الاشتقاق

المدرس: محمود ساعد

المدرس: محمود ساعد

جدول الاشتقاق

$f(x)$	$f'(x)$
a	0
ax	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$cos(x)$	$-sin(x)$
$sin(x)$	$cos(x)$
$tan(x)$	$1+tan^2(x)$
$cot(x)$	$-\left(1+cot^2(x)\right)$
$cos(u)$	$-u'.sin(u)$
$sin(x)$	$u'.cos(u)$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$u.v$	$u'.v+v'u$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'.v-v'u}{v^2}$

حساب نهاية تابع باستخدام تعريف العدد المشتق: $\frac{0}{0}$

إذا أمكن كتابة f بالشكل $f(x)=\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$

فإن $\lim_{x\to a} f(x)=g'(a)$

مبرهنات:

- كثير الحدود: مستمر واشتقاقي على R
- تابع كسري: مستمر واشتقاقي على D_f
- تابع جذر تربيعي: مستمر واشتقاقي على المجال المفتوح

دراسة الاشتقاق على مجال I:

- تابع كسري:

المقام: اشتقاقي ولا ينعدم على I المقام $\neq 0$

- تابع جذر تربيعي:

ما تحت الجذر اشتقاقي وموجب تماما على I

ملاحظة:

- إذا كان f إشتقاقي عند a فإن f مستمر عند a
- $f(a)$ قيمة حدية أي أن $f'(a)=0$
- كل مستقيم مرسوم لحساب ميله $\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$
- عند القيم الحدية $f'(a)=0$ يكون المماس أفقياً

أضف الى معلوماتك

$\lim_{x\to a} t(x)=f'(a)$

إيجاد معادلة المماس

- عُلم فاصلة نقطة التماس : في النقطة $x=a$

١) إذا كان $\lim_{x\to a} t(x)=m=f'(a)$

معادلته $y=f(a)+f'(a)(x-a)$

٢) إذا كان $\lim_{x\to a} t()=\pm\infty$

معادلته $x=a$ (مماس شاقولي)

٣) إذا كان $\lim_{x\to a^+} t(x)\neq \lim_{x\to a^-} t(x)$

$f'(a^+)\neq f'(a^-)$

يقبل معادلتي نصفي مماسين

من اليمين $y=f(a)+f'(a^+)(x-a)$

من اليسار $y=f(a)+f'(a^-)(x-a)$

- عُلم ميله

يوازي المستقيم $y=mx+b$ فإن $f'(a)=m$

يعامد المستقيم $y=mx+b$ فإن $f'(a)=\frac{-1}{m}$

وتكون معادلته $y=f(a)+f'(a)(x-a)$

الاستقراء الرياضي $E(n)$

١) نبرهن صحة $E(1)$

مرة منعوض مرة منشتق $I_1=I_2$

٢) نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$

مرة منعوض مرة منشتق $I_1=I_2$

التقريب الخطي:

$f(a+h)\cong f(a)+f'(a).h$

١) نفرض تابع $f(x)$ يشبه القيمة التي نريد حسابها

٢) نفرض قيمة للعدد a وتكون قيمة تساعد في الحساب ويكون h هو العدد الصغير

ثم نطبق في الدستور

دراسة الاشتقاق عند a:

نطبق تعريف العدد المشتق

$t(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \quad ; x\neq a$

وإذا كان $\lim_{x\to a} t(x)=m\in R$ فإن f اشتقاقي عند a

أو كان $\lim_{x\to a} t(x)=\pm\infty$ فإن f غير اشتقاقي عند a

من اليمين نحسب $\lim_{x\to a^+} t(x)$ ومن اليسار $\lim_{x\to a^-} t(x)$

وإذا كان $\lim_{x\to a^+} t(x)\neq \lim_{x\to a^-} t(x)$

فإن f غير اشتقاقي عند a

0933004590

المدرس: محمود ساعد

الاشتقاق

القيم الحدية

إما: عين a و b علما أن للتابع $f(a)=b$ قيمة حدية

لدينا معلومتين هما $f(a)=b$ و $f'(a)=0$

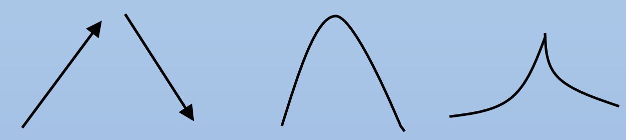
أو: عين a و b علما $y=mx+b$ مماس للخط البياني في النقطة التي فاصلتها $x=a$

لدينا معلومتين هما $f'(a)=m$

و كذا $f(a)=$ نحصل عليها بتعويض a في معادلة المماس

أنواع القيم الحدية

١) $f(a)=b$ قيمة حدية كبرى



$f(a)$ قيمة حدية إذا وجد مجال مفتوح يحوي a ويحقق $f(a)\geq f(x)$

٢) $f(a)=b$ قيمة حدية صغرى

$f(a)$ قيمة حدية إذا وجد مجال مفتوح يحوي a ويحقق $f(a)\leq f(x)$

التابع الدوري

نسمي T دورا للتابع f إذا حقق

- $\forall\, x\in D_f \;=>\; x+T\in D_f$
- $f(x+T)=f(x)$

تبكي سوريا

- إن الخط البياني لتابع المشتق f' يقطع محور xx'عندما يكون للتابع f قيمة حدية وفي نقطة لها نفس الفاصلة
- إذا كان الخط البياني لتابع f يقبل مقاربا مائلا فإن الخط البياني لتابع المشتق f' يقبل مقاربا أفقيا معادلته $y=$ ميل المقارب المائل للتابع f

إثبات صحة متراجحة:

$g(x)\geq h(x)$

$f(x)=g(x)-h(x)$

وندرس إطراد التابع $f(x)$

ونستنتج من جدول الاطراد أن

$f(x)=g(x)-h(x)\geq 0$

أو

$g(x)\leq h(x)$

$f(x)=g(x)-h(x)$

وندرس إطراد التابع $f(x)$

ونستنتج من جدول الاطراد أن

$f(x)=g(x)-h(x)\leq 0$

التناظر

ل إثبات أن النقطة $A(x_0,y_0)$ مرز تناظر نتحقق من

- $\forall\, x\in D_f \;=>\; 2x_0-x\in D_f$
- $f(2x_0-x)+f(x)=2y_0$

ل إثبات أن التابع متناظر بالنسبة للمبدأ أو محور yy'نبرهن أن

$\forall\, x\in D_f \;=>\; -x\in D_f$

ثم $f(-x)=-f(x) \;<=\; f$ تابع فردي متناظر بالنسبة للمبدأ

أو $f(-x)=f(x) \;<=\; f$ تابع زوجي متناظر بالنسبة لمحور التراتيب

دراسة تغيرات

١) نحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة والصور عند الأطراف المغلقة

٢) نعين معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي إن وُجد وندرس الأوضاع النسبية

٣) نشتق التابع f ونعدمه وندرس إشارة f على مجموعة تعريفه

٤) ننظم جدولا بتغيرات f وهو يعتمد على كل الطلبات السابقة

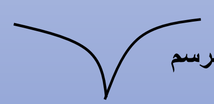
٥) نرسم الخط البياني

خطوات الرسم

- المقاربات أولا
- نُعيّن القيم الحدية إن وجدت
- نُعيّن النقاط بالقرب من المقاربات مع الانتباه المقارب الشاقولي (يمين\يسار) والمقارب الأفقي (فوق\تحت)
- نختار نقاط إسعاف للسهولة
- نوصل ونحن مبسوطين

خطيرة

عندما يكون $\lim\limits_{x\to a^-} t(x)\neq \lim\limits_{x\to a^+} t(x)$ فإن شكل الرسم



وهي قيمة حدية ولكن ليس بالضرورة أن يكون $f'(a)$ = 0