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

المثلث CDB تمر برؤوسه الدائرة C وأحد أضلاعه هو CB قطر تلك الدائرة وبالتالي فهو قائم في $\widehat{D}$ وبالتالي المثلث ACD قائم في $\widehat{D}$ أيضاً.

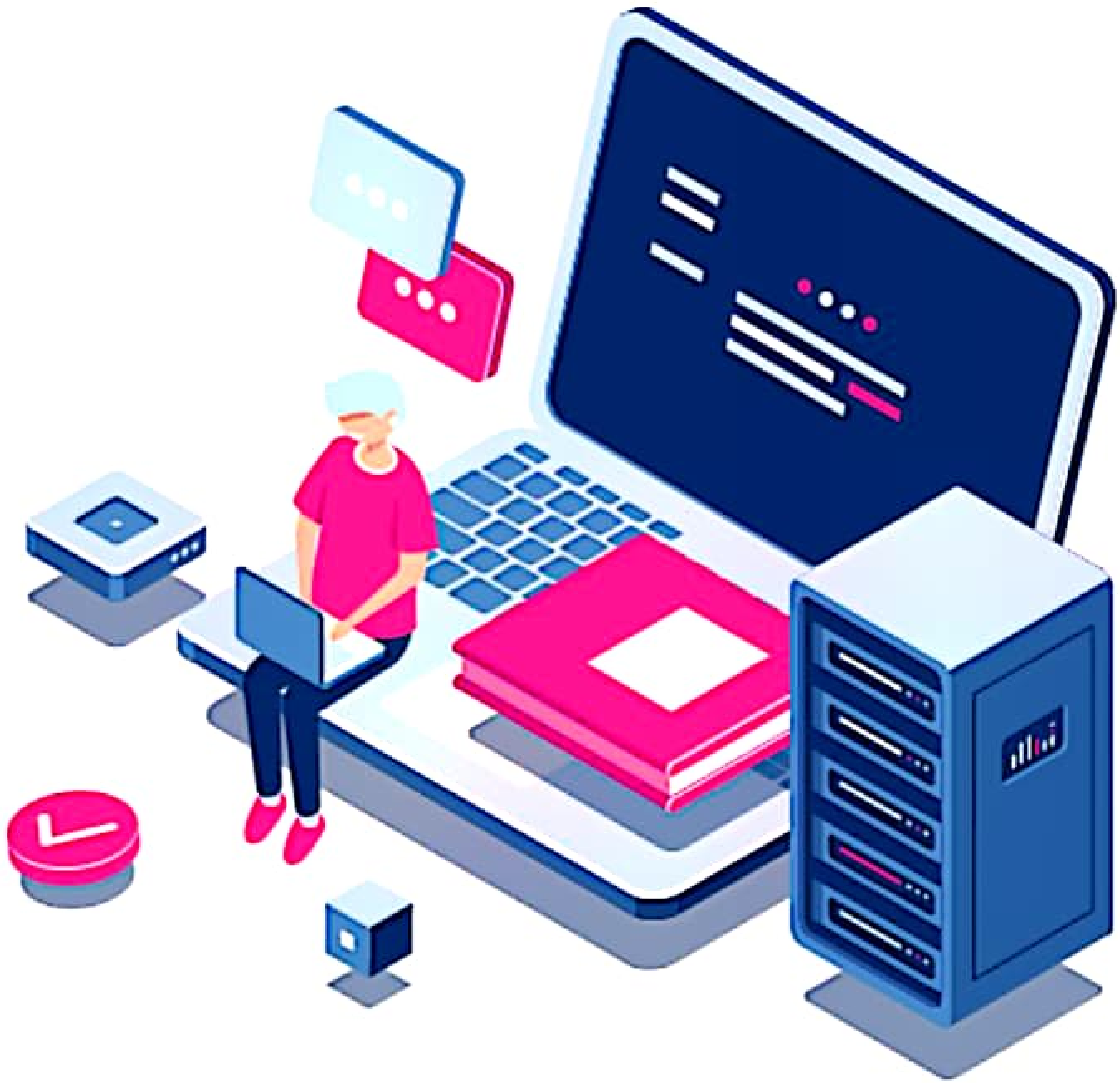
في المثلث ABC لدينا: $sin\hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ، في المثلث CBD لدينا: $sin\hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{CD}{BC} = \frac{CD}{4\sqrt{5}}$ وبالتالي:

$$\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{CD}{4\sqrt{5}} \Rightarrow CD = \frac{4\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{5} = 4$$

حسب فيثاغورث في المثلث CDB فإن: $BC^2 = DB^2 + CD^2 \Rightarrow 80 = DB^2 + 16 \Rightarrow DB^2 = 64 \Rightarrow DB = 8$

الرباعي $CDNO$ فيه: $\widehat{D}, \hat{O}$ متقابلتان ومتكاملتان وحسب الحالة 2 من حالات الرباعي الدائري فإن الرباعي $CDNO$ دائري. ومركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف CN لأنه الوتر المشترك للمثلثين القائمين CDN. و CON وبالتالي: الزاويتان $\widehat{D} + \hat{O} = 90 + 90 = 180$

سلسلة
التجمع التعليمي



التجمع التعليمي