معهد الطالب الطموح التعليمي — الصف: الثالث الثاني العلمي — اسم الطالب: .....

الـــلاذقية/مشروع الصليبة — اسم المادة: رياضيات - فوز/B/2 — الدرجة: 6.00

هاتف: 376761/376760 — مذاكرة في الاستنابة ..... — التاريخ: 20/10/2017

أ. حسان صهيوني

السؤال الأول: ليكن C منحنى البياني للتابع f الذي جدول تغيراته:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	3	↘	-2	↗	4	↗	$+\infty$

① أوجد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

② أوجد معادلة المماس المقارب المائل لـ C

③ هل $f(2)$ هي قيمة حدية علماً وأنا: (1) عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$

④ اكتب معادلة كل مماس موازي لمحور الفواصل لـ C

⑤ اثبت أن $f(1)$ هي قيمة حدية وبين نوعها.

السؤال الثاني: باستخدام العدد المشتق اثبت أن: $\lim_{x\to\pi} \frac{\sin x}{x-\pi} = -1$

السؤال الثالث: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\cos x$

المطلوب: ① أوجد $f'(x)$ ، $f''(x)$ ② اثبت بالتدريج أن: $f^{(n)}(x)=\cos\left(\frac{n\pi}{2}+x\right)$ أياً كان $n\in\mathbb{N}^*$

السؤال الرابع: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق

$$f(x)=\sin^2 x - 2\cos^3 x$$

① برهن أن f دوري دوره الأساسي 2π ، ثم اثبت أن $f(-x)$ و $f(x)$ متساويان وبالتالي يكفي دراسة f على $[0,\pi]$

② اثبت أن: $f'(x)=(1+3\cos x)\sin 2x$ أياً كان العدد الحقيقي x

السؤال الخامس: a و b عددان حقيقيان، C منحنى البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}-\{1\}$ وفق

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$$

عين a و b ليكون $y=2x+1$ معادلة المماس للمنحنى C في النقطة التي فاصلتها (0) من C

السؤال السادس:

ليكن C المنحنى البياني للتابع f المعين بالعلاقة $f(x)=-x\sqrt{4x-x^2}$

① a. ما نهاية $\frac{f(x)}{x}$ عندما x يسعى إلى الصفر واستنتج أن f مستقيم عن الصفر

b. ما نهاية $\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ عندما x يسعى إلى 4 وماذا تستنتج عن f عند $x=4$

② ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها وبين ما التابع f يحوي قيمة حدية علماً وبين نوعها.

③ اكتب معادلتي المماسين للمنحنى C في النقطتين $O(0,0)$ ، $A(4,0)$ وارسم C

انتهت الأسئلة

$f'(x) = 2\sin x \cdot \cos x - 2 \cdot 3\cos^2 x \cdot (-\sin x)$ ②

$= 2\sin x \cdot \cos x \cdot [1 + 3\cos x]$ ⑤

$= \sin 2x \cdot (1 + 3\cos x)$ ⑤

السؤال الثاني: ⑦⑩

$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = -1$ ؟ ⑩

نضع $f(x) = \sin x$ ⑩

$f(\pi) = \sin \pi = 0$ ⑩

$f'(x) = \cos x$ ⑩ f قابلة للاشتقاق على R

$f'(\pi) = \cos(\pi) = -1$ ⑩

$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = \lim_{x \to \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi} = f'(\pi)$ ⑩

$= -1$ ⑩

السؤال الأول: ⑧⑩

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ⑩ ①

② المقارب الأفقي: $y = 3$ ⑩ ⑤

③ $f(2)$ ليست قيمة حدية لأن المشتق لا يغير إشارته عند 2 ⑤

④ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً في R ⑩

⑤ $f(1)$ قيمة حدية محلية لأن:

$1 \in D_1$ حيث $D_1 =]-\infty, 2[$ ⑤ مجال.

$D \cap D_1 =]-\infty, 2[$ ⑤

أيا كان $x \in D \cap D_1$ فإن $f(x) \geq f(1) = -2$ ⑤

لذا $f(1) = -2$ قيمة حدية محلية.

⑥ المستقيمات الأفقية: $y = -2$ ، $y = 4$ ⑤ ⑤

السؤال الثاني: ⑦⑩

$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + 1}$

نقطة التماس $(0, -2)$ ⑩

$f(0) = -2 \Rightarrow \frac{0 + 0 + b}{1} = -2 \Rightarrow b = -2$ ⑩ ⑩

المماس أفقي عند 0 إذا $m = 0$ ⑩

$f'(0) = 0$ ⑩

$f'(x) = \frac{(2x + a)(x + 1) - (x^2 + ax + b)}{(x + 1)^2}$ ⑩

$= \frac{-2x^2 + 2x - x^2 - ax - b}{(x + 1)^2}$

$f'(0) = 0 \Rightarrow \frac{(0 + a)(0 + 1) - (0 + 0 + b)}{1} = 0$

$a - b = 0 \Rightarrow a = b = -2$ ⑩ ⑩

السؤال الأول: ⑩⑩

$f(x) = \sin^2 x - 2\cos^3 x$

① $f(x + 2\pi) = \sin^2(x + 2\pi) - 2\cos^3(x + 2\pi)$ ⑤ ⑤

$= [\sin(x + 2\pi)]^2 - 2[\cos(x + 2\pi)]^3$

$= \sin^2 x - 2(\cos^3 x) = f(x)$ ⑤ ⑤ ⑤

$f(-x) = [\sin(-x)]^2 - 2[\cos(-x)]^3$ ⑤ ⑤

$= (-\sin x)^2 - 2(\cos x)^3$ ⑤

$= \sin^2 x - 2\cos^3 x = f(x)$ ⑤

تلاحظ أن الدالة f زوجية ⑤

لأن أيا كان $x \in R$ فإن $-x \in R$ ⑤

$f(-x) = f(x)$

و الدالة f تقبل دورا 2π لأن ⑤

أيا كان $x \in R$ فإن $x + 2\pi \in R$ ⑤

$f(x + 2\pi) = f(x)$

ودورها 2π

بما أن الدالة دورية فيكفي دراستها على مجال طوله 2π

وليكن $[-\pi, \pi]$ ⑤

ولما f زوجية يكفي دراستها على $[0, \pi]$ ⑤

ثم نستنتج باقي الدراسة

سلم توجيهي مدارس الاستقلال كورس ٢٠٢١ / ٢٠٢٠

السؤال الثالث: [80]

① $f(x) = \cos x$

$f'(x) = -\sin x$ (5)

$f''(x) = -\cos x$. (5)

② نبرهن بالتراجع أن $E(n)$.

نبرهن أن $E(1)$ (5):

$f_1 = f'(x) = -\sin x$

$f_2 = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ (5) (5)

$\Rightarrow f_1 = f_2$

و (5) صحيحة $E(1)$.

نبرهن أن $E(n)$ صحيحة: (5)

$f^{(n)}(x) = \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{2} + x\right)$

نبرهن أن $E(n+1)$ (5) صحيحة:

$f^{(n+1)}(x) = \cos\left((n+1)\frac{\pi}{2} + x\right)$ ؟

$f_1 = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \left(\cos\left(n \cdot \frac{\pi}{2} + x\right)\right)'$ (5)

$= -\sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2} + x\right)$ (5)

$= \cos\left(n\frac{\pi}{2} + x + \frac{\pi}{2}\right)$ (5)

$= \cos\left(x + (n+1)\cdot\frac{\pi}{2}\right) = f_2$ (5)

و $E(n+1)$ صحيحة لما $E(n)$ صحيحة (5) أيا كان $n \in \mathbb{N}$ (5) .

سلم درجة هذا السؤال من 20 (20/10/2017)

السؤال الأول: (20)

$f(x) = -x\sqrt{4x-x^2}$ $\quad D=[0,4]$ (5)

1. a. $x>0$:

$\frac{f(x)}{x} = \frac{-x\sqrt{4x-x^2}}{x} = -\sqrt{4x-x^2}$ (10)

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 0 \in \mathbb{R}$ (5)

فالتابع استقاقي عند الصفر (10)

b.

$\frac{f(x)-f(4)}{x-4} = \frac{-x\sqrt{4x-x^2}-0}{x-4}$

$= \frac{-x\sqrt{x(4-x)}}{x-4}$ (5) $= \frac{-x\sqrt{x}\cdot\sqrt{4-x}}{-(4-x)}$ (5)

$= \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{4-x}}$ (5)

$\lim_{x\to 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4} = \lim_{x\to 4} \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{4-x}} = +\infty$ (5)

فالتابع غير استقاقي عند العدد $x=4$ (10)

2. $f(0) = f(4) = 0$ (5)(5)

$f'(0^+) = 0$ (5) ; f استقاقي على $]0,4[$ (5)

$f'(x) = -\sqrt{4x-x^2} + \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}\cdot(-x)$ (10)

$= \frac{-(4x-x^2)+(2-x)(-x)}{\sqrt{4x-x^2}}$

$= \frac{-4x+x^2-2x+x^2}{\sqrt{4x-x^2}} = \frac{2x^2-6x}{\sqrt{4x-x^2}}$ (10)

$= \frac{2x(x-3)}{\sqrt{4x-x^2}}$

$f'(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow f(0)=0 \\ x=3 \Rightarrow f(3) = -3\sqrt{12-9} = -3 \end{cases}$ (5)(5)

x	0		3		4
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$
f	0	$\searrow$	$-3\sqrt{3}$	$\nearrow$	0

(5)

البعد الثاني بين الجدول (5)
البعد الثالث بين الجدول (5)

3. النقطة التي عندها المماس موازي لمحور الفواصل هي $(0,0)$ (10)

المماس الثاني هو $A(4,0)$ (10)

4. $y=0$ (5) فيه كرسي مائل

$f(4)=0$ (5) كرسي مائل

$f(3)=-3\sqrt{3}$ (5) فيه مستوى مائل

الرسم: