$f(x) = \frac{1}{x}$

a) أثبت صحة العلاقة من أجل $n=1$

b) أثبت $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n . n!}{x^{n+1}}$

c) نعرف $g(x) = \ln x$

أثبت أن g' بالاستفادة من الطلب السابق ← استنتج أن g لكل $n \in \mathbb{N}^*$

$g^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$

$f(1) = 1$

$(1,1)$ نقطة تماس

$m = f'(1)$ لكن $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

$m = -1$

$y - 1 = -1(x-1)$

$y = -x + 2$ معادلة المماس

---

(2)

$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n . n!}{x^{n+1}}$

من أجل $n=1$

$f'(x) = \frac{(-1).1!}{x^{1+1}} = \frac{-1}{x^2}$

نشتق التابع $f(x)$

$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

والعلاقة محققة من أجل $n=1$

الفرض:

$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n . n!}{x^{n+1}}$

الطلب:

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$

الإثبات: لإثبات الطلب نشتق الفرض

$\left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{0 - (n+1)x^n(-1)^n . n!}{(x^{n+1})^2}$

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)(-1)^n (n+1) n! \, x^n}{x^{2n+2}}$

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)! . x^n}{x^n . x^{n+2}}$

$= \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$

والعلاقة محققة من أجل $n+1$ فهي صحيحة.

---

(2) $g'(x) = \frac{1}{x} = f(x)$

نلاحظ أن

$f(x) = g'(x)$

إذاً رتبة العلاقة

$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n . n!}{x^{n+1}}$

أصبحت

$f^{(n-1)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} . (n-1)!}{x^n}$