اسم الطالب:	ورقة عمل مادة الرياضيات لطلاب البكالوريا (2020) (المتتاليات)	الجزء الأول البحث الأول

التمرين الأول :

1- $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها r فيها $U_3 = -11$ و $U_5 = -21$ ، احسب r و U_0 و U_n

2- متتالية حسابية فيها $U_5 = 2$, $U_8 = 29$ والمطلوب:

- احسب U_{15}
- احسب المجموع $U_5 + U_6 + \cdots + U_{15}$

3- $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها q فيها $U_3 = -\frac{1}{4}$ و $U_5 = -\frac{1}{16}$ ، احسب q و U_n و U_0 .

4- ليكن لدينا المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ العلاقة $U_n = 5^n$ والمطلوب:

- أثبت أن المتتالية U_n هندسية ، عيّن حدها الأول وأساسها.
- احسب المجموع $U_4 + U_5 + \cdots + U_{14}$

5- متتالية هندسية فيها $U_5 = 64$ ، $U_8 = 512$ والمطلوب:

- احسب U_3
- احسب المجموع $U_5 + U_6 + \cdots + U_{10}$

التمرين الثاني :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n}$ ، و $U_0 = 2$ والمطلوب:

1- نعرّف المتتالية $v_n = 3 + \frac{1}{U_n - 1}$ أثبت V_n حسابية. عيّن حدها الأول وأساسها.

2- اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج أن $U_n = \frac{n+2}{n+1}$.

التمرين الثالث :

المتتالية $(U_n)_{(n\geq 0)}$ المعرفة بالتدريج وفق $U_0 = 2$, $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2$ والمطلوب:

1) احسب U_1, U_2, U_3, U_4

2) خمن عبارة U_n بدلالة n .

3) نعرف المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $V_n = U_n - 3$ والمطلوب:

a) أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، عيّن حدها الأول وأساسها.

b) اكتب الحد العام لـ V_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

c) احسب المجموع S حيث : $S = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

d) احسب المجموع S حيث : $S = V_2 + V_4 + \cdots V_{2n}$

التمرين الرابع :

a, b, c ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية احسبها علماً أن $a.b.c = \frac{1}{8}$ و $a + b + c = \frac{7}{4}$

التمرين الخامس :

a و b و c ثلاث حدود متوالية في متتالية هندسية أساسها q ،

كما لدينا $12a$ و $5b$ و $2c$ ثلاث حدود متوالية في متتالية حسابية ، احسب q .

التمرين السادس: لتكن المتتالية: $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة : $U_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n}$

-1 ادرس اطراد (U_n) .

-2 أوجد (U_n) بدلالة n (احسب المجموع)

التمرين السابع : ادرس اطراد المتتالية : $U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$

التمرين الثامن:

احسب المجموع $s = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1 + \frac{5}{4} + \cdots + 13$

التمرين التاسع :

لتكن المتتالية : $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ حيث $n \geq 1$

ولنعرف المجموع $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots + u_n$ أثبت بالتدريج صحة الخاصة $S_n = \frac{n}{n+1}$

التمرين العاشر:

بفرض $n \geq 1$ أثبت، مستعملاً البرهان بالتدريج ، أنَّ $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

التمرين الحادي عشر:

المتتالية (u_n) معرفة بِ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{u_n + 4}{u_n - 2}$.

نضع من أجل كل عدد طبيعي n , $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n - 4}$.

1) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية .

2) عبرعن v_n ثم u_n بدلالة n .

التمرين الثاني عشر:

ليكن لدينا المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة $U_{n+1} = \frac{2U_n+1}{U_n+2}$ و $U_0 = 0$ والمطلوب:

-1 أثبت أن $0 \leq U_n \leq 1$

-2 أثبت أن المتتالية U_n متزايدة.

التمرين الثالث عشر :

نتأمل متتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق العلاقة التدريجية :

$$U_{n+1} = aU_n + b$$
و
$$U_0 = S$$

-1 نفترض أن $a = 1$ ، تيقّن أن $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية في هذه الحالة ، واحسب U_n بدلالة n و b و S .

-2 نفترض أن $a \neq 1$ ونضع ℓ الحل الوحيد للمعادلة $x = ax + b$

a. نعرف $(t_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $T_n = U_n - \ell$ برهن أن $(t_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية.

b. استنتج صيغة t_n بدلالة n و b و a و S في هذه الحالة .

مدرّس المادة: أ. عبد العزيز زكريا