



الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على المجال $[0, +\infty[$ ، خطه البياني C .

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	-1	\nearrow	\searrow
		$\frac{1}{e-1}$	0

(1) ما القيم الحدية المحلية للتابع f ؟ وما نوعها؟

(2) اكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي للخط C

(3) قارن بين $f(e^2)$ و $f(e^3)$ مبرراً إجابتك.

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x}$

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,0,0)$ و $M(2,3,4)$

(1) اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O ومحوره $(O; \vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها النقطة A ونصف قطرها 5

(2) اكتب معادلة للأسطوانة التي محورها $(O; \vec{i})$ وقاعدتيها الدائرتين اللتين مركزيهما النقطتين O و A ونصف قطرها 5

(3) أثبت أن النقطة M تنتمي إلى كل من الأسطوانة والمخروط السابقين

السؤال الثالث:

انشر المقدار $(1 + \frac{x}{2})^n$ ، ثم أثبت أن: $\binom{n}{0} + \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{4}\binom{n}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}\binom{n}{n} = (\frac{3}{2})^n$

السؤال الرابع:

نفترض وجود عددين حقيقيين $y > x > 0$ يحققان: $\ln x + \ln y - \ln 2 = 2 \ln(y - x)$

جد y بدلالة x

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل من تمرين)

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ وفق: $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

(1) جد نهاية التابع f عند $-\infty$ ، وفسر النتيجة هندسياً.

(2) هل يقبل C مستقيماً مماساً موازياً للمستقيم Δ الذي معادلته: $y = x + 1$

(3) احسب حجم الجسم الناتج عن الدوران دورة كاملة حول محور الفواصل للسطح المحصور بين C ومحور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = 2$

التمرين الثاني:

ليكن لدينا العددين العقديان: $z_1 = 2 + 2i$ ، $z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

(1) اكتب z_1 بالشكل المثلثي و z_2 بالشكل الجبري

(2) اكتب $z_1 \cdot z_2$ بالشكلين الجبري والمثلثي واستنتج أن: $\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(3) لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي z_1 .

جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق التناظر الذي مركزه $A(1 - 2i)$

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{n!}{n^2}$

- (1) احسب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية
- (2) ادرس إطاراد المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$
- (3) أثبت مستعملاً البرهان بالتدرج أن: $n! \geq n(n-1)(n-2)$ أيأ كان العدد الطبيعي $n \geq 3$
ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ وهل هي متقاربة أم متباعدة؟

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وكرتين زرقاوين، يسحب لاعب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات على التتالي دون إعادة. فإذا علمت أن اللاعب يكسب نقطة واحدة عن كل كرة حمراء مسحوبة، ويخسر نقطة واحدة عن كل كرة زرقاء مسحوبة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد النقاط التي يحصل عليها اللاعب.

- (1) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري.
- (2) احسب احتمال الحدث A : ظهور كرة زرقاء واحدة على الأكثر.
- (3) إذا ظهرت كرة زرقاء واحدة على الأكثر بين الكرات المسحوبة، فما احتمال الحدث B : أن يكسب اللاعب نقطة واحدة.

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = \ln(e^x + e^{-x} - 1)$
(1) تحقق من كل من المقولات الآتية:

- (a) معرف f على \mathbb{R}
- (b) f يكتب بالشكل $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x} - e^{-x})$
- (c) المستقيم d الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$
- (d) f تابع زوجي

(2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها، وعيّن قيمته الحدية مبيناً نوعها

(3) استنتج أن المستقيم d' الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$

(4) ارسم كلاً من d, d' ، ثم ارسم C في المعلم ذاته

(5) بفرض التابع g مقصور التابع f على المجال $]0, +\infty[$

أثبت أن التابع g حل للمعادلة التفاضلية $y + \ln(y') = \ln(e^x - e^{-x})$

المسألة الثانية:

$ABCD EFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = BF = 1$ و $AD = 2$

و النقطه I منتصف $[BC]$. نتأمل المعلم المتجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ ، المطلوب:

(1) جد إحداثيات النقاط E, I, G ، ثم أثبت أن معادلة المستوي (EIG) هي: $2x - y + z - 1 = 0$

(2) أثبت أن المثلث EIG قائم، واحسب بُعد النقطة H عن المستوي (EIG) ، ثم استنتج حجم الهرم $(H - EIG)$

(3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (d) المار من النقطة H ويعامد المستوي (EIG) ، واستنتج أن النقطة $N(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$

هي مسقط النقطة H على المستوي (EIG)

(4) جد $\widehat{NHB} = \frac{\pi}{3}$ واستنتج أن $\overrightarrow{HN} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$

(5) عيّن مقطع متوازي المستطيلات بالمستوي (EIG)

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (1)

السؤال الأول:

نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على المجال $[0, +\infty[$ ، خطه البياني C .

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	-1	$\frac{1}{e-1}$	0

(1) ما القيم الحدية المحلية للتابع f ؟ وما نوعها؟

(2) اكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي للخط C

(3) قارن بين $f(e^2)$ و $f(e^3)$ مبرراً إجابتك.

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x}$

الحل:

(1) $f(0) = -1$ قيمة صغرى محلياً

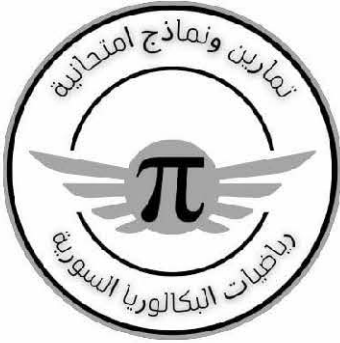
$f(e) = \frac{1}{e-1}$ قيمة كبرى محلياً

(2) $y = 0$

(3) لدينا $e^3 > e^2$ والتابع f متناقص تماماً على المجال $]e, +\infty[$

إذاً $f(e^3) < f(e^2)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = f'(0) = 0$



إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مرأين الحايك

إعداد:

مرستع شاهين

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,0,0)$ و $M(2,3,4)$

(1) اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O ومحوره $(O; \vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها النقطة A ونصف قطرها 5

(2) اكتب معادلة للأسطوانة التي محورها $(O; \vec{i})$ وقاعدتيها الدائرتين اللتين مركزيهما النقطتين O و A ونصف قطرها 5

(3) أثبت أن النقطة M تنتمي إلى كل من الأسطوانة والمخروط السابقين

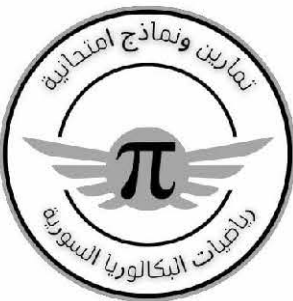
الحل:

(1) معادلة المخروط: $y^2 + z^2 - \frac{25}{4}x^2 = 0$ و $0 \leq x \leq 2$

(2) معادلة الأسطوانة: $y^2 + z^2 = 25$ و $0 \leq x \leq 2$

(3) $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x_M = 2 \leq 2 \text{ محققة} \\ (3)^2 + (4)^2 - \frac{25}{4}(2)^2 = 0 \text{ محققة} \end{array} \right. \Leftrightarrow$ النقطة M تنتمي للمخروط

$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x_M = 2 \leq 2 \text{ محققة} \\ (3)^2 + (4)^2 = 25 \text{ محققة} \end{array} \right. \Leftrightarrow$ النقطة M تنتمي للأسطوانة



إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مرأين الحايك

إعداد:

مرحسين مرشيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (2)

السؤال الثالث:

انتشر المقدار $(1 + \frac{x}{2})^n$

ثم أثبت أن: $\binom{n}{0} + \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{4}\binom{n}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}\binom{n}{n} = (\frac{3}{2})^n$

الحل:



$$(1 + \frac{x}{2})^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}\frac{x}{2} + \binom{n}{2}\frac{x^2}{4} + \dots + \binom{n}{n}\frac{x^n}{2^n}$$

نعوض $x = 1$

$$\binom{n}{0} + \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{4}\binom{n}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}\binom{n}{n} = (1 + \frac{1}{2})^n = (\frac{3}{2})^n$$

إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مرأين الحايك

إعداد:

مراميلين الحواط

السؤال الرابع:

نفترض وجود عددين حقيقيين $y > x > 0$ يحققان:

$$\ln x + \ln y - \ln 2 = 2 \ln(y - x)$$

جد y بدلالة x

الحل:

$$\ln \frac{x \cdot y}{2} = \ln(y - x)^2$$

$$\frac{1}{2}x \cdot y = y^2 + x^2 - 2y \cdot x$$

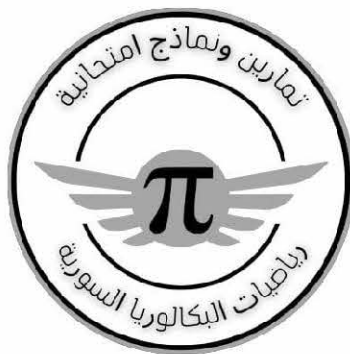
$$y^2 - \frac{5}{2}x \cdot y + x^2 = 0$$

$$\Delta = \frac{25}{4}x^2 - 4x^2 = \frac{9}{4}x^2$$

$$\text{إما: } y = \frac{\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}x}{2} = \frac{1}{2}x \quad \text{مرفوض}$$

$$\text{أو: } y = \frac{\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}x}{2} = 2x \quad \text{مقبول}$$

$$y = 2x \text{ وبالتالي}$$



إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مرأين الحايك

إعداد:

المهندس عبد الحميد السيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (3)

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ وفق: $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

(1) جد نهاية التابع f عند $-\infty$ ، وفسر النتيجة هندسياً.

(2) هل يقبل C مستقيماً مماساً موازياً للمستقيم Δ الذي معادلته: $y = x + 1$

(3) احسب حجم الجسم الناتج عن الدوران دورة كاملة حول محور الفواصل للسطح المحصور بين C ومحور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$

الحل:

(1) لدينا في جوار $-\infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $-\infty + \infty$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2 - 1} + x)(\sqrt{x^2 - 1} - x)}{(\sqrt{x^2 - 1} - x)} = \frac{-1}{(\sqrt{x^2 - 1} - x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

التفسير الهندسي: للخط C في جوار $-\infty$ مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 0$

(2) المماس يوازي المستقيم Δ إذاً

$$f'(x) = m_{\Delta} = 1$$

$$1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D$$

إذاً لا يقبل C مستقيماً مماساً موازياً للمستقيم Δ

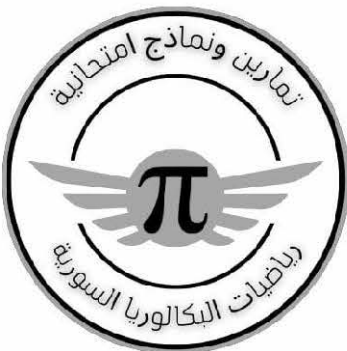
$$v = \pi \int_1^2 (f(x))^2 dx = \pi \int_1^2 (x^2 + 2x\sqrt{x^2 - 1} + x^2 - 1) dx$$

$$= \pi \int_1^2 \left(2x^2 + 2x(x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) dx$$

$$= \pi \left[\frac{2x^3}{3} + \frac{2(x^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}{3} - x \right]_1^2$$

$$= \pi \left(\left(\frac{16}{3} + 2\sqrt{3} - 2 \right) - \left(\frac{2}{3} - 1 \right) \right)$$

$$v = \pi \left(\frac{11}{3} + 2\sqrt{3} \right)$$



إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مرأين الحايك

إعداد:

مرطالب أسعد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (4)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا العددين العقديان:

$$z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) , \quad z_1 = 2 + 2i$$

(1) اكتب z_1 بالشكل المثلثي و z_2 بالشكل الجبري

(2) اكتب $z_1 \cdot z_2$ بالشكلين الجبري والمثلثي واستنتج أن: $\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(3) لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي z_1 .

جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق التناظر الذي مركزه $A(1 - 2i)$

الحل:

$$z_1 = 2 + 2i = 2\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

(1)

$$z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 1 + \sqrt{3}i$$

$$z_1 \cdot z_2 = (2 + 2i) \cdot (1 + \sqrt{3}i)$$

$$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (2 - 2\sqrt{3}) + (2 + 2\sqrt{3})i$$

$$z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \cdot 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$$

(2)

بالتالي:

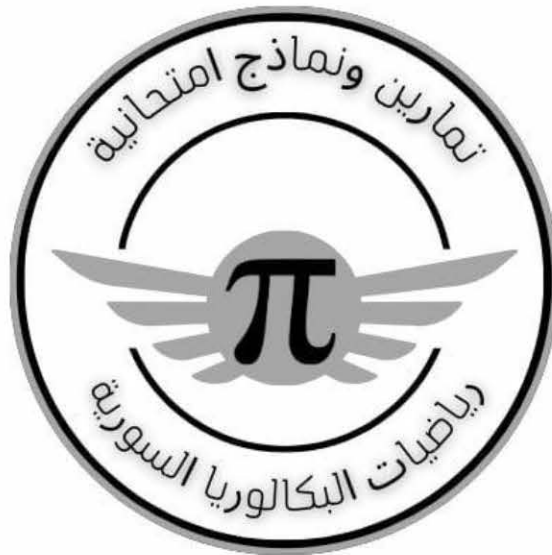
$$4\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{12} = 2 + 2\sqrt{3} \Rightarrow \sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$z' - w = -(z_1 - w) \quad \text{صيغة التناظر المركزي}$$

$$z' - (1 - 2i) = -(2 + 2i - 1 + 2i)$$

$$z' = -6i$$

(3)



إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تسيق وتدقيق:

مرآمين الحايك

إعداد:

مرآحمد الشيخ عيسى

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (5)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{n!}{n^2}$

- (1) احسب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية
- (2) ادرس إطاراد المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$
- (3) أثبت مستعملاً البرهان بالتدرج أن: $n! \geq n(n-1)(n-2)$ أيأ كان العدد الطبيعي $n \geq 3$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ وهل هي متقاربة أم متباعدة؟

$$u_1 = 1, \quad u_2 = \frac{2!}{4} = \frac{1}{2}, \quad u_3 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \quad u_4 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

الحل:

(1)

جميع حدود المتتالية موجبة تماماً

(2)

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)!}{(n+1)^2} \times \frac{n^2}{n!} = \frac{n^2}{n+1}$$

في حالة $n \geq 2$ يكون:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+n(n-1)}{n+1} \geq \frac{n+2 \times 1}{n+1} > 1$$

إذاً المتتالية متزايدة بدءاً من $n_0 = 2$

(3) الخاصة المطلوبة: $E(n): \ll n! \geq n(n-1)(n-2) \gg$

أيأ كان العدد الطبيعي $n \geq 3$

الخاصة $E(3)$ صحيحة لأن: $3! = 6 \geq 3 \times 2 \times 1$

نفترض صحة الخاصة $E(n)$ أي: $n! \geq n(n-1)(n-2)$ صحيحة

نبرهن صحة الخاصة: $E(n+1)$ أي: $(n+1)! \geq (n+1)n(n-1)$ صحيحة

البرهان: حسب الفرض:

$$n! \geq n(n-1)(n-2)$$

$$\Rightarrow (n+1)n! \geq (n+1)n(n-1)(n-2)$$

بما أن $n \geq 3$ فإن $n-2 > 0$ وبالتالي يكون:

$$(n+1)! \geq (n+1)n(n-1)$$

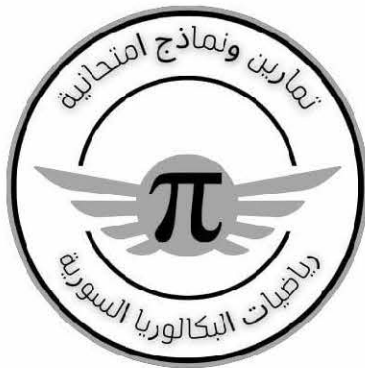
بالتالي الخاصة $E(n+1)$ صحيحة

نستج أنه أيأ كان العدد الطبيعي $n \geq 3$ فإن الخاصة $E(n)$ صحيحة

• حساب النهاية:

$$\begin{aligned} n! &\geq n(n-1)(n-2) \\ \Rightarrow \frac{n!}{n^2} &\geq \frac{n(n-1)(n-2)}{n^2} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)(n-2)}{n^2} &= +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} u_n &= +\infty \end{aligned}$$

وبالتالي المتتالية متباعدة



إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مرآمين الحايك

إعداد:

مرحمن القصير

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (6)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وكرتين زرقاوين، يسحب لاعب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إعادة. فإذا علمت أن اللاعب يكسب نقطة واحدة عن كل كرة حمراء مسحوبة، ويخسر نقطة واحدة عن كل كرة زرقاء مسحوبة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد النقاط التي يحصل عليها اللاعب.

(1) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري.
 (2) احسب احتمال الحدث A : ظهور كرة زرقاء واحدة على الأكثر.
 (3) إذا ظهرت كرة زرقاء واحدة على الأكثر بين الكرات المسحوبة، فما احتمال الحدث B أن يكسب اللاعب نقطة واحدة

الحل:

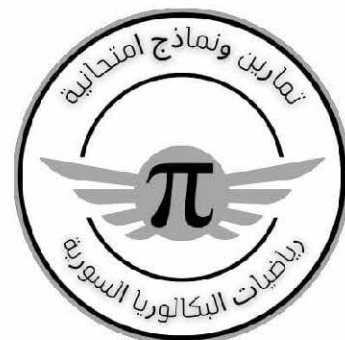
(1) مجموعة قيم المتحول العشوائي $\{-1, +1, +3\}$

$$\begin{aligned} P(X = -1) &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} \times 3 = \frac{3}{10} \quad (\text{حمراء، زرقاء، زرقاء}) \\ P(X = +1) &= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{10} \quad (\text{حمراء، حمراء، زرقاء}) \\ P(X = +3) &= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10} \quad (\text{حمراء، حمراء، حمراء}) \end{aligned}$$

x	-1	+1	+3
$P(X = x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i \cdot p_i' = -1 \times \frac{3}{10} + 1 \times \frac{6}{10} + 3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} V(X) &= \sum_{i=1}^3 x_i^2 \cdot p_i' - (E(X))^2 \\ &= (-1)^2 \times \frac{3}{10} + (1)^2 \times \frac{6}{10} + (3)^2 \times \frac{1}{10} - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \\ &= \frac{144}{100} = \frac{36}{25} \\ \sigma(X) &= \sqrt{V(X)} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$



$$P(A) = P(X = +1) + P(X = +3) = \frac{7}{10} \quad (2)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(X = +1)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{6}{7} \quad (3)$$

إشراف

المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مر أمين الحايك

إعداد:

مصفوان شلامر

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (7)

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = \ln(e^x + e^{-x} - 1)$
 (1) تحقق من كل من المقولات الآتية:

- (a) f معرف على \mathcal{R}
 (b) f يكتب بالشكل $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x} - e^{-x})$
 (c) المستقيم d الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$
 (d) f تابع زوجي
 (2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها، وعيّن قيمته الحدية مبيناً نوعها
 (3) استنتج أن المستقيم d' الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$
 (4) ارسم كلاً من d, d' ، ثم ارسم C في المعلم ذاته
 (5) بفرض التابع g مقصور التابع f على المجال $]0, +\infty[$
 أثبت أن التابع g حل للمعادلة التفاضلية $y + \ln(y') = \ln(e^x - e^{-x})$

الحل:

(1)

$$e^x + e^{-x} - 1 = \frac{e^{2x} + 1 - e^x}{e^x} = \frac{e^{2x} - 2e^x + 1 + e^x}{e^x} = \frac{(e^x - 1)^2 + e^x}{e^x} > 0$$

إذاً التابع f معرف على \mathcal{R}

(a)

$$f(x) = \ln(e^x + e^{-x} - 1) = \ln(e^x(1 + e^{-2x} - e^{-x}))$$

$$f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x} - e^{-x})$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-2x} - e^{-x}) = \ln(1) = 0$$

(c)

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} = 0 \right)$$

وبالتالي المستقيم d مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

(d)

لدينا f معرف على \mathcal{R} ولدينا:

$$f(-x) = \ln(e^{-x} + e^{+x} - 1) = \ln(e^x + e^{-x} - 1) = f(x)$$

إذاً التابع f تابع زوجي

(2)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x} - 1}$$

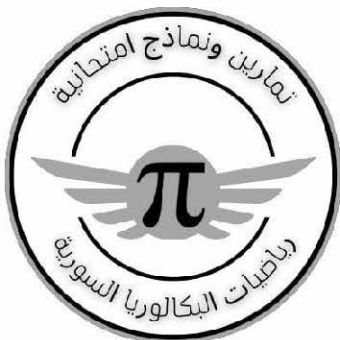
$$f'(x) = 0 \Rightarrow e^x - e^{-x} = 0 \Rightarrow e^x = e^{-x} \Rightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

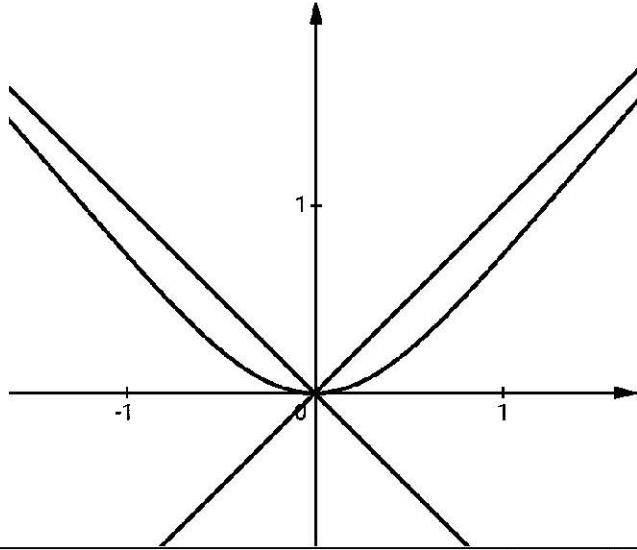
$$f(0) = 0 \text{ قيمة صغرى محلياً (قيمة حدية)}$$

(3)

بما أن المستقيم d مقارب للخط C في جوار $+\infty$ والتابع f تابع زوجي
 إذاً المستقيم الذي معادلته $y = -x$ مقارباً مائلاً للخط C بجوار $-\infty$
 وذلك لأن C متناظر بالنسبة إلى محور الترتيب)



(4)



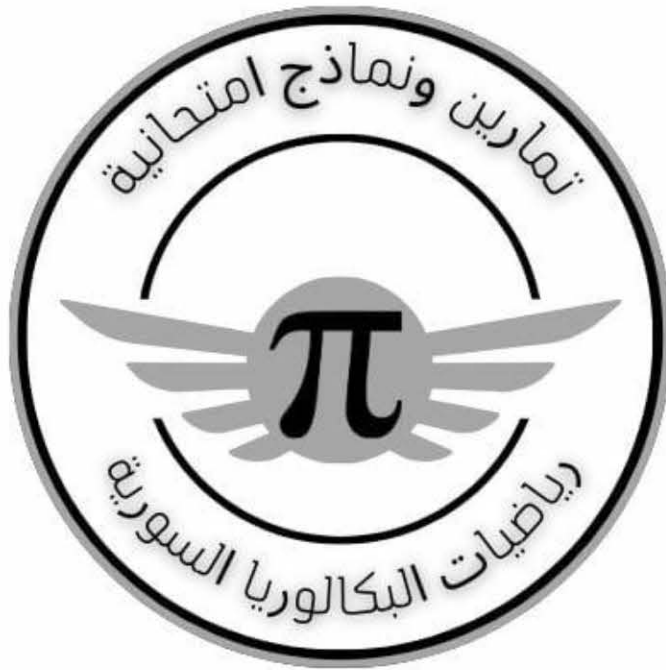
(5)

$$l_1 = \ln(e^x + e^{-x} - 1) + \ln\left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x} - 1}\right)$$

$$= \ln\left((e^x + e^{-x} - 1) \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x} - 1}\right)$$

$$= \ln(e^x - e^{-x}) = l_2$$

إذا التابع g هو حل للمعادلة التفاضلية $y + \ln(y') = \ln(e^x - e^{-x})$



إشراف

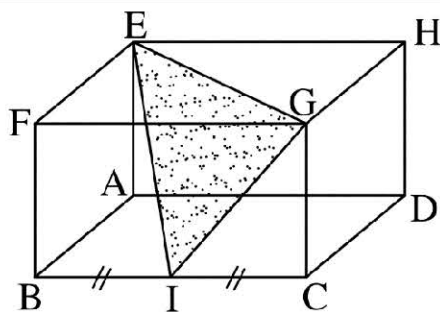
المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:

مر أمين الحايك

إعداد:

مر موسى حجاج



$AB = BF = 1$ متوازي مستطيلات فيه

$AD = 2$ و I نقطة منتصف $[BC]$

تتأمل المعلم المتجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ المطلوب:

(1) جد إحداثيات النقاط E, I, G

ثم أثبت أن معادلة المستوي (EIG) هي: $2x - y + z - 1 = 0$

(2) أثبت أن المثلث EIG قائم، واحسب بُعد النقطة H عن المستوي (EIG)

ثم استنتج حجم الهرم $(H - EIG)$

(3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (d) المار من النقطة H ويعامد المستوي (EIG) ، واستنتج أن النقطة $N(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ هي

مسقط النقطة H على المستوي (EIG)

(4) جد $\overrightarrow{HN} \cdot \overrightarrow{HB}$ واستنتج أن $\overline{NHB} = \frac{\pi}{3}$

(5) عيّن مقطع متوازي المستطيلات بالمستوي (EIG)

الحل:

(1)

$$E(0,0,1), I(1,1,0), G(1,2,1)$$

$$\overrightarrow{EI}(1,1,-1), \overrightarrow{EG}(1,2,0)$$

نفرض $\vec{n}(a, b, c)$ ناظم المستوي (EIG)

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{EI} = 0 \Rightarrow a + b - c = 0 \quad (1)$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{EG} = 0 \Rightarrow a + 2b = 0 \quad (2)$$

بفرض $a = 2$ نعوض في (2) نجد أن $b = -1$ ثم نعوض في (1) نجد أن $c = 1$

وبالتالي الناظم $\vec{n}(2, -1, 1)$ باختيار النقطة $E(0,0,1)$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$(EIG): 2x - y + z - 1 = 0$$

(2)

$$I \text{ حسب عكس مبرهنة فيثاغورث نجد أن المثلث } EIG \text{ قائم في } I \Leftrightarrow \begin{cases} EI = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} \\ EG = \sqrt{1+4+0} = \sqrt{5} \\ GI = \sqrt{0+1+1} = \sqrt{2} \end{cases}$$

لدينا النقطة $H(0,2,1)$

$$\text{dist}(H, EIG) = \frac{|ax_h + by_h + cz_h|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|0 - 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{EIG} \cdot h \quad h = \text{dist}(H, EIG)$$

$$V = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2} \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}$$

(3)

بما أن المستقيم (d) يعامد المستوي (EIG) : $\vec{u} = \vec{n} = (2, -1, 1)$ ولدينا $H(0,2,1)$

$$(d) \begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 2, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = t + 1 \end{cases}$$

نعوض التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) في معادلة المستوي (EIG) :

$$2(2t) - (-t + 2) + (t + 1) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{3}$$

بالتعويض في التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) نجد $(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$

وبالتالي النقطة $N(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ هي المسقط القائم للنقطة H على المستوي (EIG)

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (10)

<p>(4)</p> <p>لدينا النقطة $H(0,2,1)$</p> $\overrightarrow{HN} \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{1}{3} \right), \quad \overrightarrow{HB} (1, -2, -1)$ $\overrightarrow{HN} \cdot \overrightarrow{HB} = \left(\frac{2}{3} \right) \cdot (1) + \left(\frac{-1}{3} \right) \cdot (-2) + \left(\frac{1}{3} \right) \cdot (-1) = 1$ $\overrightarrow{HN} \cdot \overrightarrow{HB} = \ \overrightarrow{HN}\ \cdot \ \overrightarrow{HB}\ \cdot \cos \widehat{NHB}$ $\cos \widehat{NHB} = \frac{\overrightarrow{HN} \cdot \overrightarrow{HB}}{\ \overrightarrow{HN}\ \cdot \ \overrightarrow{HB}\ } = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} \cdot \sqrt{1+4+1}} = \frac{1}{2}$ $\widehat{NHB} = \frac{\pi}{3}$		
<p>(5)</p> <p>التمثيل الوسيطى للمستقيم (AB) حيث $A(0,0,0), B(1,0,0)$</p> $(AB) \begin{cases} x = t \\ y = 0, t \in R \\ z = 0 \end{cases}$ <p>بالتعويض في معادلة المستوي (EIG) نجد أن: $2(t) - (0) + (0) - 1 = 0$</p> $\Rightarrow t = \frac{1}{2}$ <p>بالتعويض في التمثيل الوسيطى للمستقيم (AB) نجد $K\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$ منتصف الحرف AB</p> <p>وبالتالي مقطع متوازي المستطيلات بالمستوي (EIG) هو الرباعي $EGIK$</p>		
<p>إشراف</p> <p>المهندس عبد الحميد السيد</p>	<p>تنسيق وتدقيق:</p> <p>م أمين الحايك</p>	<p>إعداد:</p> <p>مهرمان البديوي</p>

فريق العمل

الإشراف العلمي
المهندس عبد الحميد السيد

تنسيق وتدقيق:
م أمين الحايك

التدقيق العلمي واللغوي:

- م يوسف منصور م فادي المحمد م خالد الحداد م علي جمول م حسام قاسم م مهند حريقة
- م مصطفى الرزوق م صلاح أحمد سالم م محمد السيد علي م عبد السلام حسن م زينب يوسف

