

التناسب

النوع الأول : التناسب الطردي

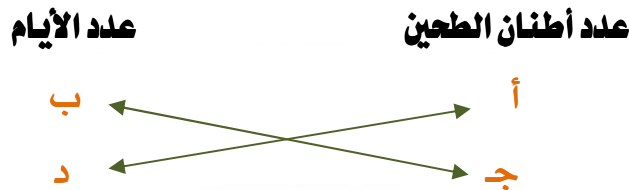
تعريف :

علاقة بين كميتين بحيث أن إحداهما تزيد بزيادة الأخرى وتتقص بنقصان الأخرى وهكذا .

مثال الشرح :

إذا كان (أ) طن من الطحين يكفي قرية لمدة (ب) من الأيام ، فإذا كان لدينا كمية (ج) طن من الطحين فإنها تكفي القرية لمدة (د) من الأيام .

الحل



" عملية التناسب الطردي نقوم بحلها لإيجاد المجهول عن طريق عمل ضرب على شكل مقص في

التناسب كما هو موضح في الأعلى "

بحيث أن

$$أ \times د = ب \times ج$$

فإن كان المجهول هو (ج) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (ب)

$$\frac{أ \times د}{ب} = ج$$

وإن كان المجهول هو (د) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (أ)

$$\frac{ب \times ج}{أ} = د$$

ملاحظة:

التناسب الطردي يحل به مجموعة كثير من افكار الاسئلة من اهمها النسبة المئوية
عندما يعطيك السؤال نسبة وما يقابلها ويطلب منك نسبة العدد المطلوب وتحل
بالتناسب الطردي لانه كلما زادت النسبة زاد العدد لا محالة وكلما قل العدد قلت
النسبة لا محالة ايضا
وسيأتي بعض الامثلة لحل النسبة المئوية بالتناسب الطردي

تنبيه:

يجب وضع المعطيات بالترتيب اثناء الحل فمثلا يكون الزمن اسفل الزمن والمسافة
اسفل المسافة حتى نتوصل للحل السليم .

أمثلة :

ملاحظة : راح تحل جميع هذه الاسئلة بالطريقة التقليدية .

(١) إذا كان هناك ٤٠٠ سعر حراري في ٥٠ جرام من أحد الأطعمة ، فما عدد السعرات الحرارية في ٤٠ جرام من هذا الطعام ؟

الحل

هنا لاحظنا من طريقة السؤال أن عدد السعرات متلازم مع عدد الجرامات أي انه كلما زاد عدد الجرامات زادت السعرات وكلما قلت السعرات أيضا فالحل هنا يكون بالتناسب الطردي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

السعرات الحرارية	جرامات الطعام
٤٠٠	٥٠
أ	٤٠

" عملية المقص كما قلنا سابقا لأنه تناسب طردي "

$$٤٠ \times ٤٠٠ = ٥٠ \times \text{أ}$$

"بالقسمة على معامل (أ) ٥٠"

$$\frac{٤٠ \times ٤٠٠}{٥٠} = \text{أ}$$

$$\frac{١٦٠٠}{٥} = \text{أ}$$

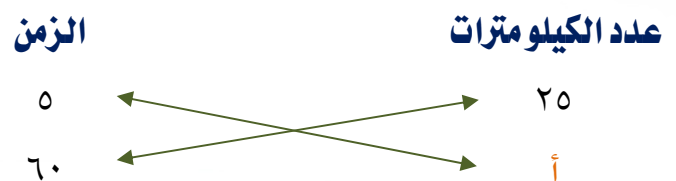
$$\text{أ} = ٣٢٠ \text{ سعرة حرارية}$$

(٢) تقطع طائرة مسافة ٢٥ كيلو متراً في ٥ دقائق ، فكم كيلو متراً تقطعها في ساعة ؟

الحل

أولاً : يجب أن ننتبه إلى توحيد الوحدات لأنه نلاحظ هنا الزمن كان دقائق مرة وساعات مرة فنقوم بتحويل الساعات إلى دقائق بالضرب في ٦٠ فتكون الساعة = $٦٠ \times ١ = ٦٠$ دقيقة
ثانياً : نحدد نوع التناسب بأنه طردي لأنه لو لاحظنا أنه كلما زاد الزمن زادت المسافة التي تقطعها الطائرة إذن التناسب طردي .

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)



" عملية المقص لأنه تناسب طردي "

" بالقسمة على معامل (٥) "

$$٦٠ \times ٢٥ = أ \times ٥$$

$$\frac{٦٠ \times ٢٥}{٥} = أ$$

$$٦٠ \times ٥ = أ$$

$$أ = ٣٠٠ \text{ كيلو متراً}$$

(٣) يستطيع عامل دهن ٣ بيوت في ٥ أيام ، كم المدة التي يستغرقها
لدهان ١٢ بيت ؟

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه لو لاحظنا انه من المؤكد أن يحتاج لزمان أكبر حتى يقوم بانجاز بيوت أكثر

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد البيوت	الأيام اللازمة
٣	٥
١٢	أ

" عملية المقص لأنه تناسب طردي "

" بقسمة الطرفين على معامل أ (٣) "

$$١٢ \times ٥ = أ \times ٣$$

$$\frac{١٢ \times ٥}{٣} = أ$$

$$٤ \times ٥ = أ$$

$$أ = ٢٠ \text{ يوم}$$

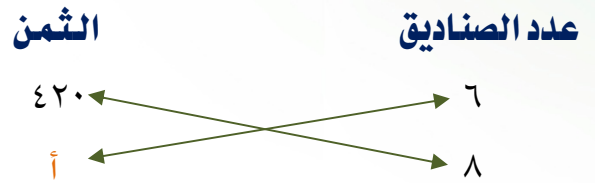
(٤) إذا كان ثمن ٦ صناديق موزيساوي ٤٢٠ ريال ، فكم يكون ٨ صناديق

من نفس النوع ؟

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه كلما زاد عدد الصناديق زاد السعر

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)



" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

" بقسمة الطرفين على معامل أ (٦) "

$$٨ \times ٤٢٠ = أ \times ٦$$

$$\frac{٨ \times ٤٢٠}{٦} = أ$$

$$٨ \times ٧٠ = أ$$

$$أ = ٥٦٠ \text{ ريال}$$

أمثلة النسبة المئوية :

(١) مدرسة بها ٤٢٠ تلميذاً تغيب في أحد الأيام ٤٢ تلميذاً ، اوجد النسبة المئوية لعدد الغائبين ؟

الحل

العلاقة : مسائل النسبة دائماً تكون تناسب طردي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد التلاميذ	النسبة التي يمثلونها
٤٢٠	%١٠٠
٤٢	أ

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

$$٤٢٠ \times أ = \%١٠٠ \times ٤٢$$

" بالقسمة على معامل أ (٤٢٠) "

$$\frac{\%١٠٠ \times ٤٢}{٤٢٠} = أ$$

$$\frac{\%١٠ \times ٤٢}{٤٢} = أ$$

$$\%١٠ = أ$$

(٢) إذا كان ٧٠٪ من طلاب الصف الثالث ثانوي اجتازوا اختبار الرياضيات ، فإذا علمت ان عدد الذين اجتازوا اختبار الرياضيات هو ١٠٥ ، فأوجد عدد الطلاب الكلي .

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه نسبة مئوية

ملاحظة : هنا نلاحظ أن في صياغة السؤال يوجد مجهولان هما عدد الطلاب الكلي بالإضافة إلى نسبتهم لكن بما انه قال عدد الطلاب الكلي معناها يقصد مباشرة ١٠٠٪

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

نسبتهم	عدد الطلاب
٧٠٪	١٠٥
١٠٠٪	أ

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

" بالقسمة على معامل أ (٧٠٪) "

$$٧٠٪ \times أ = ١٠٥ \times ١٠٠٪$$

$$\frac{١٠٠ \times ١٠٥}{٧٠٪} = أ$$

$$\frac{١٠ \times ١٠٥}{٧} = أ$$

$$١٠ \times ١٥ = أ$$

$$أ = ١٥٠ \text{ طالب}$$

(٣) اشترى أحمد سلعة ، فخصم له التاجر ٢٠٪ من ثمنها ، فإذا كان مقدار الخصم يساوي ٥٠ ريال ، فإن ثمن السلعة بعد الخصم يساوي .

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه نسبة مئوية

ملاحظة : هنا يوجد مجهولان هما الثمن والنسبة بعد الخصم لكن نحن نستطيع استخراج النسبة من السؤال حيث أن :

$$\begin{aligned} \text{نسبة السلعة بعد الخصم} &= \text{النسبة الكلية} - \text{نسبة الخصم} \\ \text{نسبة السلعة بعد الخصم} &= ١٠٠\% - ٢٠\% \\ \text{نسبة السلعة بعد الخصم} &= ٨٠\% \end{aligned}$$

الآن أوجدنا نسبة الثمن بعد الخصم وأصبح المجهول هو الثمن

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

النسبة	ثمن السلعة
٢٠٪	٥٠
٨٠٪	أ

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

$$\text{" بالقسمة على معامل أ (٢٠٪) " } \quad ٨٠\% \times ٥٠ = أ \times ٢٠\%$$

$$\frac{٨٠\% \times ٥٠}{٢٠\%} = أ$$

$$٤ \times ٥٠ = أ$$

$$أ = ٢٠٠ \text{ ريال}$$

التدرج المنتظم

تعريف :

علاقة طردية بين كميتين بحيث يكون معدل الزيادة أو النقصان ثابت من الجهتين .

الحل بالتدرج المنتظم في المسائل الطردية من أسهل طرق الحل على الإطلاق .

أمثلة :

(١) يستطيع خالد كتابة ٣٠ صفحة على جهاز الحاسب الآلي في ٣ ساعات ، فكم ساعة يلزمه من الوقت لكتابة ٤٥٠ صفحة ؟

الحل

عدد الصفحات الزمن اللازم

٣٠ ٣

" ضربنا الطرفين في ١٥ للوصول إلى ٤٥٠ صفحة "

١٥ × ٣٠ ١٥ × ٣

٤٥٠ ٤٥

إذن الزمن اللازم لكتابتها هو ٤٥ ساعة .

(٢) ما النسبة المئوية للعدد ٩٠ من ٢٠٠ ؟

الحل

ملاحظة : هنا العدد ٢٠٠ يمثل ١٠٠٪

العدد	نسبته
٢٠٠	١٠٠٪
٢	١٪
٤٥ × ٢	١٪ × ٤٥
٩٠	٤٥٪

" قسمنا الطرفين على ١٠٠ "

" ضربنا الطرفين في ٤٥ للوصول إلى ٩٠ في العدد "

إذن العدد ٩٠ يمثل ٤٥٪ من العدد ٢٠٠ .

(٣) خلال عمله في خط الإنتاج أخرج أحمد ٥٪ من القطع التي مرت عليه

بسبب تلفها ، إذا كان أحمد قد أخرج ٦ قطع . فكم قطعة مرت عليه ؟

الحل

ملاحظة : هنا عدد القطع التي مرت عليه تمثل ١٠٠٪

عدد القطع	نسبتها
٦	٥٪
٢٠ × ٦	٥٪ × ٢٠
١٢٠	١٠٠٪

" ضربنا الطرفين في ٢٠ للوصول إلى ١٠٠٪ "

إذن عدد القطع التي مرت عليه هو ١٢٠ قطعة .

(٤) رجل استهلك ٦٠٪ من راتبه وبقي ٤٠٠٠ ريال ، إذا الراتب كاملاً
يساوي :

الحل

٤٠٠٠ ريال تمثل الباقي

٤٠٠٠ = الراتب كامل - المستهلك

٤٠٠٠ = ١٠٠٪ - ٦٠٪

٤٠٠٠ = ٤٠٪

المبلغ **النسبة**

٤٠٠٠ ————— ٤٠٪

١٠٠ ————— ١٪ " قسمنا الطرفين على ٤٠ "

١٠٠٠٠ ————— ١٠٠٪ " ضربنا الطرفين في ١٠٠ للوصول إلى ١٠٠٪ "

إذن المبلغ كاملاً يساوي ١٠٠٠٠ ريال .

النوع الثاني : التناسب العكسي

تعريف :

علاقة بين كميتين بحيث أن إحداهما تزيد بنقصان الأخرى وتنقص بزيادة الأخرى وهكذا .

مثال الشرح :

إذا كان (أ) من العمال يستطيعون بناء مسجد في (ب) من الأيام ، فإذا أصبح عدد العمال (ج) عامل فإنهم سينهون المسجد في (د) من الأيام .

الحل



" عملية التناسب العكسي نقوم بجلها لإيجاد المجهول عن طريق عمل ضرب على شكل علامة

يساوي في التناسب كما هو موضح في الأعلى "

بحيث أن

$$أ \times ب = ج \times د$$

فإن كان المجهول هو (ج) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (د)

$$\frac{أ \times ب}{د} = ج$$

وإن كان المجهول هو (د) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (ج)

$$\frac{أ \times ب}{ج} = د$$

ملاحظة:

التناسب العكسي يحل به مجموعة من افكار الاسئلة ولكن لابد في هذه الاسئلة ان تكون احدى الكميتين تتاثر عكسيا بما تتاثر به الكمية الاخرى فان كانت تزيد الاولى فان الثانية ستتقص والعكس .

تنبيه :

يجب وضع المعطيات بالترتيب اثناء الحل فمثلا يكون الزمن اسفل الزمن والمسافة اسفل المسافة حتى نتوصل للحل السليم .

أمثلة :

(١) ينهي ٧ عمال عمل في ١٦ يوم . إذا أردنا إنهاء العمل في أسبوع فكم عاملاً نحتاج ؟

الحل

أولاً : يجب أن توحد القيم فنلاحظ هنا انه إعطانا الزمن مرة بالأيام ومرة بالأسبوع فنحول الأسبوع إلى أيام بالضرب في ٧

ثانياً : هنا لاحظنا من طريقة السؤال أنه كلما زاد عدد العمال قلت فترة العمل . إذاً

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الأيام	عدد العمال
١٦	٧
٧	أ

" عملية الضرب على شكل يساوي كما قلنا سابقاً لأنه تناسب عكسي "

$$16 \times 7 = 7 \times A$$

" بالقسمة على معامل (أ) ٧ "

$$\frac{16 \times 7}{7} = A$$

$$A = 16 \text{ عامل}$$

إذن عدد العمال الذي نحتاجه هو ١٦ عامل .

(٢) قطع قطار مسافة بين مدينتين في ٤٥ ساعة ، عندما كانت سرعته ١٠٠ كم / ساعة . كم يجب ان تكون سرعة قطار آخر ليقطع المسافة نفسها في ٣٠ ساعة ؟

الحل

ملاحظة : عند تساوي المسافة تصبح العلاقة بين الزمن والسرعة علاقة عكسية دائماً .

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

السرعة	الزمن
١٠٠	٤٥
أ	٣٠

" عملية الضرب على شكل يساوي لأنه تناسب عكسي "

$$٤٥ \times ١٠٠ = ٣٠ \times \text{أ}$$

" بالقسمة على معامل (أ) ٣٠ "

$$\frac{٤٥ \times ١٠٠}{٣٠} = \text{أ}$$

$$\frac{٤٥ \times ١٠}{٣} = \text{أ}$$

$$١٥ \times ١٠ = \text{أ}$$

$$\text{أ} = ١٥٠ \text{ كم / ساعة}$$

إذن على القطار الآخر أن يسير بسرعة ١٥٠ كم / ساعة حتى يقطع المسافة في ٣٠ ساعة .

(٣) تقطع طائرة مسافة ما بسرعة ٦٠٠ كم / ساعة ، في زمن قدره ٥ ساعات . كم تكون سرعتها إذا قطعت المسافة نفسها في ٨ ساعات ؟

الحل

ملاحظة : عند تساوي المسافة تصبح العلاقة بين الزمن والسرعة علاقة عكسية دائماً .

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

السرعة	الزمن
٦٠٠	٥
أ	٨

" عملية الضرب على شكل يساوي لأنه تناسب عكسي "

$$٨ \times أ = ٥ \times ٦٠٠$$

" بالقسمة على معامل (أ) ٨ "

$$٥ \times ٧٥ = أ$$

$$أ = ٣٧٥ \text{ كم / ساعة}$$

إذن تكون سرعتها ٣٧٥ كم / ساعة .

(٤) يحتاج ثلاثة عمال ٩٦ ساعة لحصاد حقل من القمح ، كم ساعة
يحتاج ٦ عمال لحصاد الحقل نفسه ؟

الحل

ملاحظة : في هذا السؤال من الملاحظ انه كلما زاد عدد العمال قلت المدة الزمنية المستغرقة في الحصاد .

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد العمال	الزمن
٣	٩٦
٦	أ

" عملية الضرب على شكل يساوي لأنه تناسب عكسي "

" بالقسمة على معامل (أ) ٦ "

$$٣ \times ٩٦ = أ \times ٦$$

$$\frac{٣ \times ٩٦}{٦} = أ$$

$$٣ \times ١٦ = أ$$

$$أ = ٤٨ \text{ ساعة}$$

إذن سوف يحتاجون إلى ٤٨ ساعة حتى يتمون الحصاد .

الضرب التبادلي

تعريف :

علاقة بين ٣ كميات تحوي في الوقت ذاته علاقة تناسب طردي وآخر عكسي .

شروط الحل بالضرب التبادلي :

(١) أن توحد وحدات كل كمية بحيث تكون وحدة السرعة أو الزمن أو المسافة واحدة .

(٢) أن ترتب الكميات في عملية الضرب التبادلي كالتالي :

أ- الفاعل (أشخاص ، حيوانات ، المنتج ، ...)

ب- المفعول (المنجز ، المستهلك ، ...)

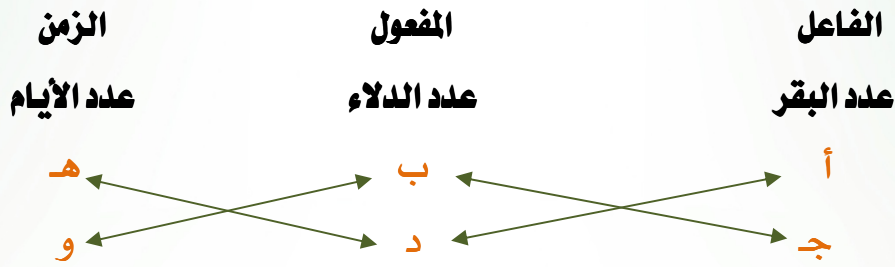
ت- الزمن (أيام ، دقائق ، ساعات ، ...)

(٣) أن يتم الضرب في العملية على شكل مقص بين كل كميتين متتاليتين (كما سيأتي) .

مثال الشرح :

تنتج (أ) بقرات مقدار (ب) دلاء من الحليب في (هـ) من الايام ، فإن (جـ) بقرات تنتج مقدار (د) دلاء من الحليب في (و) من الايام .

الحل



" عملية الضرب التبادلي نقوم بجلها لإيجاد المجهول عن طريق عمل ضرب على شكل علامة

مقص بين كل كميتين متتاليتين في التناسب كما هو موضح في الأعلى "

بحيث أن

$$أ \times د \times هـ = ج \times ب \times و$$

فإن كان المجهول هو (جـ) قمنا بقسمة الطرفين على معاملاتها وهم (ب × و)

$$\frac{أ \times د \times هـ}{ب \times و} = جـ$$

وإن كان المجهول هو (د) قمنا بقسمة الطرفين على معاملاتها وهم (أ × هـ)

$$\frac{ج \times ب \times و}{أ \times هـ} = د$$

وإن كان المجهول هو (و) قمنا بقسمة الطرفين على معاملاتها وهم (ج × ب)

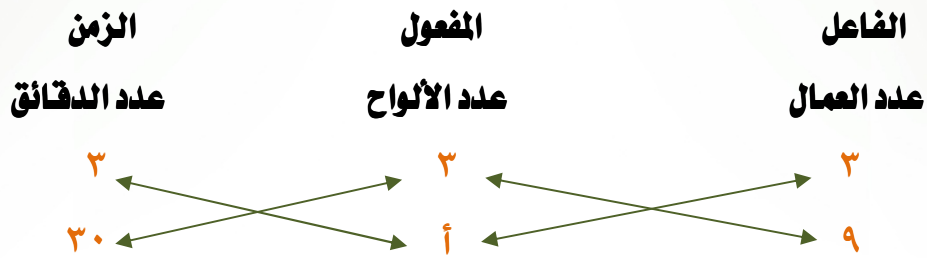
$$\frac{أ \times د \times هـ}{ج \times ب} = و$$

أمثلة :

(١) يقطع ٣ عمال ٣ ألواح خشبية متساوية في ٣ دقائق ، كم لوحاً يقطعها ٩ عمال في ٣٠ دقيقة ؟

الحل

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)



" بقسمة الطرفين على معاملات (أ) ٣×٣ "

$$٣٠ \times ٣ \times ٩ = ٣ \times أ \times ٣$$

$$\frac{٣٠ \times ٣ \times ٩}{٣ \times ٣} = أ$$

$$٣٠ \times ٣ = أ$$

$$أ = ٩٠ \text{ لوحاً}$$

إذن سوف يقطعون ٩٠ لوحاً .

(٢) إذا كان ٦٠ عاملاً ينهون ٢٥٪ من عمل ما في ٢٥ يوماً ، إذا أردنا إنجاز العمل كاملاً في ٧٥ يوم فكم عاملاً نحتاج ؟

الحل

ملاحظة : يقصد بالعمل كاملاً ١٠٠٪ من العمل .

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الفاعل	المفعول	الزمن
عدد العمال	المنجز	عدد الأيام
٦٠	٢٥٪	٢٥
أ	١٠٠٪	٧٥

" بقسمة الطرفين على معاملات (أ) ٢٥ × ٧٥ "

$$٢٥ \times ١٠٠\% \times ٦٠ = ٧٥ \times ٢٥\% \times أ$$

$$\frac{٢٥ \times ١٠٠\% \times ٦٠}{٧٥ \times ٢٥\%} = أ$$

$$\frac{٢٥ \times ٤ \times ٦٠}{٧٥} = أ$$

$$\frac{٤ \times ١٥٠٠}{٧٥} = أ$$

$$٤ \times ٢٠ = أ$$

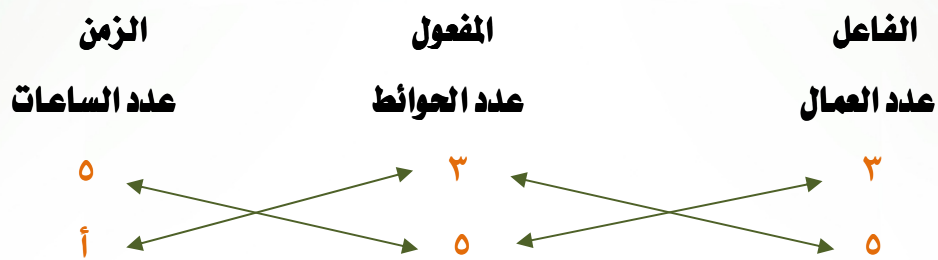
$$أ = ٨٠ \text{ عاملاً}$$

إذن سوف نحتاج ٨٠ عاملاً .

(٣) يستطيع ٣ عمال بناء ثلاث حوائط في ٥ ساعات ، في كم ساعة يستطيع ٥ عمال بناء خمس حوائط ؟

الحل

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)



" بقسمة الطرفين على معاملات (أ) ٣×٥ "

$$٥ \times ٥ \times ٣ = أ \times ٣ \times ٥$$

$$\frac{٥ \times ٥ \times ٣}{٥ \times ٣} = أ$$

$$أ = ٥ \text{ ساعات}$$

إذن سوف يحتاجون ٥ ساعات .

(٤) إذا استطاع ستون عاملاً بناءً ثلث جدار في ٢٠ يوم ، فما عدد العمال الذين يكملون الجدار في شهر ؟

الحل

ملاحظة : إكمال الجدار يقصد به الكمية المتبقية منه وقد ذكر في السؤال انه انتهى ثلث أي أن المتبقي ثلثان .

نقوم قبل الحل بتحويل الشهر إلى أيام بالضرب في ٣٠ .

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الفاعل عدد العمال	المنجز	الزمن عدد الايام
٦٠	$\frac{1}{3}$	٢٠
أ	$\frac{2}{3}$	٣٠

$$٢٠ \times \frac{2}{3} \times ٦٠ = ٣٠ \times \frac{1}{3} \times أ$$

" بقسمة الطرفين على معامل (أ) ١٠ "

$$٢٠ \times ٢ \times ٢٠ = ١٠ \times أ$$

$$\frac{٢٠ \times ٢ \times ٢٠}{١٠} = أ$$

$$٢٠ \times ٢ \times ٢ = أ$$

$$أ = ٨٠ \text{ عاملاً}$$

إذن سوف نحتاج ٨٠ عاملاً .