السؤال الأول: أثبت أن المتتالية $u_n = \frac{6}{n^2+2n+4}$ محدودة من الأعلى بالعدد 2

السؤال الثاني:

لتكن المتتالية $u_n = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \cdots - \frac{1}{2^n}$ أعط صيغة أخرى تفيد في حساب u_n ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$

السؤال الثالث: أثبت ان المتتاليتين $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{n}$ متجاورتين.

السؤال الرابع: أثبت أن المتتالية $u_n = \frac{n+(-1)^n}{3n+1}$ متقاربة.

السؤال الخامس: أثبت أن المتتالية $u_n = \frac{n!-2}{n!}$ متقاربة.

السؤال السادس: لتكن المتتاليتان $(x_n)_{n\geq0}$ و $(y_n)_{n\geq0}$ المعرفتين وفق

$$x_n = \frac{4n+5}{n+1} \quad , \quad y_n = \frac{4n+1}{n+2}$$

أثبت أنهما متجاورتان.

السؤال السابع: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتين وفق العلاقتين $u_n = -\frac{1}{n}$ و $v_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

1) ادرس اطراد كل من u_n و v_n

2) أثبت أن المتتاليتيان متجاورتان.

السؤال الثامن: لدينا $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة بالعلاقة $u_n = e + \frac{e}{1!} + \frac{e}{2!} + \frac{e}{3!} + \cdots + \frac{e}{n!}$ والمطلوب:

1) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

2) استنتج أن $3e$ راجح على المتتالية u_n ثم استنتج تقارب المتتالية u_n.

السؤال التاسع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \cdots + \frac{n}{5^n}$ والمطلوب:

1) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $n \leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي n

2) أثبت أن $\frac{2}{3}$ عنصراً راجحاً على المتتالية u_n

السؤال العاشر: لتكن $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة وفق $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n^2 + 2u_n$

1) أثبت أن العدد 3 راجح على المتتالية u_n

2) أثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً

3) استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال الحادي عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق

$$u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \quad , u_0 = \frac{3}{2}$$

1) أثبت أن التابع $f(x) = \frac{2x-1}{x}$ متزايد تماماً واستنتج أن $1 < u_n \leq \frac{3}{2}$

2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة تماماً.

3) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال الثاني عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$ و $u_0=-3$ والمطلوب:

1) مثل هندسياً الحدود الأولى للمتتالية u_n ثم خمن جهة اطرادها ونهايتها المحتملة.

2) ادرس اطراد المتتالية u_n

3) أثبت أن 3 حد راجح على المتتالية u_n ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال الثالث عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالشكل:

$$u_{n+1}=\frac{u_n}{2-u_n}\quad ; u_0=\frac{1}{2}$$

1) أثبت أن $0<u_n<1$ أياً كانت n من $\mathbb{N}$

2) نعرّف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=\frac{1}{u_n}-1$ أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n

3) اكتب u_n بدلالة n

السؤال الرابع عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي:

$$u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}\quad , u_0=0$$

1) أثبت ان $0\leq u_n\leq 1$

2) أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها.

السؤال الخامس عشر: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق $u_0=1$

$$u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{2u_n+6}\quad ; \quad n\geq 0$$

1) أثبت ان التابع $f(x)=\frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً ثم أثبت بالتدريج أن $\frac{1}{2}<u_n\leq 1$ أياً كان العدد الطبيعي n

2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً ادرس تقاربها واستنتج نهايتها.

السؤال السادس عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية $u_{n+1}=3u_n-4$, $u_0=1$ والمطلوب:

1) احسب الحدود u_1 و u_2 ثم ادرس اطراد المتتالية u_n

2) أثبت أن المتتالية $v_n=u_{n+1}-u_n$ هندسية وعين حدها الأول وأساسها.

3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

4) احسب نهاية المتتالية u_n ، هل هي متقاربة أم متباعدة؟

5) نعرّف المتتالية S_n بالعلاقة $S_n=v_0+v_1+v_2+..+v_n$ عبر عن S_n بدلالة n واحسب نهايتها.

السؤال السابع عشر:

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة بالعلاقة $u_{n+1}=\frac{-1+2u_n}{u_n}$ $u_0=2$ والمطلوب:

1) أثبت أن $u_n>u_{n+1}>1$ ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة.

2) نعرّف المتتالية $v_n=\frac{1}{u_n-1}$ أثبت أن v_n حسابية ، عيّن حدها الأول وأساسها.

3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n=\frac{n+2}{n+1}$ واحسب $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$

4) هل المتتالية u_n محدودة من الأعلى بالعدد 2 ؟ هل هي محدودة؟

5) أثبت أن $u_n < v_n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$

السؤال الثامن عشر:

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة بالعلاقة $u_{n+1} = u_n^2 + 4u_n + 2$ و $u_0 = -\frac{3}{2}$ والمطلوب:

1) أثبت أن $-2 \leq u_n \leq -1$ أياًكان العدد الطبيعي n

2) أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n + 1)(u_n + 2)$ أياً كان العدد الطبيعي n

3) استنتج ان المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال التاسع عشر:

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة بالعلاقة $u_0 = 4 \,, u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $]2, +\infty[$ ثم استنتج أن العدد 2 قاصر على المتتالية u_n

2) أثبت أن u_n متناقصة تماماً

3) استنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال العشرون:

ليكن لدينا التابع $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ المعرف على المجال $]-2, +\infty[$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع f متزايد تماماً على المجال $]-2, +\infty[$

2) a) نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة التدريجية $u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0 = 0$

أثبت بالتدريج أن $1 \geq u_{n+1} > u_n$ ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحب نهايتها.

b) نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة التدريجية $v_{n+1} = f(v_n)$ و $v_0 = 2$

أثبت بالتدريج أن $1 \leq v_{n+1} < v_n$ ثم استنتج ان المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها

c) هل المتتاليتان u_n و v_n متجاورتين ؟ علل ذلك

آ. بيان النحلاوي **انتهت الأسئلة**

طولي بالك لا تبكي

نفس عميق وطلعي فيني لشوف

أثق أنك تستطيعين...♥