الجمهورية العربية السورية
وزارة التربيــة في دمشــق
الصف : الثالث الثانوي

امتحان الفصل الأول
للعام الدراسي 2021-2022
المادة : رياضيات

الاســم: محمــد
الشعبة : 12/
الدرجـة : ٦٠٠
المدة : ٣ ساعات

**أولاً: حل الأسئلة الأربعة الآتية : ( لكل سؤال 40 درجة )**

**السؤال الأول**

المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ معرفة عند كل $n \geq 1$ وفق $u_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ ،

أثبت، مستعملاً البرهان بالتدريج، أن $u_n \leq 2 - \frac{1}{n}$ أياً يكن $n \geq 1$.

**السؤال الثاني**

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $]0, +\infty[$ وفق

$$f(x) = \frac{x^3 + 5 + 4\cos x}{x^2}$$

أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل للخط $C$ في وادرس الوضع النسبي

**السؤال الثالث**

في مجموعة الأعداد العقدية لدينا النقاط C , B , A تمثلها الأعداد

$a = 5 + 2i$ ، $b = 3$ ، $c = 7$ ،

احسب النسبة $\frac{c-a}{b-a}$ بالشكل الجبري وبين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .

**السؤال الرابع**

رباعي وجوه ABCD ونقطتين F , E معرفتين وفق $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

لتكن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A, 1)$ $(B, 3)$ $(C, 1)$ $(D, 2)$

أثبت G يقع على $(EF)$ ثم عين النقطة G على $[EF]$

**ثانياً: حل التمارين الأربع الآتية: ( لكل تمرين 60 درجة )**

**التمرين الأول**

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً كما يأتي :

$u_0 = 1$ وفي حالة $n \geq 0$ لدينا $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n - 1$

نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالصيغة $v_n = u_n - 2n + 6$.

١. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، واستنتج عبارة $v_n$ بدلالة $n$، ثم $u_n$ بدلالة $n$.

٢. احسب نهاية كلاً من المتتاليتين $(v_n)_{n\geq 0}$ و $(u_n)_{n\geq 0}$ عندما تسعى $n$ إلى اللانهاية

اقلب الصفحة

**التمرين الثاني**

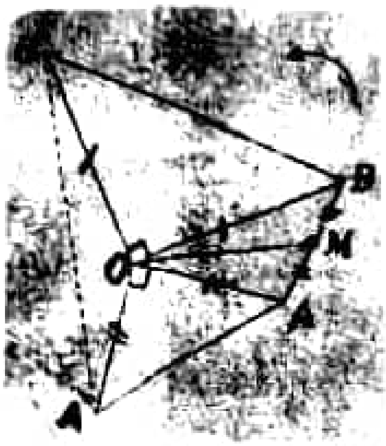
نتأمل التابع $f$ المعطى وفق $f(x)=\sqrt{1-\cos x}$ المعرف على R

١. بيّن أن التابع $f$ زوجي ويقبل العدد $2\pi$ دوراً له.

٢. ليكن $g$ مقصور التابع $f$ على المجال $[0,\pi]$. أثبت أن $g$ متناقص وارسم خطه البياني.

٣. استنتج الخط البياني للتابع $f$ على المجال $[-2\pi,2\pi]$

**التمرين الثالث**




في الشكل المجاور $(o;\vec{u},\vec{v})$ معلم متجانس

والمثلثان $OA\acute{A}$ ، $OB\acute{B}$ كل منهما قائم ومتساوي الساقين ، M منتصف [AB]

١) اكتب الاعداد التي تمثل النقط $\acute{A}$ ، $\acute{B}$ ، M بدلالة $Z_A$ أو $Z_B$

٢) أثبت أن $Z_{\overrightarrow{\acute{A}\acute{B}}}=2i\,Z_{\overrightarrow{OM}}$

٣) استنتج أن $\acute{A}\acute{B}=2OM$ وأن (OM) يعامد $(\acute{A}\acute{B})$.

**التمرين الرابع**

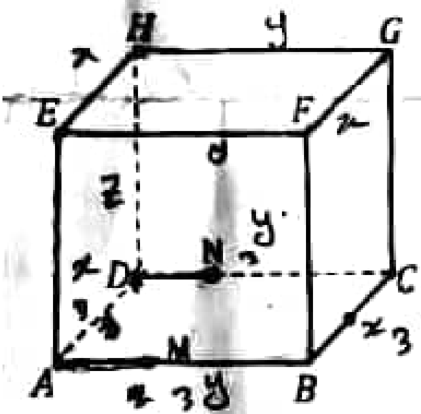
في مجموعة الاعداد العقدية لدينا المعادلة $z^2+bz+c=0$ حيث $b$ ، $c$ اعداد حقيقية

١) لدينا $z_1=1+2i$ احد جذري المعادلة احسب الجذر الآخر ثم احسب $c$ ، $b$

٢) أوجد $\arg z_1+\arg z_2$

٣) بفرض $A$ ، $B$ نقطتان يمثلهما بالترتيب $z_1$ ، $z_2$ احسب العدد العقدي الذي يمثل النقطة $M$ ليكون الرباعي $OBMA$ معين .

**ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين ( لكل مسألة 100 درجة )**




**المسألة الأولى:**

ABCDEFGH. مكعب طول ضلعه 3 ولتكن M ، N نقطتان

تحققان $\overrightarrow{CN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ نختار معلم متجانس $(D;\frac{1}{3}\overrightarrow{DA},\frac{1}{3}\overrightarrow{DC},\frac{1}{3}\overrightarrow{DH})$

١. اوجد احداثيات رؤوس المكعب والنقطتين M ، N

٢. أثبت H ،N ،F ليست على استقامة واحد

٣. أثبت وجود $\alpha,\beta$ بحيث $\overrightarrow{EM}=\alpha\overrightarrow{HN}+\beta\overrightarrow{HF}$ وماذا تستنتج بشأن المستقيم (EM) مع المستوي (HNF)

٤. اكتب المعادلة الديكارتية لأسطوانة مركزي قاعدتها H ،D ونصف قطرها HG

٥. هل تنتمي النقطة M الى المستوى المحوري للقطعة [HF]

**المسألة الثانية**

ليكن التابع $f(x)=\frac{ax+b}{x^2}$ المعرف على $R\backslash\{0\}$

**اولاً:** عين b,a اذا علمت أن $f(2)=\frac{-1}{4}$ قيمة حديه للتابع

**ثانياً:** من اجل $c: f(x)=\frac{1-x}{x^2}$

١- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولاً بها

٢- اوجد معادلة المماس المار بالمبدأ

٣- ارسم كل مقارب وجدته وارسم c

٤- ناقش حسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة $mx^2+x-1=0$

انتهت الأسئلة