المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الثامن: الجبر: الدوال الخطية

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٨-١ المتتابعات

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

التدريبات الإثرائيّة ٨

الدرس ٨-٢ الدوال

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حلّ المسألة ١٠

التدريبات الإثرائيّة ١١

الدرس ٨-٣ تمثيل الدوالّ الخطيّة

تدريبات إعادة التعليم ١٢

تدريبات حلّ المسألة ١٣

التدريبات الإثرائيّة ١٤

الدرس ٨-٤ ميل المستقيم

تدريبات إعادة التعليم ١٥

تدريبات حلّ المسألة ١٦

التدريبات الإثرائيّة ١٧

الدرس ٨-٥ التغيّر الطرديّ

تدريبات إعادة التعليم ١٨

تدريبات حلّ المسألة ١٩

التدريبات الإثرائيّة ٢٠

الدرس ٨-٦ استراتيجية حلّ المسألة (إنشاء نموذج)

تدريبات إعادة التعليم ٢١

تدريبات حلّ المسألة ٢٢

ملحق الإجابات ٢٣-٣٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ١ تدريبات إعادة التعليم

المتتابعات

المتتابعة مجموعة مرتّبة من الأعداد، يُسمّى كلّ عدد فيها حدًّا. **والمتتابعة الحسابيّة** هي متتابعة يكون الفرق بين أيّ حدّين متتاليين فيها ثابتًا، ويُسمَّى هذا الفرق **الأساس**. ولإيجاد الحدّ التالي في المتتابعة الحسابيّة أضف أساس المتتابعة إلى الحدّ الأخير.

مثال **بيّن ما إذا كانت المتتابعة: −٤، −١، ٢، ٥، ٨، ... حسابيةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها:**

−٤، −١، ٢، ٥، ٨ (+٣ +٣ +٣ +٣)

لاحظ أن −١ − (−٤) = ٣، ٢ − (−١) = ٣ وهكذا.

وبما أن الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ثابت ويساوي ٣، فالمتتابعة حسابيّة.

٨ + ٣ = **١١**، ١١ + ٣ = **١٤**، ١٤ + ٣ = **١٧**. لذا فالحدود الثلاثة التالية هي: ١١، ١٤، ١٧

بعض المتتابعات ليست حسابيةً. ولتوسعة متتابعة من مثل ذلك، ابحث عن نمط في الفروق المتتالية، ثم طبِّق النمط على الحدّ الأخير في المتتابعة.

يمكنك التعبير عن المتتابعة الحسابية جبريًّا. استعمل الجدول أدناه لاختبار نوع المتتابعة.

رقم الحد (ن)	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	٤	٧	١٠	١٣

الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ٣. قيمة كلّ حدّ عبارة عن ٣ أمثال رقم ذلك الحدّ مضافًا إليه ١، والعبارة التي تمثّل الحدّ النوني هي ٣ ن + ١. ما الحدان التاليان في هذه المتتابعة؟

٣ (٥) + ١ = ١٥ + ١ = ١٦

٣ (٦) + ١ = ١٩

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ متتابعة فيما يأتي حسابيّةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها.

١) ٠، ٣، ٦، ٩، ١٢، ...

٢) ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨، ...

٣) ٦، ١١، ١٦، ٢١، ٢٦، ...

٤) ٠، ١، ٣، ٦، ١٠، ...

٥) $\frac{١}{٩}$، $\frac{١}{٣}$، ١، ٣، ٩، ...

٦) ٣٠، ٢٦، ٢٢، ١٨، ١٤، ...

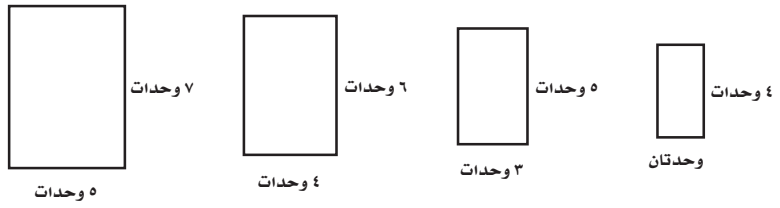
الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

٨ - ١

المتتابعات

هندسة : استعمل متتابعة المستطيلات الآتية لحلّ السؤالين ١ ، ٢:



١ اكتب متتابعة محيطات المستطيلات. هل هي حسابية؟ فسّر كيف توصَّلت إلى ذلك. وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة، وأوجد الحدود الأربعة التالية فيها.	٢ اكتب متتابعة مساحات المستطيلات، وهل هي حسابية؟ وإذا كانت كذلك فاذكر أساس المتتابعة. وفسر كيف تجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة، ثم أوجدها.
٣ **بيتزا :** ثمن قرص البيتزا الصغير ٧ ريالات مضافًا إليه ١,٨٠ ريال ثمن صحن السلطة. اكتب متتابعة أسعار كل من: البيتزا دون إضافة السلطة، بيتزا مع صحن سلطة واحد، بيتزا مع صحني سلطة، وبيتزا مع ٣ صحون سلطة. هل المتتابعة حسابية؟ بيِّن كيف عرفت ذلك.	٤ **توفير :** يشكّل حساب توفير شخص في أربع سنوات متتالية المتتابعة: ١٠٠٠، ١١٠٠، ١٢٠٠، ١٣٠٠، ... هل هذه المتتابعة حسابية؟ بيّن كيف تعرف ذلك، ثم أوجد الحدّين التاليين في المتتابعة.
٥ **أثاث :** اشترت عائلة أثاثًا، وخطّطت لدفع دفعات شهريّة. فكانت المبالغ المتبقّية بعد أوّل أربع دفعات هي: ١٩٢٥، ١٧٥٠، ١٥٧٥، ١٤٠٠ ريال على الترتيب. فهل تشكّل هذه المبالغ متتابعةً حسابيةً؟ فسِّر كيف عرفت ذلك، وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة.	٦ **نقود :** استمرّ في إيجاد حدود المتتابعة في السؤال ٥ حتى تحصل على الحدّ صفر. بعد كم دفعة يصبح الرصيد صفرًا؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

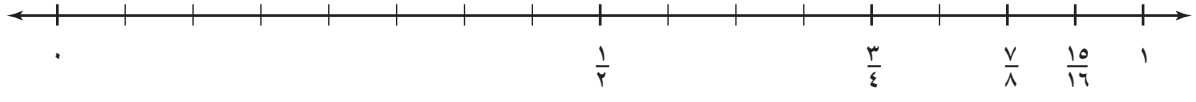
٨ - ١ التدريبات الإثرائيّة

المتتابعات التقاربيّة والنهايات

توجد عدة أنواع من المتتابعات، منها المتتابعة غير المنتهّية، وهي التي ليس لها حد أخير. وتشير النقاط الثلاث في آخرها إلى أنها غير منتهية.

٠,٣ ، ٠,٣٣ ، ٠,٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣٣ ، ...

وتقترب الحدود في بعض المتتابعات غير المنتهية من عدد معيّن، فالمتتابعة أعلاه تقترب حدودها من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$. وعندما تقترب المتتابعة غير المنتهية من عدد معيّن، تُسمَّى متتابعةً تقاربيّةً. فالمتتابعة أعلاه تقاربيَّة وتقترب من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$، والذي يُطلق عليه نهاية المتتابعة. ويبيّن خطّ الأعداد أدناه متتابعةً تقاربيّةً نهايتها ١، ومقامات الكسور فيها هي قوى العدد ٢ المتزايدة؛ و بسط كلّ كسر أقلّ من مقامه بمقدار ١ .



تمارين

أوجد نهاية كل متتابعه تقاربية فيما يأتي

١ ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٧}$، ...

٢ ٠,٩ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٩ ، ٠,٩٩٩٩ ، ...

٣ ٦، $\frac{١}{٢}$ ٥، $\frac{١}{٤}$ ٥، $\frac{١}{٦}$ ٥، $\frac{١}{٨}$ ٥، $\frac{١}{١٦}$ ٥، ...

٤ ١، $-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $-\frac{١}{٦}$ ، ...

٥ $\frac{١}{٢}$ ٢، $\frac{٣}{٤}$ ٢، $\frac{٧}{٨}$ ٢، $\frac{١٥}{١٦}$ ٢، $\frac{٣١}{٣٢}$ ٢، ...

٦ $\frac{١}{٢}$ ٩، $\frac{١}{٢}$ ١٠، $\frac{٣}{٤}$ ٩، $\frac{١}{٣}$ ١٠، $\frac{٧}{٨}$ ٩، $\frac{١}{٤}$ ١٠، ...

٧ ٠,٦ ، ٠,٦٦ ، ٠,٦٦٦ ، ٠,٦٦٦٦ ، ...

٨ ١٠، −٢، ٤ ، ٠، −٨ ، ٠,٠١٦ ، ٠، −٣٢ ، ٠,٠٠ ، ...

٩ أنشئ متتابعةً تقاربيةً وأوجد نهايتها، ثم مثّلها على خطّ الأعداد.

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٨ - ٢

الدوالّ

تربط **الدالّة** المدخلة س بالمخرجة د (س) بقاعدة ما، ولإيجاد قيمة الدالّة عند عدد معّين عوّض عن س في الدالّة بذلك العدد وبسّط.

مثال ١ **أوجد قيمة د(٥) إذا كان د(س) = ٢+ ٣س**

د(س)= ٢ + ٣س — اكتب الدالة

د(٥) = ٢+ ٣ (٥) = ١٧ — عوِّض ٥ بدلًا من س في قاعدة الدالّة وبسِّط

لذا، د(٥) = ١٧

يمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في جدول دالة.

مثال ٢ **أكمل الجدول المجاور للدالّة د(س) = ٢س + ٤**

عوض قيم س، أو المدخلات في قاعدة الدالّة، ثم بسّط لإيجاد المخرجات.

د(س) = ٢س + ٤

د(−١) = ٢ (−١) + ٤ = ٢

د(٠) = ٢ (٠) + ٤ = ٤

د(١) = ٢ (١) + ٤ = ٦

د(٢) = ٢ (٢) + ٤ = ٨

المدخلة س	القاعدة ٢س + ٤	المخرجة د(س)
−١	٢(−١) + ٤	٢
٠	٢(٠) + ٤	٤
١	٢(١) + ٤	٦
٢	٢(٢) + ٤	٨

تمارين

أوجد قيمة كلّ دالّة فيما يأتي:

١ د(١) إذا كان د(س) = س+ ٣

٢ د(٦) إذا كان د(س) = ٢س

٣ د(٤) إذا كان د(س) = ٥س − ٤

٤ د(٩)إذاكان د(س)=−٣س+١٠

٥ د(−٢) إذا كان د(س) = ٤س−١

٦ د(−٥)إذاكان د(س)=−٢س+٨

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي:

٧ د(س) = س − ١٠

س	س −١٠	د(س)
−١		
٠		
١		
٢		

٨ د(س) = ٢س + ٦

س	٢س+ ٦	د(س)
−٣		
−١		
٢		
٤		

٩ د(س) =٢ − ٣س

س	٢ − ٣س	د(س)
−٢		
٠		
٣		
٤		

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

٨ - ٢

الدوالّ

١ **عمل:** يعمل خالد في مرآب للسيارات، وهو يتقاضى ٤٨ ريالًا يوميًّا بالإضافة إلى ريال واحد عن كلّ سيارة في المرآب. فإذا كان إيراده الكلي يعبّر عنه بالدالّة د (س) = س + ٤٨، حيث س تمثّل عدد السيارات في المرآب، فأنشئ جدول دالة يبيّن الإيراد الكليّ لخالد في يوم واحد إذا كان عدد السيارات: ٢٥، ٣٠، ٣٥، ٤٠ سيارةً.	٢ **سباكة:** يتقاضى سبّاك ٥٠ ريالًا مقابل تلبية الطلب، بالإضافة إلى ٦٠ ريالًا لكل ساعة عمل. ويمكنك إيجاد المبلغ الكلي الذي يتقاضاه بالدالّة د (س) = ٦٠ س + ٥٠، حيث س تمثّل عدد ساعات العمل، أنشئ جدول دالة تبيِّن فيه كم ريالًا يتقاضى السبّاك لقاء عمل: ساعة واحدة، وساعتين، و٣ ساعات، و٤ ساعات.
٣ **هندسة:** إذا كان محيط مثلث متطابق الأضلاع يساوي ثلاثة أمثال طول ضلعه، فاكتب دالّة المحيط مستعملًا متغيّرين لهذه المسألة.	٤ **هندسة:** فسّر كيف تستعمل الدالّة التي كتبتها في المسألة رقم ٣ لإيجاد محيط مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه ١٨ سم، ثم أوجد محيطه.
٥ **مكتبة:** تتقاضى مكتبة $\frac{١}{٢}$ ريال مقابل كلّ يوم تأخير في إعادة الكتاب، بالإضافة إلى ريال واحد تتقاضاه مقابل الخدمة. اكتب دالةً مستعملًا متغيّرين لهذه الحالة.	٦ **مكتبة:** فسّر كيف تجد قيمة غرامة المكتبة في المسألة رقم ٥ إذا تأّخرت إعادة الكتاب ١٢ يومًا، وأوجد هذه القيمة.

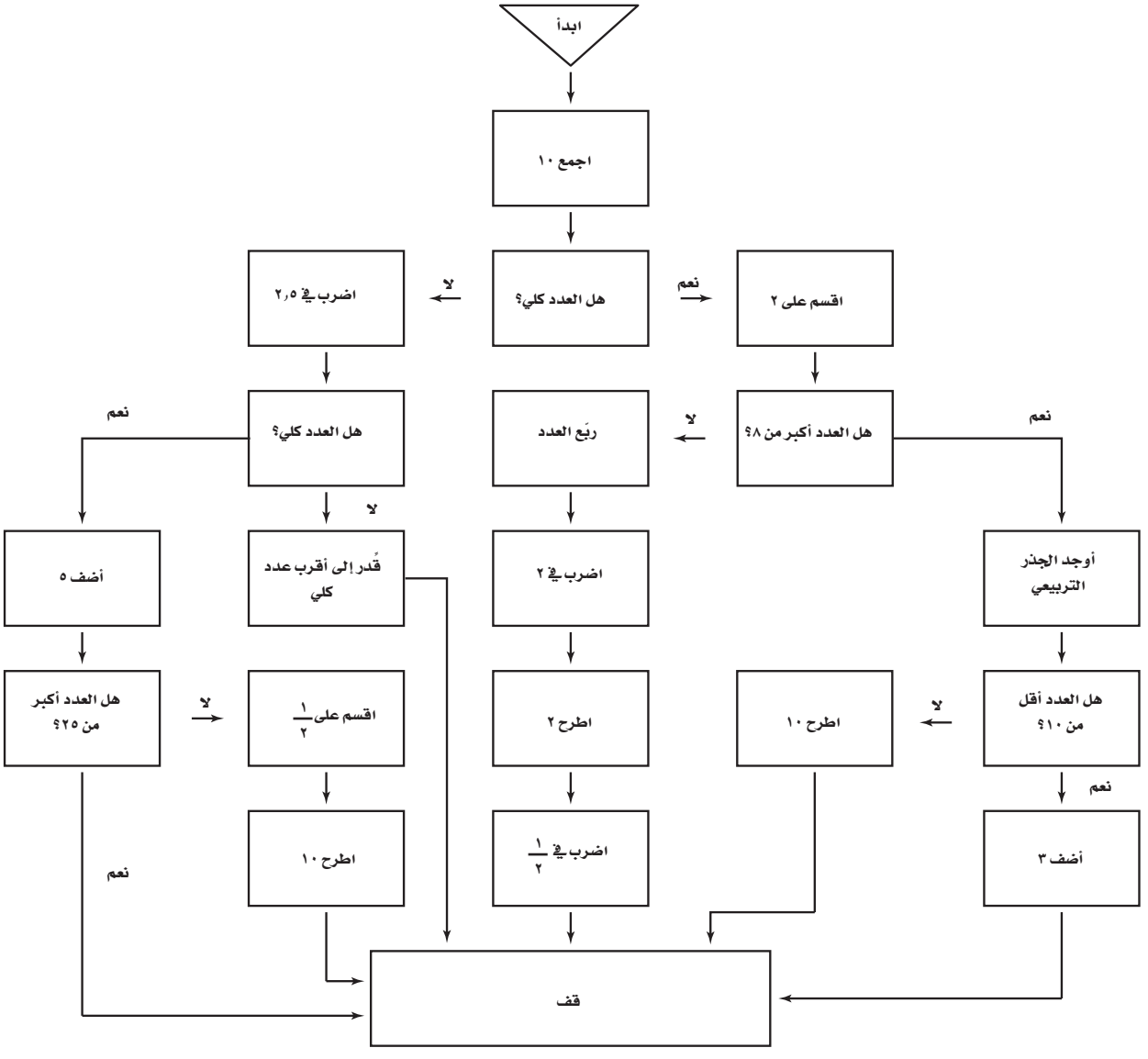
اسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ التدريبات الإثرائيّة

السير وفق المخطّط

تَنْتُج الدالّة الرياضيّة عندما تُجرى عمليّة أو أكثر على عدد ما. وفيما يأتي جدول دالّة لعشرة أعداد. ويتعيّن عليك أن تضع كلّ عدد من الجدول مكان كلمة (ابدأ)، ثم تتبعه عبر المخطّط، وعندما تصل إلى "قف"، سجّل العدد الناتج في الجدول.

المدخلة ن	٤	٧٩٠	١,٢-	١	٠,٢	٦,٨-	٢٧٨	٨٨	٥,٢-	٠
المخرجة د (ن)										



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٣

تدريبات إعادة التعليم

تمثيل الدوالّ الخطّيّة

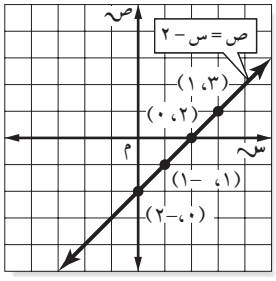
تُسمَّى الدالَّة التي تُمثَّل حلولها بيانيًّا بخطّ مستقيم **دالّةً خطيّةً**. ويمكن تمثيل الدالّة بمعادلة أو بجدول أو بمجموعة أزواج مرتّبة أو بيانيًّا.

مثال ١ مثِّل الدالّة ص = س− ٢ بيانيًّا.

الخطوة١ اختر أي ٤ قيم للمدخلة س.
استعمل هذه القيم في إنشاء جدول الدالّة.

س	س-٢	ص	(س،ص)
٠	٠−٢	٢−	(٠،٢−)
١	١−٢	١−	(١،١−)
٢	٢−٢	٠	(٢، ٠)
٣	٣−٢	١	(٣، ١)

الخطوة٢ مثّل الأزواج المرتّبة في المستوى الإحداثيّ، وارسم مستقيمًا يمرّ بالنقاط جميعها. فيكون المستقيم هو التمثيل البيانيّ للدالّة الخطّيّة.

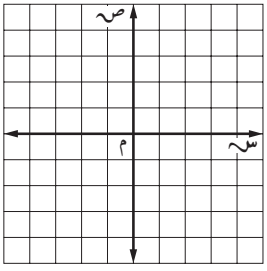


تمارين

أكمل الجدول الآتي للدالّة، ثم مثِّلها بيانيًّا:

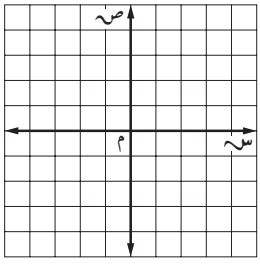
١ ص= س+ ٣

س	س+٣	ص	(س، ص)
٢−			
٠			
١			
٢			

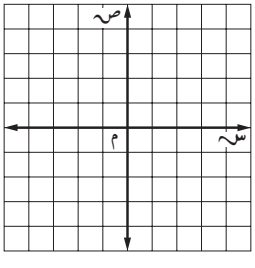


مثِّل كلّ دالّة فيما يأتي بيانيًّا:

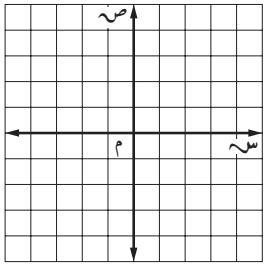
٢ ص= ٣ س+ ٢



٣ ص= ٢− س



٤ ص= ٣ س− ١

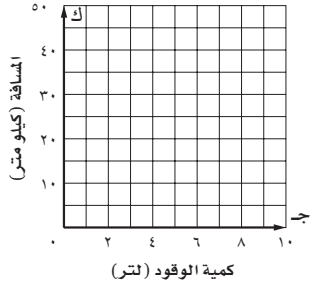


الاسم: ..... التاريخ : .....

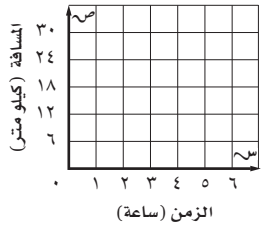
٨ - ٣

تدريبات حلّ المسألة
تمثيل الدوالّ الخطّيّة

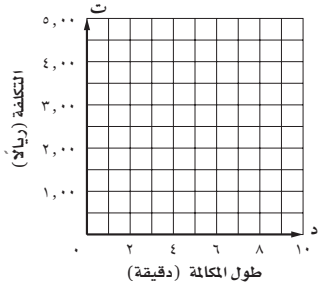
١ وقود: تصف الدالة ك = ١٠ جـ المسافة ك التي يقطعها عادل بسيارته باستعمال جـ لترًا من البنزين. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا. ولماذا يُكتفى بتمثيل هذه الدالة في الربع الأول فقط؟ وكم كيلومترًا تقطع السيارة باستعمال ٥ , ٢ لتر من البنزين؟



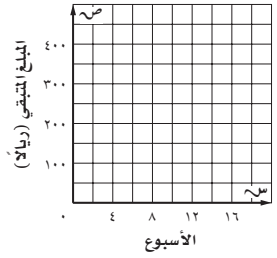
٢ رياضة: يمشي عبد الله بمعدل ٦كلم/ ساعة. لذا فالدالة ص = ٦س تمثِّل المسافة (ص) التي يقطعها عبد الله في (س) ساعة. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا، ثم أوجد عدد الكيلومترات التي يقطعها عبد الله في ٥ , ٣ ساعات.



٣ مكالمات: تصف الدالّة ت = ٥ , ٠ د + ١ التكلفة ت بالريالات لمكالمة هاتفيّة تستغرق د دقيقة تُجرى من غرف فندق. مثِّل هذه الدالّة بيانيًّا، واستعمل التمثيل لتحدّد تكلفة مكالمة مدّتها ٧ دقائق.

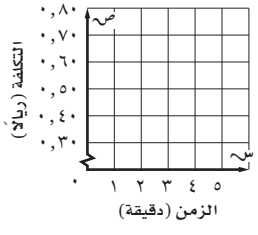


٤ هدايا: تسلمت هدى ٣٠٠ ريال نقدًا هديّة نجاحها. والدالّة ص = ٣٠٠ – ٢٥ س تصف المبلغ ص المتبقي بعد س أسبوع. إذا علمت أن هدى تصرف ٢٥ ريالًا كل أسبوع. فمثِّل الدالة بيانيًّا، وحدِّد المبلغ المتبقي معها بعد ٩ أسابيع.



٥ هدايا: فسّر كيف تستعمل التمثيل البيانيّ في السؤال رقم ٤ لتحدّد الأسبوع الذي يكون فيه المبلغ المتبقّي أقلّ من ١٩٠ ريالًا، ثمّ أوجد هذا الأسبوع.

٦ أجور: تبيّن الدالّة ت (س) = ٢٢ , ٠ + ١٠ , ٠ س المبلغ الذي يدفعه سعيد أجرة مكالمات هاتفه النقال لمدة س دقيقة. مثّل الدالة بيانيًّا، وأوجد تكلفة مكالمة مدّتها ٥ دقائق.



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٣

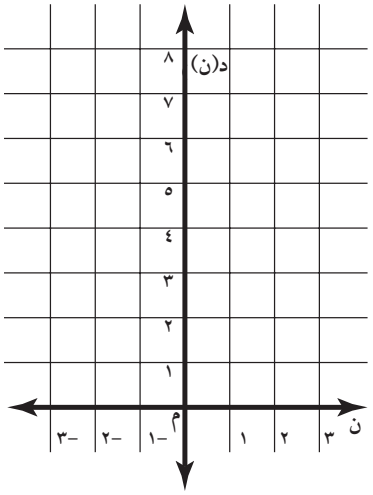
التدريبات الإثرائية

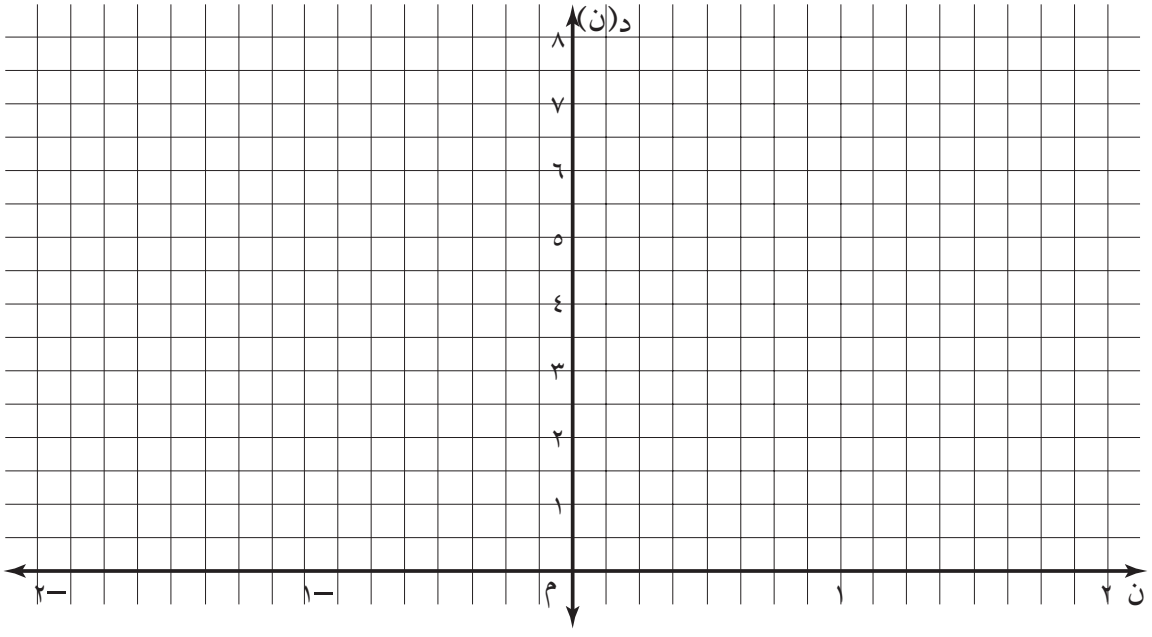
تمثيل الدوال بيانيًا

تختلف أشكال الدوَّال الممثّلة بيانيًّا باختلاف مقياس الرسم.

لتكن الدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢}، أوجد قيم د (ن) لكلّ قيمة من قيم ن في الجدول المجاور. واكتب الأزواج المرتّبة، ثم مثِّل الدالة على ورق مربّعات.

ن	٢ ن^{٢}	د (ن)	(ن، د (ن))
٢-	٢ (٢-)^{٢}	٨	(٢-، ٨)
$-\frac{٣}{٢}$			
١-			
$-\frac{١}{٢}$			
صفر			
$\frac{١}{٢}$			
١			
$\frac{٣}{٢}$			
٢			





١ تفحّص التمثيلين البيانيين للدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢} . ، مبيِّنًا ماذا تلاحظ على التمثيلين؟

٢ فسّر اختلاف الشكلين.

الاسم: ..... التاريخ : .....

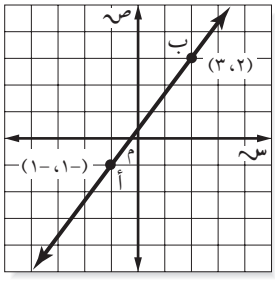
تدريبات إعادة التعليم

٨-٤ ميل المستقيم

الميل م للمستقيم المارّ بالنقطتين(س١، ص١) (س٢، ص٢) هو نسبة فرق الإحداثيّين الصاديّين إلى فرق الإحداثيّين السينيين المناظرين. وتُعطى معادلة الميل بالقاعدة:

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ حيث $س_٢ \neq س_١$.

مثال ١ **أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ (−١، −١)، ب (٢، ٣).**



$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ تعريف الميل

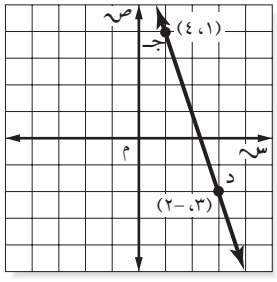
$م = \frac{٣-(-١)}{٢-(-١)}$ $(س_١، ص_١) = (-١، -١)$

$(س_٢، ص_٢) = (٢، ٣)$

$م = \frac{٤}{٣}$ بسّط

تحقق عند التحرّك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أعلى. و هذا صحيح للميل الموجب.

مثال ٢ **أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين جـ (١، ٤)، د(٣، −٢)**



$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ تعريف الميل

$م = \frac{-٢-٤}{١-٣}$ $(س_١، ص_١) = (١، ٤)$

$(س_٢، ص_٢) = (٣، -٢)$

$م = \frac{-٦}{٢} = -٣$ بسّط

تحقّق عند التّحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أسفل. وهذا صحيح للميل السالب.

تمارين

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بكلّ نقطتين فيما يأتي:

١ أ(٠، ١)، ب(٣، ٤)

٢ جـ(١، −٢)، د(٣، ٢)

٣ هـ(٤، −٤)، و(٢، ٢)

٤ جـ(٣، ١)، ع(٦، ٣)

٥ أ(٤، ٣)، ب(٢، ٤)

٦ ك(−٤، ٤)، ل(٥، ٤)

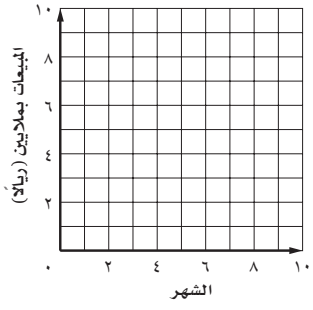
الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤

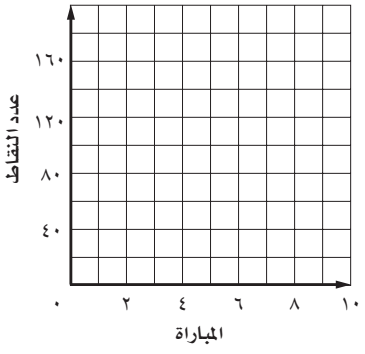
تدريبات حل المسألة

ميل المستقيم

١ مبيعات: كان إجمالي مبيعات أحد المعارض في الشهر الأول ٢,٣ مليون ريال، ومجموع مبيعاته في نهاية الشهر السادس ٦,٨ ملايين ريال. مثِّل بيانيًّا النقطتين (١ ، ٢,٣) ، (٦ ، ٦,٨) على أن تمثّل الشهور على المحور الأفقيّ والمبيعات على المحور الرأسي، ثم ارسم المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين، وأوجد ميله وفسّره.

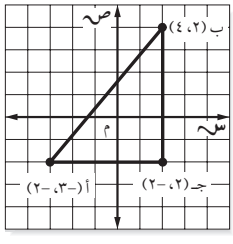


٢ كرة سلة: سجّل لاعب في المباراة الأولى ١٤ نقطةً، وبلغ مجموع ما سجّله في ٥ مباريات ٨٢ نقطةً، وما سجّله في ١٠ مباريات ١٢٩ نقطةً، مثِّل ذلك بيانيًّا وخصِّص المحور الأفقيّ لعدد المباريات، والمحور الرأسيّ لعدد النقاط ، وصِلْ كلّ نقطتين متتاليتين بقطعة مستقيمة.



٣ كرة سلة: أوجد ميل كلّ قطعة مستقيمة في المسألة رقم ٢ وفسّره، ثم حدّد الجزء من التمثيل الذي كان معدل التغيّر فيه أكبر. فسّر إجابتك.

٤ هندسة: يبيّن الشكل أدناه المثلث أ ب جـ في المستوى الإحداثي. فسّر كيف تجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ ، ب، ثم احسبه.



٥ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤. ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟

٦ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤. ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين ب، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤

التدريبات الإثرائية

رموز سريّة

استعملت الرموز السريّة ولعدة قرون لتمرير رسائل دون أن يُكتشف ما تحويه تلك الرسائل. وتُستعمل الرياضيات والأفكار الرياضية في الكثير من الرموز السرّيّة. وبإيجادك الميل لكلّ مما يأتي، سوف تكتشف محتوى الرسالة السريّة الآتية:

_____ (٣ ، ٢)، (٥ ، ٦)

_____ (−٢ ، ٣)، (−١ ، ٢)

_____ (−١ ، ٥)، (١ ، ٤)

_____ (٤ ، ٧)، (−١ ، ٤)

_____ (−١ ، ٦)، (+٥ ، ٣)

_____ (−٤ ، −٦)، (−٩ ، −١)

_____ (+٢ ، ٤)، (−١ ، ٥)

_____ (−١ ، ٥)، (٠ ، ٥)

_____ (٠ ، ٠)، (٣ ، ٢)

الحل:

مفتاح الحل:

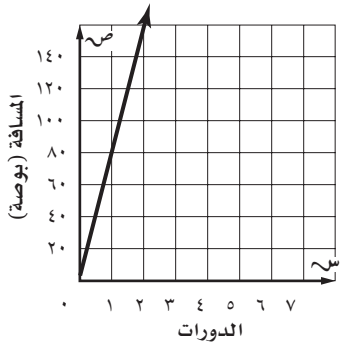
(أ ، ١)	ب	(ت ، ة)	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر
$-\frac{١}{٢}$	−٢	$\frac{٣}{٥}$	٣	٦	−١٠	١	$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٣}{٥}$	$\frac{٢}{٣}$
ز	س	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف
−٣	$-\frac{٤}{٥}$	$\frac{٤}{٥}$	٢	$\frac{٥}{٦}$	$-\frac{٢}{٥}$	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	−٦	$\frac{٩}{١٠}$
ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي		
$-\frac{٧}{٨}$	٧	−١	٥	−٤	صفر	−٩	$\frac{١}{١٠}$		

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

التغيّر الطرديّ

عندما تكون النسبة بين كميّتين متغيّرتين ثابتةً، فإن العلاقة بينهما تُسمَّى **تغيّرًا طرديًّا**.



مثال ١ **إذا كانت المسافة التي تقطعها درّاجة هوائيّة تتناسب طرديًّا مع عدد دورات عجلاتها، فما المسافة التي تقطعها الدرّاجة في الدورة الواحدة؟**

بما أن التمثيل البيانيّ للبيانات يشكّل خطًّا مستقيمًا. فإن معدل التغيّر يكون ثابتًا.

استعمل التمثيل البيانيّ المجاور لإيجاد النسبة الثابتة.

$$\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{(عدد الدورات)}} \longleftarrow \frac{٨٠}{١}، \frac{١٦٠}{٢} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٢٤٠}{٣} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٣٢٠}{٤} = \frac{٨٠}{١}$$

تقطع الدّراجة الهوائية مسافة ٨٠ بوصةً في كل دورة للعجلات.

مثال ٢ **إذا كان ثمن الأقلام يتناسب طرديًّا مع عددها، وعلمت أن ثمن ٧ أقلام هو ٨٤ ريالًا، فما ثمن ١٢ قلمًا؟**

لتكن س = عدد الأقلام، ص = ثمن الأقلام ، ع = ثمن القلم الواحد.

ص = س ع	تغيّر طردي
٨٤ = ٧ × ع	ص = ٨٤، س = ٧
١٢ = ع	بسّط

ص = ١٢ س

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ١٢

ص = ١٢ س

ص = ١٢ (١٢)	س = ١٢
ص = ١٤٤	اضرب.

إذن ثمن ١٢ قلمًا هو ١٤٤ ريالًا.

تمارين

اكتب عبارةً لكل مسألة مما يأتي وحلّها.

١ **بطاقات:** اشترى أربعة طلاب آلاتٍ حاسبة بِـ ٤١٠ ريالات. وفي اليوم التالي اشترى ٧ طلاب آلات حاسبةً من النوع نفسه بـ ٧١٧,٥ ريالًا. فما سعر الحاسبة الواحدة؟

٢ **وظائف:** يتقاضى عصام ٢٤,٧٥ ريالًا في ٣ ساعات. إذا كان المبلغ يتناسب طرديًّا مع عدد الساعات، فكم ريالًا يتقاضى في ٢٠ ساعةً؟

٣ **كعك:** تحتاج وصفة كعك إلى $٢\frac{١}{٢}$ كوب طحين لإعداد ١٦ قطعة كعك ، و $٣\frac{١}{٨}$ أكواب طحين لإعداد ٢٠ قطعةً. فما مقدار الطحين المتطلّب لإعداد ١٢ قطعةً؟

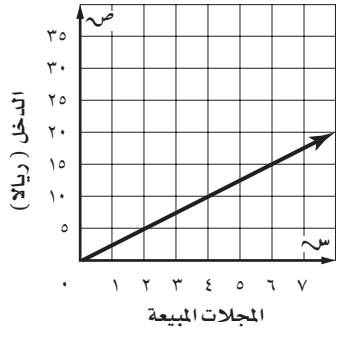
الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

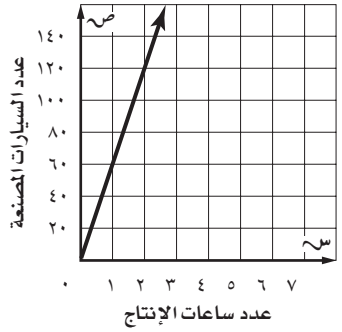
٨ - ٥

التغيّر الطرديّ

١ مجلات: يتناسب دخل بائع مجلّات طرديًّا مع عدد المجلّات التي يبيعها. فما دخله لكلّ مجلّة يبيعها؟



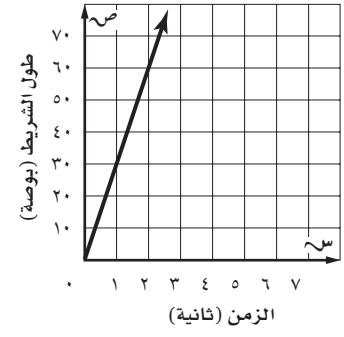
٢ سيارات: يتناسب عدد السيارات المصنَّعة طرديًّا مع عدد ساعات عمل خطوط الإنتاج. فما نسبة السيارات المصنَّعة إلى عدد ساعات الإنتاج؟



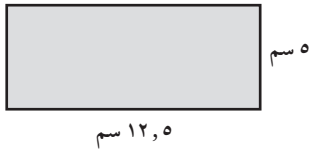
٣ قيادة: تسير سيارة ٤٥٣,٦ كيلومترًا في ٤,٥ ساعات. افترض أن المسافة تتناسب طرديًّا مع زمن الرحلة. فكم كيلومترًا تقطع السيارة في ٧ ساعات؟

٤ قياس: يتناسب عدد الكيلوجرامات التي تمثِّل كتلة جسم ما طرديًّا مع عدد الباوندات. فإذا كانت الكتلة ٤٥ كجم لجسم ما تقابل ١٠٠ باوند تقريبًا، فكم كيلوجرامًا كتلة جسم كتلته ٧٠ باوندًا؟

٥ تسجيل: يتناسب طول الشريط المارّ بآلة التسجيل طرديًّا مع زمن تشغيله. اعتمد على الشكل أدناه في تحديد سرعة الشريط.



٦ هندسة: يتناسب عرض مستطيل طرديًّا مع طوله. فما مساحة مستطيل طوله ٤,٥ م؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥

التدريبات الإثرائية

إيجاد التغيّر العكسيّ وصيغته

إذا كنت تعرف الصيغة العامّة لمعادلات التغير الطرديّ وقيمة ثابت التغير، فإنك تستطيع كتابة معادلة تصف نقاط البيانات للتغيّر الطرديّ. انظر إلى الجدول المجاور الذي يبيّن العلاقة بين تغيّر نق مع مح.

نق	مح
١	٦,٢٨
٢	١٢,٥٦
٣	١٨,٨٤
٤	٢٥,١٢
٥	٣١,٤

١ ما ثابت التغيّر؟

٢ ما العلاقة المألوفة التي تعرّفت إليها في التغيّر الطردي التي يوضحها الجدول؟

٣ اكتب معادلةً لإيجاد محيط دائرة نصف قطرها نق.

٤ ماذا يحدث لقيمة ح عند ضرب نق في ٢؟

التغيّر العكسيّ تتغيّر ص عكسيًّا مع س عندما ص = $\frac{ك}{س}$. للمتغيّرين س، ص والثابت ك.

يمكن تحديد نوع التغيّر من خلال جدول قيم لِـ س وَ ص، فإذا كانت $\frac{ص}{س}$ تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر طردي، وأما إذا كانت س ص تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر عكسي.

للتمارين ٥ – ٧ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا:

٥

س	ص
٦	٢
٤	٣
٣	٤
٢	٦

٦

س	ص
١٥	٣
٢٠	٤
٢٥	٥
٣٠	٦

٧

س	ص
١٢	٤
٦	٨
٣	١٦
٢	٢٤

للتمرينين ٨، ٩ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا، ثم أوجد ثابت التغير، وأكمل الجدول

٨

س	ص
٢	١٥
٣	٢٢,٥
٤	؟
٥	٣٧,٥

٩

س	ص
٢	٣٠
٣	٢٠
٤	١٥
٥	؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٦

تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

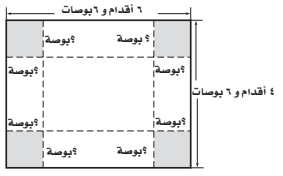
- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام × ٥ أقدام.

خطّط : أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ: اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.



١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.

تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

٢ **هندسة :** ما أقلّ عدد من المكعّبات السنتمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤ × ٥ × ٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٦ استراتيجية حلّ المسألة "إنشاء نموذج"

شحن الكاكاو: لحلّ السؤالين ١، ٢ استعمل المعلومات في الجدول المجاور الذي يقدّم معلوماتٍ عن علب الكاكاو التي يرغب الموزّع في وضعها في بصناديق وشحنها إلى مخازن عدة في أنحاء المدينة.

علب الكاكاو	
الأبعاد	القطر ٤ بوصات والارتفاع ٨ بوصات
الكمية	١٥٣ علبةً
أبعاد صندوق الشحن	١٨×١٨ ×٢٤ بوصة

١ ما عدد صناديق الشحن التي يمكنك ملؤها بعلب الكاكاو؟ وكم علبةً تتبقّى؟

٢ ما أبعاد أصغر صندوق يمكنك استعماله لشحن العلب المتبقّية؟

٣ **ألعاب:** بُنيت قلعة فارغة من الداخل على شكل منشور رباعي من مكعّبات طول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، فإذا كان كلّ من طول القلعة وعرضها ٤ بوصات، وارتفاعها ١٥ بوصةً، فكم مكعّبًا نحتاج لملء فراغ القلعة؟

٤ **طوابع:** ترغب مريم في عرض مجموعتها من الطوابع على لوحة. فإذا كانت الطوابع مربّعة الشكل، وطول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، وترغب في ترتيبها في ٤٨ صفًا، على أن يحتوي كلّ صفّ منها على ٢٤ طابعًا، مع ترك فراغ $\frac{١}{٢}$ بوصة بين كلّ طابعين، وبوصتين على الأطراف، فما طول اللوحة وعرضها؟

٥ **بلاط:** غُطِّي صندوق أبعاده كما يأتي: طوله ١٠ بوصات وعرضه ٦ بوصات وارتفاعه ٤ بوصات، ببلاطات طول ضلع كلّ منها ١ بوصة. إذا كان في الوجه العلوي للصندوق فراغ بعداه ٨ × ٤ بوصات، فكم بلاطةً نحتاج إليها لتغطية جوانب الصندوق ووجهه العلوي؟

٦ **صور:** رتّبت سامية صورتها وصورتي والديها وصورة أخيها على رفّ، فإذا كانت ترغب في أن تكون صورة والدها بجانب صورة والدتها، فبكم طريقة يمكنها ترتيب الصور الأربعة؟

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ١ تدريبات إعادة التعليم

المتتابعات

المتتابعة مجموعة مرتّبة من الأعداد، يُسمّى كلّ عدد فيها حدًّا. **والمتتابعة الحسابيّة** هي متتابعة يكون الفرق بين أيّ حدّين متتاليين فيها ثابتًا، ويُسمَّى هذا الفرق **الأساس**. ولإيجاد الحدّ التالي في المتتابعة الحسابيّة أضف أساس المتتابعة إلى الحدّ الأخير.

مثال **بيّن ما إذا كانت المتتابعة: -٤، -١، ٢، ٥، ٨، ... حسابيةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها:**

-٤، -١، ٢، ٥، ٨

+٣ +٣ +٣ +٣

لاحظ أن -١ - (-٤) = ٣، ٢ - (-١) = ٣ وهكذا.

وبما أن الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ثابت ويساوي ٣، فالمتتابعة حسابيّة.

٨ + ٣ = **١١**، ١١ + ٣ = **١٤**، ١٤ + ٣ = **١٧**. لذا فالحدود الثلاثة التالية هي: ١١، ١٤، ١٧

بعض المتتابعات ليست حسابيةً. ولتوسعة متتابعة من مثل ذلك، ابحث عن نمط في الفروق المتتالية، ثم طبّق النمط على الحدّ الأخير في المتتابعة.

يمكنك التعبير عن المتتابعة الحسابية جبريًّا. استعمل الجدول أدناه لاختبار نوع المتتابعة.

رقم الحد (ن)	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	٤	٧	١٠	١٣

الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ٣. قيمة كلّ حدّ عبارة عن ٣ أمثال رقم ذلك الحدّ مضافًا إليه ١، والعبارة التي تمثّل الحدّ النوني هي ٣ ن + ١. ما الحدان التاليان في هذه المتتابعة؟

٣ (٥) + ١ = ١٥ + ١ = ١٦

٣ (٦) + ١ = ١٩

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ متتابعة فيما يأتي حسابيّةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها.

١) ٠، ٣، ٦، ٩، ١٢، ...
نعم؛ ٣؛ ١٥، ١٨، ٢١

٢) ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨، ...
لا

٣) ٦، ١١، ١٦، ٢١، ٢٦، ...
نعم؛ ٥؛ ٣١، ٣٦، ٤١

٤) ٠، ١، ٣، ٦، ١٠، ...
لا

٥) $\frac{1}{9}$، $\frac{1}{3}$، ١، ٣، ٩، ...
لا

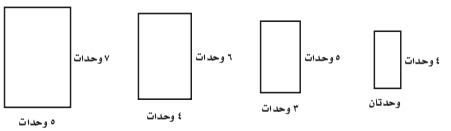
٦) ٣٠، ٢٦، ٢٢، ١٨، ١٤، ...
نعم؛ -٤؛ ١٠، ٦، ٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ١ تدريبات حلّ المسألة

المتتابعات

هندسة: استعمل متتابعة المستطيلات الآتية لحلّ السؤالين ١، ٢:



١) اكتب متتابعة محيطات المستطيلات. هل هي حسابية؟ فسّر كيف توصّلت إلى ذلك. وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة، وأوجد الحدود الأربعة التالية فيها.
١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤، ...؛ نعم، الأساس ٤؛ ٢٨، ٣٢، ٣٦، ٤٠

٢) اكتب متتابعة مساحات المستطيلات، وهل هي حسابية؟ وإذا كانت كذلك فاذكر أساس المتتابعة. وفسر كيف تجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة، ثم أوجدها. **المتتابعة هي: ٨، ١٥، ٢٤، ٣٥، ... لا؛ الفرق بين الحدود المتتالية أعداد فردية متتالية ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥، ١٧، ١٩؛ ٤٨، ٦٣، ٨٠، ٩٩**

٣) **بيتزا:** ثمن قرص البيتزا الصغير ٧ ريالات مضافًا إليه ١,٨٠ ريال ثمن صحن السلطة. اكتب متتابعة أسعار كل من: البيتزا دون إضافة السلطة، بيتزا مع صحن سلطة واحد، بيتزا مع صحني سلطة، وبيتزا مع ٣ صحون سلطة. هل المتتابعة حسابية؟ بيّن كيف عرفت ذلك.
٧، ٨، ٨، ٦، ١٠، ٤، ١٢؛ نعم؛ أضف ١,٨ لكل حدّ للحصول على الحدّ التالي له.

٤) **توفير:** يشكّل حساب توفير شخص في أربع سنوات متتالية المتتابعة: ١٠٠٠، ١١٠٠، ١٢٠٠، ١٣٠٠، ...
هل هذه المتتابعة حسابية؟ بيّن كيف تعرف ذلك، ثم أوجد الحدّين التاليين في المتتابعة. **نعم؛ يزيد كلّ حدّ على سابقه بمقدار ١٠٠؛ ١٤٠٠، ١٥٠٠.**

٥) **أثاث:** اشترت عائلة أثاثًا، وخطّطت لدفع دفعات شهريّة. فكانت المبالغ المتبقّية بعد أوّل أربع دفعات هي: ١٩٢٥، ١٧٥٠، ١٥٧٥، ١٤٠٠ ريال على الترتيب. فهل تشكّل هذه المبالغ متتابعةً حسابيةً؟ فسّر كيف عرفت ذلك، وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة.
نعم؛ يقل كل حد عن سابقه بمقدار ١٧٥، الأساس - ١٧٥

٦) **نقود:** استمرّ في إيجاد حدود المتتابعة في السؤال ٥ حتى تحصل على الحدّ صفر. بعد كم دفعة يصبح الرصيد صفرًا؟
١٢٢٥، ١٠٥٠، ٨٧٥، ٧٠٠، ٥٢٥، ٣٥٠، ١٧٥، ٠؛ ١٢ دفعة

الاسم: ..... التاريخ : .....

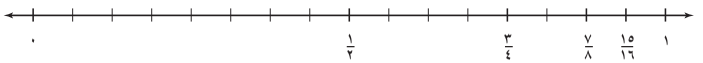
٨ - ١ التدريبات الإثرائيّة

المتتابعات التقاربيّة والنهايات

توجد عدة أنواع من المتتابعات، منها المتتابعة غير المنتهّية، وهي التي ليس لها حد أخير. وتشير النقاط الثلاث في آخرها إلى أنها غير منتهية.

٣ ، ٠,٣٣ ، ٠,٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣٣ ، ٠,...

وتقترب الحدود في بعض المتتابعات غير المنتهية من عدد معيّن، فالمتتابعة أعلاه تقترب حدودها من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$. وعندما تقترب المتتابعة غير المنتهية من عدد معيّن، تُسمَّى متتابعةً تقاربيّةً. فالمتتابعة أعلاه تقاربيَّة وتقترب من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$، والذي يُطلق عليه نهاية المتتابعة. ويبيّن خطّ الأعداد أدناه متتابعةً تقاربيّةً نهايتها ١، ومقامات الكسور فيها هي قوى العدد ٢ المتزايدة؛ و بسط كلّ كسر أقلّ من مقامه بمقدار ١.



تمارين

أوجد نهاية كل متتابعه تقاربية فيما يأتي

١ ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٧}$، ... **صفر**

٢ ٠,٩ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٩ ، ٠,٩٩٩٩ ، ٠,... ١

٣ ٦، $\frac{١}{٢}$ ٥، $\frac{١}{٤}$ ٥، $\frac{١}{٦}$ ٥، $\frac{١}{٨}$ ٥، $\frac{١}{١٦}$ ٥، ... ٥

٤ ١، $-\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $-\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $-\frac{١}{٦}$، ... **صفر**

٥ ٢ $\frac{١}{٢}$، ٢ $\frac{٣}{٤}$، ٢ $\frac{٧}{٨}$، ٢ $\frac{١٥}{١٦}$، ٢ $\frac{٣١}{٣٢}$، ٢، ... ٣

٦ ٩ $\frac{١}{٢}$، ١٠ $\frac{١}{٢}$، ٩ $\frac{٣}{٤}$، ١٠ $\frac{١}{٣}$، ٩ $\frac{٧}{٨}$، ١٠ $\frac{١}{٤}$، ... ١٠

٧ ٠,٦ ، ٠,٦٦ ، ٠,٦٦٦ ، ٠,٦٦٦٦ ، ٠,... $\frac{٢}{٣}$ **صفر**...

٨ ١٠، -٢، ٠,٤ ، ٠,-٠٨ ، ٠,٠١٦ ، ٠,-٠٠٣٢ ، ٠,...

٩ أنشئ متتابعةً تقاربيةً وأوجد نهايتها، ثم مثّلها على خطّ الأعداد. **ستتنوع الإجابات.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

الدوالّ

تربط **الدالّة** المدخلة س بالمخرجة د (س) بقاعدة ما، ولإيجاد قيمة الدالّة عند عدد معّين عوّض عن س في الدالّة بذلك العدد وبسّط.

مثال ١ **أوجد قيمة د(٥) إذا كان د(س) = ٢+ ٣س**

د(س)= ٢ + ٣س — اكتب الدالة

د(٥) = ٢+ ٣ (٥) = ١٧ — عوِّض ٥ بدلًا من س في قاعدة الدالّة وبسِّط

لذا، د(٥) = ١٧

يمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في جدول دالة.

مثال ٢ **أكمل الجدول المجاور للدالّة د(س) = ٢س + ٤**

عوض قيم س، أو المدخلات في قاعدة الدالّة، ثم بسّط لإيجاد المخرجات.

د(س) = ٢س + ٤

د(-١) = ٢ (-١) + ٤ = ٢

د(٠) = ٢ (٠) + ٤ = ٤

د(١) = ٢ (١) + ٤ = ٦

د(٢) = ٢ (٢) + ٤ = ٨

المدخلة س	القاعدة ٢س + ٤	المخرجة د(س)
-١	٢(-١) + ٤	٢
٠	٢(٠) + ٤	٤
١	٢(١) + ٤	٦
٢	٢(٢) + ٤	٨

تمارين

أوجد قيمة كلّ دالّة فيما يأتي:

١ د(١) إذا كان د(س) = س+ ٣ ٤ ٢ د(٦) إذا كان د(س) = ٢س ١٢ ٣ د(٤) إذا كان د(س) = ٥س - ٤ ١٦

٤ د(٩)إذاكان د(س)=-٣س+١٠ ١٧- ٥ د(-٢) إذا كان د(س) = ٤س-١ ٩- ٦ د(-٥)إذا كان د(س)=-٢س+٨ ١٨

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي:

٧ د(س) = س - ١٠

س	س -١٠	د (س)
-١	-١-١٠	١١-
٠	٠-١٠	١٠-
١	١-١٠	٩-
٢	٢-١٠	٨-

٨ د(س) = ٢س + ٦

س	٢س+ ٦	د(س)
-٣	٦+(-٣)٢	٠
-١	٦+(-١)٢	٤
٢	٦+(٢)٢	١٠
٤	٦+(٤)٢	١٤

٩ د(س) =٢ - ٣س

س	٢ - ٣س	د(س)
-٢	٢-٣(-٢)	٨
٠	٢-٣(٠)	٢
٣	٢-٣(٣)	٧-
٤	٢-٣(٤)	١٠-

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ تدريبات حلّ المسألة
الدوالّ

١ عمل: يعمل خالد في مرآب للسيارات، وهو يتقاضى ٤٨ ريالًا يوميًّا بالإضافة إلى ريال واحد عن كلّ سيارة في المرآب. فإذا كان إيراده الكلي يعبّر عنه بالدالّة د (س) = س + ٤٨، حيث س تمثّل عدد السيارات في المرآب، فأنشئ جدول دالة يبيّن الإيراد الكليّ لخالد في يوم واحد إذا كان عدد السيارات: ٢٥، ٣٠، ٣٥، ٤٠ سيارةً.

س	س + ٤٨	د(س)
٢٥	٢٥ + ٤٨	٧٣
٣٠	٣٠ + ٤٨	٧٨
٣٥	٣٥ + ٤٨	٨٣
٤٠	٤٠ + ٤٨	٨٨

٢ سباكة: يتقاضى سبّاك ٥٠ ريالًا مقابل تلبية الطلب، بالإضافة إلى ٦٠ ريالًا لكل ساعة عمل. ويمكنك إيجاد المبلغ الكلي الذي يتقاضاه بالدالّة د (س) = ٦٠ س + ٥٠، حيث س تمثّل عدد ساعات العمل، أنشئ جدول دالة تبيّن فيه كم ريالًا يتقاضى السبّاك لقاء عمل: ساعة واحدة، وساعتين، و٣ ساعات، و٤ ساعات.

س	٦٠س + ٥٠	د(س)
١	٦٠(١) + ٥٠	١١٠
٢	٦٠(٢) + ٥٠	١٧٠
٣	٦٠(٣) + ٥٠	٢٣٠
٤	٦٠(٤) + ٥٠	٢٩٠

٣ هندسة: إذا كان محيط مثلث متطابق الأضلاع يساوي ثلاثة أمثال طول ضلعه، فاكتب دالّة المحيط مستعملًا متغيّرين لهذه المسألة.

إجابة ممكنة: ح = ٣ ض

٤ هندسة: فسّر كيف تستعمل الدالّة التي كتبتها في المسألة رقم ٣ لإيجاد محيط مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه ١٨ سم، ثم أوجد محيطه.

إجابة: عوّض ١٨ بدلًا من ض في الدالّة ح = ٣ ض ثم بسّط: ٥٤ سم.

٥ مكتبة: تتقاضى مكتبة $\frac{1}{2}$ ريال مقابل كلّ يوم تأخير في إعادة الكتاب، بالإضافة إلى ريال واحد تتقاضاه مقابل الخدمة. اكتب دالةً مستعملًا متغيّرين لهذه الحالة.

ص = $\frac{1}{2}$ د + ١

٦ مكتبة: فسّر كيف تجد قيمة غرامة المكتبة في المسألة رقم ٥ إذا تأخرت إعادة الكتاب ١٢ يومًا، وأوجد هذه القيمة.

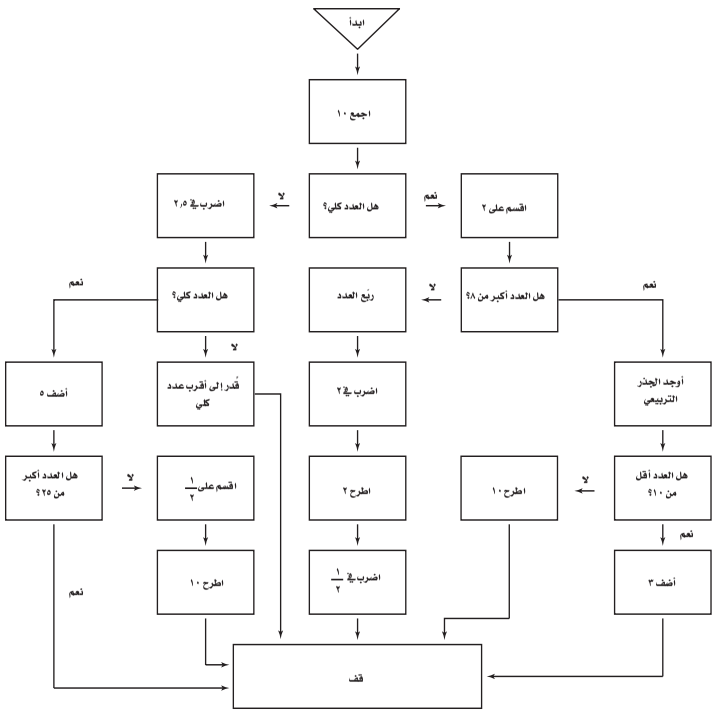
إجابة ممكنة: عوّض العدد ١٢ بدلًا من د في الدالّة ثم بسّط: ٧

اسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ التدريبات الإثرائيّة
السير وفق المخطّط

تَنْتُج الدالّة الرياضيّة عندما تُجرى عمليّة أو أكثر على عدد ما. وفيما يأتي جدول دالّة لعشرة أعداد. ويتعيّن عليك أن تضع كلّ عدد من الجدول مكان كلمة (ابدأ)، ثم تتبعه عبر المخطّط، وعندما تصل إلى "قف"، سجّل العدد الناتج في الجدول.

المدخلة ن	٤	٧٩٠	−١,٢	١	٠,٢	−٦,٨	٢٧٨	٨٨	−٥,٢	٠
المخرجة د (ن)	٤٨	١٠	٢٧	٢٩,٢٥	٢٦	١٦	٢	١٠	٢٤	٢٤



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٣ تدريبات إعادة التعليم
تمثيل الدوالّ الخطّيّة

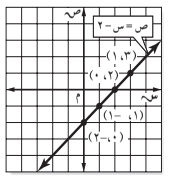
تُسمَّى الدالَّة التي تُمثَّل حلولها بيانيًّا بخطّ مستقيم **دالَّةً خطيَّةً**. ويمكن تمثيل الدالّة بمعادلة أو بجدول أو بمجموعة أزواج مرتّبة أو بيانيًّا.

مثال ١ مثِّل الدالّة ص = س − ٢ بيانيًّا.

الخطوة١ اختر أي ٤ قيم للمدخلة س. استعمل هذه القيم في إنشاء جدول الدالّة.

س	س−٢	ص	(س،ص)
٠	٠−٢	−٢	(٠،−٢)
١	١−٢	−١	(١،−١)
٢	٢−٢	٠	(٢، ٠)
٣	٣−٢	١	(٣، ١)

الخطوة٢ مثّل الأزواج المرتّبة في المستوى الإحداثيّ، وارسم مستقيمًا يمرّ بالنقاط جميعها. فيكون المستقيم هو التمثيل البيانيّ للدالّة الخطّيّة.

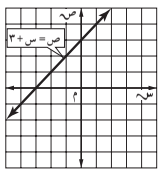


تمارين

أكمل الجدول الآتي للدالّة، ثم مثِّلها بيانيًّا:

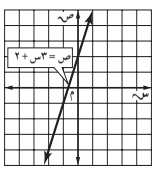
١ ص = س + ٣

س	س+٣	ص	(س، ص)
−٢	٣+٢-	١	(١،٢-)
٠	٣+٠	٣	(٣،٠)
١	٣+١	٤	(٤،١)
٢	٣+٢	٥	(٥،٢)

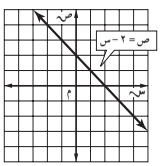


مثِّل كلّ دالّة فيما يأتي بيانيًّا:

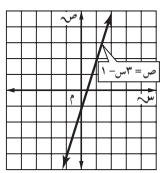
٢ ص = ٣ س + ٢



٣ ص = ٢ − س



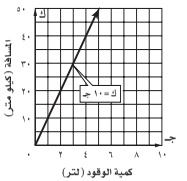
٤ ص = ٣ س − ١



الاسم: ..... التاريخ : .....

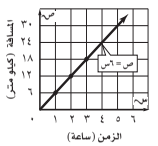
٨ - ٣ تدريبات حلّ المسألة
تمثيل الدوالّ الخطّيّة

١ **وقود:** تصف الدالة ك = ١٠ جـ المسافة ك التي يقطعها عادل بسيارته باستعمال جـ لترًا من البنزين. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا. ولماذا يُكتفى بتمثيل هذه الدالة في الربع الأول فقط؟ وكم كيلومترًا تقطع السيارة باستعمال ٢,٥ لتر من البنزين؟

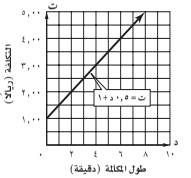


لا يمكن أن تكون المسافة أو عدد اللترات سالبة، ٢٥ كلم.

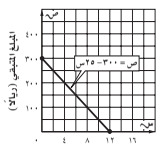
٢ **رياضة:** يمشي عبد الله بمعدل ٦ كلم/ ساعة. لذا فالدالة ص = ٦ س تمثِّل المسافة (ص) التي يقطعها عبد الله في (س) ساعة. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا، ثم أوجد عدد الكيلومترات التي يقطعها عبد الله في ٣,٥ ساعات. **٢١ كلم**



٣ **مكالمات:** تصف الدالّة ت = ٠,٥ د + ١ التكلفة ت بالريالات لمكالمة هاتفيّة تستغرق د دقيقة تُجرى من غرف فندق. مثِّل هذه الدالّة بيانيًّا، واستعمل التمثيل لتحدّد تكلفة مكالمة مدّتها ٧ دقائق. **٤,٥ ريالات**



٤ **هدايا:** تسلمت هدى ٣٠٠ ريال نقدًا هديّة نجاحها. والدالّة ص = ٣٠٠ − ٢٥ س تصف المبلغ ص المتبقي بعد س أسبوع. إذا علمت أن هدى تصرف ٢٥ ريالًا كل أسبوع. فمثِّل الدالة بيانيًّا، وحدِّد المبلغ المتبقي معها بعد ٩ أسابيع. **٧٥ ريالًا**

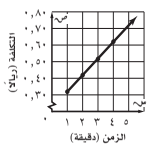


٥ **هدايا:** فسّر كيف تستعمل التمثيل البيانيّ في السؤال رقم ٤ لتحدّد الأسبوع الذي يكون فيه المبلغ المتبقّي أقلّ من ١٩٠ ريالًا، ثمّ أوجد هذا الأسبوع.

أجد النقطة على الرسم المناظرة لـ ١٩٠ على المحور الرأسيّ. هذه النقطة تقع بين ٤، ٥ على المحور الأفقيّ، ويقلّ المبلغ عن ١٩٠ خلال الأسبوع الخامس.

٦ **أجور:** تبيّن الدالّة ت (س) = ٠,٢٢ س + ١٠,٠ س المبلغ الذي يدفعه سعيد أجرة مكالمات هاتفه النقال لمدة س دقيقة. مثّل الدالة بيانيًّا، وأوجد تكلفة مكالمة مدّتها ٥ دقائق.

٠,٧٢ ريالًا



الاسم: ..... التاريخ : .....

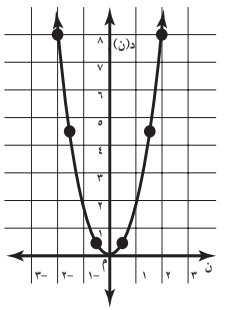
٨ - ٣ التدريبات الإثرائية

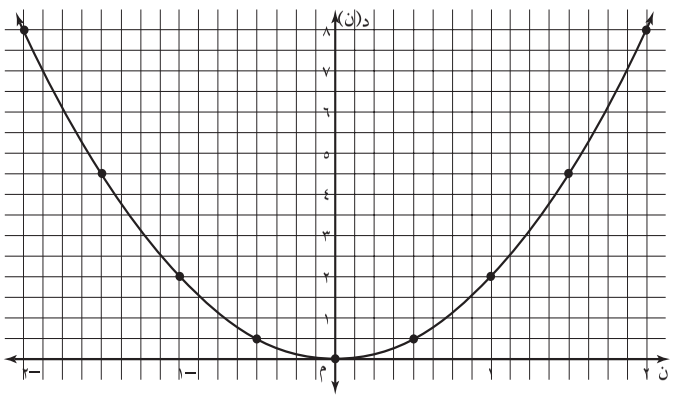
تمثيل الدوال بيانيًا

تختلف أشكال الدوَّال الممثّلة بيانيًّا باختلاف مقياس الرسم.

لتكن الدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢} ، أوجد قيم د (ن) لكلّ قيمة من قيم ن في الجدول المجاور. واكتب الأزواج المرتّبة، ثم مثِّل الدالة على ورق مربّعات.

ن	٢ ن^{٢}	د (ن)	(ن، د (ن))
-٢	٢ (-٢)^{٢}	٨	(-٢ ، ٨)
$-\frac{٣}{٢}$	٢ $(-\frac{٣}{٢})^{٢}$	$٤\frac{١}{٢}$	$(-\frac{٣}{٢}، ٤\frac{١}{٢})$
-١	٢(-١)^{٢}	٢	(-١، ٢)
$-\frac{١}{٢}$	٢ $(-\frac{١}{٢})^{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$(-\frac{١}{٢}، \frac{١}{٢})$
صفر	٢(٠)^{٢}	٠	(٠، ٠)
$\frac{١}{٢}$	٢ $(\frac{١}{٢})^{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$(\frac{١}{٢}، \frac{١}{٢})$
١	٢(١)^{٢}	٢	(١، ٢)
$\frac{٣}{٢}$	٢ $(\frac{٣}{٢})^{٢}$	$٤\frac{١}{٢}$	$(\frac{٣}{٢}، ٤\frac{١}{٢})$
٢	٢(٢)^{٢}	٨	(٢، ٨)





١ تفحّص التمثيلين البيانيين للدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢} . ، مبيِّنًا ماذا تلاحظ على التمثيلين؟ **كلّ منهما لا يكون صورةً طبق الأصل عن الأخرى.**

٢ فسّر اختلاف الشكلين. **لأن مقاييس الرسم مختلفة.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

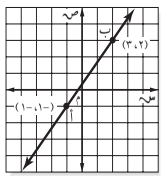
٨- ٤ تدريبات إعادة التعليم

ميل المستقيم

الميل م للمستقيم المارّ بالنقطتين(س$_{١}$، ص$_{١}$) (س$_{٢}$، ص$_{٢}$) هو نسبة فرق الإحداثيّين الصاديّن إلى فرق الإحداثيّين السينيين المناظرين. وتُعطى معادلة الميل بالقاعدة:

$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ حيث $س_{٢} \neq س_{١}$.

مثال ١ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ (-١، -١)، ب (٢، ٣).



$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ تعريف الميل

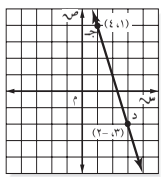
$م = \frac{٣-(-١)}{٢-(-١)}$ (س$_{١}$،ص$_{١}$) = (-١،-١)

(س$_{٢}$،ص$_{٢}$) = (٢، ٣)

$م = \frac{٤}{٣}$ بسّط

تحقق عند التحرّك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أعلى. و هذا صحيح للميل الموجب.

مثال ٢ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين جـ (١، ٤)، د(٣، -٢)



$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ تعريف الميل

$م = \frac{-٢-٤}{٣-١}$ (س$_{١}$،ص$_{١}$)= (١، ٤)

(س$_{٢}$،ص$_{٢}$)= (٣،-٢)

$م = \frac{-٦}{٢} = -٣$ بسّط

تحقق عند التّحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أسفل. وهذا صحيح للميل السالب.

تمارين

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بكلّ نقطتين فيما يأتي:

١ أ(٠، ١)، ب(٣، ٤) ١

٢ جـ(١، -٢)، د(٣، ٢) ٢

٣ هـ(٤، -٤)، و(٢، ٢) -٣

٤ جـ(٣، ١)، ع(٦، ٣) $\frac{٢}{٣}$

٥ أ(٤، ٣)، ب(٢، ٤) $\frac{-١}{٢}$

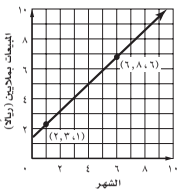
٦ ك(-٤، ٤)، ل(٥، ٤) **صفر**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤ تدريبات حل المسألة

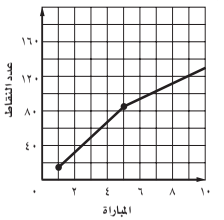
ميل المستقيم

١ مبيعات: كان إجمالي مبيعات أحد المعارض في الشهر الأول ٢,٣ مليون ريال، ومجموع مبيعاته في نهاية الشهر السادس ٦,٨ ملايين ريال. مثّل بيانيًّا النقطتين (١ ، ٢,٣) ، (٦ ، ٦,٨) على أن تمثّل الشهور على المحور الأفقيّ والمبيعات على المحور الرأسي، ثم ارسم المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين، وأوجد ميله وفسّره.



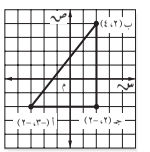
٠,٩؛ متوسط مبيعات المعرض ٠,٩ ملايين ريال في الشهر خلال الشهور ٢-٦.

٢ كرة سلة: سجّل لاعب في المباراة الأولى ١٤ نقطةً، وبلغ مجموع ما سجّله في ٥ مباريات ٨٢ نقطةً، وما سجّله في ١٠ مباريات ١٢٩ نقطةً، مثّل ذلك بيانيًّا وخصِّص المحور الأفقيّ لعدد المباريات، والمحور الرأسيّ لعدد النقاط ، وصِلْ كلّ نقطتين متتاليتين بقطعة مستقيمة.



٣ كرة سلة: أوجد ميل كلّ قطعة مستقيمة في المسألة رقم ٢ وفسّره، ثم حدّد الجزء من التمثيل الذي كان معدل التغيّر فيه أكبر. فسّر إجابتك. **١٧ ؛ معدل التسجيل ١٧ نقطةً لكل مباراة خلال المباريات ٢ - ٥؛ ٩,٤ معدل التسجيل ٩,٤ نقطةً لكل مباراة خلال المباريات ٦ - ١٠، الجزء الأول له ميل أعلى.**

٤ هندسة: يبيّن الشكل أدناه المثلث أ ب جـ في المستوى الإحداثي. فسّر كيف تجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ ، ب، ثم احسبه.



استعمل صيغة الميل؛ $\frac{٦}{٥}$

٥ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤ . ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟ **صفر؛ المستقيم أفقيّ.**

٦ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤ . ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين ب، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟ **غير معرّف؛ المستقيم رأسيّ.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤ التدريبات الإثرائية

رموز سريّة

استعملت الرموز السريّة ولعدة قرون لتمرير رسائل دون أن يُكتشف ما تحويه تلك الرسائل. وتُستعمل الرياضيات والأفكار الرياضية في الكثير من الرموز السرّيّة. وبإيجادك الميل لكلّ مما يأتي، سوف تكتشف محتوى الرسالة السريّة الآتية:

٢؛ ص (٢،٣)، (٥،٦)

-١؛ ل (-٢،٣)، (-١،٢)

$\frac{-١}{٢}$؛ (أ،١) (-١،٥)، (١،٤)

$\frac{٣}{٥}$؛ (ت،ة) (٤،٧)، (-١،٤)

$\frac{-١}{٢}$؛ (أ،١) (-١،٦)، (+٥،٣)

-١؛ ل (-٤،-٦)، (-٩،-١)

$\frac{-١}{٣}$؛ ظ (+٢،٤)، (-١،٥)

صفر؛ هـ (-١،٥)، (٥،٠)

$\frac{٢}{٣}$؛ ر (٠،٠)، (٢،٣)

الحل:

مفتاح الحل:

(أ، ١)	ب	(ت، ة)	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر
$-\frac{١}{٢}$	-٢	$\frac{٣}{٥}$	٣	٦	-١٠	١	$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٣}{٥}$	$\frac{٢}{٣}$
ز	س	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف
-٣	$-\frac{٤}{٥}$	$\frac{٤}{٥}$	٢	$\frac{٥}{٦}$	$-\frac{٢}{٥}$	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	-٦	$\frac{٩}{١٠}$
ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي		
$-\frac{٧}{٨}$	٧	-١	٥	-٤	صفر	-٩	$\frac{١}{١٠}$		

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

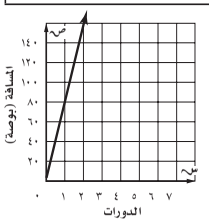
التغيّر الطرديّ

عندما تكون النسبة بين كميّتين متغيّرتين ثابتةً، فإن العلاقة بينهما تُسمَّى **تغيّرًا طرديًّا**.

مثال ١ **إذا كانت المسافة التي تقطعها درّاجة هوائيّة تتناسب طرديًّا مع عدد دورات عجلاتها، فما المسافة التي تقطعها الدرّاجة في الدورة الواحدة؟**

بما أن التمثيل البيانيّ للبيانات يشكّل خطًّا مستقيمًا. فإن معدل التغيّر يكون ثابتًا.

استعمل التمثيل البيانيّ المجاور لإيجاد النسبة الثابتة.



$$\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{(عدد الدورات)}} \longleftarrow \frac{٨٠}{١}، \frac{١٦٠}{٢} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٢٤٠}{٣} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٣٢٠}{٤} = \frac{٨٠}{١}$$

تقطع الدّراجة الهوائية مسافة ٨٠ بوصةً في كل دورة للعجلات.

مثال ٢ **إذا كان ثمن الأقلام يتناسب طرديًّا مع عددها، وعلمت أن ثمن ٧ أقلام هو ٨٤ ريالًا، فما ثمن ١٢ قلمًا؟**

لتكن س = عدد الأقلام، ص = ثمن الأقلام ، ع = ثمن القلم الواحد.

ص = س ع	تغيّر طردي
٨٤ = ٧ × ع	ص = ٨٤، س = ٧
١٢ = ع	بسّط
ص = ١٢ س	

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ١٢

ص = ١٢ س	
ص = ١٢ (١٢)	س = ١٢
ص = ١٤٤	اضرب.

إذن ثمن ١٢ قلمًا هو ١٤٤ ريالًا.

تمارين

اكتب عبارةً لكل مسألة مما يأتي وحلّها.

١ **بطاقات:** اشترى أربعة طلاب آلاتٍ حاسبة بِـ ٤١٠ ريالات. وفي اليوم التالي اشترى ٧ طلاب آلات حاسبةً من النوع نفسه بـ ٧١٧,٥ ريالًا. فما سعر الحاسبة الواحدة؟ **ص = ١٠٢,٥ س؛ ١٠٢,٥ ريال**

٢ **وظائف:** يتقاضى عصام ٢٤,٧٥ ريالًا في ٣ ساعات. إذا كان المبلغ يتناسب طرديًّا مع عدد الساعات، فكم ريالًا يتقاضى في ٢٠ ساعةً؟ **ص = ٨,٢٥ س؛ ١٦٥ ريالًا**

٣ **كعك:** تحتاج وصفة كعك إلى $٢\frac{١}{٢}$ كوب طحين لإعداد ١٦ قطعة كعك ، و $٣\frac{١}{٨}$ أكواب طحين لإعداد ٢٠ قطعة. فما مقدار الطحين المتطلّب لإعداد ١٢ قطعةً؟ **ص = $\frac{٥}{٣٢}$ س؛ $١\frac{٧}{٨}$ كوبًا**

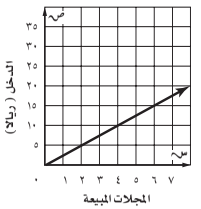
الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ تدريبات حلّ المسألة

التغيّر الطرديّ

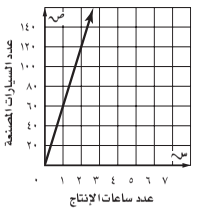
١ **مجلات:** يتناسب دخل بائع مجلّات طرديًّا مع عدد المجلّات التي يبيعها. فما دخله لكلّ مجلّة يبيعها؟

٢,٥ ريال لكل مجلّة



٢ **سيارات:** يتناسب عدد السيارات المصنَّعة طرديًّا مع عدد ساعات عمل خطوط الإنتاج. فما نسبة السيارات المصنَّعة إلى عدد ساعات الإنتاج؟

٦٠ سيارةً لكل ساعة



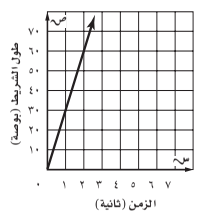
٣ **قيادة:** تسير سيارة ٤٥٣,٦ كيلومترًا في ٤,٥ ساعات. افترض أن المسافة تتناسب طرديًّا مع زمن الرحلة. فكم كيلومترًا تقطع السيارة في ٧ ساعات؟

٧٠٥,٦ كلم

٤ **قياس:** يتناسب عدد الكيلوجرامات التي تمثِّل كتلة جسم ما طرديًّا مع عدد الباوندات. فإذا كانت الكتلة ٤٥ كجم لجسم ما تقابل ١٠٠ باوند تقريبًا، فكم كيلوجرامًا كتلة جسم كتلته ٧٠ باوندًا؟

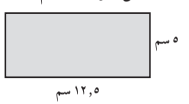
٣١,٥ كجم

٥ **تسجيل:** يتناسب طول الشريط المارّ بآلة التسجيل طرديًّا مع زمن تشغيله. اعتمد على الشكل أدناه في تحديد سرعة الشريط.



٣٠ بوصةً/ ثانية

٦ **هندسة:** يتناسب عرض مستطيل طرديًّا مع طوله. فما مساحة مستطيل طوله ٤,٥ م؟



٨,١ م^٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ التدريبات الإثرائية

إيجاد التغيّر العكسيّ وصيغته

إذا كنت تعرف الصيغة العامّة لمعادلات التغير الطرديّ وقيمة ثابت التغير، فإنك تستطيع كتابة معادلة تصف نقاط البيانات للتغيّر الطرديّ. انظر إلى الجدول المجاور الذي يبيّن العلاقة بين تغيّر نق مع مح.

نق	مح
١	٦,٢٨
٢	١٢,٥٦
٣	١٨,٨٤
٤	٢٥,١٢
٥	٣١,٤

١ ما ثابت التغيّر؟ **٦,٢٨**

٢ ما العلاقة المألوفة التي تعرّفت إليها في التغيّر الطردي التي يوضحها الجدول؟

تمثّل العلاقة بين نصف قطر الدائرة ومحيطها.

٣ اكتب معادلةً لإيجاد محيط دائرة نصف قطرها نق. **مح = ٦,٢٨ نق**

٤ ماذا يحدث لقيمة ح عند ضرب نق في ٢؟ **تصبح مثلي ما كانت عليه.**

التغيّر العكسيّ تتغيّر ص عكسيًّا مع س عندما ص = $\frac{ك}{س}$. للمتغيّرين س، ص والثابت ك.

يمكن تحديد نوع التغيّر من خلال جدول قيم لـ س وَ ص، فإذا كانت $\frac{ص}{س}$ تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر طردي، وأما إذا كانت س ص تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر عكسي.

للتمارين ٥ – ٧ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا:

٥

س	ص
٦	٢
٤	٣
٣	٤
٢	٦

عكسي

٦

س	ص
١٥	٣
٢٠	٤
٢٥	٥
٣٠	٦

طردي

٧

س	ص
١٢	٤
٦	٨
٣	١٦
٢	٢٤

عكسي

للتمرينين ٨، ٩ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا، ثم أوجد ثابت التغير، وأكمل الجدول

٨

س	ص
٢	١٥
٣	٢٢,٥
٤	؟
٥	٣٧,٥

٣٠

طردي، ثابت التغيّر = ٧,٥

٩

س	ص
٢	٣٠
٣	٢٠
٤	١٥
٥	؟

عكسي، ثابت التغيّر = ٦٠

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٦ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

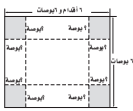
- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام×٥ أقدام.

خطّط: أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ:



اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.

١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.

تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

٥٢ قدمًا من السياج و١٤ عمودًا.

٢ **هندسة:** ما أقلّ عدد من المكعّبات الستمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤× ٥×٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟ **٩٦ مكعبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٨ استراتيجية حلّ المسألة "إنشاء نموذج"

شحن الكاكاو: لحلّ السؤالين ١، ٢ استعمل المعلومات في الجدول المجاور الذي يقدّم معلوماتٍ عن علب الكاكاو التي يرغب الموزّع في وضعها في بصناديق وشحنها إلى مخازن عدة في أنحاء المدينة.

علب الكاكاو	
الأبعاد	القطر ٤ بوصات والارتفاع ٨ بوصات
الكمية	١٥٣ علبةً
أبعاد صندوق الشحن	١٨×١٨ ×٢٤ بوصة

١ ما عدد صناديق الشحن التي يمكنك ملؤها بعلب الكاكاو؟ وكم علبةً تتبقّى؟ **٣ صناديق في كلّ منها ٤٨ علبة، ويتبقّى ٩ علب.**

٢ ما أبعاد أصغر صندوق يمكنك استعماله لشحن العلب المتبقّية؟ **كلّ من طوله وعرضه ١٢ بوصةً، وارتفاعه ٨ بوصات.**

٣ **ألعاب:** بُنيت قلعة فارغة من الداخل على شكل منشور رباعي من مكعّبات طول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، فإذا كان كلّ من طول القلعة وعرضها ٤ بوصات، وارتفاعها ١٥ بوصةً، فكم مكعّبًا نحتاج لملء فراغ القلعة؟
٦٠ مكعّبًا

٤ **طوابع:** ترغب مريم في عرض مجموعتها من الطوابع على لوحة. فإذا كانت الطوابع مربّعة الشكل، وطول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، وترغب في ترتيبها في ٤٨ صفًا، على أن يحتوي كلّ صفّ منها على ٢٤ طابعًا، مع ترك فراغ $\frac{1}{2}$ بوصة بين كلّ طابعين، وبوصتين على الأطراف، فما طول اللوحة وعرضها؟
$29\frac{1}{2}$ بوصةً× $75\frac{1}{2}$ بوصةً

٥ **بلاط:** غُطِّي صندوق أبعاده كما يأتي: طوله ١٠ بوصات وعرضه ٦ بوصات وارتفاعه ٤ بوصات، ببلاطات طول ضلع كلّ منها ١ بوصة. إذا كان في الوجه العلوي للصندوق فراغ بعداه ٨ × ٤ بوصات، فكم بلاطةً نحتاج إليها لتغطية جوانب الصندوق ووجهه العلوي؟
١٥٦ بلاطةً

٦ **صور:** رتّبت سامية صورتها وصورتي والديها وصورة أخيها على رفّ، فإذا كانت ترغب في أن تكون صورة والدها بجانب صورة والدتها، فبكم طريقة يمكنها ترتيب الصور الأربعة؟
١٢ طريقة