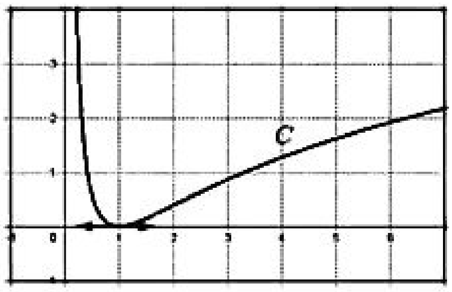
الرياضيات
نماذج امتحانية
البكالوريا السورية 2024

النموذج الأول
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمائة

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب :



1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
2) دلّ على القيمة الحدية المحلية للتابع f مبيناً نوعها .
3) جد حلول المتراجحة : $f'(x) \leq 0$
4) جد مجموعة تعريف التابع : $g: x \mapsto \ln(f(x))$

السؤال الثاني :

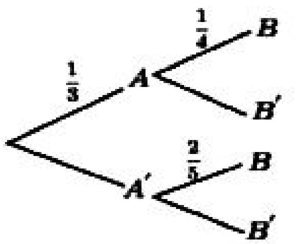
في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $B(3,-1,3), A(1,3,2)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(2,1,0)$ و $\vec{v}(3,2,2)$ شعاعين موجهين له . أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد P ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي P إذا علمت أنه مار من المبدأ .

السؤال الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \sqrt{x}\,.sin(\sqrt{x})$

1) أثبت أنّ f اشتقاقي عند (0) وأوجد $f'(0)$.
2) اكتب معادلة لمماس الخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

السؤال الرابع :



ليكن B , A حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية ممثلة بالمخطط الشجري المجاور

المطلوب : أكمل المخطط الشجري ثم احسب $P(A|B)$.

السؤال الخامس :

ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ والمطلوب :

ادرس تغيرات التابع f واستنتج أنه تابع محدود

السؤال السادس :

عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق المساواة التالية : $12\binom{n+2}{4} = 7P_n^3$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 للتمرين الثالث)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = ax + b - lnx$

1) جد العددين b, a إذا علمت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 1$ مماس للخط C في نقطة A منه فاصلتها 1
2) من أجل $b = 0 , a = 1$ ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثاني :

المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق $u_0 = 2$ وعند كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$

1) أثبت أن $u_n > 1$ أياً كان العدد الطبيعي n .
2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها .
3) لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1}$
   - أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حسابية .
   - اكتب v_n بدلالة n واستنتج أنّ : $u_n = \frac{n+2}{n+1}$

التمرين الثالث : نتأمل معلماً متجانساً $(O;\vec{u},\vec{v})$ في المستوي العقدي

1) ليكن العدد العقدي $w = \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} - i}$ أثبت أنّ $|w| = 1$
2) تحقق أنّ $Z_1 = i\sqrt{3}$ حلاً للمعادلة : $Z^2 - (1 + i\sqrt{3})Z + i\sqrt{3} = 0$ ثم جد Z_2 الحل الآخر .
3) لتكن النقاط M و M_1 و M_2 التي تمثلها الأعداد العقدية السابقة w و Z_1 و Z_2 بالترتيب
   إذا علمت أن M_1 صورة M وفق تحاك مركزه M_2 ونسبته k أحسب k .

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط : $A(1,-1,3)$, $B(0,3,1)$, $C(6,-7,-1)$, $D(2,1,3)$, $E(4,-6,2)$

والمطلوب :

1) أثبت أنّ E مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(A,2),(B,-1),(C,1)$
2) بين أنّ المجموعة ع المكونة من النقاط M التي تحقق العلاقة : $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{21}$
   هي كرة مركزها E ونصف قطرها $R = \sqrt{21}$
3) بيّن أنّ النقاط A و B و D تعين مستوياً اكتب معادلته .
4) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC) ثم بيّن أنّ (EC) يعامد المستوي (ABD) بنقطة H يطلب إيجاد إحداثياتها .
5) إذا علمت أنّ مساحة المثلث ABD هي $\sqrt{14}$ فاحسب حجم الهرم (E,ABD) .

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ بالعلاقة :
$f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 4$ والمطلوب :

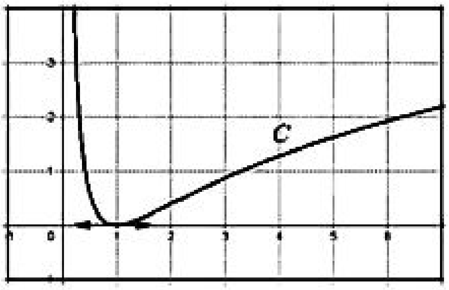
1) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب مائل للخط C ثم أدرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب Δ
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها وبيّن ما للتابع من قيم حدية محلية وما للخط البياني من مستقيمات مقاربة أفقية أو شاقولية .
3) أثبت أنّ للمعادلة $f(x) = 0$ حلين مختلفين واحصر كل منها بين عددين صحيحين متتاليين .
4) ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5) احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 3$ و $x = 4$.

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الأول من نماذج مجموعة البكالوريا السورية

السؤال الأول : نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$

والمطلوب :



1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2) دل على القيمة الحدية المحلية للتابع f مبيناً نوعها .

3) جد حلول المتراجحة : $f'(x) \le 0$

4) جد مجموعة تعريف التابع : $g: x \mapsto \ln(f(x))$

الحل :

1) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2) $f(1) = 0$ قيمة حدية صغرى محلية

3) $x \in]0,1]$

4) $D_g =]0,1[\cup]1,+\infty[$

إعداد المدرسين : أ. رامي شقرا - أ.وائل ابو الخير - أ. يولا برم

تنسيق المهندس حسام قاسم

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $B(3,-1,3), A(1,3,2)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(2,1,0)$ و $\vec{v}(3,2,2)$ شعاعين موجهين له أثبت أن المستقيم (AB) يعامد P ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي P إذا علمت أنه مار من المبدأ .

الحل :

شعاع توجيه (AB) هو $\overrightarrow{AB}(2,-4,1)$

$\overrightarrow{AB}.\vec{u} = 4-4+0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \quad ...(1)$

$\overrightarrow{AB}.\vec{v} = 6-8+2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} \perp \vec{v} \quad ...(2)$

من (1) و (2) نستنتج أن $(AB) \perp P$

$\overrightarrow{AB}(2,-4,1)$ شعاع ناظم على P : $\quad P: a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$P: 2x-4y+z=0$

إعداد المدرس علي جمول

تنسيق المهندس حسام قاسم

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

تدقيق المدرسين: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ مهند حريتة ✿ أيمن الحايك ✿ زينب يوسف ✿ علي جمول ✿ مصطفى الرزوق

السؤال الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\sqrt{x}\,.\,sin(\sqrt{x})$

1) أثبت أن f اشتقاقي عند (0) وأوجد $f'(0)$.

2) اكتب معادلة لمماس الخط C في النقطة التي فاصلتها $x=0$.

الحل :

(1

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}\,.\,sin(\sqrt{x})}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}=1\in R$$

فالتابع f اشتقاقي عند (0) و $f'(0)=1$

2) معادلة المماس في المبدأ $(0,0)$:

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)$$

$$y=1(x)+0$$

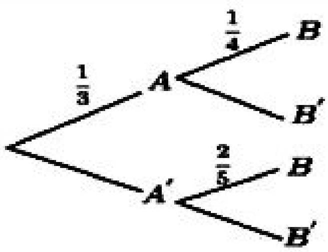
$$y=x$$

إعداد المدرس فادي طنوس | تنسيق المهندس حسام قاسم | إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

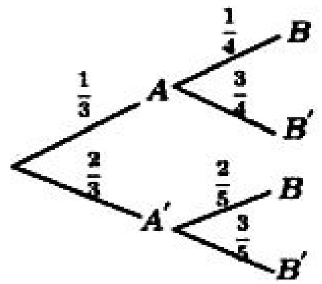
السؤال الرابع :

ليكن B , A حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية ممثلة بالمخطط الشجري المجاور

المطلوب : أكمل المخطط الشجري ثم احسب $P(A|B)$.



الحل :



$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$P(A\cap B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$$

$$P(B)=P(A\cap B)+P(A'\cap B)$$

$$P(B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{12}+\frac{4}{15}=\frac{21}{60}=\frac{7}{20}$$

$$P(A|B)=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{7}{20}}=\frac{20}{84}=\frac{5}{21}$$

إعداد المدرس جمال الخليل | تنسيق المهندس حسام قاسم | إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

تدقيق المدرسين: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ مهند حريقة ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف ✿ علي جمول ✿ مصطفى الرزوق

السؤال الخامس :

ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$ والمطلوب :

أدرس تغيرات التابع f واستنتج أنه تابع محدود

الحل :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$$

$$f'(x)=\frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2}>0$$

بالتالي f متزايد تماماً على R

نلاحظ أن : $f(x)\in]0,1[$ فهو تابع محدود

((أو يمكن كتابة جدول التغيرات ويستنتج المحدودية))

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد | تنسيق المهندس حسام قاسم | إعداد الأستاذ عبد الحميد السيد

السؤال السادس :

عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق المساواة التالية : $12\binom{n+2}{4}=7P_n^3$

الحل :

$$12\binom{n+2}{4}=7P_n^3$$

شرط الحل : $n\geq 3$

$n+2\geq 4$ ومنه $n\geq 2$

بالتالي الشرط : $n\geq 3$

$$12\frac{(n+2)(n+1)(n)(n-1)}{4\times 3\times 2\times 1}=7n(n-1)(n-2)$$

$$n^2+3n+2=14(n-2)$$

$$n^2-11n+30=0$$

$$(n-5)(n-6)=0$$

$n=5$ مقبول ، $n=6$ مقبول

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد | تنسيق المهندس حسام قاسم | إعداد المدرسة لميس الصوصو

تدقيق المدرسين: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ مهند حريقة ✿ أيمن الحايك ✿ زينب يوسف ✿ علي جمول ✿ مصطفى الرزوق

التمرين الأول :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = ax + b - \ln x$

1) جد العددين b, a إذا علمت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 1$ مماس للخط C في نقطة A منه فاصلتها 1

2) من أجل $a = 1$, $b = 0$ ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها .

الحل :

1) $A(1,1)$ نقطة تماس Δ مع الخط C

f اشتقاقي على $I =]0,+\infty[$ ومشتقه : $f'(x) = a - \frac{1}{x}$

- ميل المماس Δ يساوي الصفر $\boxed{f'(1) = m_\Delta}$

$f'(1) = 0$

$a - 1 = 0$

$a = 1$

- A نقطة من C هذا يكافىء $\boxed{f(1) = 1}$

$1 + b - 0 = 1$

$b = 0$

2)

$f(x) = x - \ln x$

$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$

لأجل $x > 0$: $f(x) = x\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

المقام موجب تماماً وبالتالي إشارة المشتق من إشارة البسط $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, $f(1) = 1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

إعداد المدرس صلاح ديب | تنسيق المهندس حسام قاسم | إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

تدقيق المدرسين: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ مهند حريقة ✿ أيمن الحايك ✿ زينب يوسف ✿ علي جمول ✿ مصطفى الرزوق

التمرين الثاني :

المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق $u_0 = 2$ وعند كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$

1) أثبت أن $u_n > 1$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

3) لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1}$

a) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حسابية . b) اكتب v_n بدلالة n واستنتج أنّ : $u_n = \frac{n+2}{n+1}$

الحل :

1) لتكن الخاصة : $E(n): u_n > 1$

نثبت صحة الخاصة لأجل $n = 0$: $E(0): u_0 = 2 > 1$ صحيحة

نفترض صحة $E(n)$: $E(n): u_n > 1$ (صحيحة)

ولنثبت صحة $E(n+1)$: $E(n+1): u_{n+1} > 1$

لدينا من الفرض $u_n > 1$

$u_{n+1} = f(u_n)$ حيث أنّ $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$ وبما أنّ $f'(x) = \frac{1}{x^2} > 0$ فالتابع f متزايد تماماً على $]0, +\infty[$

$$f(u_n) > f(1)$$

$$u_{n+1} > 1$$

إذاً $E(n+1)$ صحيحة و بالتالي الخاصة $E(n)$ صحيحة أياً كانت قيمة العدد الطبيعي n

2) لتكن الخاصة : $Q(n): u_{n+1} < u_n$

نثبت صحة الخاصة لأجل $n = 0$: $Q(0): u_1 = \dfrac{3}{2} < u_0 = 2$ صحيحة

نفترض صحة $Q(n)$: $Q(n): u_{n+1} < u_n$

ولنثبت صحة $Q(n+1)$: $Q(n): u_{n+2} < u_{n+1}$

من الفرض : $u_{n+1} < u_n$

بما أنّ التابع f متزايد تماماً على $]0, +\infty[$ $f(u_{n+1}) < f(u_n)$

((إذاً $Q(n+1)$ صحيحة و بالتالي الخاصة $Q(n)$ صحيحة أياً كانت قيمة العدد الطبيعي n)) $u_{n+2} < u_{n+1}$

بما أنّ المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة من عدد ℓ

وبما أنّ التابع f مستمر على المجال $]0, +\infty[$ فهو مستمر عند ℓ حل المعادلة : $f(x) = x$

$$2 - \frac{1}{x} = x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$$

3) $$v_{n+1} - v_n = \left(3 + \frac{1}{u_{n+1} - 1}\right) - \left(3 + \frac{1}{u_n - 1}\right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{u_n}} - \frac{1}{u_n - 1} = \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = 1$$

فالمتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r = 1$ ومنه $v_n = v_0 + nr$ أي $v_n = 4 + n$

$$v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1} \Rightarrow v_n - 3 = \frac{1}{u_n - 1} \Rightarrow u_n - 1 = \frac{1}{v_n - 3} \Rightarrow u_n = \frac{v_n - 2}{v_n - 3} \Rightarrow u_n = \frac{n+2}{n+1}$$

إعداد المدرس باسل سلطة | تنسيق المهندس حسام قاسم | إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

تدقيق المدرسين: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ مهند حريفة ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف ✿ علي جمول ✿ مصطفى الرزوق

التمرين الثالث :

نتأمل معلماً متجانساً $(O;\vec{u},\vec{v})$ في المستوي العقدي

1) ليكن العدد العقدي $w=\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$ أثبت أنّ $|w|=1$

2) تحقق أنّ $Z_1=i\sqrt{3}$ حلاً للمعادلة : $Z^2-(1+i\sqrt{3})Z+i\sqrt{3}=0$ ثم جد Z_2 الحل الآخر .

3) لتكن النقاط M و M_1 و M_2 التي تمثلها الأعداد العقدية السابقة w و Z_1 و Z_2 بالترتيب

إذا علمت أن M_1 صورة M وفق تحاك مركزه M_2 ونسبته k أحسب k .

الحل :

1) $$|w|=\left|\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\right|=\frac{|\sqrt{3}+i|}{|\sqrt{3}-i|}=\frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{3+1}}=1$$

2) $$P(Z)=Z^2-(1+i\sqrt{3})Z+i\sqrt{3}$$

$$P(i\sqrt{3})=(i\sqrt{3})^2-(1+i\sqrt{3})(i\sqrt{3})+i\sqrt{3}$$
$$=-3-i\sqrt{3}+3+i\sqrt{3}=0$$

إذاً $Z_1=i\sqrt{3}$ حلاً للمعادلة $P(Z)=0$

$$Z_1.Z_2=i\sqrt{3}\quad\Rightarrow\quad i\sqrt{3}.Z_2=i\sqrt{3}\quad\Rightarrow Z_2=1$$

3) $$Z_1-Z_2=k(w-Z_2)$$

$$i\sqrt{3}-1=k\left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}-1\right)$$

$$i\sqrt{3}-1=k\,\frac{2i}{\sqrt{3}-i}$$

$$k=\frac{(i\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-i)}{2i}=\frac{3i+\sqrt{3}-\sqrt{3}+i}{2i}=\frac{4i}{2i}=2$$

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد | تنسيق المهندس حسام قاسم | إعداد المدرس محمد مهنا

تدقيق المدرسين: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ مهند حريتة ✿ أيمن الحايك ✿ زينب يوسف ✿ علي جمول ✿ مصطفى الرزوق

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط : $A(1,-1,3)$ ، $B(0,3,1)$ ، $C(6,-7,-1)$ ، $D(2,1,3)$ ، $E(4,-6,2)$

1) أثبت أنّ E مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(A,2),(B,-1),(C,1)$

2) بيّن أنّ المجموعة ε المكونة من النقاط M التي تحقق العلاقة : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{21}$

هي كرة مركزها E ونصف قطرها $R=\sqrt{21}$

3) بيّن أنّ النقاط A و B و D تعين مستوياً اكتب معادلته .

4) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC) ثم بيّن أنّ (EC) يعامد المستوي (ABD) بنقطة H يطلب إيجاد إحداثياتها

5) إذا علمت أنّ مساحة المثلث ABD هي $\sqrt{14}$ فاحسب حجم الهرم (E,ABD) .

الحل :

1)
$$x_G=\frac{\alpha\, x_A+\beta\, x_B+\gamma\, x_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\frac{2-0+6}{2}=4$$
$$y_G=\frac{\alpha\, y_A+\beta\, y_B+\gamma\, y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\frac{-2-3-7}{2}=-6$$
$$z_G=\frac{\alpha\, z_A+\beta\, z_B+\gamma\, z_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\frac{6-1-1}{2}=2$$

نلاحظ أنّ : $G(4,-6,2)=E$

2) بما أنّ E مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(A,2),(B,-1),(C,1)$

فإنّ : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{ME}$ ومنه : $\|2\overrightarrow{ME}\|=2\sqrt{21}$ بالتالي $\|\overrightarrow{ME}\|=\sqrt{21}$

إذاً مجموعة النقاط هي كرة مركزها (E) ونصف قطرها $R=\sqrt{21}$

3) $\begin{cases}\overrightarrow{AB}(-1,4,-2)\\ \overrightarrow{AD}\,(1,2,0)\end{cases}$ $\frac{-1}{1}\neq\frac{4}{2}$ فالشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركباتهما

فالنقاط A و B و D لاتقع على استقامة واحدة فهي تعيّن مستوي

معادلة المستوي : بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ شعاع ناظم على المستوي (ABD)

$$\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AD}=0 \Rightarrow a+2b=0 & ...(1)\\ \vec{n}.\overrightarrow{AB}=0 \Rightarrow -a+4b-2C=0 & ...(2)\end{cases}$$

بفرض $b=1$ نجد $a=-2$

بالتعويض نجد $c=3$

$$(ABD):a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0 \Rightarrow (ABD):2x-y-3z+6=0$$

4) تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC) : من $E(4,-6,2)$ و $\overrightarrow{EC}(2,-1,-3)$ شعاع موجه له .

$$(EC):\begin{cases}x=at+x_E\\ y=bt+y_E\\ z=ct+z_E\end{cases} :t\in R \Rightarrow (EC):\begin{cases}x=2t+4\\ y=-t-6\\ z=-3t+2\end{cases} :t\in R$$

$\overrightarrow{EC}(2,-1,-3) = \vec{n}_{(ABD)}(2,-1,-3)$ (مرتبطين خطياً) إذاً $(EC)\perp(ABD)$

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (ABD) نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستوي

نجد : $t=-1$ وبالتعويض نجد : $H(2t+4,-t-6,-3t+2)=H(2,-5,5)$

5) ارتفاع الهرم : بعد E عن (ABD)

$$dist\big(E,(ABD)\big)=\frac{|8+6-6+6|}{\sqrt{14}}=\frac{14}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}=h$$

$$V=\frac{1}{3}S_{ABD}.h=\frac{1}{3}(\sqrt{14}).(\sqrt{14})=\frac{14}{3}$$

إعداد المدرس جهاد حبيب

تنسيق المهندس حسام قاسم

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ بالعلاقة : $f(x)=x+\frac{2}{\sqrt{x}}-4$ والمطلوب :

1) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C ثم أدرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب Δ

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها وبيّن ما للتابع من قيم حدية محلية وما للخط البياني من مستقيمات مقاربة أفقية أو شاقولية .

3) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلين مختلفين واحصر كل منها بين عددين صحيحين متتاليين .

4) ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=3$ و $x=4$.

الحل :

1) التابع f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)=0$$

فالمستقيم Δ الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$

■ $f(x)-y_\Delta=\frac{2}{\sqrt{x}}>0$ ومنه C فوق Δ

2) المستقيم الذي معادلته $x=0$ وهو محور التراتيب مقارب شاقولي لـ C $\quad\lim_{x\to0^+}f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$: $\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{x}}=0\right)$

$f'(x)=1-\frac{1}{x\sqrt{x}}=\frac{x\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=-1$

$f(1)=-1$ قيمة صغرى محلياً

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

3) التابع f مستمر ومتزايد تماماً على $[1,+\infty[$

$0\in f([1,+\infty[)=[-1,+\infty[$

إذاً للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد $\beta\in[1,+\infty[$

$$\begin{cases} f(2)=\sqrt{2}-2<0 \\ f(3)=\frac{2}{\sqrt{3}}-1>0 \end{cases} \quad 2<\beta<3$$

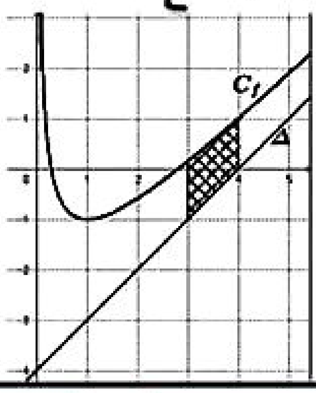
■ التابع f مستمر ومتناقص تماماً على $]0,1[$

$0\in f(\,]0,1[\,)=]-1,+\infty[$

إذاً للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد $\alpha\in]0,1[$

$0<\alpha<1$

4)



5) $S=\int_3^4(f(x)-y_\Delta)\,dx$

$S=\int_3^4\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)dx=\int_3^4 4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$

$S=\left[4\sqrt{x}\right]_3^4=4\sqrt{4}-4\sqrt{3}=8-4\sqrt{3}$

إعداد المدرس فاطر يونس

تنسيق المهندس حسام قاسم

إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد