Fundamental of Math

Week 7

Telegram : @azizhelp

Adding Rational Expressions:

جمع التعبيرات الكسريه:

لجمع التعبيرات الكسريه نقوم أولاً بتوحيد المقامات، ثم نقوم بعملية الجمع .. هناك عدة صيغ للتعبيرات الكسريه .. ومنها:

١- التعبير الكسري الذي يحتوي على مقام يحتاج إلى إيجاد العامل المشترك الأصغر لتوحيد المقامات LCD .

بدايةً: ماهو الفرق بين LCD و LCM ؟

كلاهما يعني إيجاد العامل المشترك الأصغر ولكن بالنسبة لـ LCD فإنها تختص بإيجاد العامل المشترك الأصغر للمقام " Least Common Denominator "

أما LCM فيعني الأرقام والتعبيرات العاديه" Least Common Multiply "

مثـال على جمع التعبيرات الكسريه:

$$\frac{4}{xy^2} + \frac{6}{x^2y}$$

هذا المثال يحتوي على مقام يحتاج إلى إيجاد عامل مشترك أصغر للمقام ،

بالنسبة للمقام الأول: $xy^2 = x \cdot y \cdot y$

بالنسبة للمقام الثاني: $x^2y = x \cdot x \cdot y$

نلاحظ بـعد التحليل أن العامل المشترك هو : x. y

لذا فإنه لتوحيد المقامات نحتاج لضرب الكسر الأول بما تبقى من مقام الكسر الثاني x والكسر الثاني بما تبقى من مقام الكسر الأول :

$$(x)\frac{4}{xy^2} + \frac{6}{x^2y}(y)$$

$$\frac{4x}{x^2y^2} + \frac{6y}{x^2y^2} = \frac{4x+6y}{x^2y^2}$$

***تنبيه: عند توحيد المقامات لانغفل أبداً عن البسط ، فما يتم ضربه بالمقام يجب ويجب ضربه في البسط .**

*ملاحظه: أن المثال المذكور في البسط تم جمع 4x + 6y نركز أن العملية الموجوده بينهم هي الجمع لذا من الخطأ أن تكون النتيجه 4x6y

٢ـ التعبير الكسري الذي يحتوي على مقامات مبسطه ولا تحتاج إلى التحليل أو إيجاد العامل المشترك الأصغر ولتوحيد المقامات نقوم بضرب مقام الكسر الأول بالكسر الثاني ، ومقام الكسر الثاني بالكسر الأول.

مثال على ذلك:

$$\frac{4}{5y}+\frac{7}{y-2}$$

لتوحيد المقام هنا نقوم بضرب مقام الكسر الأول 5y بالكسر الثاني ، ومقام الكسر الثاني y-2 بالكسر الأول:

$$(y-2)\frac{4}{5y}+\frac{7}{y-2}(5y)$$

ليصبح الكسر بعد توحيد مقاماته :

$$\frac{4y-8}{5y\,(y-2)}+\frac{35y}{5y\,(y-2)}=\frac{39y}{5y\,(y-2)}$$

٣ـالتعبيرات الكسريه التي يحتاج مقامها إلى التحليل لتوحيد المقامات (Factoring)

مثال على ذلك :

$$\frac{t}{t-3}+\frac{5}{4t-12}$$

نلاحظ في المثال أن المقامات مختلفه ، وأن مقام الكسر الأول مبسط بينما يحتاج مقام الكسر الثاني إلى Factor ولتحليل مقام الكسر الثاني:

$$4t-12=4(t-3)$$

قمنا بأخذ العامل المشترك للـ polynomial ثم أدرجنا ما تبقى منها داخل القوس ((من ويك٥))

بعد تحليل مقام الكسر الثاني أصبح من الواضح الآن أنه لتوحيد المقامات نحتاج إلى ضرب الكسر الأول بـ 4

$$(4)\frac{t}{t-3}+\frac{5}{4(t-3)}$$

$$\frac{4t}{4(t-3)}+\frac{5}{4(t-3)}=\frac{4t+5}{4(t-3)}$$

٤- التعبيرات الكسريه التي تبدو مقاماتها موحده من النظره الأولى ولكنها غير كذلك ، لتوحيد المقام نضرب أحد الكسور بـ -1

مثال على ذلك:

$$\frac{2x-7}{5x-8}+\frac{6+10x}{8-5x}$$

قد تبدو المقامات موحده ولكن في الحقيقه :

$$5x-8 \neq 8-5x$$

*عملية الطرح ليست عملية إبداليه لأن :

$$5-3 \neq 3-5$$

لذا لتوحيد المقامات في مثل هذه التعبيرات الكسريه نقوم بضرب أحد الكسرين بـ -1

$$(-1)\frac{2x-7}{5x-8}+\frac{6+10x}{8-5x}$$

لتصبح هكذا:

$$\frac{-2x+7}{8-5x}+\frac{6+10x}{8-5x}$$

الآن نقوم بجمع الأطراف المتشابهه الموجوده بالبسط "Collect the like Terms" لتصبح النتيجه:

$$\frac{13+8x}{8-5x}$$

أحياناً لا تنتهي عملية الجمع بتوحيد المقامات وجمع ماهو بالبسط ، لأنه يجب إخراج الكسر بأبسط صوره ممكنه ،. فممكن أسألة الإمتحان تكون Add & Simplify يعني إجمعي وبسطي، لذا نركز أن الناتج الأخير ظهر لنا بأبسط صوره (لا يمكننا تحليله، ولا تبسيطه، ولا إيجاد عامل مشترك بين أطرافه)

مثال على ذلك:

$$\frac{y^2}{y-3}+\frac{9}{3-y}$$

في هذا المثال المقام يبدو موحداً ولكنه ليس كذلك لذا نقوم بضرب أحد الكسرين بـ -1

$$\frac{y^2}{y-3}+\frac{9}{3-y}(-1)$$

لتصبح النتيجه:

$$\frac{y^2 - 9}{y - 3}$$

النتيجه هنا ليست في أبسط صوره ، فالبسط يحتاج إلى **Factoring**

وبعد تحليل البسط تصبح النتيجه هكذا:

$$\frac{\cancel{(y - 3)}(y + 3)}{\cancel{y - 3}}$$

لتصبح النتيجه الأخيره: $y+3$

Subtracting Rational Expressions:

طرح التعبيرات الكسريه :

العملية مشابهه تماماً لجمع التعبيرات الكسريه ولكن المختلف هنا هو الإشـارات،

مثال على ذلك:

$$\frac{11}{x^2 - 4} - \frac{8}{x + 2}$$

لتوحيد المقامات هنا يجب أن نقوم أولاً بعملية **Factoring** لمقام الكسر الأول لتصبح النتيجه بعد التحليل :

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{8}{x + 2}$$

وأصبح من الواضح الآن أنه لتوحيد المقامات نقوم بضرب الكسر الثاني بـ x-2

لتصبح النتيجه:

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{8(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{8x - 16}{(x - 2)(x + 2)}$$

الآن نقوم بـ : **Collect the like Terms**

11 – (-16) = 27

$$\frac{8x + 27}{(x - 2)(x + 2)}$$

مثال آخر:

$$\frac{4-x}{x-9}-\frac{3x-8}{9-x}$$

نكرر: كما نلاحظ أن المقامات قد تبدو متشابهه ولكنها ليست كذلك لذا نقوم بضرب أحد الكسور بـ -1

لتصبح النتيجه الأخيره:

$$\frac{-4+x}{9-x}-\frac{3x-8}{9-x}=\frac{2x-4}{9-x}$$

مثال آخر:

$$\frac{x}{x^2+5x+6}-\frac{2}{x^2+3x+2}$$

نلاحظ في المثال أننا نحتاج أولاً إلى Factoring لكلا المقامين قبل عملية توحيد المقامات :

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

$$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$$

أصبح شكل الكسرين بعد تحليل المقامات:

$$\frac{x}{(x+2)(x+3)}-\frac{2}{(x+1)(x+2)}$$

أصبح من الواضح الآن أننا يجب أن نضرب الكسر الأول بـ (x+1) والكسر الثاني بـ (x+3) لتوحيد المقامات

لتصبح النتيجه:

$$\frac{x(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)}-\frac{2(x+3)}{(x+1)(x+2)(x+3)}=$$

$$\frac{x^2+x}{(x+1)(x+2)(x+3)}-\frac{2x+6}{(x+1)(x+2)(x+3)}=$$

الآن نطرح المتشابهات في البسط لتصبح النتيجه:

$$\frac{x^2-x-6}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

الآن يجب أن نحلل البسط لتبسيط الكسر : Factoring

$$\frac{\cancel{(x+2)}(x-3)}{(x+1)\cancel{(x+2)}(x+3)}=\frac{(x-3)}{(x+1)(x+3)}$$

Solving Rational Equations:

حل التعبيرات الكسريه وإيجاد قيمة المتغير:

مثال على ذلك:

$$\frac{t+2}{5}-\frac{t-2}{4}=1$$

لحل مثل هذه التعبيرات نقوم بإيجاد العامل المشترك الأصغر بين جميع أطراف المعادله (1,4,5)

العامل المشترك الأصغر هو 20 لذا نقوم بضرب جميع الأطراف بـ 20 وذلك للتخلص من المقامات وتبسيط العمليه :

$$\overset{\boxed{4}}{\cancel{(20)}}\frac{t+2}{\cancel{5}}-\frac{t-2}{\cancel{4}}\overset{\boxed{5}}{\cancel{(20)}}=1(20)$$

لتصبح المعادله:

4(t+2) – 5(t-2)= 20

نوزع الضرب لتصبح النتيجه:

4t-8-5t+10 = 20

نحل المعادله كما درسنا في ويك ٢

-t +18 = 20

-t = 20-18

-t = 2

t = -2

مثال آخر:

$$\frac{x-2}{x-3}=\frac{x-1}{x+1}$$

لأن العملية الموجوده بينهم هي =

نقوم بطريقة المقص للتخلص من المقامات:

$$\frac{x-2}{x-3} \quad \frac{x-1}{x+1}$$

لتصبح العمليه :

(x-3)(x-1) = (x+1)(x-2)

الآن نحل المسأله على طريقة فويل:

$$x^2 - x - 3x + 3 = x^2 - 2x + x - 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - x - 2$$

$$\cancel{x^2 - x^2}$$

$$-4x + 3 = -x - 2$$

$$3 = 3x - 2$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$