دورة 2017 الأولى

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

و لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = u_n + 3$

$1-$ أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية و أوجد أساسها .

$2-$ اكتب عبارة v_n بدلالة n ثُمَّ عبارة u_n بدلالة n .

$3-$ ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$, عبر عن S_n بدلالة n

واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$

دورة 2017 الثانية

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي:

$$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$1-$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

$2-$ أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها .

دورة 2018 الأولى

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ ، $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$, $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$

والمطلوب :

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .

2- أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة .

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ ، $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

دورة 2018 الثانية

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $q = 2$ $u_0 = 1$ احسب u_3 ثم أحسب

المجموع $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

دورة 2019 الأولى

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$

1. أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما
2. أثبت أن S_n يكتب بالشكل وفق $S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$ ثم استنتج عنصر راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبين أنها متقاربة

دورة 2019 الثانية

التمرين الثالث :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة كما يأتي: $u_{n+1} = \frac{2n-1}{n+1}$

المطلوب:

1 . أدرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

2 . أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$

3 . احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ثم حدد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n \geq n_0$ كان u_n في المجال $]1.9, 2.1[$

دورة 2020 الأولى

التمرين الأول:

نتأمل المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + \frac{2}{U_n}$, $u_0 = 3$

عند كل $n \geq 0$.

1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq U_{n+1} \leq U_n$ أياً كان العدد الطبيعي n.

3- استنتج أن المتتالية متقاربة, واحسب نهايتها.

دورة 2020 الثانية

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \cdots + \frac{n}{e^n}$. المطلوب:

❶ أثبت أن $n \leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

❷ استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$.

❸ أثبت أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متقاربة.

الاختبار 1

التمرين الثاني:

أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجيّاً بالعلاقات: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \sqrt{1+u_n^2}$ متزايدة تماماً.

الاختبار 2

السؤال الثاني:

نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \sqrt{12+u_n}$.

1. أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 4$ أيّاً كان العدد الطبيعي n.
2. أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

الاختبار 3

التمرين الأوّل:

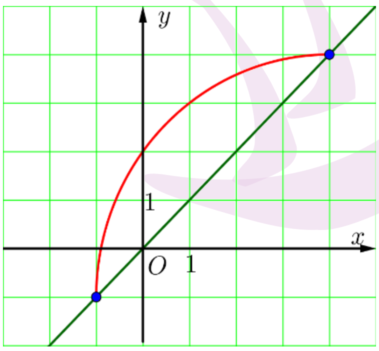
لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفتان كما يأتي:

$$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \quad \text{و} \quad v_n = u_n + \frac{1}{4n}$$

أثبت أنّ هاتين المتتاليتين متجاورتين.

الاختبار 4

التمرين الثالث:



نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يلي:

$$u_{n+1} = \frac{5u_n+4}{u_n+2} \quad , \quad u_0 = \frac{1}{2}$$

1- باستعمال الرسم، مثّل على محور الفواصل ودون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3.

2- ضع تخميناً حول اطّراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وتقاربها.

3- نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

1 . بيّن أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة، وعيّن أساسها وحدّها الأوّل.

2 . اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n، وعيّن نهاية المتتالية u_n.

النموذج الوزاري الأول

التمرين الثاني:

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق

$x_0 = 4$ و $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$ في حالة $n \geq 0$.

1) نعرّف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n - 8$.

أثبت أنّ $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة. واكتب y_n بدلالة n. واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} y_n$

النموذج الوزاري الثاني

التمرين الثاني:

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق

$x_0 = 5$ و $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$.

1 . احسب x_1 , x_2 , x_3 ثمّ ادرس اطّراد المتتالية.

2 . نعرّف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$ أثبت أنّ $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة.

3 . اكتب y_n بدلالة n ثمّ احسب $y_2 + y_3 + \cdots + y_{10}$ بدلالة قوّة للعدد: $\frac{6}{5}$

النموذج الوزاري الثالث

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجيّة $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

1 . أثبت أنّ $0 < u_n < 1$ أيّاً كان $n \in \mathbb{N}$

2 . نعرّف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث: $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$ أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة واستنتج

v_n

بدلالة n.

3 . اكتب u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

النموذج الوزاري الرابع

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً بالشكل $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$

$(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ والمطلوب:

1 . أثبت أنّ v_n هندسيّة وعيّن q و v_0.

2 . اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج u_n بدلالة n.

3 أثبت أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e^2$

النموذج الوزاري الخامس

التمرين الأوّل:

لتكن المتتالية $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية وأحسب $u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

التمرين الثاني:

لتكن المتتاليتين $(x_n)_{n\geq 0}$ و$(y_n)_{n\geq 0}$ المعرّفتين وفق $x_n = \frac{4n+5}{n+1}$ و $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$

أثبت أنّ المتتاليتين $(x_n)_{n\geq 0}$ و$(y_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان.

النموذج الوزاري السادس

التمرين الأوّل:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة كما يأتي: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$ المطلوب:

1 . أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 1$.

2 . أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

3 . علّل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها.

النموذج الوزاري 2019

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة عند كل $n \geq 1$ وفق $U_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$

1- أثبت أن المتتالية $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$

2- أثبت أن $U_n < 2$ ثم استنتج أن U_n متقاربة

النموذج الوزاري الأول 2020

التمرين الثاني:

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ **متتالية معرفة تدريجياً وفق:** $u_0 = 2$ **و** $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$ **من أجل كل** n **من** $\mathbb{N}$.

1- أثبت بالتدريج أن $u_n > 0$ **أياً كان العدد الطبيعي** n.

2- أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ **المعرفة بالعلاقة** $V_n = \frac{1}{u_n}$ **متتالية حسابية, ثم اكتب عبارة** V_n **بدلالة** n **ثم استنتج عبارة** u_n **بدلالة** n.

3- ليكن S_n **المجموع المعرف بالشكل** $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$, **اكتب** S_n **بدلالة** n **واستنتج** $\lim_{n\to\infty} S_n$.

النموذج الوزاري الثاني 2020

السؤال الثاني:

لتكن المتتاليتين $(U_n)_{\geq 1}$ **و** $(V_n)_{\geq 1}$ **المعرفتين وفق العلاقتين:**

$U_n = -\frac{1}{n}$ **و** $V_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$.

❶ **ادرس اطراد كل من** $(U_n)_{\geq 1}$ **و** $(V_n)_{\geq 1}$.

❷ **أثبت أن المتتاليتان** $(U_n)_{\geq 1}$ **و** $(V_n)_{\geq 1}$ **متجاورتان.**

النموذج الوزاري الثالث 2020

المسألة الأولى:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$,

والمطلوب:

❶ ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

❷ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f, ثم ادرس الوضع النسبي.

❸ حل المعادلة $f(x)=x$.

❹ لتكن $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً بالشكل: $u_0=4$ و $U_{n+1}=f(u_n)$ عند كل $n\in\mathbb{N}$, والمطلوب:

(a) احسب u_1 و u_2.

(b) استنتج من تزايد التابع f على المجال $[2,+\infty[$ صحة الخاصة $E(n): 2<u_{n+1}<u_n$ وذلك من أجل $n\in\mathbb{N}$.

(c) استنتج أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ متقاربة, واحسب نهايتها.

(d) ارسم مقاربات C_f وارسم المستقيم $\Delta: y=x$, ثم ارسم C_f ومثل الحدود الأولى للمتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ على الرسم نفسه.