الرياضيات
نماذج امتحانية
البكالوريا السورية 2024

النموذج: الثالث
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة: ستمائة

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية توقعه الرياضي $\mathbb{E}(X) = 1$. والمطلوب:
أكمل الجدول الآتي الذي يمثل قانونه الاحتمالي:

x	0	1	2	3
$\mathbb{p}(X = x)$				

السؤال الثاني:
في معلم متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ لتكن لدينا النقطتان $A(5,2,3)$ و $B(3,4,-1)$ ومستوياً P. ولتكن النقطة B هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي P ، أعط معادلة ديكارتية لـ P .

السؤال الثالث:
ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرَّف على المجال: $I = [-1, +\infty[$ وفق: $f(x) = 2\sqrt{x+1} - x$.
بفرض A و B و C ثلاث نقاط من C_f فواصلها على الترتيب هي: 0 و -1 و 3 . والمطلوب:
أثبت أن المماس للخط C_f في النقطة A يوازي المستقيم (BC) .

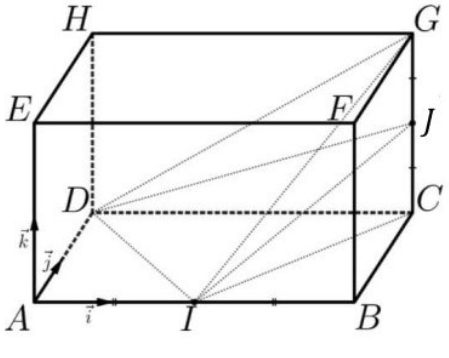
السؤال الرابع:
ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرَّف على المجال: $I =]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$. والمطلوب:
1) اكتب $f(x)$ بالصيغة: $f(x) = ax + \frac{b}{x-1}$ ، حيث a و b ثوابت حقيقية .
2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ C_f .
3) ادرس الوضع النسبي للخط C_f ومقاربه Δ .

السؤال الخامس: حل المتراجحة: $2\ln^2 x \geq \ln x^2$

السؤال السادس: عين التابع الأصلي الذي ينعدم عند $x = \pi$ للتابع: $f: x \mapsto \sin 2x \, . \cos^2 x$ المعرَّف على $\mathbb{R}$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية : (80 درجة للتمرين الأول - 60 درجة لكل من التمرينين الثاني و الثالث)

التمرين الأول:
$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه: $AB = 4$ و $CG = BC = 2$. والنقطتان I و J منتصفا $[AB]$ و $[CG]$ على الترتيب، ولنختر معلماً متجانساً $\left(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ حيث: $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\vec{j} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$. والمطلوب:
1) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً.
2) أثبت أن: $\overrightarrow{IJ} \, . \overrightarrow{ID} = 0$
3) بفرض: V_1 حجم رباعي الوجوه $GCID$
V_2 حجم رباعي الوجوه $JCID$
V حجم رباعي الوجوه $GJID$
أثبت أن $V_1 = 2V_2$ ، واستنتج قيمة V .



يتبع في الصفحة الثانية

<u>الصفحة الثانية</u>

التمرين الثاني: لتكن لدينا المتتاليتان $(x_n)_{n\geq 0}$ و $(y_n)_{n\geq 0}$ المعرفتان وفق:

$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ y_{n+1} = x_n + y_n \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_{n+1} = x_n + 2 \end{cases}$$

والمطلوب:

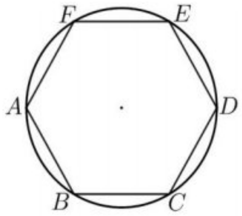
1) أثبت أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية، عين أساسها r ، ثم اكتب x_n بدلالة n .

2) ادرس اطراد المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$.

3) أثبت أنَّ: $y_{n+1} = x_0 + x_1 + x_2 + \cdots + x_n$

4) استنتج عبارة y_n بدلالة n ، هل المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$ متقاربة أم متباعدة ؟ ولماذا ؟

التمرين الثالث: في الشكل المرسوم جانباً لدينا ست نقاط: A و B و C و D و E و F موزعة على دائرة بحيث تشكل رؤوس مسدس منتظم. والمطلوب:



1) a) ما عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها من رؤوس المسدس.

b) ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن تشكيلها من رؤوس المسدس.

2) ما عدد الأشكال الرباعية التي يمكن تشكيلها من رؤوس المسدس.

3) ما عدد الكلمات المؤلفة من أربعة أحرف مختلفة والتي يمكن تشكيلها من أحرف رؤوس المسدس.

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين :</u> (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{1-e^x}{e^x+1}$ والمطلوب:

1) أثبت أن المستقيمين: d_1 الذي معادلته $y = 1$ و d_2 الذي معادلته $y = -1$ مقاربان للخط C_f.

2) أثبت أن f تابع فردي، ثم اذكر الصفة التناظرية لخطه البياني C_f .

3) ادرس تغيرات التابع f، ونظّم جدولاً بها.

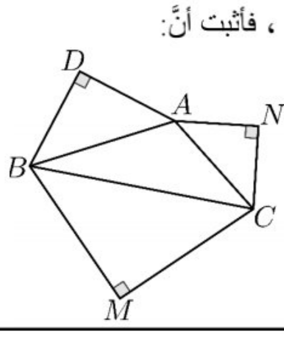
4) اكتب معادلة المماس T للخط البياني C_f في المبدأ O . ثم ادرس وضع C_f بالنسبة الى T .

5) ارسم في معلم متجانس كلاً من: d_1 و d_2 و T و C_f.

6) ارسم الخط البياني C_h للتابع $h(x) = \frac{|1-e^x|}{e^x+1}$ المعرف على $\mathbb{R}$، وذلك انطلاقاً من C_f .

المسألة الثانية : نتأمل في المستوي العقدي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً. ننشئ خارجه النقاط D و M و N التي تجعل المثلثات DBA و MCB و NAC قائمة في D و M و N بالترتيب، ومتساوية الساقين كما في الشكل المجاور.

بفرض a و b و c و d و m و n الأعداد العقدية الممثلة بالترتيب للنقاط: A و B و C و D و M و N . والمطلوب:



1) إذا كانت النقطة $F'(z')$ هي صورة $F(z)$ وفق دوران ربع دورة مباشرة حول $\Omega(\omega)$ ، فأثبت أنَّ:

$$\omega = \frac{1}{2}\left[(1-i)z + (1+i)z'\right]$$

2) اكتب d بدلالة a و b ، واكتب m بدلالة b و c واكتب n بدلالة c و a .

3) استنتج أن للمثلثين: DMN و ABC مركز الثقل ذاته.

4) نختار معلماً مباشراً متجانساً مبدؤه النقطة A . أثبت أن المستقيمين (AM) و (DN) متعامدان، ثم استنتج أنَّ: $AM = DN$

<u>انتهت الأسئلة</u>

حلول النموذج الثالث من النماذج الامتحانية لرياضيات البكالوريا السورية 2024

السؤال الأول: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية توقعه الرياضي $\mathbb{E}(X) = 1$. والمطلوب:

أكمل الجدول الآتي الذي يمثل قانونه الاحتمالي:

x	0	1	2	3
$\mathbb{p}(X = x)$				

الحل:

لدينا $n = 3$ وبالتالي:

$$\mathbb{E}(X) = np \implies p = \frac{1}{3} \implies q = \frac{2}{3}$$

$$\mathbb{P}(X = 0) = \binom{3}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\mathbb{P}(X = 1) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{12}{27}$$

$$\mathbb{P}(X = 2) = \binom{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{6}{27}$$

$$\mathbb{P}(X = 3) = \binom{3}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{27}$$

x	0	1	2	3
$\mathbb{p}(X = x)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المهندس عبد الحميد السيد

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقطتان $A(5,2,3)$ و $B(3,4,-1)$ ومستوياً P. ولتكن النقطة B هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي P ، أعط معادلة ديكارتية لـ P .

الحل: المستوي P مار بالنقطة B ويقبل الشعاع $\overrightarrow{AB}(-2,2,-4)$ شعاعاً ناظماً . ومنه:

P: $a(x - x_B) + b(y - y_B) + c(z - z_B) = 0$

P: $-2(x - 3) + 2(y - 4) - 4(z + 1) = 0$

P: $x - y + 2z + 3 = 0$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف:
المدرس نوار ديب	الدكتور مصطفى الرزوق	المهندس عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي الحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محند حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

السؤال الثالث:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرَّف على المجال: $I = [-1, +\infty[$ وفق: $f(x) = 2\sqrt{x+1} - x$.

بفرض A و B و C ثلاث نقاط من C_f فواصلها على الترتيب هي: 0 و -1 و 3 . والمطلوب:

أثبت أ ن المماس للخط C_f في النقطة A يوازي المستقيم (BC) .

الحل:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - 1$$

ميل المماس Δ للخط C_f في النقطة A يعطى بـ:

$$m_\Delta = f'(0) = \frac{1}{\sqrt{0+1}} - 1 = 0$$

ميل المستقيم (BC) يعطى بـ :

$$m_{(BC)} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{1-1}{-1-3} = 0$$

مما سبق نجد أن:

$$m_\Delta = m_{(BC)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \Delta \parallel (BC)$$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف:
المدرس شاكر كنجو	الدكتور مصطفى الرزوق	المهندس عبد الحميد السيد

السؤال الرابع:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرَّف على المجال: $I =]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$. والمطلوب:

1) اكتب $f(x)$ بالصيغة: $f(x) = ax + \frac{b}{x-1}$ ، حيث a و b ثوابت حقيقية .

2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ C_f .

3) ادرس الوضع النسبي للخط C_f ومقاربه .

الحل:

1)
$$f(x) = \frac{x(x-1)+1}{x-1} = x + \frac{1}{x-1}$$

2)
$$\lim_{x\to+\infty}[f(x) - y] = \lim_{x\to+\infty}\left[x + \frac{1}{x-1} - x\right] = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x-1}\right) = 0$$

وبالتالي المستقيم Δ مقارب للخط C_f بجوار $+\infty$

3) $f(x) - y = \frac{1}{x-1} > 0 \quad ; \quad x \in I$ وبالتالي C_f فوق Δ دائما

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف:
المدرس فادي المحمد	الدكتور مصطفى الرزوق	المهندس عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محند حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

السؤال الخامس:

حل المتراجحة:

$$2\,ln^2 x \geq \ ln\, x^2$$

الحل:

المتراجحة معرفة عندما $x > 0$ وتكافئ:

$$2\,ln^2 x \geq 2\,ln\,x$$

ومنه:

$$ln\,x(ln\,x - 1) \geq 0$$

إذن:

$$ln\,x \in \,]-\infty, 0]\cup[1, +\infty[$$

إذن:

$$x \in \,]0,1]\cup[e, +\infty[$$

إشراف:	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المدرس آلدار كلابدون

السؤال السادس:

عين التابع الأصلي الذي ينعدم عند $x = \pi$ للتابع: $f: x \mapsto \sin 2x \,.\cos^2 x$ المعرَّف على $\mathbb{R}$.

الحل:

$$f(x) = 2\sin x\,.\cos^3 x$$

$$= -2(\cos x)'.\cos^3 x$$

$$F(x) = -\frac{2}{4}\cos^4 x + k$$

$$0 = -\frac{1}{2}\cos^4 \pi + k$$

ومنه:

$$k = \frac{1}{2}$$

$$F(x) = -\frac{1}{2}\cos^4 x + \frac{1}{2}$$

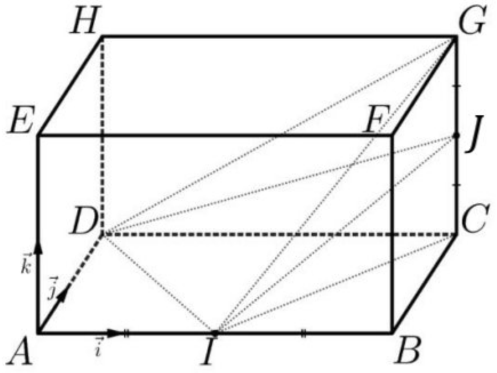
إشراف:	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المدرس يازد صيوح

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

التمرين الأول:

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه: $AB = 4$ و $CG = BC = 2$. والنقطتان I و J منتصفا $[AB]$ و $[CG]$ على الترتيب، ولنختر معلماً متجانساً $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث: $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\vec{j} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$. والمطلوب:



1) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً.

2) أثبت أن: $\overrightarrow{IJ} . \overrightarrow{ID} = 0$

3) بفرض: V_1 حجم رباعي الوجوه $GCID$

V_2 حجم رباعي الوجوه $JCID$

V حجم رباعي الوجوه $GJID$

أثبت أن $V_1 = 2V_2$ ، واستنتج قيمة V .

الحل:

(1

$$A(0,0,0)\ , H(0,2,2) :\ \overrightarrow{AH}(0,2,2)$$
$$E(0,0,2)\ ,\ G(4,2,2) :\ \overrightarrow{EG}(4,2,0)$$
$$I(2,0,0)\ , J(4,2,1) :\ \overrightarrow{IJ}(2,2,1)$$
$$\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{EG} = (4,4,2) = 2(2,2,1) = 2\overrightarrow{IJ}$$

ومنه:

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}$$

وبالتالي الأشعة $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً .

(2

$$D(0,2,0)\ , \overrightarrow{ID}(-2,2,0)\ , \overrightarrow{IJ}(2,2,1) \implies \overrightarrow{ID}.\overrightarrow{IJ} = -4+4+0 = 0$$

(3

$$V_1 = \frac{1}{3}\ S_{CID} \times CG$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\ S_{CID} \times CJ$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{CG}{CJ} = \frac{2CJ}{CJ} = 2 \quad \implies \quad V_1 = 2V_2$$

$$V = V_1 - V_2 = V_2 = \frac{1}{3}\ S_{CID} \times CJ =$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\ CD \times BC \times CJ = \frac{1}{6} \times 4 \times 2 \times 1 \implies V = \frac{4}{3}$$

إشراف:	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المدرس مجد بركات

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محند حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

التمرين الثاني:

لتكن لدينا المتتاليتان $(x_n)_{n\geq 0}$ و $(y_n)_{n\geq 0}$ المعرفتان وفق:

$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ y_{n+1} = x_n + y_n \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_{n+1} = x_n + 2 \end{cases}$$

والمطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية، عين أساسها r ، ثم اكتب x_n بدلالة n .

2) ادرس اطراد المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$.

3) أثبت أنَّ: $y_{n+1} = x_0 + x_1 + x_2 + \cdots + x_n$

4) استنتج عبارة y_n بدلالة n ، هل المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$ متقاربة أم متباعدة ؟ ولماذا ؟

الحل:

1) $$x_{n+1} = x_n + 2 \quad \Longrightarrow \quad x_{n+1} - x_n = 2$$

ومنه: $(x_n)_{n\geq 0}$ حسابية وأساسها $r = 2$.

$$x_n - x_0 = (n-0)r \quad \Longrightarrow \quad x_n = 2n + 3$$

2) أيا كان العدد الطبيعي n فإن: $y_{n+1} - y_n = x_n = 2n + 3 > 0$ إذن: $(y_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3) لدينا:

$$\begin{aligned} y_1 - y_0 &= x_0 \\ y_2 - y_1 &= x_1 \\ y_3 - y_2 &= x_2 \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ y_n - y_{n-1} &= x_{n-1} \\ y_{n+1} - y_n &= x_n \end{aligned}$$

بالجمع نجد:

$$y_{n+1} - y_0 = x_0 + x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

ولما كان : $y_0 = 0$ فإن:

$$y_{n+1} = x_0 + x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

(3

$$y_{n+1} = \frac{n+1}{2}(x_0 + x_n) = \frac{n+1}{2}(3 + 2n + 3) = (n+1)(n+3)$$
$$y_n = (n-1+1)(n-1+3) = n(n+2) = n^2 + 2n$$

وبما أن:

$$\lim_{n\to+\infty} y_n = +\infty$$

فتكون $(y_n)_{n\geq 0}$ متباعدة .

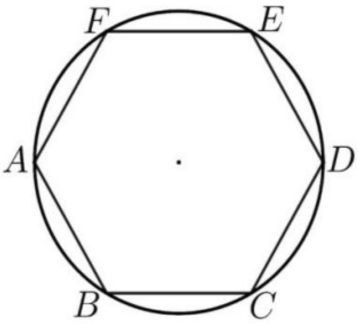
إشراف:	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المدرس عمرو معدل

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محمد حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

التمرين الثالث:

في الشكل المرسوم جانباً لدينا ست نقاط: A و B و C و D و E و F موزعة على دائرة بحيث تشكل رؤوس مسدس منتظم. والمطلوب:



1) a) ما عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها من رؤوس المسدس.

b) ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن تشكيلها من رؤوس المسدس.

2) ما عدد الأشكال الرباعية التي يمكن تشكيلها من رؤوس المسدس.

3) ما عدد الكلمات المؤلفة من أربعة أحرف مختلفة والتي يمكن تشكيلها من أحرف رؤوس المسدس.

الحل:

1) $a)\ \binom{6}{3} = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$ مثلث

b) $4 \times 3 = 12$ مثلث قائم

2) $\binom{6}{4} = \binom{6}{2} = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$ رباعياً

3) $P_6^4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ كلمة

إشراف:	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المدرس نادر أبو راس

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محمد حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

المسألة الأولى:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{1-e^x}{e^x+1}$ والمطلوب:

1) أثبت أن المستقيمين: d_1 الذي معادلته $y=1$ و d_2 الذي معادلته $y=-1$ مقاربان للخط C_f.

2) أثبت أن f تابع فردي، ثم اذكر الصفة التناظرية لخطه البياني C_f .

3) ادرس تغيرات التابع f، ونظّم جدولاً بها.

4) اكتب معادلة المماس T للخط البياني C_f في المبدأ O . ثم ادرس وضع C_f بالنسبة الى T .

5) ارسم في معلم متجانس كلاً من: d_1 و d_2 و T و C_f.

6) ارسم الخط البياني C_h للتابع $h(x)=\frac{|1-e^x|}{e^x+1}$ المعرف على $\mathbb{R}$، وذلك انطلاقاً من C_f .

الحل:

1) التابع f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[=\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$$

$y=1$ مقارب أفقي لـ C_f بجوار $-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x(e^{-x}-1)}{e^x(1+e^{-x})}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(e^{-x}-1)}{(1+e^{-x})}=-1$$

$y=-1$ مقارب أفقي لـ C_f بجوار $+\infty$

2) مهما كان $x\in D_f=\mathbb{R}$ فإن: $-x\in\mathbb{R}$ ومنه: $D_f=\mathbb{R}$ مجموعة متناظرة.

$$f(-x)=\frac{1-e^{-x}}{e^{-x}+1}=\frac{e^x-1}{1+e^x}=-\frac{1-e^x}{e^x+1}=-f(x)$$

ومنه التابع f هو تابع فردي. وخطه البياني C_f متناظر بالنسبة للمبدأ O .

3) التابع f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[=\mathbb{R}$

$$f'(x)=\frac{-e^x(e^x+1)-e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^2}$$

$$=\frac{e^x(-e^x-1-1+e^x)}{(e^x+1)^2}=\frac{-2e^x}{(e^x+1)}<0$$

f تابع متناقص على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	-1

4)

$$T:\ y=f'(0)(x-0)+f(0)$$

$$m=f'(0)=-\frac{1}{2}$$

فتكون معادلة المماس هي:

$$T:\ y=-\frac{1}{2}x$$

لدراسة الوضع النسبي لـ C_f مع T ندرس إشارة الفرق

$$g(x) = f(x) - y = \frac{1-e^x}{e^x+1} + \frac{1}{2}x$$

$$g'(x) = \frac{-2e^x}{(e^x+1)^2} + \frac{1}{2} =$$

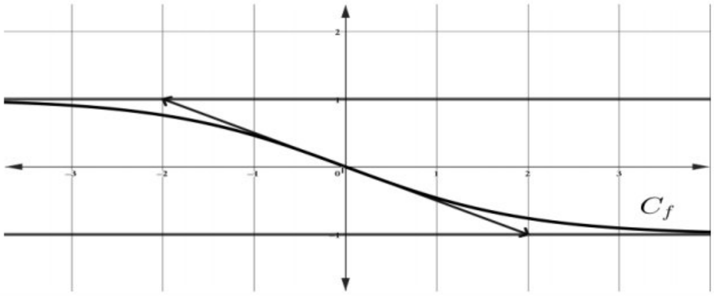
$$= \frac{-4e^x + (e^x+1)^2}{2(e^x+1)^2} =$$

$$= \frac{(e^x-1)^2}{2(e^x+1)^2} \geq 0$$

ينعدم g' عندما $x = 0$ ونجد $g(0) = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$+$
$g(x)$	$\nearrow$ $\ominus$	0	$\nearrow$ $\oplus$
الوضع النسبي	C تحت T	نقطة مشتركة (0,0)	C فوق T

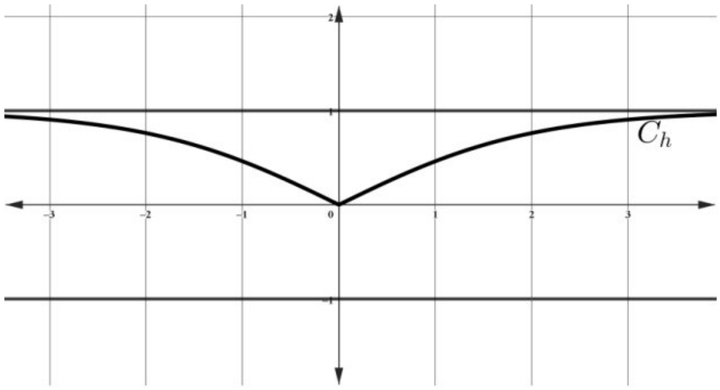
(5



(6

$$h(x) = \frac{|1-e^x|}{e^x+1} = \left|\frac{1-e^x}{e^x+1}\right| = |f(x)|$$

C_h ينتج عن C_f بتثبيت النقاط ذات الترتيب الموجب وأخذ نظائر النقاط ذات الترتيب السالب بالنسبة لمحور الفواصل.



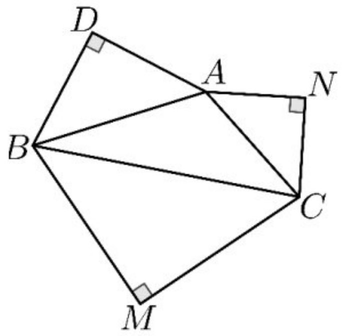
إشراف:	تنسيق وتدقيق:	كتابة:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	الدكتور مصطفى الرزوق	المدرس محند حريقة	المدرس فادي المحمد

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محند حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

المسألة الثانية:

نتأمل في المستوي العقدي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً. ننشئ خارجه النقاط D و M و N التي تجعل المثلثات DBA و MCB و NAC قائمة في D و M و N بالترتيب، ومتساوية الساقين كما في الشكل المجاور.



بفرض a و b و c و d و m و n الأعداد العقدية الممثلة بالترتيب للنقاط: A و B و C و D و M و N . والمطلوب:

1) إذا كانت النقطة $F'(z')$ هي صورة $F(z)$ وفق دوران ربع دورة مباشرة حول $\Omega(\omega)$. فأثبت أنَّ:

$$\omega = \frac{1}{2}\,[(1-i)z + (1+i)z']$$

2) اكتب d بدلالة a و b ، واكتب m بدلالة b و c واكتب n بدلالة c و a .

3) استنتج أن للمثلثين: DMN و ABC مركز الثقل ذاته.

4) نختار معلماً مباشراً متجانساً مبدؤه النقطة A . أثبت أن المستقيمين (AM) و (DN) متعامدان، ثم استنتج أنَّ: $AM = DN$.

الحل:

1) صيغة التحويل:

$$z' - \omega = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - \omega)$$

$$z' - \omega = i\,(z - \omega)$$

$$\omega(1-i) = z' - iz$$

$$\omega(1+i)(1-i) = (1+i)z' - i(1+i)z$$

$$2\omega = (1+i)z' - (i-1)z$$

$$\omega = \frac{1}{2}[(1-i)z + (1+i)z']$$

2)

A صورة B وفق دوران ربع دورة مباشر حول D وبالتالي:

$$d = \frac{1}{2}\,[(1-i)b + (1+i)a] \quad \cdots (1)$$

B صورة C وفق دوران ربع دورة مباشرة حول M وبالتالي:

$$m = \frac{1}{2}\,[(1-i)c + (1+i)b] \cdots (2)$$

C صورة A وفق دوران ربع دورة مباشرة حول N وبالتالي:

$$n = \frac{1}{2}\,[(1-i)a + (1+i)c] \cdots (3)$$

3) بجمع العلاقات: (1) و (2) و (3) نجد:

$$d + m + n = \frac{1}{2}(2a + 2b + 2c)$$

ومنه:

$$\frac{d + m + n}{3} = \frac{a + b + c}{3}$$

إذن: للمثلثين ABC و DMN مركز الثقل نفسه.

4) لدينا $a = 0$ وبالتالي:

$$d = \frac{1}{2}(1 - i)b\,, n = \frac{1}{2}(1 + i)c\,, m = \frac{1}{2}\,[(1 - i)c + (1 + i)b]$$

لدينا:

$$m - a = m = \frac{1}{2}\,[(1 - i)c + (1 + i)b]$$

$$n - d = \frac{1}{2}[(1 + i)c - (1 - i)b]$$

$$n - d = \frac{1}{2}\,i\,[(1 - i)c + (1 + i)b]$$

$$\frac{n - d}{m - a} = i = e^{\frac{\pi}{2}i}$$

فالمستقيمان (AM) و (DN) متعامدان .

وبما أن: $n - d = i\,(m - a\,)$ فإنَّ: $|m - a| = |n - d|$ ومنه: $AM = DN$

إعداد:	كتابة:	تنسيق وتدقيق:	إشراف:
المهندس عبد الحميد السيد	المدرس محند حريقة	الدكتور مصطفى الرزوق	المهندس عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد الحداد ✿ علي جمول ✿ محند حريقة ✿ صلاح سالم ✿ حسام قاسم ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف