الفصل الـ 6

فهرس الدروس /

@zip2n @AL_JOUD_10

سبحان الله وبحمده، سبحان الله العظيم

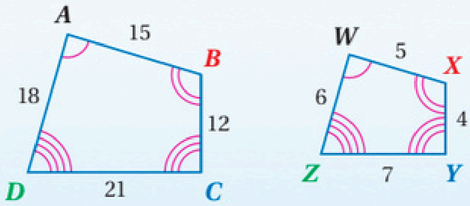
المضلعات المتشابهة

المفهوم الاساسي

مفهوم أساسي — **المضلعات المتشابهة** — أضف إلى مطويتك

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.



الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

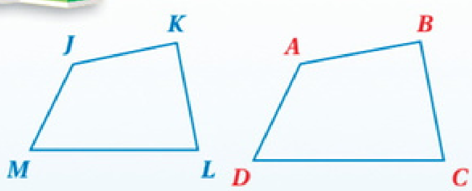
$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

النظرية

نظرية 6.1 — **محيطا المضلعين المتشابهين** — أضف إلى مطويتك

إذا تشابه مضلعان، فإنّ النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



مثال: إذا كان $JKLM \sim ABCD$ ، فإنّ:

$$\frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ} = \frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ}$$

المفردات الاساسية

المضلعات المتشابهة لها شكل نفسه ، ولكن ليس بالضرورة ان يكون لها القياسات نفسها

معامل التشابهة النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين

نسبة التشابهة معامل التشابه بين مضلعين متشابهين

المثلثات المتشابهة

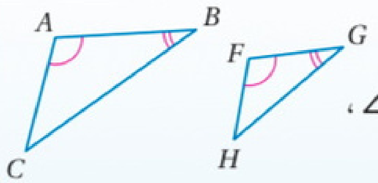
المسلمة

مسلمة 6.1 التشابه بزاويتين (AA)

أضف إلى مطويتك

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: في المثلثين ABC , FGH ، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$ ، فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

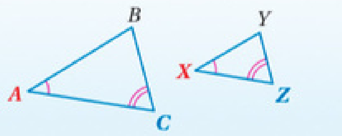


ملخص المفهوم

ملخص المفهوم تشابه المثلثات

أضف إلى مطويتك

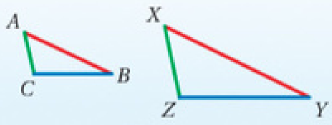
مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X$, $\angle C \cong \angle Z$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

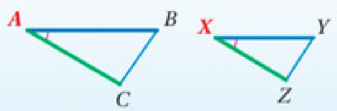
نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية التشابه SAS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}$, $\angle A \cong \angle X$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

النظرية

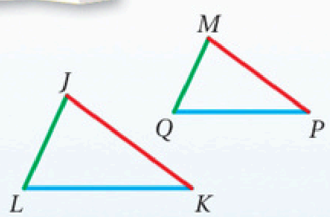
نظريتان

أضف إلى مطويتك

6.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

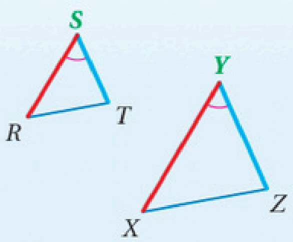
مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.



6.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان $\angle S \cong \angle Y$, $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$ ، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.



المثلثات المتشابهة

النظرية

نظرية 6.4 خصائص المثلثات المتشابهة

أضف إلى مطويتك

خاصيّة الانعكاس للتشابه:	$\triangle ABC \sim \triangle ABC$
خاصيّة التماثل للتشابه:	إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
خاصيّة التعدي للتشابه:	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF,\ \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

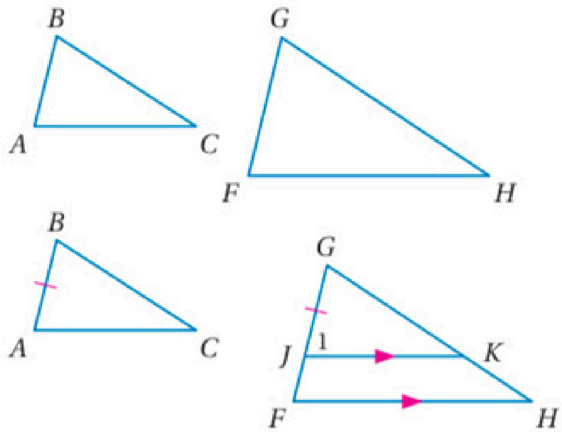
البرهان

برهان النظرية 6.2

اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 6.2

المعطيات: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$



البرهان:

عيّن النقطة J على $\overline{FG}$ ، بحيث يكون $JG = AB$.

ارسم $\overline{JK}$ ، بحيث يكون $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$.

سمِّ $\angle GJK$ بالرمز $\angle 1$.

بما أنّ $\angle G \cong \angle G$ وفق خاصية الانعكاس،

و $\angle F \cong \angle 1$ وفق مسلمة الزاويتين المتناظرتين،

فإنّ $\triangle GJK \sim \triangle GFH$ وفق مسلمة التشابه AA .

ومن تعريف المضلعات المتشابهة يكون: $\frac{JK}{FH} = \frac{GK}{GH} = \frac{JG}{FG}$.

وبالتعويض ينتج أن: $\frac{JK}{FH} = \frac{GK}{GH} = \frac{AB}{FG}$.

وبما أن: $\frac{AC}{FH} = \frac{BC}{GH} = \frac{AB}{FG}$ ، إذن يمكننا استنتاج أنّ: $\frac{AC}{FH} = \frac{JK}{FH}$, $\frac{BC}{GH} = \frac{GK}{GH}$ ، وهذا يعني أن:

$GK = BC, JK = AC$ ، لذلك $\overline{GK} \cong \overline{BC}, \overline{JK} \cong \overline{AC}$.

ومن مسلّمة التطابق SSS ، يكون $\triangle ABC \cong \triangle JGK$.

ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن: $\angle B \cong \angle G , \angle A \cong \angle 1$ ، وبما أن:

$\angle 1 \cong \angle F$ ؛ إذن $\angle A \cong \angle F$ وفق خاصية التعدّي؛ إذن ومن مسلمة التشابه AA ، يكون $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

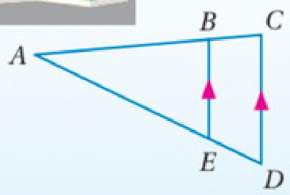
المستقيمات المتوازية والاجزاء المتناسبة

النظرية

نظريّة 6.5 — نظريّة التناسب في المثلث

أضف إلى مطويتك

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

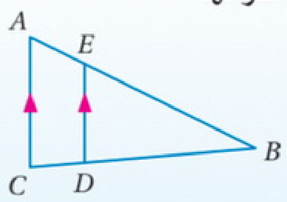


مثال: إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

نظريّة 6.6 — عكس نظريّة التناسب في المثلث

أضف إلى مطويتك

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

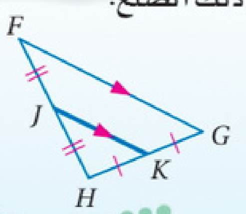


مثال: إذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.

نظريّة 6.7 — نظريّة القطعة المنصَفة في المثلث

أضف إلى مطويتك

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.



مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$, $JK = \frac{1}{2} FG$.

المفردات الاساسية

القطعه المنصفة في المثلث

هي قطعه مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث

المستقيمات المتوازية و الاجزاء المتناسبة

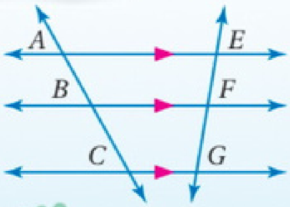
النتيجة

نتيجة 6.1 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

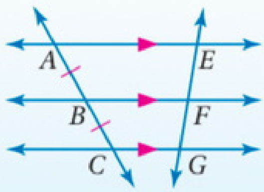


نتيجة 6.2 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



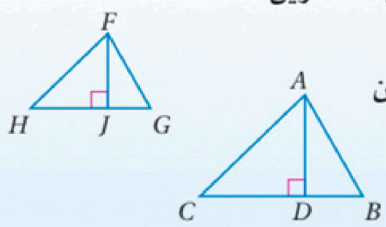
عناصر المثلثات المتشابهة

النظريات

نظريات قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين — أضف إلى مطويتك

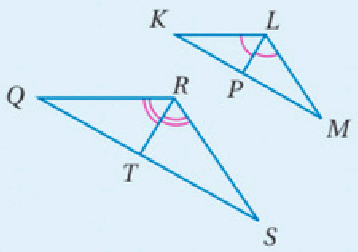
6.8 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولَي كلّ ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ، $\overline{AD}$ ، $\overline{FJ}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AB}{FG} = \frac{AD}{FJ}$.



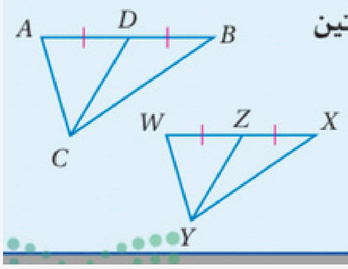
6.9 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولَي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ ، $\overline{RT}$ ، $\overline{LP}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LM}{RS} = \frac{LP}{RT}$.



6.10 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ ، $\overline{YZ}$ ، $\overline{CD}$ قطعتين متوسطتين فإنّ $\frac{AB}{WX} = \frac{CD}{YZ}$.



النظرية

نظرية 6.11 منصّف زاوية في مثلث — أضف إلى مطويتك

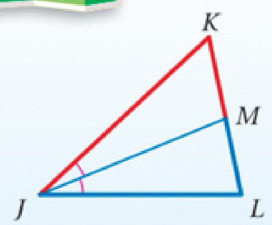
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولَيهمَا تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.

مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

فإنّ $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$

KM ← القطعتان المشتركتان بالرأس K

LM ← القطعتان المشتركتان بالرأس L



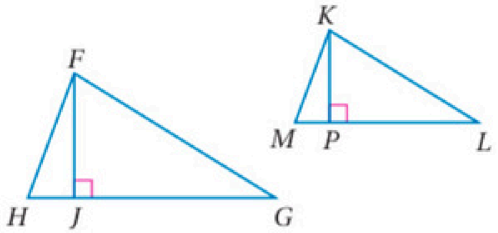
عناصر المثلثات المتشابهة

البرهان

برهان النظرية 6.8

المعطيات: $\triangle KLM \sim \triangle FGH$ ، و $\overline{KP}$, $\overline{FJ}$ ارتفاعان.

المطلوب: $\frac{HF}{MK} = \frac{FJ}{KP}$



برهان حر:

بما أن: $\triangle KLM \sim \triangle FGH$ ، إذن $\angle M \cong \angle H$ ، كما أن $\angle KPM \cong \angle FJH$ ؛ لأنهما زاويتان قائمتان ناتجتان عن ارتفاعين، وجميع الزوايا القوائم متطابقة؛ لذلك فإن

$\triangle MKP \sim \triangle HFJ$ بحسب مسلمة التشابه AA ؛ إذن $\frac{HF}{MK} = \frac{FJ}{KP}$ وفق تعريف المضلعين المتشابهين.