

1

Linear Equations المعادلات الخطية

المعادلة الخطية من الدرجة الأولى

Linear equation of first degree.

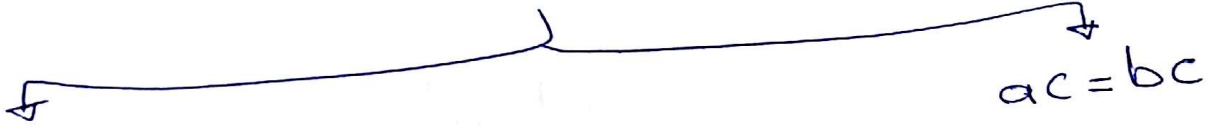
$x+2=9$, $3x+\sqrt{2}=0$, $\frac{3}{4}x=12 \rightarrow$ linear

$\sqrt{x}+2=5$, $\frac{1}{x}=-8$, $x^2=1 \rightarrow$ Nonlinear

Addition and Multiplication Properties of Equality

خصائص الجمع والضرب في المعادلة

$a=b$



$a+c=b+c$

عند جمع عدد للطرفين فإن
المساواة لا تتحلل.

$ac=bc$

عند ضرب الطرفين في عدد
فإنه يساوم لا تتحلل.

Linear Equation in one variable

المعادلة الخطية في متغير واحد.

$ax+b=0$

General Form
الصيغة العامة

$a \neq 0$

Solving linear Equation

حل المعادلة الخطية

Example 1 :- Solve x

$$3(2x-4) = 7 - (x+5)$$

إذا كان x المطلوب
إيجاد قيمة x

$$6x - 12 = 7 - x - 5 \rightarrow$$

تُجمل المتغيرات في طرف
والتوابت في طرف

$$6x + x = 7 - 5 + 12$$

ملاحظة :- ننقل للطرف
الأخر بعكس الإشارة

$$7x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$$

∴ Solution set $\{2\}$ مجموعة كل

HW1 :- Solve $\frac{2x+4}{3} + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - \frac{7}{3}$

$$\frac{2x}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - \frac{7}{3}$$

ننقل للتوابت
طرف المتغيرات في طرف

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = -\frac{7}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)x = \frac{-7-4}{3}$$

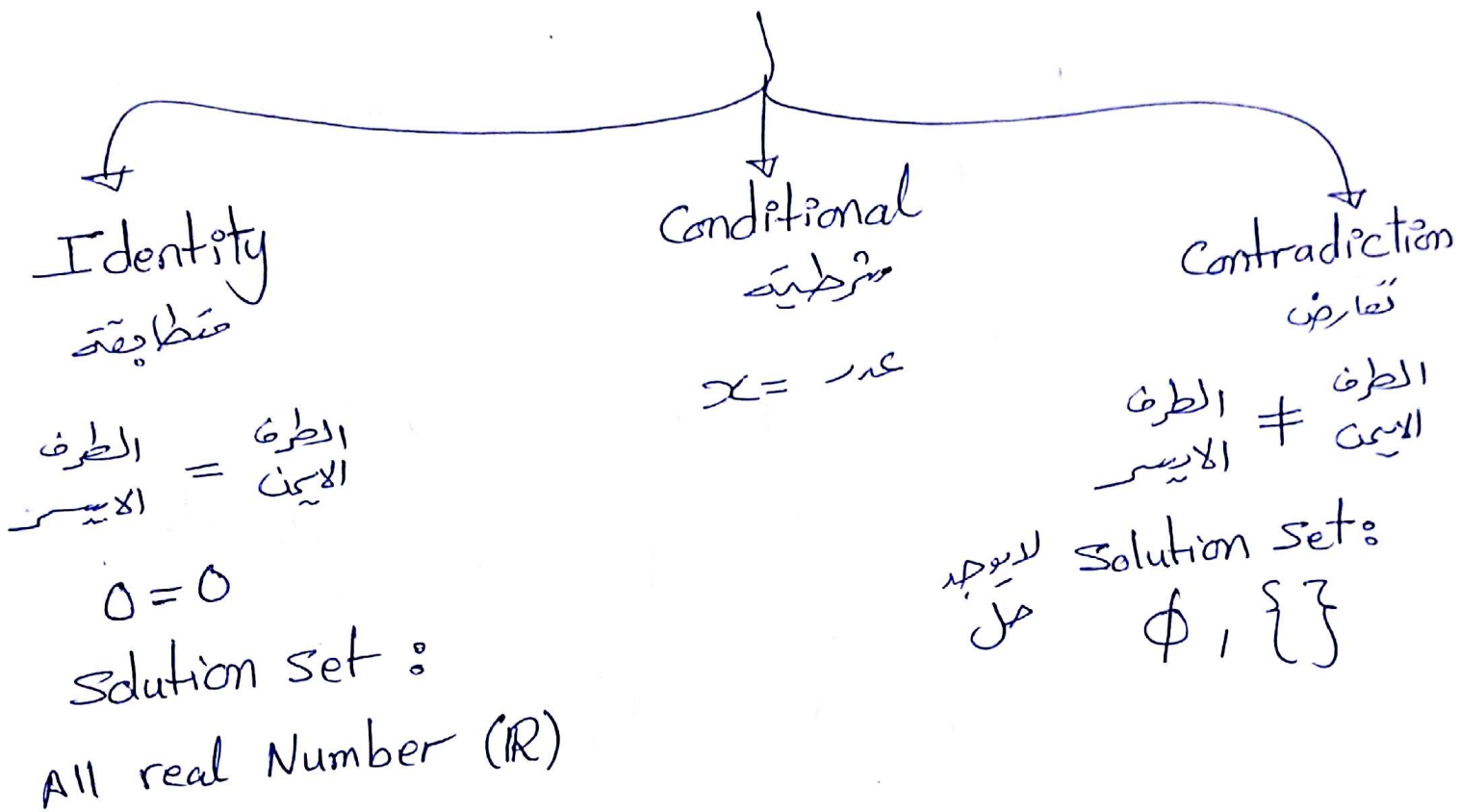
$$\frac{12}{11} \cdot \frac{11}{12}x = \frac{-11}{3} \cdot \frac{12}{11}$$

نضرب الطرفين في $\frac{12}{11}$

$$x = \frac{-12}{3} = -4$$

∴ Solution set $\{-4\}$

Identifying Types of Linear Equations



Example 2 :-

(a) $-2(x+4) + 3x = x - 8$

$$-2x - 8 + 3x = x - 8$$

$$-2x + 3x - x = -8 + 8$$

$$0 = 0$$

Identity الطرف الايمن = الطرف الايسر

Solution set :-
All real numbers

(b) $5x - 4 = 11$

$$5x = 11 + 4$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

Conditional

$x = \text{عدد}$

Solution Set :-
 $\{3\}$

(c) ~~$3(3x-1) = 9x+7$~~

$$9x - 3 = 9x + 7$$

$$9x - 9x = 7 + 3$$

$$0 = 10$$

الطرف الايمن \neq الطرف الايسر

Contradiction

Solution Set
 \emptyset

Exercises 2.1

$$(2) \quad 5(x-8) = 5x - 40$$

$$5x - 40 = 5x - 40 \quad \text{الطرفين يساويان}$$

Identity \leadsto Solution set : All Real Numbers

$$(9) \quad 5x + 4 = 3x - 4$$

$$5x - 3x = -4 - 4$$

$$2x = -8$$

$$x = \frac{-8}{2} = -4$$

Solution set $\{-4\}$

التوازي في طرف
والمتغيرات في طرف

\leadsto Conditional طبيعي

$$(20) \quad \frac{1}{15}(2x+5) = \frac{x+2}{9}$$

$$9(2x+5) = 15(x+2)$$

$$18x + 45 = 15x + 30$$

$$18x - 15x = 30 - 45$$

$$3x = -15 \Rightarrow x = \frac{-15}{3} = -5$$

Solution set $\{-5\}$

$$(25) \quad 0.5x + \frac{4}{3}x = x + 10$$

$$0.5x + \frac{4}{3}x - x = 10$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3} - 1\right)x = 10 \Rightarrow \frac{5}{6}x = 10$$

$$x = \frac{60}{5} = 12 \Rightarrow \text{Solution set } \{12\}$$

Properties of Inequality

$$a, b, c \in \mathbb{R}.$$

خصائص المتباينات .

$$\textcircled{1} \quad a < b \Rightarrow a + c < b + c$$

$$\textcircled{2} \quad a < b, \text{ و } \underline{c > 0} \text{ عدد موجب} \Rightarrow \begin{cases} ac < bc \\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad a < b, \text{ و } \underline{c < 0} \text{ عدد سالب} \Rightarrow \begin{cases} ac > bc \\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \end{cases}$$

وبالمثل بالنسبة للإشارات $>, \geq, \leq, <$.

ملاحظة هامة جداً جداً

عند الضرب في عد سالب أو القسمة على عد سالب فإن إشارة

المتباينة تنعكس.

Linear Inequalities
in one variable

المتباينات الخطية
في متغير واحد .

$$ax + b > 0, \quad ax + b \geq 0$$

$$ax + b < 0, \quad ax + b \leq 0$$

Example 1 p. (72) : Solve $-3x + 5 > -7$

في عبارات المتغيرات حلها في طرف و التوازي في طرف .

$$-3x > -7 - 5$$

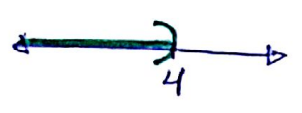
$$-3x > -12$$

$$x < \frac{-12}{-3} \rightarrow$$

قسما على عدد سال
 علامة المتغير تنقلب

$$x < 4$$

Solution set $\{x | x < 4\}$ or $(-\infty, 4)$



لا كما متباينة < مجموعة كل عبارة في الفترة .

Open Interval الفترة المفتوحة

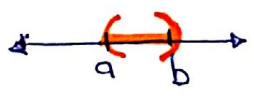
$$\{x | x > a\}$$

$$(a, \infty)$$



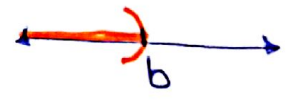
$$\{x | a < x < b\}$$

$$(a, b)$$



$$\{x | x < b\}$$

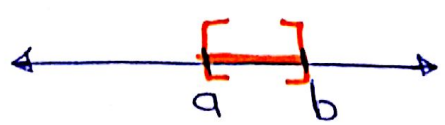
$$(-\infty, b)$$



closed Interval الفترة المغلقة

$$\{x | a \leq x \leq b\}$$

$$[a, b]$$



الفترة المغلقة لها
 شكل واحد فقط

Other intervals فترات أخرى

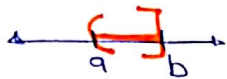
$$\{x \mid x > a\}$$

$$[a, \infty)$$



$$\{x \mid a < x < b\}$$

$$(a, b)$$



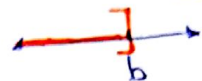
$$\{x \mid a \leq x < b\}$$

$$[a, b)$$



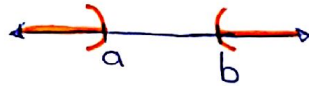
$$\{x \mid x \leq b\}$$

$$(-\infty, b]$$



Disjoint interval فترة منفصلة

$$\{x \mid x < a \text{ or } x > b\} \quad (-\infty, a) \cup (b, \infty)$$



All real numbers

$$\{x \mid x \text{ is a real number}\} \quad (-\infty, \infty)$$



HW 1 p. (73) : Solve $4 - 3x \leq 7 + 2x$

بما أنهما متباينة خطية ~~و~~ المتغيرات في طرف واحد، ولتواجب في طرف.

$$-3x - 2x \leq 7 - 4$$

$$-5x \leq 3$$

$$x \geq -\frac{3}{5}$$

قسما على عدد سالب
الأساسية تتعكس.

Solution set $[-\frac{3}{5}, \infty)$



Three-Part Inequalities المتباينات من ثلاثة حدود

HW2 p. (74) : Solve $-2 < 5 + 3x < 20$

① اخذنا (-5) لجميع الاطراف

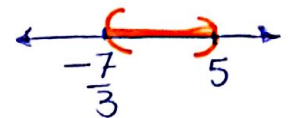
$$-2 - 5 < 5 - 5 + 3x < 20 - 5$$

$$\frac{-7}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{15}{3}$$

② قسمة جميع الاطراف على (3)

$$-\frac{7}{3} < x < 5$$

∴ Solution set $(-\frac{7}{3}, 5)$



Quadratic Inequality :- المتباينة التربيعية

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad \text{يمكن تكون } <, >, \geq, \leq$$

Example 3 p. (74) : Solve $x^2 - x - 12 < 0$

في المتباينات التربيعية أولاً: نحولها إلى معادلة تربيعية.

$$x^2 - x - 12 = 0$$

ثانياً: نحل المعادلة:

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{or} \quad x + 3 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{or} \quad x = -3$$

ثالثاً: نحسب الفترات:

| | | | | | | | |
|--------------------|-----------|---------|------|-----------|-----|---------|----------|
| | $-\infty$ | -4 | -3 | 0 | 4 | 5 | ∞ |
| $x^2 - x - 12 < 0$ | | $8 < 0$ | | $-12 < 0$ | | $8 < 0$ | |
| T or F | | F | | T | | F | |

$$x = -4 \Rightarrow (-4)^2 - (-4) - 12 = 8$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 - 0 - 12 = -12$$

$$x = 5 \Rightarrow (5)^2 - 5 - 12 = 8$$

∴ Solution set $(-3, 4)$ 

HW3 p. (75) : Solve $2x^2 + 5x - 12 \geq 0$

$$2x^2 + 5x - 12 = 0$$

$$(2x - 3)(x + 4) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad \text{or} \quad x + 4 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad , \quad x = -4$$

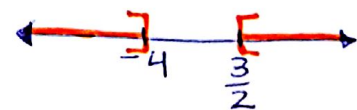
| | | | | | | | |
|-------------------------|-----------|-------------|------|--------------|---------------|------------|----------|
| | $-\infty$ | -5 | -4 | 0 | $\frac{3}{2}$ | 2 | ∞ |
| $2x^2 + 5x - 12 \geq 0$ | | $13 \geq 0$ | | $-12 \geq 0$ | | $6 \geq 0$ | |
| T or F | | T | | F | | T | |

$$x = -5 \Rightarrow 2(-5)^2 + 5(-5) - 12 = 13$$

$$x = 0 \Rightarrow 2(0)^2 + 5(0) - 12 = -12$$

$$x = 2 \Rightarrow 2(2)^2 + 5(2) - 12 = 6$$

∴ Solution set $(-\infty, -4] \cup [\frac{3}{2}, \infty)$



Strict inequalities
شبهات حادة

use $<$, $>$

nonstrict inequalities
شبهات غير حادة

use \leq , \geq

Rational Inequalities :- المتباينات النسبية

Example 5 p. (77) : Solve $\frac{2x-1}{3x+4} < 5$

$$\frac{2x-1}{3x+4} - 5 < 0$$

① جعلها متباينة صفرية

② نوضح المقامات

$$\frac{2x-1-5(3x+4)}{3x+4} < 0$$

$$\frac{2x-1-15x-20}{3x+4} < 0$$

$$\frac{-13x-21}{3x+4} < 0$$

③ مقام = صفر أو بسط = صفر

$$-13x-21=0$$

$$\text{or } 3x+4=0$$

$$-13x=21$$

$$3x=-4$$

$$x = -\frac{21}{13}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

④ نختبر الفترات

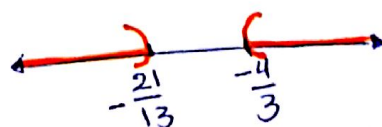
| | | | | | | | |
|----------------------------|-----------|--------------------|------------------|--------|---------------------|-----|----------|
| | $-\infty$ | -2 | $-\frac{21}{13}$ | -1.5 | $-\frac{4}{3}$ | 0 | ∞ |
| $\frac{-13x-21}{3x+4} < 0$ | | $\frac{-5}{2} < 0$ | $3 < 0$ | | $\frac{-21}{4} < 0$ | | |
| T or F | | T | F | | T | | |

$$x = -2 \Rightarrow \frac{-13(-2)-21}{3(-2)+4} = -\frac{5}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{0-21}{0+4} = -\frac{21}{4}$$

$$x = -1.5 \Rightarrow \frac{-13(-1.5)-21}{3(-1.5)+4} = 3$$

∴ Solution Set $(-\infty, -\frac{21}{13}) \cup (-\frac{4}{3}, \infty)$



HW4 P. (77) :- Solve $\frac{5}{x+4} \geq 1$

$$\frac{5}{x+4} - 1 \geq 0$$

$$\frac{5 - (x+4)}{x+4} \geq 0$$

$$\frac{5 - x - 4}{x+4} \geq 0$$

$$\frac{1-x}{x+4} \geq 0$$

$$1-x=0 \quad \text{or} \quad x+4=0$$

$$x=1$$

$$x=-4$$

عوض بـ 4
لازم لفترة تكون مفتوحة من عنده

| | $-\infty$ | -5 | -4 | 0 | 1 | 2 | ∞ |
|--------------------------|-----------|-------------|------|----------------------|-----|-----------------------|----------|
| $\frac{1-x}{x+4} \geq 0$ | | $-6 \geq 0$ | | $\frac{1}{4} \geq 0$ | | $-\frac{1}{6} \geq 0$ | |
| T or F | | F | | T | | F | |

$$x=-5 \Rightarrow \frac{1-(-5)}{-5+4} = -6$$

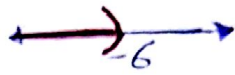
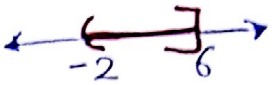


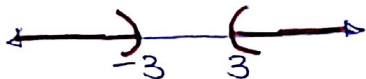
$$x=0 \Rightarrow \frac{1-0}{0+4} = \frac{1}{4}$$

$$x=2 \Rightarrow \frac{1-2}{2+4} = -\frac{1}{6}$$

~: Solution set $(-4, 1]$

لازم لفترة مفتوحة من هنا لأن -4
تجعل المقام = صفر

Exercises 2.4 p. (78)

- ① $x < -6 \Rightarrow (-\infty, -6)$ 
- ② $-2 < x \leq 6 \Rightarrow (-2, 6]$ 
- ③ $x \geq -6 \Rightarrow [-6, \infty)$ 
- ④  $\Rightarrow [-2, 6)$, $-2 \leq x < 6$
- ⑤  $\Rightarrow (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$
 $x < -3$ or $x > 3$

Solve :-

⑦ $-2x + 8 \leq 16$ متباينة خطية

$$-2x \leq 16 - 8$$

$$-2x \leq 8$$

$$x \geq -\frac{8}{2} \quad \text{نقس على -2}$$

$$x \geq -4$$

Solution set $[-4, \infty)$



⑧ $\frac{4x+7}{-3} \leq 2x+5$

نضرب الطرفين في (-3)

$$4x+7 \geq -3(2x+5)$$

$$4x+7 \geq -6x-15$$

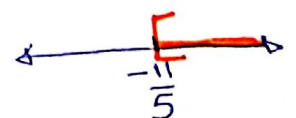
$$4x+6x \geq -15-7$$

$$10x \geq -22$$

$$x \geq -\frac{22}{10} \Rightarrow x \geq -\frac{11}{5}$$

∴ Solution set

$$[-\frac{11}{5}, \infty)$$



$$(19) \quad -3 \leq \frac{x-4}{-5} < 4$$

فصلب جميع الأطراف في (-5)

$$-3(-5) \geq x-4 > 4(-5)$$

$$15 \geq x-4 > -20$$

$$-20 < x-4 \leq 15$$

أضف 4 لجميع الأطراف

$$-20+4 < x-4+4 \leq 15+4$$

$$-16 < x \leq 19$$

∴ solution set $(-16, 19]$ 

$$(26) \quad x^2 - 2x \leq 1$$

$$x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

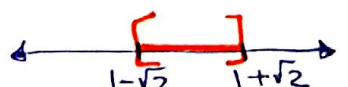
∴ $x = 1 - \sqrt{2}$ or $x = 1 + \sqrt{2}$

| | | | | | | | |
|-----------------------|-----------|------------|----------------|-----|----------------|-----|----------|
| | $-\infty$ | -1 | $1 - \sqrt{2}$ | 0 | $1 + \sqrt{2}$ | 3 | ∞ |
| $x^2 - 2x - 1 \leq 0$ | | $2 \leq 0$ | $-1 \leq 0$ | | $2 \leq 0$ | | |
| T or F | | F | T | | F | | |

$$x = -1 \Rightarrow (-1)^2 - 2(-1) - 1 = 2$$

$$x = 0 \Rightarrow 0^2 - 2(0) - 1 = -1$$

$$x = 3 \Rightarrow 3^2 - 2(3) - 1 = 2$$

∴ solution set $[1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}]$ 

Which of the following inequalities has solution

$(-\infty, \infty)$?

أي من المتباينات حلها $(-\infty, \infty)$

Ⓐ $(x-3)^2 \geq 0$

متباينة تربيعية

$(x-3)^2 = 0$

$x-3 = 0 \implies x = 3$

| | | | | | |
|------------------|-----------|---------|-----|---------|----------|
| | $-\infty$ | 0 | 3 | 4 | ∞ |
| $(x-3)^2 \geq 0$ | | $9 > 0$ | 0 | $1 > 0$ | |
| | | T | T | | |

$x = 0 \implies (0-3)^2 = 9$

$x = 4 \implies (4-3)^2 = 1$

\therefore solution set $(-\infty, 3] \cup [3, \infty) = (-\infty, \infty)$

Ⓑ $(5x-6)^2 \leq 0$

الجزء التربيعي

$(5x-6)^2 = 0$

$5x-6 = 0 \implies x = \frac{6}{5}$

| | | | | | |
|-------------------|-----------|-------------|---------------|-------------|----------|
| | $-\infty$ | 0 | $\frac{6}{5}$ | 2 | ∞ |
| $(5x-6)^2 \leq 0$ | | $36 \leq 0$ | 0 | $16 \leq 0$ | |
| | | F | F | | |

$x = 0 \implies (5(0)-6)^2 = 36$

$x = 2 \implies (5(2)-6)^2 = 16$

المتباينة متحققة فقط عند نقطة $\frac{6}{5}$

\therefore Solution set $\left\{ \frac{6}{5} \right\}$

Ⓒ $(6x+4)^2 > 0$

$(6x+4)^2 = 0 \implies$

$6x+4 = 0 \implies x = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

| | | | | | |
|----------------|-----------|---------|----------------|----------|----------|
| | $-\infty$ | -1 | $-\frac{2}{3}$ | 0 | ∞ |
| $(6x+4)^2 > 0$ | | $4 > 0$ | 0 | $16 > 0$ | |
| | | T | T | | |

$x = -1 \implies (6(-1)+4)^2 = 4$

$x = 0 \implies (6(0)+4)^2 = 16$

Solution set $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, \infty) \rightsquigarrow (-\infty, \infty)$ ليست

$$\textcircled{d} \quad (8x+7)^2 < 0$$

$$(8x+7)^2 = 0$$

$$8x+7=0 \implies x = -\frac{7}{8}$$

| | | | | | |
|----------------|-----------|---------|----------------|-----|----------|
| | $-\infty$ | -1 | $-\frac{7}{8}$ | 0 | ∞ |
| $(8x+7)^2 < 0$ | | $1 < 0$ | $49 < 0$ | | |
| | | F | F | | |

$$x = -1 \implies (8(-1)+7)^2 = 1$$

$$x = 0 \implies (0+7)^2 = 49$$

\therefore Solution set \emptyset . No solution

$$\textcircled{43} \quad \frac{x+3}{x-5} \leq 1$$

صِيَايَةِ كَسْرِيَّةٍ

$$\frac{x+3}{x-5} - 1 \leq 0$$

$$\frac{x+3 - (x-5)}{x-5} \leq 0$$

$$\frac{x+3-x+5}{x-5} \leq 0$$

$$\frac{8}{x-5} \leq 0$$

المقام = صفر أو البسط = صفر

$$8=0 \quad \text{or} \quad x-5=0 \implies x=5$$

تعارضون

| | | | | | |
|------------------------|-----------|-----------------------|------------|-----|----------|
| | $-\infty$ | 0 | 5 | 6 | ∞ |
| $\frac{8}{x-5} \leq 0$ | | $-\frac{8}{5} \leq 0$ | $8 \leq 0$ | | |
| | | T | F | | |

$$x=0 \implies \frac{8}{0-5} = -\frac{8}{5}$$

$$x=6 \implies \frac{8}{6-5} = 8$$

\therefore Solution set $(-\infty, 5)$

↓ مفتوحة لأنها صفر للمقام.

2.5 Absolute Value Equations and Inequalities



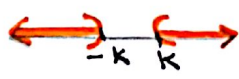
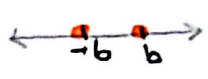
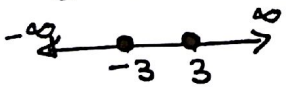
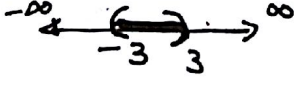
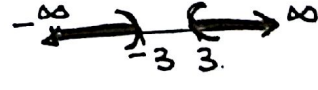
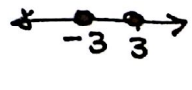

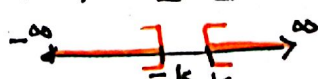
معادلات ومعادلات القيمة المطلقة

$|a| \Rightarrow$ distance between 0 and a on number line

« القيمة المطلقة للعدد a تعني المسافة بين a و 0 على خط الأعداد »

حالات القيمة المطلقة في حالة $(k > 0)$ « k عدد موجب فقط »

حالة خاصة $k=0$

| الحالة | ① $ x = k$ معادلة | ② $ x < k$ متباينة | ③ $ x > k$ متباينة | ④ $ a = b $ معادلة |
|----------------|---|--|---|--|
| معادلات | $x = k$ or $x = -k$ | $-k < x < k$ | $x < -k$ or $x > k$ | $a = b$ or $a = -b$ |
| خط الأعداد على |  |  |  |  |
| مجموعة حل | لأنها معادلات فإن مجموعة الحل تكون عبارة عن نقطتين $\{-k, k\}$ * نستخدم قوسين لمجموعة للتعبير عن مجموعة حل المعادلة. | لأنها متباينة فإن مجموعة الحل تكون عبارة عن فترتين $(-k, k)$ | $(-\infty, -k) \cup (k, \infty)$ | هنا معادلة مجموعة الحل نقاط $\{-b, b\}$ |
| Example | $ x = 3$ $x = -3$ or $x = 3$ solution set $\{-3, 3\}$  | $ x < 3$ $-3 < x < 3$ solution set $(-3, 3)$  | $ x > 3$ $x < -3$ or $x > 3$ solution set $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$  | $ x = 3 $ $x = 3$ or $x = -3$ $\{-3, 3\}$  |
| | | في حالة $ x \leq k$ $-k \leq x \leq k$ $[-k, k]$  | في حالة $ x \geq k$ $x \leq -k$ or $x \geq k$ $(-\infty, -k] \cup [k, \infty)$  | |

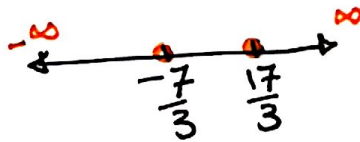
Example 1.p.(81) Solve المعادلة

(a) $|5 - 3x| = 12$

هنا معادلة خطية \Leftarrow نستخدم الحالة الأولى.

$$\begin{aligned} 5 - 3x &= 12 & \text{or} & & 5 - 3x &= -12 \\ -3x &= 12 - 5 & , & & -3x &= -12 - 5 \\ -3x &= 7 & , & & -3x &= -17 \\ x &= -\frac{7}{3} & , & & x &= \frac{17}{3} \end{aligned}$$

\therefore Solution set $\left\{ -\frac{7}{3}, \frac{17}{3} \right\}$



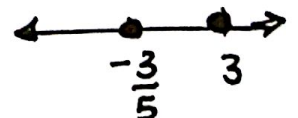
على خط الأعداد نضع نقطتين فقط
لأننا نبحث عن معادلة خطية
* مجموع نقطتين فقط في المعادلة

(b) $|4x - 3| = |x + 6|$

هنا معادلة على الصورة (4) \Leftarrow نستخدم الحالة الرابعة

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= x + 6 & \text{or} & & 4x - 3 &= -(x + 6) \\ 4x - x &= 6 + 3 & , & & 4x + x &= -6 + 3 \\ 3x &= 9 & & & 5x &= -3 \\ x &= 3 & & & x &= -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

\therefore Solution set $\left\{ -\frac{3}{5}, 3 \right\}$



(a) $|2x+1| < 7$

هنا عندنا متباينة \Leftarrow الحالة الثانية

$$-7 < 2x+1 < 7$$

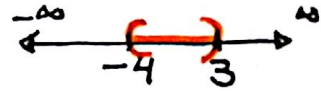
$$-7-1 < 2x+1-1 < 7-1$$

$$-8 < 2x < 6$$

$$-\frac{8}{2} < x < \frac{6}{2}$$

$$-4 < x < 3$$

Solution set $(-4, 3)$



بترخيصه (-) لجميع الأطراف .

هنا مجموعة الكل عبارة عن فترة لأن عندنا متباينة .

(b) $|2x+1| > 7$

متباينة \Leftarrow الحالة الثالثة .

$$2x+1 < -7$$

$$\text{or } 2x+1 > 7$$

$$2x < -7-1$$

$$2x > 7-1$$

$$2x < -8$$

$$2x > 6$$

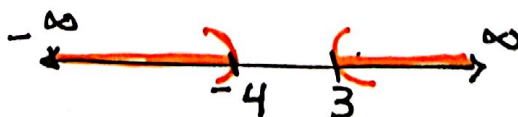
$$x < \frac{-8}{2}$$

$$x > \frac{6}{2}$$

$$x < -4$$

$$x > 3$$

Solution set $(-\infty, -4) \cup (3, \infty)$



Example 2. p. (82) Solve:

$$|2-7x| - 1 > 4$$

أولاً: ننقل الى اليمين اي طرف الأخر

$$|2-7x| > 4+1$$

$$|2-7x| > 5$$

هنا صيغتين من الحالة الثانية

$$2-7x < -5 \quad \text{or} \quad 2-7x > 5$$

$$-7x < -5-2$$

$$-7x > 5-2$$

$$-7x > 3$$

بالقسمة على -7
تنعكس إشارة
المتباينة

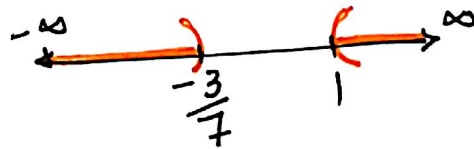
$$-7x < -7$$

$$x < \frac{-3}{7}$$

$$x > 1$$

بالقسمة على -7
تنعكس إشارة
المتباينة

$$\text{Solution set } \left(-\infty, -\frac{3}{7}\right) \cup (1, \infty)$$



* ملاحظة للطلاب ..

١) جميع الحالات السابقة تكون في حالة k أكبر من صفر فقط

« k عدد موجب »

٢) الصيغة المطلقة دائماً موجبة أو تساوي صفر.

٣) حالة k عدد سالب أو يساوي صفر نرسلها كالتالي ←

في حالة $k < 0$ « عدد سالب أو يساوي صفر »

⑤

$$|x| = 0$$

مبدأ حل القيمة المطلقة = صفر

$$x = 0$$

Solution set

$$\{0\}$$

⑥

$$|x| > k$$

حيث k عدد سالب
والقيمة المطلقة دائماً موجبة
فإن المتباينة ممتقنة لجميع
قيم x .

∴ مجموعة كل جميع الأعداد
الحقيقية \mathbb{R}

Solution set \mathbb{R}

Example:

$$|x| > -3$$

Solution set

\mathbb{R} « All real numbers »

⑦

$$|x| < k$$

حيث k عدد سالب
والقيمة المطلقة دائماً موجبة
فإن المتباينة غير ممتقنة
يوجد تعارض.

مستحيل أن تكون القيمة
المطلقة أقل من عدد سالب.

∴ مجموعة كل \emptyset

Example

$$|x| < -3$$

تعارض

Solution set

$$\emptyset$$

لا يوجد حل
no solution

HW 2 p. (82) Solve:

(a) $|2-5x| \geq -4$

① في حالة $|2-5x| = -4$ هذه مستحيلة. لانه مستحيل أن تكون
القيمة المطلقة تساوي عدد سالب.

② في حالة $|2-5x| > -4$ من خلال الحالة (6) أعلاه فإن

المتباينة ممتقنة لجميع الأعداد الحقيقية. دائماً القيمة المطلقة أكبر من جميع الأعداد السالبة

∴ Solution set \mathbb{R} . « All real numbers »

(b) $|4x-7| < -3$

استحالة أن تكون القيمة المطلقة أقل من عدد سالب. من الحالة (7)
تعارض = contradiction

∴ Solution set \emptyset « no solution »

(c) $|5x + 15| = 0$ معادلة

من الحالة (5) \Rightarrow ما يدخل الصفر المطلقة = صفر.

$$5x + 15 = 0$$

$$5x = -15$$

$$x = \frac{-15}{5}$$

$$x = -3$$

\therefore Solution set $\{-3\}$



Distance between Points:

المسافة بين النقط a و b .

if we have two points a and b

then the distance between a and b can

be given as:

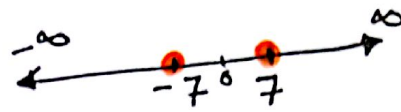
$$|a - b| \quad \text{or} \quad |b - a|$$

Exercises 2.5 : p.(83)

① $|x|=7$ من خلال الحالة الأولى.

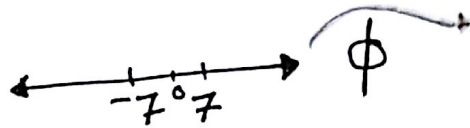
$x=-7$ or $x=7$

Solution set $\{-7, 7\}$



② $|x|=-7 \Rightarrow$ مستحيل أن تكون القيمة المطلقة تساوي عدداً سالباً.

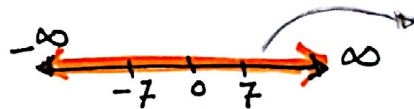
Solution set \emptyset



لا يوجد حل

③ $|x| > -7 \Rightarrow$ دائماً القيمة المطلقة أكبر من الأعداد السالبة.

Solution set \mathbb{R}

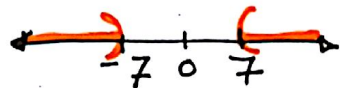


جميع الأعداد على خط الأعداد

④ $|x| > 7 \Rightarrow$ من الحالة (3)

$x < -7$ or $x > 7$

Solution set $(-\infty, -7) \cup (7, \infty)$



⑤ $|x| < 7 \Rightarrow$ من الحالة (2)

$-7 < x < 7$

Solution set $(-7, 7)$



⑥ $|x| \geq 7 \Rightarrow$ من الحالة (3)

$x \leq -7$ or $x \geq 7$

Solution set $(-\infty, -7] \cup [7, \infty)$



⑦ $|x| \leq 7 \Rightarrow$ من الحالة (2)

$-7 \leq x \leq 7$

Solution set $[-7, 7]$



8) $|x| \neq 7$

القيمة المطلقة لا تساوي 7 تعني ان القيمة المطلقة اكبر من 7 أو القيمة المطلقة أقل من 7

$|x| > 7$

من الحالة (3)

$x < -7$ or $x > 7$

$(-\infty, -7) \cup (7, \infty)$

or

$|x| < 7$

من الحالة (2)

$-7 < x < 7$

$(-7, 7)$



9) solve

$|3x - 1| = 2$

من الحالة (1)

$3x - 1 = 2$

or

$3x - 1 = -2$

$3x = 2 + 1$

,

$3x = -2 + 1$

$3x = 3$

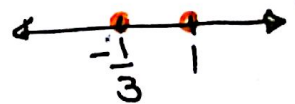
,

$3x = -1$

$x = 1$

$x = -\frac{1}{3}$

∴ Solution set $\{-\frac{1}{3}, 1\}$



15) $|4 - 3x| = |2 - 3x|$

من الحالة (4)

$4 - 3x = 2 - 3x$

or

$4 - 3x = -(2 - 3x) = -2 + 3x$

$-3x + 3x = 2 - 4$

,

$-3x - 3x = -2 - 4$

$0 = -2$

تعارض

$-6x = -6$

$x = 1$

∴ Solution set $\{1\}$



18

$$|2x+5| < 3$$

من اكاله (2)

بإضافة (-5) لجميع الأجزاء

$$-3 < 2x+5 < 3$$

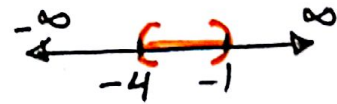
$$-3-5 < 2x+5-5 < 3-5$$

$$-8 < 2x < -2$$

$$-\frac{8}{2} < x < -\frac{2}{2}$$

$$-4 < x < -1$$

Solution set $(-4, -1)$



37

$$|3x+2| > 0$$

من اكاله (3)

$$3x+2 > 0$$

or

$$3x+2 < 0$$

$$3x > -2$$

$$3x < -2$$

$$x > -\frac{2}{3}$$

$$x < -\frac{2}{3}$$

Solution set $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, \infty)$

هذه الفترة نستطيع كتابتها بكل $\mathbb{R} - \{-\frac{2}{3}\}$

يعني جميع الأعداد الحقيقية تحقق المتباينة ما عدا $-\frac{2}{3}$

