المسائل العامة

المسألة الأولى:

تهتز نقطة مادية كتلتها $0.5\ kg$ بحركة توافقية بسيطة بمرونة نابض مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، شاقولي وبدور $4\ s$ وبسعة اهتزاز $X_{max} = 8\ cm$ فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحركة بالاتجاه السالب. المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت.
2. عيّن لحظتي المرور الأول والثالث في وضع التوازن.
3. عيّن المواضع التي تكون فيها شدة محصلة القوى عظمى، واحسب قيمتها، وحدّد موضعاً تنعدم فيه شدة هذه المحصلة.
4. احسب قيمة ثابت صلابة النابض، وهل تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة؟
5. احسب الكتلة التي تجعل الدّور الخاصّ $1\ s$.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$t_1 = ?$	$m = 0.5\,kg$
$t_2 = ?$	$T_0 = 4\ s$
$m' = ?$	$X_{max} = 8\ cm$

(1

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\begin{cases} t = 0 \\ x = \dfrac{X_{max}}{2} \\ v < 0 \end{cases}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2}\ rad\ s^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ x = \dfrac{X_{max}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{3}\ rad \\ \varphi = \dfrac{5\pi}{3}\ rad \end{cases}$$

نختار قيمة φ التي تجعل $v \langle 0$

التابع الزمني للسرعة لحظة بدء الزمن:

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\varphi)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad \ \Rightarrow v \langle 0$$

مقبول يوافق شروط البدء

$$\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad \ \Rightarrow v \rangle 0$$

مرفوض يخالف شروط البدء

نعوّض عن الثوابتφ , ω_0 , X_{max} في الشكل العام للتابع الزمني فنجد:

$$\overline{x} = 8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

2) عند المرور في وضع التوازن: $\overline{x} = o$

$$o = 8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\pm\frac{\pi}{2}\right) + \pi k$$

$$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = +\frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$t\,\frac{\pi}{2} = \frac{\pi + 2\pi k}{2} - \frac{\pi}{3}$$

$$t\,\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi + 6\pi k - 2\pi}{6}$$

$$t = \frac{1+6k}{3}$$

المرور الأول: $k = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3}s$

المرور الثاني: $k=1 \Rightarrow t_2=\frac{7}{3}s$

المرور الثالث: $k=2 \Rightarrow t_3=\frac{13}{3}s$

(3

$$F=m\,a$$

$F=F_{max}$ عندما $a=a_{max}=\omega_0^2 X_{max}$ وذلك في الوضعين الطرفيين

$$F_{max}=m\,\omega_0^2 X_{max}$$
$$=0.5(\frac{\pi}{2})^2(8\times10^{-2})$$
$$F_{max}=0.1N$$

$F=0$ معدومة عند المرور بوضع التوازن حيث $x=0$.

4) لا تتغير قيمة ثابت صلابة النابض باستبدال الكتلة المعلقة.

(5

$$T_0'=2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}$$

نربع ونعزل m':

$$m'=\frac{(T_0')^2\,k}{4\pi^2}$$
$$m'=\frac{(1)^2\times1.25}{4\times10}$$
$$m'=31.25\times10^{-3}\ kg$$

المسألة الثانية:

جسم كتلته m معلّق بنـــابض مـــرن مهمل الكتلـــة حلقـــاته متباعدة يشكّل هزازة توافقية بسيطة وينجز 10 هزات في $5\ s$، احسب الاستطالة السكونية x_0 لهذا النابض.

نعلّق كتلة إضافية m' بالإضافة إلى الكتلة السابقة m، فيستطيل النابض استطالة إضافية x_0'. احسب قيمتها إذا علمت أنّ الهزازة التوافقية الجديدة أنجزت 10 هزات خلال $6\ s$.

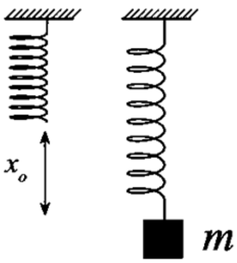
$g=10\ m.s^{-2}$

فيزياء من سورية

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$x_0' = ?$	10 هزات في $5\ s$ نابض مرن مهمل الكتلة

$$T_0 = \frac{5}{10} = 0.5\ s$$



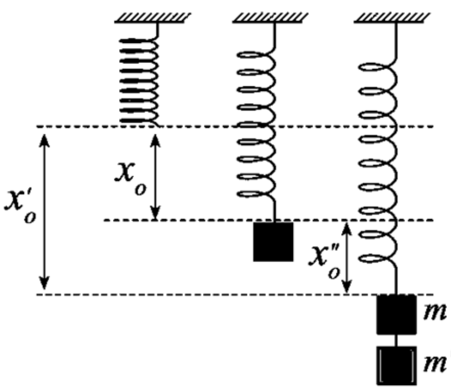
$$m\,g = k\,x_0 \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x_0}{g}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

$$\frac{1}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

$$x_0 = 0.0625\ m$$



$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x'_0}{g}}$$

$$T'_0 = \frac{6}{10} = 0.6\ \ s$$

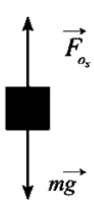
حيث:

$$x'_0 = x''_0 + x_0$$

$$0.6 = 2\pi\sqrt{\frac{x'_0}{g}}$$

$$0.3 = \sqrt{x'_0}$$

$$x'_0 = 0.09\ m$$



$$x''_0 = x'_0 - x_0 \Rightarrow$$

$$x''_0 = 0.09 - 0.0625$$

$$x''_0 = 0.0275\ \ m$$

أو:

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{x'_0}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}}$$

$$\left(\frac{T'_0}{T_0}\right)^2 = \frac{x'_0}{x_0}$$

$$x'_0 = \frac{0.36}{0.25} \times \frac{1}{16} = \frac{0.18}{2} = 0.09\ m$$

لكن:

$$x''_0 = x'_0 - x_0 = 0.09 - 0.0625 = 275 \times 10^{-4}\ m$$

المسألة الثالثة:

يتألف نواس فتل من قرص متجانس نصف قطره $20\ cm$ معلّق بسلك فتل شاقولي فإذا علمت أنّ عزم عطالة القرص حول محور عمود على مستويه ومار من مركز عطالته $0.02\ kg.m^2$. ودوره الخاص $2\ s$،

المطلوب:

1. حساب قيمة كتلة القرص.
2. حساب قيمة ثابت الفتل لسلك التعليق.
3. استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام باعتبار أن مبدأ الزمن هو اللحظة التي تُرك فيها القرص دون سرعة ابتدائية بعد أن ندير القرص بمقدار نصف دورة عن وضع توازنه بالاتجاه الموجب.
4. حساب السرعة الزاوية للقرص لحظة المرورالأول في وضع توازنه.
5. حساب التسارع الزاوي للقرص لحظة مرور القرص بوضع $\bar{\theta} = -\frac{\pi}{2}\ rad$.
6. حساب الطاقة الميكانيكية لقرص نواس الفتل عند المرور في وضع توازنه.

(عزم عطالته حول محور يمر من مركز عطالته: $I_\Delta = \frac{1}{2}\ Mr^2$)

الحل:

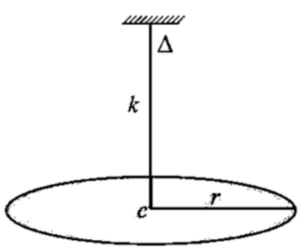
المعطيات	المجاهيل
$r = 20cm = 20 \times 10^{-2}\ m$	$M = ?\ ,\ k = ?$
$I_\Delta = 0.02\ kg.m^2$	$\omega = ?\ ,\ \alpha = ?$
$T_0 = 2s$	$\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

1) حساب قيمة كتلة القرص:

$$I_\Delta = \frac{1}{2} M r^2$$

$$M = \frac{2 I_\Delta}{r^2} = \frac{2 \times 0.02}{(20 \times 10^{-2})^2} = \frac{0.04}{4 \times 10^{-2}}$$

$$M = 1 kg$$



فيزياء من سورية

2) حساب قيمة ثابت فتل سلك التعليق:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$k = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^{\,2}}$$

$$k = \frac{4\times 10\times 0.02}{4} = 0.2$$

$$k = 0.2\, m.N.rad^{-1}$$

3) شروط البدء: $t=0$ ، $\theta = +\pi\ rad$ ، $\omega = 0$

الشكل العام للتابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\overline{\theta} = \theta_{\max}\cos\left(\omega_0 t + \overline{\varphi}\right)$$

لنحدد قيم الثوابت: $X_{\max}\,,\,\omega_0\,,\,\varphi$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\, rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ \theta = +\pi \end{array}\right) + \pi = \theta_{\max}\cos\overline{\varphi} \ \ldots\ldots\ (1)$$

نعوض عن شروط البدء في التابع الزمني للسرعة الزاوية:

$$\omega = -\omega_0\,\theta_{\max}\sin(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ \omega=0 \end{array}\right) \Rightarrow 0 = -\omega_0\,\theta_{\max}\sin\overline{\varphi}$$

$$\theta_{\max} \neq 0\,,\ \omega_0 \neq 0$$

$$\sin\overline{\varphi} = 0 \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \varphi = 0\ rad \\ \\ \varphi = \pi\ rad \end{array}\right.$$

نختار قيمة $\overline{\varphi}$ التي تجعل $\theta_{\max}$ موجبة:

من أجل $\overline{\varphi} = \pi$ فإن $\theta_{\max} < 0$ مرفوض

$$\overline{\varphi} = 0 \Rightarrow +\pi = \theta_{\max}\cos o$$

$$\Rightarrow\ \theta_{\max} = \pi\ rad$$ مقبول

التابع الزمني للمطال الزاوي: $\overline{\theta} = \pi\cos\pi t\ (rad)$

4) لحظة المرور الأول في وضع التوازن $\theta = 0$ ثم نعوض في التابع لإيجاد t :
أو الزمن اللازم للمرور الأول:

$$t = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\, s$$

$$\omega = -\omega_0\, \theta_{\max} \sin \omega_0 t$$

$$\omega = -\pi \times \pi \sin \pi \times \frac{1}{2} = -\pi^2 = -10 \ \ rad.s^{-1}$$

(5

$$\alpha = -\omega_0^{\,2}\theta$$

$$\alpha = -\pi^2\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 5\pi\, rad.s^{-2}$$

6) حساب الطاقة الميكانيكية:

$$E = E_k + E_p$$

عند المرور في وضع التوازن: $\theta = 0 \ \Rightarrow \ E_p = \frac{1}{2}k\,\theta^2 = 0$

$$E = E_k + 0$$

$$E = \frac{1}{2}k\ \theta_{\max}^2$$

$$E = \frac{1}{2}(0.2)(\pi)^2$$

$$E = 1\, J$$

أو طريقة ثانية:

$$\theta = 0 \ \Rightarrow \ E_p = \frac{1}{2}k\,\theta^2 = 0$$

$$E_k = \frac{1}{2}I_\Delta \omega^2 = \frac{1}{2}\times 0.02 \times (-10)^2$$

$$E_k = 0.01 \times 100 = 1\ J$$

$$E = E_p + E_k = 0 + 1 = 1\, J$$

المسألة الرابعة:

A- يتألف نواس ثقلي من قرص متجانس نصف قطره $r = \frac{1}{6}\, m$ يمكنه أن ينوس في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي يمر بنقطة من محيطه وعمودي على مستويه الشاقولي.

1. استنتج العلاقة المحدّدة للدور الخاص للنواس بدلالة نصف قطره في حالة السعات الصغيرة، انطلاقاً من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي بالرموز ثم احسب قيمته.

فيزياء من سورية

2. احسب طول النواس الثقلي البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^\circ$ ونتركه دون سرعة ابتدائية، استنتج العلاقة المحدّدة لسرعته الزاوية ω لحظة مروره بالشاقول بالرموز ثم احسب قيمتها.

B- نعلق القرص من مركزه بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 8\times10^{-4}\ m\,.N\,.rad^{-1}$ مكوناً نواس فتل، ندير القرص عن وضع توازنه أفقياً حول السلك بزاوية $\overline{\theta} = +30^\circ$ ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t_\circ = 0$ فيهتز بدور $T = 4\ s$.

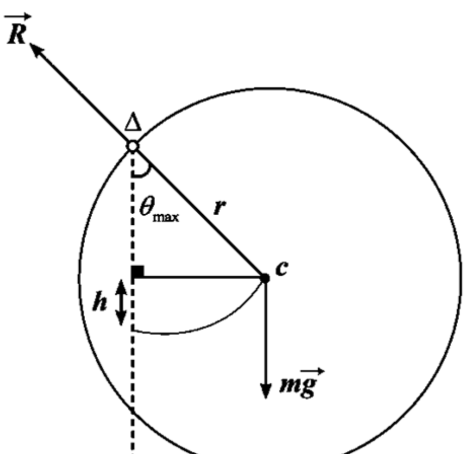
1. احسب عزم عطالة القرص حول محوره.
2. استنتج التابع الزمني لحركة القرص انطلاقاً من الشكل العام للمطال الزاوي.
3. احسب الطاقة الحركية للقرص لحظة مروره في وضع التوازن.

عزم عطالة القرص حول محوره $I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}m\,r^2$ ، $g = 10\,m\,.s^{-2}$ ، $\pi^2 = 10$

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$r = \frac{1}{6}m$ $k = 8\times10^{-4}\ m\,.N\,.rad^{-1}$	$T_0 = ?$ $\ell = ?$ $\omega = ?$

A) 1) حساب الدور الخاص:



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{Mgd}}$$

بحسب هايغنز: $I_\Delta = \frac{1}{2}Mr^2 + Mr^2$

$$I_\Delta = \frac{3}{2}Mr^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3Mr^2}{2Mgr}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6\times\pi^2}}$$

$$T_0 = 1s$$

2) نواس بسيط مواقت لنواس مركب أي:

$$T_0 = T_0'$$

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$\ell = \frac{1}{4}m$$

3) استنتاج العلاقة المحددة للسرعة الزاوية وحساب قيمتها:

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: بعد إزاحته بزاوية $\theta_{max} = 60°$ وتركه بدون سرعة ابتدائية $\omega_1 = 0$.

الثاني: لحظة مروره بالشاقول $\theta = 0$.

$$\overline{\Delta E_k} = \overline{\sum W_{\vec{F}_{(1\to2)}}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W_{\vec{W}}} + \overline{W_{\vec{R}}}$$

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = Mgh + 0$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل: $\overline{W_{\vec{R}}} = 0$

$$\omega^2 = \frac{2Mgr(1-\cos\theta_{max})}{\frac{3}{2}Mr^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4g}{3r}(1-\cos\theta_{max})}$$

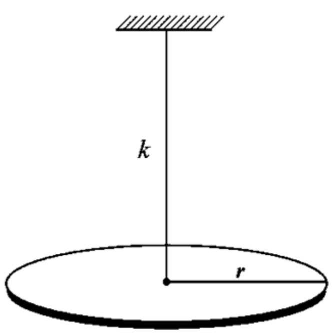
$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3}\times\frac{\pi^2}{\frac{1}{6}}(1-\frac{1}{2})}$$

$$\omega = 2\pi\ rad\ s^{-1}$$

B) 1) $k = 8\times10^{-4}\ m.N.rad^{-1}$ ثابت فتل سلك التعليق.

$$\theta = +30° = \frac{\pi}{6}rad$$

عندما: $t = 0$, $\omega = 0$



$$T_0 = 4s$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$I_\Delta = \frac{T_0^2\,k}{4\pi^2} = \frac{16\times8\times10^{-4}}{4\times10}$$

$$I_\Delta = 32\times10^{-5}\ kg.m^2$$

فيزياء من سورية

2) إيجاد التابع الزمني للحركة:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad.s^{-1}$$

$$t = 0 \ , \ \theta = +\frac{\pi}{6}$$

$$+\frac{\pi}{6} = \theta_{max}\cos\bar{\varphi}...(1)$$

$$\left.\begin{matrix} t = 0 \\ \omega = 0 \end{matrix}\right) \Rightarrow \bar{\omega} = -\omega\theta_{max}\sin(\omega_0 + \bar{\varphi})$$

$$0 = \omega\theta_{max}\sin\bar{\varphi}$$

$$\theta_{max} \neq 0 \ , \ \omega_0 \neq 0$$

$$\sin\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$\varphi = \pi$ مرفوض لأنه يجعل: $\theta_{max} < 0$

$$\varphi = 0 \, rad \Rightarrow +\frac{\pi}{6} = \theta_{max}\cos 0$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{6} \, rad$$

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{2}t$$

$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{6} \, rad$ يقبل

لأن بدء الحركة في اللحظة $t = 0$ دون سرعة زاوية ابتدائية فيكون: $\cos\varphi = 1$

$$\varphi = 0 \ rad$$

3) حساب الطاقة الحركية لحظة المرور بوضع التوازن:

عند المرور في وضع التوازن: $\theta = 0 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = 0$

$$E = E_k + E_p = E_k + 0$$

$$E_k = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}\times 8\times 10^{-4}\times(\frac{\pi}{3})^2 = \frac{1}{9}\times 10^{-3} J$$

المسألة الخامسة:

يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها $1 \ m$ تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 0.2 \ kg$ وتحمل في نهايتها السفلية كتلة نقطية $m_2 = 0.6 \ kg$ تهتز هذه الساق حول محور أفقي

مار من منتصفها والمطلوب الآتي:

1. احسب دور النواس في حالة السعات الصغيرة.
2. احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس.
3. احسب دور النواس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{max} = 0.4\ rad$.
4. نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^{\circ}$ ونتركها دون سرعة ابتدائية.

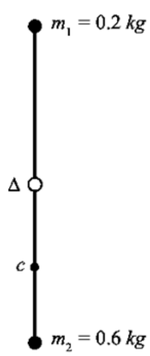
A- استنتج علاقة السرعة الزاوية لجملة النواس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق، ثمّ احسب قيمتها عندئذ.

B- احسب السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة المرور بالشاقول.

5. نستبدل بالكتلة $m_1 = 0.2\ kg$ كتلة m_2 ونعلق الساق من منتصفها بسلك فتل شاقولي لنشكل بذلك نواساً للفتل، نزيح الساق الأفقية عن توازنها فتهتز بدور $T_0 = (2\pi)s$. احسب قيمة ثابت فتل سلك التعليق.
6. احسب قيمة التسارع الزاوي لنواس الفتل عند المرور بوضع $\theta = 0.5\ rad$.

الحل:

المعطيات	**المجاهيل**
نواس ثقلي ساق مهملة الكتلة $\ell = 1m$ $m_1 = 0.2\,kg$ $m_2 = 0.6\,kg$	$I_{\Delta} = ?$ $d = ?$ $T'_0 = ?$



1) حساب الدور الخاص بسعة صغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{mgd}}$$

حساب m :

$$m = m_1 + m_2 + M$$

$$m = 0.2 + 0.6 + 0 = 0.8$$

$$m = 0.8\ kg$$

حساب I_{Δ} :

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} + I_{\Delta/\text{ساق}}$$

$$I_\Delta = m_1(\frac{\ell}{2})^2 + m_2(\frac{\ell}{2})^2 + 0$$

$$I_\Delta = (m_1 + m_2)\frac{\ell^2}{4} = 0.8 \times \frac{1}{4}$$

$$I_\Delta = 0.2\ kg.m^2$$

حساب d :

$$\sum \overline{\Gamma} = 0 \Rightarrow x_1\omega_1 = x_2\omega_2$$

$$(\frac{\ell}{2} + d)m_1 \cancel{g} = (\frac{\ell}{2} - d)m_2 \cancel{g}$$

$$(\frac{1}{2} + d) \times 0.2 = (\frac{1}{2} - d) \times 0.6$$

$$\frac{1}{2} + d = \frac{3}{2} - 3d$$

$$4d = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

$$d = \frac{1}{4}\ m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{0.8 \times g \times \frac{1}{4}}}$$

$$T_0 = 2\ s$$

2) حساب طول النواس المواقت:

$$T_0 = T'_0$$

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$1 = \sqrt{\ell} \quad \Rightarrow \quad \ell = 1\ m$$

وهو طول النواس البسيط المواقت للنواس السابق.

3) حساب الدور بسعة كبيرة:

$$\theta_{\max} > 0.24\,rad$$

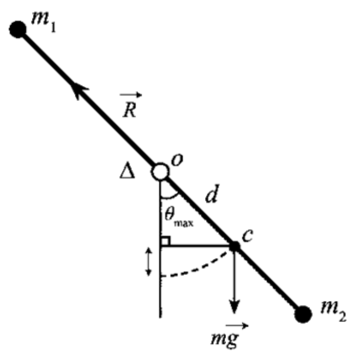
$$T_0' = T_0(1 + \frac{\theta_{\max}^2}{16})$$

$$T_0' = 2(1 + \frac{0.16}{16}) = 2(1 + 0.01)$$

$$T_0' = 2.02\ s$$

فيزياء من سورية

4) استنتاج علاقة السرعة الزاوية وحساب قيمتها:



$\omega = 0$ ، $\theta_{max} = 60^\circ$

A) بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين (1) و (2):

$$\Delta \overline{E_k} = \sum \overline{W_{\overrightarrow{F}}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\overrightarrow{W}} + W_{\overrightarrow{R}}$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh + 0$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل: $\overline{W_{\overrightarrow{R}}} = 0$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$$

لكن: $h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 0.8 \times 10 \times \frac{1}{4}(1 - \frac{1}{2})}{0.2}}$$

$$\omega = \sqrt{10} = \pi \ rad\, s^{-1}$$

B) حساب السرعة الخطية:

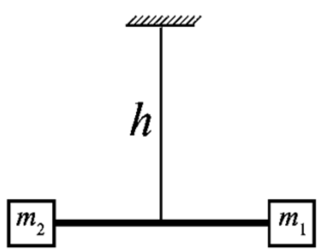
$$v = \omega r \Leftarrow r = d$$

$$v = \omega d$$

$$v = \pi \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4} \ m\, s^{-1}$$

وهي سرعة مركز عطالة النواس لحظة المرور بالشاقول.

5) حساب قيمة ثابت فتل السلك:



$k = ?$ ، $T_0 = 2\pi\, s$ ، $m_1 = m_2 = 0.2\, kg$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$k = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2}$$

$$I_\Delta = m_1 (\frac{\ell}{2})^2 + m_2 (\frac{\ell}{2})^2$$

$$I_\Delta = 2 \times 0.2 \times \frac{1}{4} = 0.1 \ kg.m^2$$

$$k = \frac{4 \times 10 \times 0.1}{(2\pi)^2} = 0.1 \ m.N.rad^{-1}$$

أو:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$2\pi = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow k = I_\Delta$$

$$k = 0.1\ m.N.rad^{-1}$$

6) حساب قيمة التسارع الزاوي:

$$\overline{\alpha} = -\omega_0^2\overline{\theta}$$

$$\overline{\alpha} = -(\frac{2\pi}{T_0})^2(0.5) = -(\frac{2\pi}{2\pi})^2 \times 0.5$$

$$\alpha = -0.5\ rad.s^{-2}$$

المسألة السادسة:

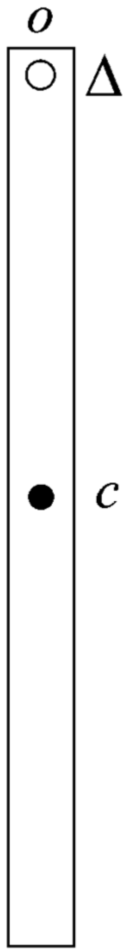
ساق متجانسة شاقولية طولها $\ell = 1.5\ m$ نعلقها من محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ومار من طرفها العلوي.

1. احسب دور اهتزازاتها صغيرة السعة مع العلم أن عزم عطالة الساق حول محور مار من مركز عطالته $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12}m\ \ell^2$.
2. احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح الساق عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ونتركه دون سرعة ابتدائية ، استنتج العلاقة المحدّدة لسرعته الزاوية ω لحظة مروره بالشاقول بالرموز ثم احسب قيمتها.
4. نأخذ الساق ونعلقها من منتصفها بسلك فتل شاقولي وبعد أن تتوازن تزاح عن وضع توازنها في مستو أفقي وتترك دون سرعة ابتدائية فتؤدي 10 نوسات خلال $5\ s$ وعندما يثبت في طرفيها كتلتان نقطيتان متماثلتان $m_1 = m_2 = 20\ g$ يصبح زمن النوسات العشر $10\ s$.المطلوب:
   - A- استنتج كتلة الساق.
   - B- احسب قيمة ثابت فتل سلك التعليق.

$\pi^2 = 10$ ، $g = 10\ m.s^{-2}$

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$T_0 = ?$ طول النواس البسيط المواقت $\ell' = ?$ ساق $m = ?$ ، $\omega = ?$	$\ell = 1.5m$ $T_\Delta = \frac{1}{12}m\ \ell^2$ $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$



1) حساب الدور الخاص بسعة صغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/o}}{mgd}}$$

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + m(\frac{\ell}{2})^2 \quad \text{(هايغنز)}$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\frac{\ell^2}{4}$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{3}m\ell^2$$

$$d = \frac{\ell}{2}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell^2}{3mg\frac{\ell}{2}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{\ell}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{\ell}{g}}$$

$$T_0 = 2s$$

2) حساب طول النواس البسيط المواقت لاهتزاز الساق:

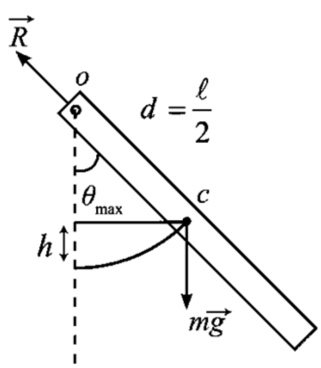
$$T_0 = T'_0$$

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}$$

طول النواس البسيط المواقت: $\ell' = 1m$

3) استنتاج العلاقة المحددة للسرعة الزاوية وحساب قيمتها لحظة المرور بالشاقول:

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:



$$\overline{\Delta E_k} = \sum \overline{W}_{\vec{F}(1\to2)}$$

$$E_{k_2} - 0 = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh + 0$$

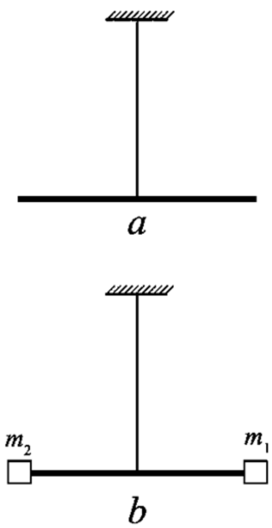
$$\omega^2 = \frac{2mgh}{I_\Delta}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)}{\frac{1}{3}m\ell^2}}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{3g}{\ell}(1-\cos\theta)}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{3g}{1.5}(1-\frac{1}{2})}=\pi\ rad\,s^{-1}$$

4) A) حساب كتلة الساق الأفقية لنواس الفتل:



$$T_0=\frac{t}{N}=\frac{5}{10}=0.5\ s$$

$$m_1=m_2=20\,g$$

$$T_0'=\frac{10}{10}=1s$$

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}\ ...(1)$$

$$T_0'=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta+2I_{\Delta/m_1}}{k}}\ ...(2)$$

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2}=\frac{I_\Delta}{I_\Delta+2I_{\Delta/m_1}}$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{1}=\frac{I_\Delta}{I_\Delta+2m_1(\frac{\ell}{2})^2}$$

$$4I_\Delta=I_\Delta+2m_1\frac{\ell^2}{4}$$

$$3I_\Delta=m_1\frac{\ell^2}{2}$$

$$3m\frac{\ell^2}{12}=m_1\frac{\ell^2}{2}$$

$$m=2m_1$$

$$m=4\times10^{-2}\ kg$$

B) حساب ثابت فتل السلك:

نعوض I_Δ في (1):

$$I_\Delta=\frac{m\,\ell^2}{12}=75\times10^{-4}\,kg.m^2$$

$$0.5=2\pi\sqrt{\frac{0.75\times10^{-2}}{k}}$$

نربع ونعزل k:

$$k = \frac{4\pi^2 \times 0.75\times10^{-2}}{0.25}$$

$$k = 1.2\ m.N.rad^{-1}$$

أو نعوض في (2):

$$k = \frac{4\pi^2\left(I_\Delta + 2I_{\Delta/m_1}\right)}{T_2'^{\,2}}$$

$$k = 4\pi^2(0.75\times10^{-2} + 2.25\times10^{-2})$$

$$k = 1.2\ m.N.rad^{-1}$$

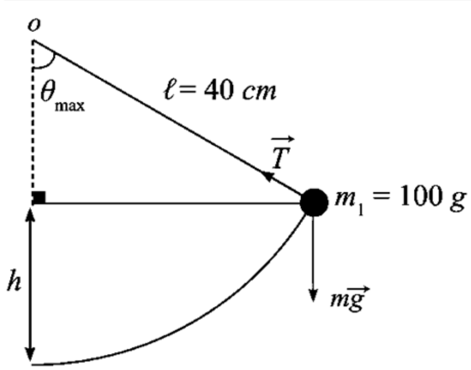
المسألة السابعة:

خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $\ell = 40\ cm$ نعلق في نهايته كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m_1 = 100\ g$.

1. يحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية θ_{max} ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $v = 2\ m.s^{-1}$ استنتج قيمة الزاوية θ_{max}.
2. استنتج علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بوضع الشاقول ثم احسب قيمتها.
3. تعاد التجربة السابقة نفسها بحيث تصدم كرة النواس لحظة مرورها بالشاقول بسرعتها السابقة $v = 2\ m.s^{-1}$ كرة ساكنة كتلتها $m_2 = 200\ g$ صدماً تام المرونة احسب سرعة كلٍّ من الكرتين بعيد الصدم.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$\theta_{max} = ?$	$\ell = 40cm = 0.4m$ $m_1 = 100g = 0.1kg$ $\theta = \theta_{max} \Rightarrow v = 2m.s^{-1}$



1) استنتاج قيمة الزاوية θ_{max} من نظرية الطاقة الحركية:

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W}_{\vec{W}} + \overline{W}_{\vec{T}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

$\overline{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن $\vec{T} \perp \overrightarrow{\text{الانتقال العنصري في كل لحظة}}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg\ell(1-\cos\theta_{max})$$

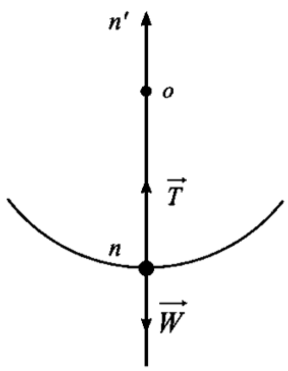
$$\frac{v^2}{2g\ell} = 1-\cos\theta_{max}$$

$$\cos\theta_{max} = 1-\frac{v^2}{2g\ell}$$

$$\cos\theta_{max} = 1-\frac{(2)^2}{2\times10\times0.4} = 1-\frac{1}{2}$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

2) استنتاج علاقة توتر الخيط لحظة المرور بالشاقول:



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على محور $\overrightarrow{n\,n'}$:

$$T - W = ma_c$$

$$T = ma_c + W$$

$$T = m\left(a_c + g\right)$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$ د

لكن: $r = \ell = 0.4\ m$

$$T = 0.1\left(\frac{4}{0.4} + 10\right)$$

$$T = 0.1\times20 = 2N$$

$T = 2N$ التوتر لحظة المرور بالشاقول

3) حساب سرعة الكرتين:

بما أن الصدم تام المرونة:

$$\vec{P}_{befor} = \vec{P}_{after}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1\,' + m_2\vec{v}_2\,'$$

بالاسقاط على حامل مماس للمسار في الشاقول أي عندما $\vec{v}$ مماس عند الشاقول:

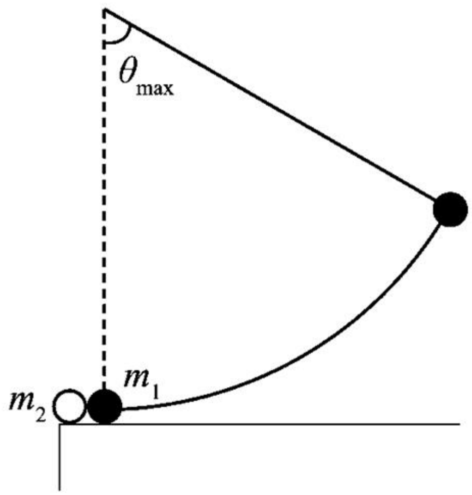
$$m_1\overline{v}_1 + m_2\overline{v}_2 = m_1\overline{v}_1' + m_2\overline{v}_2'$$

نعوض فنجد: $\overline{v}_1' = 2 - 2v_2' \ldots (1)$

وبتطبيق نظرية الطاقة الحركية:

$$E_{k\ befor} = E_{k\ after}$$

فيزياء من سورية



$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$v_1'=\frac{(m_1-m_2)v_1-2m_2v_2}{(m_1+m_2)} \quad ....(1)$$

$$v_2'=\frac{(m_2-m_1)v_2-2m_1v_1}{(m_1+m_2)} \quad ....(2)$$

وبحل جملة المعادلتين (1) و(2) نجد:

$$v_1'=-\frac{2}{3}\ m.s^{-1}$$

$$v_2'=\frac{4}{3}\ m.s^{-1}$$

المسألة الثامنة:

لدينا ساقٌ معدنية متجانسة (ab) كتلتُها $m = 3\ kg$ وطولُها $ab = \ell = 1m$ نجعلها شاقولية، ونعلّقها من محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ومارٍّ من منتصف الساق، ونثبّت في طرفها السفلي كتلة نقطية $m' = 1\ kg$.

1. احسب دور النوسات صغيرة السعة لجملة النواس المتشكّل باعتبار عزم عطالة الساق حول محورٍ مارٍّ من منتصفها وعموديٍّ عليها $I_\Delta = \frac{1}{12}\ m\ell^2$
2. احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح الساق حتى تصنع زاوية $60°$ مع وضع توازنها الشاقولي، ونتركها دون سرعة ابتدائيّة.

A. استنتج السرعة الزاويّة للنواس لحظة المرور بالشاقول، واحسب قيمتها.

B. احسب السرعة الخطيّة للكتلة m' لحظة المرور بالشاقول.

C. احسب العزم الحركيّ لجملة النواس لحظة المرور بالشاقول $g = 10\ m.s^{-2}$

نأخذ الساق ونجعلها شاقولية في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم خطوطه أفقية شدته $B = 0.02\ T$ ونحركها عمودياً على خطوط الحقل المغناطيسي بسرعة أفقية ثابتة $2\ m.s^{-1}$.

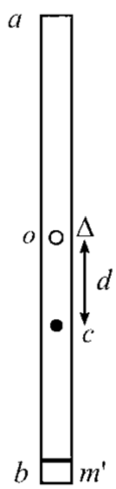
المطلوب:

1. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لفرق الكمون V_{ab} بين طرفي الساق واحسب قيمته العددية.
2. ارسم شكلاً تخطيطياً توضح فيه كلاً من الأشعة ($\vec{v}$ ، $\vec{B}$ ، $\vec{F}$ لورنز) مبيناً نوعي الشحنة على طرفي الساق.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$T_0 = ?$ طول النواس البسيط المواقت $\ell' = ?$ من أجل $\theta = 0$ $\omega = ?$ $v_{m'} = ?$ العزم الحركي للجملة $L = ?$ $V_{ab} = ?$	ساق متجانسة ab ، $I_{\Delta} = \frac{1}{12} m \ell^2$ $m = 3kg$ $ab = \ell = 1m$ $m' = 1kg$ $\theta_{max} = \frac{\pi}{3} \, rad$

1) حساب الدور الخاص:



$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

حساب I_{Δ}:

$$I_{\Delta} = I_{\Delta} + I_{\Delta/m'}$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} m \ell^2 + m'(\frac{\ell}{2})^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} \times 3(1)^2 + 1 \times \frac{(1)^2}{4}$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} kg.m^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2} kg.m^2$$

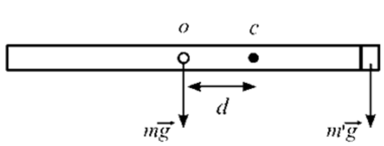
حساب d:

$$\sum \overline{\Gamma_{\Delta}} = 0$$

$$x W = x' W'$$

$$d \times mg = (\frac{\ell}{2} - d) m' g$$

$$d \times 3 = (\frac{1}{2} - d) \times 1$$



$$4d = \frac{1}{2}$$

$$d = \frac{1}{8} m$$

فيزياء من سورية

حساب جملة النواس:

$$m = m + m'$$
$$m = 3+1$$
$$m = 4\,kg$$
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{2\times 4\times g\times\frac{1}{8}}}$$
$$T_0 = 2\,s$$

2) طول النواس البسيط المواقت:

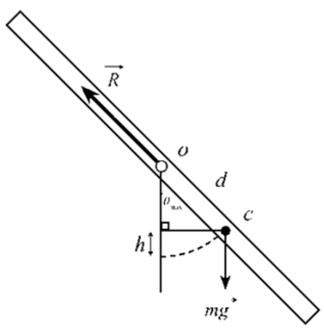
$$T_0 = T'_0$$
$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}$$
$$\ell' = 1\,m$$

3) استنتاج علاقة السرعة الزاوية لحظة المرور بالشاقول وحساب قيمتها:

A) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta = \frac{\pi}{3}\,rad$ ، $\omega = 0$

الثاني: $\theta = 0$ ، $\omega_2 = \omega$



$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W}_{\vec{W}} + \overline{W}_{\vec{R}}$$
$$\frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2 - 0 = mgh + 0$$
$$\omega^2 = \frac{2mgd\,(1-\cos\theta)}{I_{\Delta}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd\,(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}}$$
$$\omega = \sqrt{2\times 4\times 10\times\frac{1}{8}}$$
$$\omega = \pi\,rad\,s^{-1}$$

B) حساب سرعة الكتلة m' لحظة المرور بالشاقول:

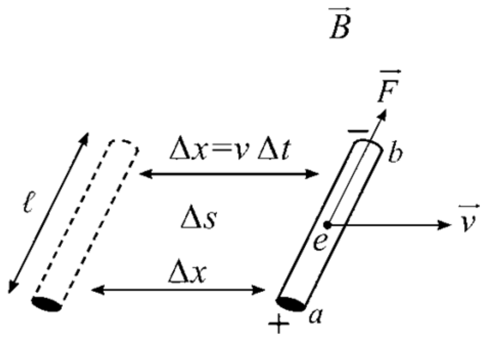
$$v = \omega r$$
$$v_{m'} = \omega\frac{\ell}{2} = \pi\times\frac{1}{2}$$
$$v = \frac{\pi}{2}\,m\,s^{-1}$$

C) حساب العزم الحركي:

العزم الحركي: $L = I_{\Delta}\omega$

$$L = \frac{1}{2} \times \pi \ kg.m^2.rad.s^{-1}$$

عندما تتحرك الساق بسرعة $\vec{v}$ فإن الإلكترونات الحرّة تتحرك بسرعة وسطية $\vec{v}$ في منطقة يسودها حقل مغناطيسي $\vec{B}$ فإنها تتأثر بقوة لورنز فتمسح سطحاً.



$$\Delta s = \ell\,\Delta x$$

$$\Delta s = \ell\, v\,\Delta t$$

$$\Delta\Phi = B\,\Delta s$$

$$\Delta\Phi = B\,\ell v\,\Delta t$$

$$V_{ab} = \varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B\,\ell v$$

$$V_{ab} = 0.02 \times 1 \times 2$$

$$V_{ab} = 0.04\,Volt$$

المسألة التاسعة:

تسقط كرة فارغة من الألمنيوم نصف قطرها $r = 2cm$ كتلتها $m = \pi\ g$ بدون سرعة ابتدائية في هواء ساكن من ارتفاع كافٍ.

1. ادرس مراحل وصول الكرة إلى سرعتها الحدية مستنتجاً العلاقة المحددة لسرعتها الحدية باعتبار أن $F_r = 0.25\,s\,v^2$ ثم احسب قيمتها.
2. احسب تسارع حركة الكرة في اللحظة التي تبلغ فيها سرعتها $v = 5\,m.s^{-1}$.
3. ماذا تصبح قيمة السرعة الحدية إذا كانت الكرة مصمتة – بالقطر نفسه – والكتلة الحجمية لمادتها $\rho = 2.7\ g\ .cm^{-3}$.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$v_t = ?$ $\alpha = ?$ $v'_0 = ?$	كرة فارغة من الألمنيوم $r = 2cm$ $m = \pi g = \pi \times 10^{-3}\,kg$ $F_r = 0.25\,s\,v^2$ $v = 5\,m.s^{-1}$ $\rho = 2.7\ g\ .cm^{-3}$

1) دراسة المراحل:

جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: الكرة.

القوى الخارجية المؤثرة:

$$\overrightarrow{W} = \overrightarrow{const}$$

$$\overrightarrow{F_r}$$

$$\sum \overrightarrow{F} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{\omega} + \overrightarrow{F_r} = m\,\vec{a}$$

بالاسقاط على $\overline{y'y}$:

$$\omega - F_r = m\,a$$

طالما $F_r < W$ فتتسارع حركة الكرة فتزداد سرعتها، وبالتالي تزداد F_r فيؤدي إلى تناقص $(W - F_r)$ وبالتالي يتناقص التسارع حتى ينعدم: $a = 0$

$$\Rightarrow W - F_r = 0$$

$$W = F_r$$

$$W = 0.25 \times s\, v_t^2$$

$$v_{t_1}^2 = \frac{W}{0.25 \times s}$$

$$v_{t_1} = \sqrt{\frac{m\,g}{0.25 \times \pi r^2}}$$

$$v_{t_1} = \sqrt{\frac{\pi \times 10^{-3} \times 10}{0.25 \times \pi \times (2 \times 10^{-2})^2}}$$

$$v_{t_1} = 10\,m.s^{-1}$$

وتتابع الكرة حركتها بهذه السرعة الثابتة وتكون حركتها مستقيمة منتظمة حسب مبدأ العطالة.

2) حساب التسارع من أجل $v = 5\,m.s^{-1}$

$$W - F_r = m\,a$$

$$a = \frac{m\,g - 0.25 s\, v^2}{m}$$

$$a = \frac{\pi \times 10^{\ 3} \times 10 - 0.25 \times \pi \times (2 \times 10^{\ 2})^2 \times 25}{\pi \times 10^{-3}}$$

$$a = 10 - 2.5 = 7.5\ m.s^{-2}$$

3) حساب السرعة الحدية بالوضع الجديد:

إذا كانت الكرة مصمتة - وبالقطر نفسه- :

$$\rho = 2.7\ g.cm^{-3}$$

$$v_{t_2}^2 = \frac{m\,g}{0.25s}$$

$$m = \rho v = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$s = \pi r^2$$

$$v_{t_2}^2 = \frac{4\pi r^3 \rho g}{3\times 0.25\pi r^2}$$

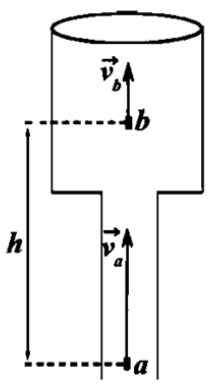
$$v_{t_2} = \sqrt{\frac{4\pi r^3 \rho g}{0.75\pi r^2}}$$

$$v_{t_2} = \sqrt{\frac{4r\rho g}{0.75}}$$

$$v_{t_2} = \sqrt{\frac{4\times 2\times 10^{-2}\times 2700\times 10}{0.75}}$$

$$v_{t_2} = 24\sqrt{5}\ m\,s^{-1}$$

المسألة العاشرة:



يجري الماء داخل الأنابيب الموضحة في الشكل من (a) إلى (b) حيث نصف قطر الأنبوب عند (a) $r_1 = 5\,cm$ و نصف قطر الأنبوب عند النقطة (b) $r_2 = 10\,cm$ والمسافة بين (a)و(b) $h = 50\,cm$:

1. احسب سرعة جريان الماء عند النقطة (b) علماً أن سرعة جريان الماء عند النقطة (a) $v_a = 4\ m\ .s^{-1}$.
2. احسب قيمة فرق الضغط $(P_a - P_b)$.

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$r_1 = 5\ cm$ $r_2 = 10\ cm$ $h = 50\ cm$	$v_b = ?$ $P_a - P_b = ?$

وضّح للطلاب أن: $\rho_{\text{ماء}} = 1000\ kg.m^{-3}$

1) حسب معادلة الاستمرارية:

$$Q = s_1 v_1 = s_2 v_2 = const$$

$$\cancel{\pi} r_1^2 v_a = \cancel{\pi} r_2^2 v_b$$

$$v_b = \frac{r_1^2 v_a}{r_2^2}$$

$$v_b = \frac{(5\times10^{-2})^2 \times 4}{(10\times10^{-2})^2} = \frac{25\times10^{-4}\times 4}{100\times10^{-4}}$$

$$v_b = 1\ m.s^{-1}$$

2) $P_a - P_b = ?$ حسب معادلة برنولي:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = const$$

$$P_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \rho g z_1 = P_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 + \rho g z_2$$

$$P_a - P_b = \frac{1}{2}\rho(v_b^2 - v_a^2) + \rho g (z_2 - z_1)$$

$$P_a - P_b = \frac{1}{2}\rho(1-16) + \rho g h$$

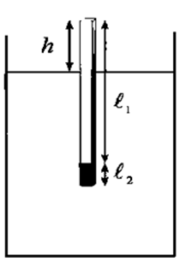
$$P_a - P_b = \rho \times \frac{-15}{2} + \rho \times 10 \times 50 \times 10^{-2} = (-7.5+5)\rho$$

$$P_a - P_b = -2.5\rho = -2.5\times1000$$

$$P_a - P_b = -2500\ Pa$$

لاحظ أن: $v_a > v_b$ فيكون: $P_a < P_b$

المسألة الحادية عشرة:



مسطرة خشبية متجانسة مقطعها s طولها $\ell_1 = 50\,cm$ تثقل بقطعة من الرصاص لها مقطع المسطرة الخشبية s طولها $\ell_2 = 0.6\,cm$ نغمس الجملة في الماء فتتوازن بوضع شاقولي. كما هو موضح في الشكل المجاور:

احسب h طول الجزء غير المغمور من المسطرة علماً أن:

الكتلة الحجمية للخشب $\rho_1 = 0.82\ g.cm^{-3}$

الكتلة الحجمية للرصاص $\rho_2 = 11.3\ g.cm^{-3}$

الكتلة الحجمية للماء $\rho_3 = 1\ g.cm^{-3}$

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$\ell_1 = 50\ cm$ $\ell_2 = 0.6 cm$ $\rho_1 = 0.82\ g.cm^{-3}$ $\rho_2 = 11.3\ g.cm^{-3}$ $\rho_3 = 1\ g.cm^{-3}$	$h = ?$

بما أن المسطرة متوازنة فإن:

$$\sum \vec{F} = \vec{o}$$

$$\vec{W} + \vec{B} = \vec{o}$$

بالإسقاط على محور موجه نحو الأسفل:

شدة دافعة أرخميدس = ثقل المسطرة

$$W - B = 0 \Rightarrow W = B$$

لكن: $W = W_{1\ \text{خشب}} + W_{2\ \text{رصاص}}$

$$\Rightarrow m_1 g + m_2 g = \rho_3 g V$$

لكن $m = \rho V = \rho s \ell$ نعوض:

$$\rho_1 s \ell_1 g + \rho_2 s \ell_2 g = \rho_3 g \left(\ell_1 - h + \ell_2\right) s$$

$$\rho_1 \ell_1 + \rho_2 \ell_2 = \rho_3 \left(\ell_1 + \ell_2\right) - \rho_3 h$$

$$-\rho_3 h = \rho_1 \ell_1 + \rho_2 \ell_2 - \rho_3 \left(\ell_1 + \ell_2\right)$$

$$h = \frac{\rho_3 \left(\ell_1 + \ell_2\right) - \rho_1 \ell_1 + \rho_2 \ell_2}{\rho_3}$$

$$h = \frac{1\left(50 + 0.6\right) - (0.82 \times 50 + 11.3 \times 0.6)}{1}$$

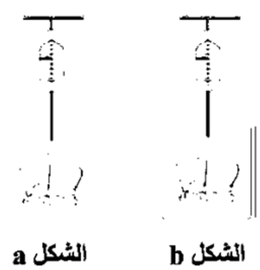
$$h = 50.6 - (41.00 + 6.78)$$

$$h = 50.6 - 47.78$$

$h = 2.82\ cm$ وهو طول الجزء غير المغمور من المسطرة.

المسألة الثانية عشرة:

شك الملك هيرون بأن التاج لم يكن من الذهب الخالص وإنما هو ممزوج بمعدن الفضة، فطلب من العالم أرخميدس التحقق من ذلك. وجد أرخميدس أن :



ثقل التاج في الهواء $15.96\ N$ (الشكل a)

وثقل التاج وهو مغمور في الماء $14.96\ N$ (الشكل b)

1. وضح بالحساب أن النتيجة التي توصل إليها أرخميدس هي أن التاج ليس من الذهب الخالص.
2. احسب النسبة المئوية الكتلية للذهب في التاج.

علماً أن: الكتلة الحجمية للذهب $\rho_{Au} = 19.3\ g.cm^{-3}$ ، الكتلة الحجمية للفضة $\rho_{Ag} = 10.5\ g.cm^{-3}$

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$W = 15.69\ N$ $W_{app} = 14.96\ N$ $\rho_{Au} = 19.3\ g.cm^{-3}$ $\rho_{Ag} = 10.5\ g.cm^{-3}$	$m_{Au} = ?$

1) فكرة الحل: إيجاد الكتلة الحجمية للتاج ومقارنتها بالكتلة الحجمية للذهب.

$$\rho = \frac{m}{V} \ ..... \ (1)$$

حساب V:

$$B = W - W_{app}$$

$$B = 15.96 - 14.96 = 1\ N$$

$$B = \rho V g$$

$$V = \frac{B}{\rho g} = \frac{1}{1000 \times 10}$$

$$V = 10^{-4}\ m^3 = 100\ cm^3$$

حساب m:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{15.96}{10} 1.596\ kg$$

$$m = 1596\ g$$

نعوض عن m ، V في (1):

$$\rho = \frac{1596}{100} = 15.96\ g.cm^3$$

$$\rho \neq \rho_{Au}$$

$$15.96 < 19.3$$

إذاً التاج ليس من الذهب الخالص.

2) حساب النسبة المئوية للذهب في التاج:

$$m = m_1 + m_2 = 1596\ g$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{m_1}{\rho_{Au}} + \frac{m_2}{\rho_{Ag}}$$

$$100 = \frac{m_1}{19.3} + \frac{m_2}{10.5}$$

$$m_1 = 1197.4\ g$$

$$m_2 = 1596 - 1197.4 = 398.6\ g$$

$$x = \frac{1197.4}{1596} \times 100$$

$$x = 75\ g$$

النسبة المئوية 75% للذهب.

$$100 - 75 = 25$$

النسبة المئوية 25% للفضة.

المسألة الثالثة عشرة:

خزان وقود شاحنة حجمه $0.3\ m^3$ يملأ من أنبوب مساحة مقطع فوهته $5\ cm^2$ بزمن قدره $5\ min$

المطلوب:

احسب سرعة تدفق الوقود من فوهة الأنبوب.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$v = ?$	$\Delta V = 0.3\ m^3$ $s = 5\ cm^2 = 5\times10^{-4}\ m^2$ $\Delta t = 5\ \text{min}$

$$\Delta t = 5\times 60 = 300\ s$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{s\,\Delta x}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = s\,v$$

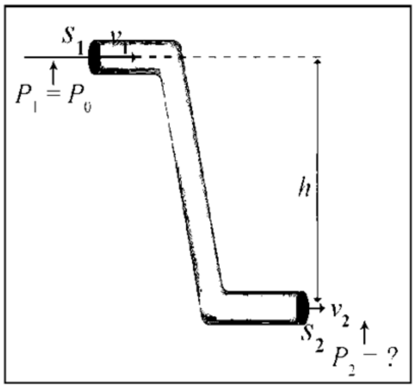
$$v = \frac{\Delta V}{s\,\Delta t}$$

$$v = \frac{0.3}{300 \times 5 \times 10^{-4}}$$

$$v = 2\,m.s^{-1}$$

المسألة الرابعة عشرة:

يتدفق الماء عبر الأنبوب الموضّح في الشكل حيث:



$s_1 = 20\ cm^2$ $\quad$ $s_2 = 60\ cm^2$

$h = 10\ m$ $\quad$ $v_1 = 15\ m.s^{-1}$

$P_2 = ?$ $\quad$ $P_1 = 1 \times 10^5\ P_a$

$\rho = 10^3\ \ kg.m^{-3}$, $g = 10\ m.s^{-2}$, $v_2 = ?$

احسب v_2،P_2 الضغط والسرعة عند الفوهة السفلية.

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$s_1 = 20\ cm^2$ $s_2 = 60\ cm^2$ $h = 10\ m$ $v_1 = 15$ $g = 10\ m.s^{-2}$ $P_1 = 1 \times 10^5\ Pa$ $\rho = 10^3\ kg.m^{-3}$	$v_2 = ?$ $P_2 = ?$

1)

$$Q_1 = Q_2$$

$$s_2 v_2 = s_1 v_1$$

$$60 \times v_2 = 20 \times 15$$

$$v_2 = \frac{20}{60} \times 15$$

$$v_2 = 5\ m.s^{-1}$$

2) حسب معادلة برنولي:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(z_1 - z_2)$$

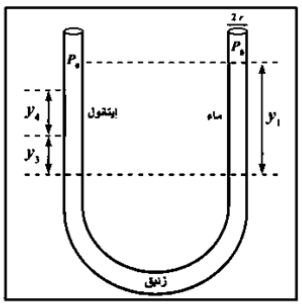
لكن: $P_1 = P_0$

$$P_2 = 10^5 + \frac{1}{2}\times 10^3(225-25) + 10^3\times 10(10)$$

$$P_2 = 10^5 + 10^5 + 10^5$$

$$P_2 = 3\times 10^5\ Pa$$

المسألة الخامسة عشرة:



نصب في أنبوبة ذات فرعين الزئبق ثم الماء في الفرع الأول، والإيتانول في الفرع الثاني. عند توازن السوائل الثلاثة، وبأخذ المستوي الأفقي المار من السطح الفاصل بين الماء والزئبق مبدأ لقياس الارتفاعات، نجد أن ارتفاع الماء $y_1 = 14.8\ cm$ وارتفاع الزئبق في الفرع الثاني هو y_2 وفوقه عمود الإيتانول ارتفاعه $y_3 = 10\ cm$ كما هو موضّح في الشكل المجاور. المطلوب:

1- احسب الارتفاع y_2 إذا علمت أنّ الكتلة الحجمية للزئبق: $\rho_1 = 13.6\ g.cm^{-3}$ والكتلة الحجمية للإيتانول $\rho_2 = 0.8\ g.cm^{-3}$.

2- احسب حجم الإيتانول الواجب إضافته حتى يصبح سطح الزئبق في الفرعين في مستو أفقي واحد إذا علمت أنّ قطر المقطع الداخلي للأنبوبة $2\ cm$.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$y_2 = ?$ إيتانول $V = ?$	$y_1 = 14.8\ cm$ $\rho_{H_2O} = 1\ g.cm^3$ $y_3 = 10\ cm$ $\rho_1 = 13.6\ g.cm^{-3}$ $\rho_2 = 0.8\ g.cm^{-3}$

1) عند مستو واحد أفقي حسب برنولي:

$$P_a = P_b$$

$$P_0 + \rho_1\, g\ y_1 = P_0 + \rho_2\, g\ y_2 + \rho_3\, g\ y_3$$

$$\rho_1\, y_1 = \rho_2\, y_2 + \rho_3\, y_3$$

$$1\times 14.8 = 13.6\, y_2 + 0.8\times 10$$

$$y_2 = 0.5\ cm$$

ملاحظة: الضغط في نقطة داخل السائل = الضغط الجوي + ضغط عمود السائل

2) قطر المقطع الداخلي للأنبوب: $r = 2\ cm$

$$2r = 2\ cm \Rightarrow s = \pi r^2 = \pi (1)^2\ cm^2$$

$$s = \pi\times 10^{-4}\ m^2$$

لكي يتساوى سطح الزئبق على مستو أفقي واحد: $P_d = P_c$

$$P_0 + \rho g\ y_1 = P_0 + \rho_2\, g\,(y_3 + y_4)$$

$$\rho\, y_1 = \rho_2\,(y_3 + y_4)$$

$$1\times 14.8 = 0.8\times (10 + y_4)$$

$$14.8 = 8 + (y_4 \times 10)$$

$y_4 = 8.5\ cm$ ارتفاع الإيتانول المضاف

$$V = y_4\, s = 8.5\times 10^{-2}\times \pi \times 10^{-4}$$

$$V = 26.7\times 10^{-6}\ m^3$$

المسألة السادسة عشرة:

إطار مربع الشكل طول ضلعه $\ell = 4\ cm$ يحوي 100 لفة من سلك نحاسي معزول رفيع نعلقه من منتصف أحد أضلاعه بسلك شاقولي عديم الفتل ضمن حقل مغناطيسي أفقي منتظم خطوطه توازي مستوي الإطار شدته $B = 0.05\ T$ نمرر في الإطار تياراً كهربائياً شدته $0.5\ A$ والمطلوب :

1. احسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرار التيار .
2. احسب عمل تلك المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار ليصبح في حالة توازن مستقر.
3. نقطع التيار السـابق عن الإطار وهو في حالة التوازن المستقر ونصل طرفيه بمقياس غلفاني، ثمّ نديره حول محوره الشاقولي زاوية مقدارها $\frac{\pi}{2}\ rad$ خلال $0.5\ s$ احسب شدة التيار المتحرض إذا كانت مقاومة سلك الإطار $4\ \Omega$.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$\Gamma_\Delta = ?$ $W = ?$ $i = ?$	$\ell = 4\ cm$ $N = 100$ $B = 0.05\ T$ $I = 0.5\ A$

1) حساب عزم المزدوجة الكهرطيسية:

$$s=\ell^2=16\times10^{-4}\ m^2$$

$$\Gamma_\Delta=N\ I\ s\ B\sin\theta$$

$$\theta=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\sin\theta=1$$

$$\Gamma_\Delta=100\times0.5\times16\times10^{-4}\times0.05\times1$$

$$\Gamma_\Delta=4\times10^{-3}\ \ m.N$$

2) عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار ليصبح في حالة توازن مستقر:

$$W=I\ \Delta\Phi$$

$$\Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_2$$

$$\Delta\Phi=N\ B\ s(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

الوضع الأول: $\theta_1=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\cos\theta_1=0$

الوضع الثاني: $\theta_2=0\Rightarrow\cos\theta_2=1$ (توازن مستقر)

$$W=I\ \Delta\Phi$$

$$W=N\,I\ B\ s(\cos0-\cos\frac{\pi}{2})$$

$$W=I\ N\ B\ s$$

$$W=0.5\times100\times0.05\times16\times10^{-4}$$

$$W=4\times10^{-3}\ J$$

3) حساب شدة التيار المتحرض:

$$\theta_1=0\Rightarrow\cos\theta_1=1$$

$$\theta_2=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\cos\theta_2=0$$

$$i=\frac{\varepsilon}{R}=-\frac{\Delta\Phi}{R\ \Delta t}$$

$$i=-\frac{N\ B\ s\,(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{R\ \ \Delta t}$$

$$i=-\frac{100\times0.05\times16\times10^{-4}\,(0-1)}{4\times0.5}$$

$$i=+4\times10^{-3}\ A$$

المسألة السابعة عشرة:

إطار مستطيل الشكل يحوي 100 لفة من سلك نحاسي معزول مساحة سطحه $16\ cm^2$.

أ- نعلق الإطـار بسـلك عديم الفتل شـاقولـي ونخضعـه لحقـل مغنـاطيسي منتظم أفقـي شـدته $B = 0.06\ T$ خطوطه توازي مستوى الإطار الشاقولي، نمرر في الإطار تياراً شدته $0.1\ A$ والمطلوب حساب:

1. العزم المغناطيسي لهذا الإطار.
2. عزم المزدوجة الكهرطيسية التي يخضع هذا الإطار لها لحظة إمرار التيار.
3. عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار من وضعه السابق إلى وضع التوازن المستقر.

ب- نقطع التيار ونستبدل سلك التعليق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 8\times10^{-5}\ m\,.\,N\,.\,rad$ بحيث يكون مستوي الإطـار يوازي خطوط الحقل المغناطيسي السـابق، نمرر في الإطار تياراً شدته $1\ mA$ فيدور الإطار بزاوية صغيرة θ' ويتوازن، استنتج بالرموز العلاقة المحددة لزاوية الانحراف θ' انطلاقاً من شرط التوازن واحسب قيمتها .

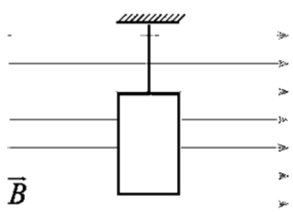
(يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$N = 100$	$M = ?$ العزم المغناطيسي
$s = 16\ cm^2 = 16\times10^{-4}\ m^2$	$\Gamma_\Delta = ?$
$B = 0.06\ T$	$W = ?$

أ) خطوط الحقل المغناطيسي توازي مستوى الإطار الشاقولي:

$$\vec{B} \perp \vec{n} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$



1) حساب العزم المغناطيسي للإطار:

$$M = N\ I\ s$$

$$M = 100\times0.1\times16\times10^{-4}$$

$$M = 16\times10^{-3}\ A.m^2$$

2) حساب عزم المزدوجة المغناطيسية:

$$\Gamma_\Delta = N\ I\ s\ B\ \sin\theta$$

$$\Gamma_\Delta = 100\times0.1\times16\times10^{-4}\times0.06\times1$$

$$\Gamma_\Delta = 9.6\times10^{-4}\ m.N$$

3) حساب عمل المزدوجة:

$$W = I\,\Delta\Phi$$

$$W = I\,N\,B\,s\,(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$W = 0.1\times 100\times 0.06\times 16\times 10^{-4}(1-0)$$

$$W = 9.6\times 10^{-4}\,J$$

ب) شرط التوازن الدوراني:

$$\sum \overline{\Gamma_\Delta} = 0$$

$$\overline{\Gamma} + \overline{\Gamma_\eta} = 0$$

$$N\,I\,B\,s\sin\theta - k\,\theta' = 0$$

$$\theta + \theta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\sin\theta = \cos\theta'$$

في حالة الزوايا الصغيرة: $\sin\theta = \cos\theta' \approx 1$

$$N\,I\,B\,s = k\,\theta'$$

$$\theta' = \frac{N\,B\,s}{k} I = G\,I$$

G: ثابت المقياس الغلفاني.

$$\theta' = \frac{100\times 0.06\times 16\times 10^{-4}}{8\times 10^{-5}}\times 1\times 10^{-3}$$

$$\theta' = 0.12\ rad$$

المسألة الثامنة عشر:

لدينا إطارمربع الشكل مساحة سطحه $s = 25\,cm^2$ يحوي 50 لفة من سلك نحاسي معزول نعلقه بسلك رفيع عديم الفتل وفق محوره الشاقولي ونخضعه لحقل مغناطيسي منتظم خطوطه أفقية شدته $B = 10^{-2}\,T$ بحيث يكون مستوي الإطار يوازي منحى الحقل $\overrightarrow{B}$ عند عدم مرور تيار، نمرّر في الإطار تياراً كهربائياً شدته $I = 5\,A$ والمطلوب :

1. احسب شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة في كل من الضلعين الشاقوليين لحظة مرور التيار.
2. احسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرارالتيار السابق.
3. احسب عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما ينتقل الإطارمن وضعه السابق إلى وضع التوازن المستقر.

فيزياء من سورية

4. نستبدل سلك التعليق بسلك فتل ثابت فتله k لنشكل مقياساً غلفانياً ونمرر بالإطار تياراً كهربائياً شـدته ثابتة $2\ mA$ فيدور الإطـار بزاويــة $0.02\ rad$ ويتوازن. اســتنتج ثابت فتل السلك k واحسب قيمته، ثمّ احسب قيمة ثابت المقياس الغلفاني G.

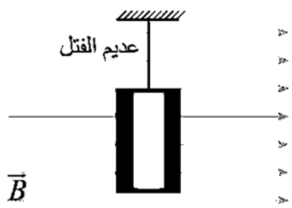
5. نزيد حساسية المقياس 10 مرات من أجل التيار نفسه ما قيمة ثابت فتل سلك التعليق بالوضع الجديد.

(يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$F = ?$ $k = ?$ $G = ?$	$s = 25\ cm^3 = 25\times10^{-4}\ m^2$ $N = 50$ $B = 10^{-2}\ T$ $I = 5\ A$

1) القوة المؤثرة في الضلعين الشاقوليين:



$$L = \sqrt{s} = 5\times10^{-2}\ m$$

$$F = N\ I\ L\ B\sin\theta$$

$$F = 50\times5\times10^{-2}\times5\times10^{-2}\times1$$

$$F = 125\times10^{-3}\ N$$

2) حساب عزم المزدوجة الكهرطيسية:

$$\Gamma_\Delta = N\ I\ B\ s\sin\theta$$

$$\Gamma_\Delta = 50\times5\times10^{-2}\times25\times10^{-4}\times1$$

$$\Gamma_\Delta = 625\times10^{-5}\ m.N$$

3) حساب عمل المزدوجة:

$$W = I\ \Delta\Phi$$

$$W = I\ N\ B\ s(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta_1 = 0$$

$$\theta_2 = 0 \Rightarrow \cos\theta_2 = 1$$

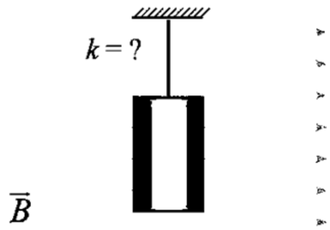
$$W = I\ N\ B\ s(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2})$$

$$W = 5\times50\times10^{-2}\times25\times10^{-4}(1-0)$$

$$W = 625\times10^{-5}\ J$$

4) استنتاج قيمة k ثابت الفتل:

شرط التوازن الدوراني: $\sum\overline{\Gamma} = 0$



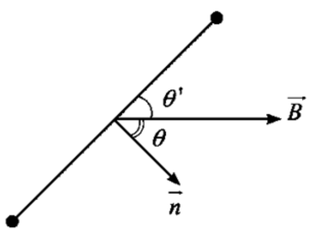
$$\overline{\Gamma_\Delta} + \overline{\Gamma'_\eta} = 0$$

$$N\ I\ s\ B \sin\theta - k\,\theta' = 0$$

$$\theta' \text{ صغيرة} \Rightarrow \sin\theta = \cos\theta' \approx 1$$

$$\theta + \theta' = \frac{\pi}{2}$$

$$N\ I\ s\ B - k\ \theta' = 0$$



$$k = \frac{N\ s\ B}{\theta'} I$$

$$k = \frac{50\times 25\times 10^{-4}\times 10^{-2}\times 2\times 10^{-3}}{0.02}$$

$$k = 125\times 10^{-6}\ \ m.N.rad^{-1}$$

حساب ثابت الغلفاني: $\theta' = G\,I \Rightarrow G = \frac{\theta'}{I} = \frac{0.02}{2\times 10^{-3}}$

$$G = 10\ \ rad.A^{-1}$$

(5

$$G' = 10G = 10\times 10$$

$$k' = \frac{k}{10}$$

$$k' = \frac{125\times 10^{-6}}{10}$$

$$k' = 125\times 10^{-7}\ \ m.N.rad^{-1}$$

المسألة التاسعة عشرة:

A- نطبق بين نقطتين (b,a) من دارة كهربائية فرقاً في الكمون متناوباً جيبياً قيمته المنتجة $U_{eff} = 100\ V$ تواتره $f = 50\ Hz$، ونربط بين هاتين النقطتين على التسلسل مقاومة صرف قيمتها $R = 40\,\Omega$، وشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها $L = \frac{2}{5\pi}\ H$ ومكثفة سعتها $C = \frac{1}{\pi}\times 10^{-3}\ F$. المطلوب حساب:

1. ردية الوشيعة واتساعية المكثفة والممانعة الكلية للدارة.
2. الشدة المنتجة للتيار في الدارة.

B- تحذف المقاومة الصرف من الدارة ويعاد ربط المكثفة على التفرع مع الوشيعة بين النقطتين (b,a) السابقتين. المطلوب حساب:

1. قيمة الشدة المنتجة في فرع الوشيعة.
2. قيمة الشدة المنتجة في فرع المكثفة.
3. قيمة الشدة المنتجة الكلية للدارة في هذه الحالة باستخدام إنشاء فرينل.

C- نصل طرفي المأخذ (b,a) بسلك نحاسي طوله $\ell = 1.5\ m$ وكتلته $m = 6\ g$ ونجعل منتصفه بين قطبي مغناطيس نضوي بحيث يعامد السلك خطوط حقله المغناطيسي، احسب قيمة شد السلك التي تجعله يهتز بالتجاوب مكوناً ثلاثة مغازل.

الحل:

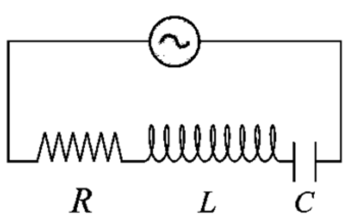
المجاهيل	المعطيات
$X_L = ?\ , X_C = ?\ , Z = ?$ $I_{eff} = ?\ ,\ I_{eff_C} = ?\ , I_{eff_L} = ?$ $F_T = ?$	$U_{eff} = 100\,V$ $f = 50\ Hz$ $R = 40\ \Omega$ $L = \frac{2}{5\pi}\ H$ $C = \frac{1}{\pi}\times 10^{-3}\ F$

A) 1) ردية الوشيعة:

$$X_L = L\,\omega = 2\pi f\ L$$

$$X_L = 2\pi \times 50 \times \frac{2}{5\pi}$$

$$X_L = 40\ \Omega$$

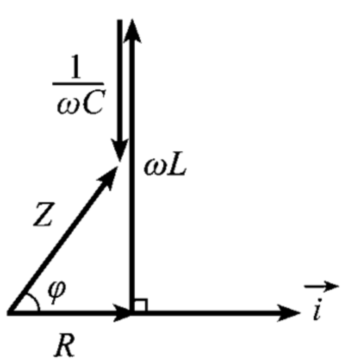


اتساعية المكثفة:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f\ C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-3}}$$

$$X_C = 10\ \Omega$$



الممانعة الكليّة:

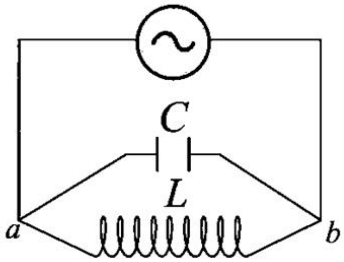
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{(40)^2 + (40-10)^2}$$

$$Z = 50\ \Omega$$

2) الشدة المنتجة:



$$I = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{100}{50}$$
$$I = 2\ A$$

B) 1) الشدة المنتجة في فرع الوشيعة:

$$I_{eff_L} = \frac{U_{eff}}{X_L} = \frac{100}{40}$$

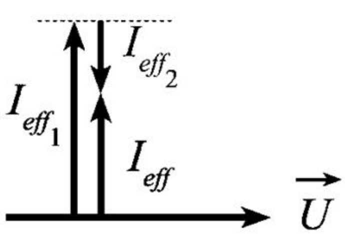
$$\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}\ rad \qquad I_{eff_L} = 2.5\ I$$

2) الشدة المنتجة في فرع المكثفة:

$$I_{eff_C} = \frac{U_{eff}}{X_C} = \frac{100}{10}$$

$$\varphi_2 = +\frac{\pi}{2}\ rad \qquad I_{eff_C} = 10\ A$$

(3



$$\overline{I_{eff}} = \overline{I_{eff_L}} + \overline{I_{eff_C}}$$
$$I_{eff} = I_{eff_C} - I_{eff_L}$$
$$I_{eff} = 10 - 2.5$$
$$\varphi = +\frac{\pi}{2}\ rad \qquad I_{eff} = 7.5\ A$$

إضافة: تابع الزمني للشدة الكلية للدارة.

$$\bar{i} = I_{\max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$$
$$I_{\max} = I_{eff} \times \sqrt{2}$$
$$I_{\max} = 7.5\sqrt{2}\ A$$
$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50$$
$$\omega = 100\pi\ rad$$
$$\varphi = +\frac{\pi}{2}\ rad$$
$$\bar{i} = 7.5\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

(C

$$f_{\text{التيار}} = f_{\text{وتر}}$$

$$f = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$ نربع الطرفين ونعزل F_T

$$F_T = \frac{4L^2 \times f^2 . \mu}{k^2} = \frac{4L^2 f^2 \frac{m}{L}}{k^2}$$

$$F_T = \frac{4 \times (1.5)^2 \times (50)^2 \times \frac{6 \times 10^{-3}}{1.5}}{(3)^2}$$

$$F_T = 10\ N$$

المسألة العشرون:

مأخذ لتيار متناوب جيبي التوتر اللحظي بين طرفيه $\bar{u} = 150\sqrt{2}\cos 100\pi t \quad (Volt)$

A. نصل طرفي المأخذ بدارة تحوي على التسلسل مقاومة صرفة $30\ \Omega$ ووشيعة مقاومتها مهملة ذاتيتها $L = \frac{2}{5\pi}\ H$. المطلوب حساب:

1. التوتر المنتج بين طرفي المأخذ، وتواتر التيار؟
2. ردّية الوشيعة.
3. الممانعة الكلية للدارة.
4. الشدة المنتجة للتيار المارة في الدارة.
5. عامل استطاعة الدارة، والاستطاعة المتوسطة المستهلة فيها.

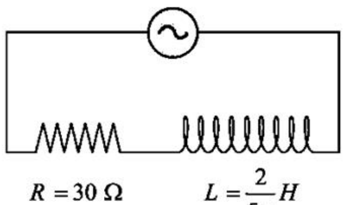
B. نضيف إلى الدارة السابقة على التسلسل مكثفة مناسبة سعتها C تجعل الشدة على توافق مع التوتر المطبق. المطلوب:

1. حساب الشدة المنتجة للتيار في هذه الحالة.
2. حساب سعة المكثفة المضافة C.
3. إذا كانت المكثفة السابقة C مؤلفة من ضم مجموعة من المكثفات المتماثلة لكل منها سعة $C_1 = \frac{1}{4\pi} \times 10^{-4}\ F$. حدّد طريقة ضم هذه المكثفات، ثم احسب عددها.

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$\bar{u} = 150\sqrt{2}\cos 100\pi t \quad (Volt)$ $R = 30\ \Omega$ $L = \frac{2}{5\pi} H$	$f = ?$ $X_L = ?$ $Z = ?$ $I_{eff} = ?$ $P_{avg} = ?$

(1 (A



$$U_{eff} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = 150\, Volt$$

$$\left.\begin{array}{l} \omega = 100\pi \\ \omega = 2\pi f \end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi f = 100\pi$$

$$f = 50\ Hz$$

2) ردية الوشيعة:

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 100\,\pi \times \frac{2}{5\pi}$$

$$X_L = 40\ \Omega$$

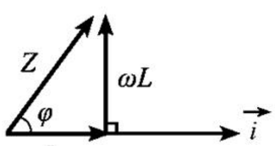
3) الممانعة الكلية للدارة:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2}$$

$$Z = \sqrt{(30)^2 + (40)^2}$$

$$Z = 50\ \Omega$$

4) حساب الشدة المنتجة:



$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{150}{50}$$

$$I_{eff} = 3\ A$$

5) عامل استطاعة الدارة: $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P_{avg} = U_{eff}\, I_{eff}\, \cos\varphi$$

$$P_{avg} = 150 \times 3 \times \frac{3}{5}$$

$$P_{avg} = 270\, W$$

طريقة ثانية لحساب الاستطاعة المستهلكة:

تستهلك الاستطاعة حرارياً بفعل جول في المقاومة.

$$P_{avg} = I_{eff}^2\, R$$

$$P_{avg} = 9 \times 30 = 270\, W$$

B) 1) حساب الشدة المنتجة:

بما أن الشدة على توافق مع التوتر فالدارة في حالة تجاوب كهربائي:

$$Z = R$$

$$X_L = X_C$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{150}{30}$$

$$I_{eff} = 5\ A$$

2) حساب سعة المكثفة المضافة:

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$C = \frac{1}{\omega L\,\omega}$$

$$C = \frac{1}{40 \times 100\pi} = \frac{1}{4000\pi}$$

$$C = \frac{1}{4\pi} \times 10^{-3}\ F$$

3) بما أن:

$$C_1 < C$$

فطريقة الضم على التفرع:

$$C = n C_1$$

$$n = \frac{C}{C_1} = \frac{\frac{1}{4\pi} \times 10^{-3}}{\frac{1}{4\pi} \times 10^{-4}}$$

$$n = 10$$

المسألة الحادية والعشرون:

يعطى فرق الكمون بين النقطتين (b, a) بالعلاقة: $\bar{u} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)(Volt)$

1. احسب فرق الكمون المنتج بين النقطتين، وتواتر التيار.
2. نصل (b, a) بمقاومة صرف (50 Ω) اكتب تابع شدة التيار في هذه المقاومة.
3. نصل (b, a) بفرع آخر يحوي على التسلسل مقاومة صرف (50 Ω) مع مكثفة سعتها C فيمرّ تيار شدته المنتجة $\sqrt{2}\ A$. اكتب تابع شدة التيار المار فيه واحسب سعة المكثفة C.
4. احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل.
5. احسب ذاتية الوشيعة المهملة المقاومة الواجب ربطها على التفرع بين النقطتين (b, a) لتصبح شدة التيار الأصلية على وفاق بالصفحة مع فرق الكمون المطبق عندما تعمل الفروع الثلاث معاً، ثمَّ احسب قيمة الشدة المنتجة الأصلية للتيار.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$I_{eff_3} = ?\ ,\ f = ?\ ,\ I_{eff_1} = ?$ $C = ?$	$\overline{u} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)$

1) حساب فرق الكمون المنتج وتواتر التيار:

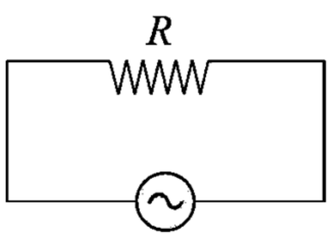
$$U_{max} = 100\sqrt{2}$$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = 100\,Volt$$

$$\left.\begin{array}{l}\omega = 100\pi \\ \omega = 2\pi f\end{array}\right\} \Rightarrow f = 50\ Hz$$

2) تابع الشدة:



$$\overline{i} = I_{max}\cos(\omega t + \overline{\varphi})$$

$$I_{eff_1} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{100}{50}$$

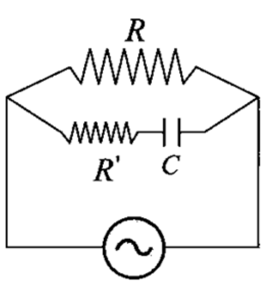
$$I_{eff_1} = 2\ A$$

$$I_{max_1} = I_{eff_1}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ A \qquad \varphi_1 = 0\ rad$$

$$\overline{i_1} = 2\sqrt{2}\cos 100\pi t\ \dots (1)$$

3) تابع الشدة في الفرع الثاني (مقاومة + مكثفة):

التيار يتقدم بالطور على التواتر

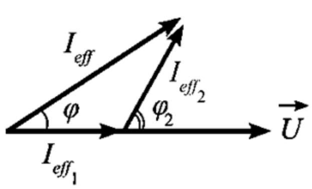


$$i_2 = I_{max_2}\cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$I_{max_2} = I_{eff}\sqrt{2} = \sqrt{2}\sqrt{2} = 2\ A$$

$$Z_2 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_2}} = \frac{100}{\sqrt{2}}$$

$$Z_2 = 50\sqrt{2}\ A$$

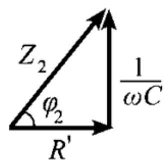


$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{Z_2} = \frac{50}{50\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{4}\ rad$$

$$\overline{i_2} = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$$

حساب C سعة المكثفة:

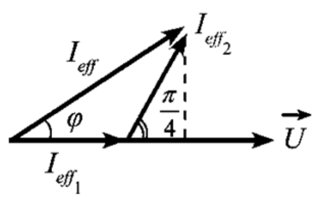


$$Z=\sqrt{R^2+X_C}=\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}$$

$$50\sqrt{2}=\sqrt{(50)^2+(\frac{1}{\omega C})^2}$$

$$2500\times 2=2500+(\frac{1}{\omega C})^2$$

$$(\frac{1}{\omega C})^2=2500$$



$$\frac{1}{\omega C}=50$$

$$C=\frac{1}{50\omega}=\frac{1}{50\times 100\pi}$$

$$C=\frac{1}{5\pi}\times 10^{-3}\ F$$

4) حساب الشدة المنتجة للتيار في الشدة الأصلية:

$$\overrightarrow{I_{eff}}=\overrightarrow{I_{eff_1}}+\overrightarrow{I_{eff_2}}$$

$$\overrightarrow{I_{eff_1}}\left|\begin{array}{l} I_{eff_1}=2\ A \\ \varphi_1=0\ rad \end{array}\right.$$

$$\overrightarrow{I_{eff_2}}\left|\begin{array}{l} I_{eff_2}=\sqrt{2}\ A \\ \varphi_2=+\frac{\pi}{4}\ rad \end{array}\right.$$

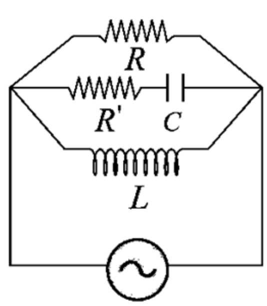
$$I_{eff}^2=(I_{eff_1}+I_{eff_2}\cos\frac{\pi}{4})^2+(I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4})^2$$

$$I_{eff}^2=(2+\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}})^2+(\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}})^2$$

$$I_{eff}^2=(2+1)^2+(1)^2=9+1=10$$

$$I_{eff}=\sqrt{10}\ A$$

5) حساب ذاتية الوشيعة:



لتصبح الشدة الكلية على توافق مع التوتر في الدارة:

$$I_{eff_3}=I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$\varphi_3=-\frac{\pi}{2}$$

$$I_{eff_3}=I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff_3} = 1\ A$$

$$X_L = \omega L = \frac{U_{eff}}{I_{eff_3}}$$

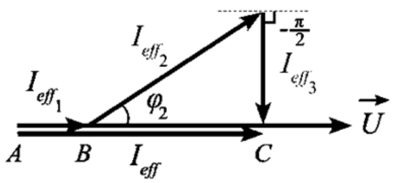
$$X_L = \frac{100}{1} = 100\ \Omega$$

$$\omega L = 100$$

$$L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}\ H$$

حساب الشدة المنتجة الأصلية للتيار: $\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_1}} + \overrightarrow{I_{eff_2}} + \overrightarrow{I_{eff_3}}$

من الشكل نجد:



$$I_{eff} = I_{eff_1} + I_{eff_2} \cos\frac{\pi}{4}$$

$$I_{eff} = 2 + \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = 3\ A$$

الشدة المنتجة الأصلية للتيار عندما تعمل الفروع الثلاثة معاً.

المسألة الثانية والعشرون:

نضع بين طرفي مأخذ لتيار متناوب توتره المنتج ثابت، مقاومة صرفة R موصولة على التسلسل مع وشيعة مقاومتها الأومية R' ورديتها $30\,\Omega$ عامل استطاعتها 0.8 فيمر تيار شدته اللحظية تعطى بالعلاقة: $\bar{i} = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ \text{(A)}$.

المطلوب:

1. احسب الشدة المنتجة للتيار وتواتره.
2. احسب كلاً من المقاومة الأومية للوشيعة R' وممانعتها.
3. إذا علمت أن فرق الكمون المنتج بين طرفي المقاومة R يساوي نصف فرق الكمون المنتج بين طرفي الوشيعة، احسب المقاومة الصرفة R واحسب الاستطاعة المستهلكة فيها واحسب الاستطاعة المستهلكة في الدارة.
4. نضيف بين طرفي المأخذ السابق على التسلسل مع المقاومة R والوشيعة مكثفة سعتها C فتبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها، احسب قيمة سعة هذه المكثفة.
5. نضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة C' تجعل الشدة على توافق بالصفحة مع التوتر المطبق. احسب السعة المكافئة للمكثفتين وحدد طريقة الضم واحسب سعة المكثفة المضافة C'.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$I_{eff}=?$ ، $f=?$	$X_L=\omega L=30\ \Omega$
$X_L=?$ ، $Z_2=?$ ، $R'=?$	$\cos\varphi=0.8$
$C_{eq}=?$ ، $C'=?$ ، $C=?$	$\bar{i}=3\sqrt{2}\cos 100\pi t$

1) حساب الشدة المنتجة للتيار وتواتره:

$$\bar{i}=I_{max}\cos(\omega t+\varphi)$$

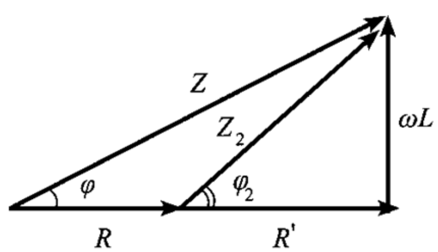
$$I_{max}=3\sqrt{2}$$

$$I_{eff}=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff}=3\ A$$

$$\left.\begin{array}{l}\omega=2\pi f\\ \omega=100\pi\end{array}\right\}\Rightarrow f=50\ Hz$$

2) حساب المقاومة R' للوشيعة وممانعتها Z_2:



$$Z_2=\sqrt{R'^2+(\omega L)^2}$$

$$\cos\varphi_2=\frac{R'}{Z_2}$$

$$\left.\begin{array}{l}Z_2=\dfrac{R'}{0.8}\\ Z_2=\sqrt{R'^2+(30)^2}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{R'^2}{(0.8)^2}=R'^2+900$$

$$R'=40\ \Omega$$

$$Z_2=\sqrt{R'^2+(\omega L)^2}=\sqrt{(40)^2+(30)^2}$$

$$Z_2=50\ \Omega$$

أو: $Z_2=\frac{R'}{0.8}=\frac{40}{0.8}=50\ \Omega$

3) حساب المقاومة الصرفة:

$$U_{eff_R}=\frac{1}{2}U_{eff_L}$$

$$R\,I_{eff}=\frac{1}{2}Z_2I_{eff}$$

$$R=\frac{1}{2}Z_2=\frac{1}{2}\times 50$$

$$R=25\ \Omega$$

أو:

$$U_{eff_L}=Z_2 I_{eff}=50\times 3$$

$$U_{eff_L}=150\,Volt$$

$$U_{eff_R}=\frac{1}{2}\,U_{eff_L}$$

$$U_{eff_R}=\frac{1}{2}\times 150$$

$$U_{eff_R}=75\,Volt$$

$$U_{eff_R}=I\ R\Rightarrow R=\frac{75}{3}$$

$$R=25\ \Omega$$

في المقاومة: $\cos\varphi_1=1$

$$P_{avg}=U_{eff_R}I_{eff}\cos\varphi_1$$

$$P_{avg}=75\times 3\times 1$$

$$P_{avg}=225\,W$$

طريقة ثانية:

$$P_{avg}=R'\,I_{eff}^2$$

$$P_{avg}=25\times(3)^2$$

$$P_{avg}=225\ \ W$$

$$P_{avg}=P_{avg_R}+P_{avg_L}$$

$$P_{avg}=I_{eff}\,U_{eff_R}\cos\varphi_1+I_{eff}\,U_{eff_L}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg}=3\times 75\times 1+3\times 150\times 0.8$$

$$P_{avg}=225+360$$

$$P_{avg}=585\,W$$

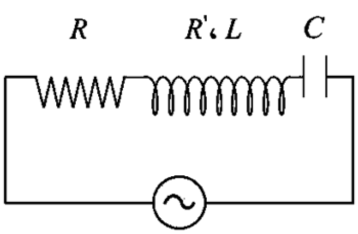
أو:

$$P_{avg}=R\,I_{avg}^2+I_{eff}\,U_{eff_L}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg}=25(3)^2+360$$

$$P_{avg}=585\,W$$

(4



$$I_{eff}=I'_{eff}$$

$$Z=Z'$$

$$\sqrt{(R+R')^2+(\omega L)^2}=\sqrt{(R+R')^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}$$

$$(R+R')^2+(\omega L)^2=(R+R')^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2$$

$$\pm\omega L=\omega L-\frac{1}{\omega C}$$

$$+\omega L=\omega L-\frac{1}{\omega C}$$

إما: $\frac{1}{\omega C}=0$

$$\Rightarrow C\to\infty$$

أو: $-\omega L=\omega L-\frac{1}{\omega C}$

$$\frac{1}{\omega C}=2\omega L\Rightarrow$$

$$C=\frac{1}{2\omega L\times\omega}=\frac{1}{2\times30\times100\pi}$$

$$C=\frac{1}{6\pi}\times10^{-3}\ F$$

5) نضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة C' تجعل الشدة على توافق بالصفحة مع التوتر المطبق أي حالة تجاوب كهربائي.

$$\omega L=\frac{1}{\omega C_{eq}}$$

$$C_{eq}=\frac{1}{\omega L\omega}=\frac{1}{30\times100\pi}$$

$$C_{eq}=\frac{1}{3\pi}\times10^{-3}\ F$$

$$C_{eq}>C$$

فالضم على التفرع:

$$C_{eq}=C+C'$$

$$C'=C_{eq}-C$$

$$C'=\frac{10^{-3}}{3\pi}-\frac{10^{-3}}{6\pi}$$

$$C'=\frac{1}{6\pi}\times10^{-3}\ F$$

المسألة الثالثة والعشرون:

نطبق بين نقطتين (b, a) فرقاً في الكمون متناوباً جيبياً قيمته المنتجة $40\sqrt{3}\,V$ وتواتره $f=50\ Hz$.

A. نربط بين النقطتين (b, a) على التسلسل مقاومة صرفة $R=20\ \Omega$ ووشيعة مقاومتها الأوميّة $r=10\ \Omega$ وممانعتها $20\ \Omega$:

1. احسب الممانعة الكلية، واحسب الشدة المنتجة المارة.
2. احسب الاستطاعة المتوسطة المصروفة في الجملة، وعامل استطاعتها.
3. احسب الطاقة الحرارية المنتشرة عن المقاومة الصرفة خلال زمن $10\ min$، واكتب معادلة التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة الصرفة.

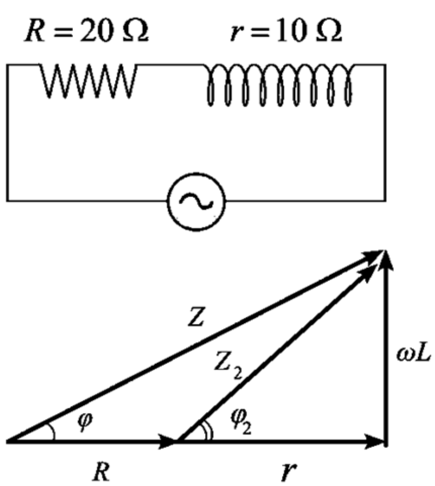
B. نعيد وصل الوشيعة على التفرع مع المقاومة الصرفة بين النقطتين السابقتين $(b,\ a)$ والمطلوب:

1. احسب الشدة المنتجة للتيار المار بالدارة الأصلية قبل التفرع باستخدام إنشاء فرينل.
2. ما قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين؟ وما قيمة عامل الاستطاعة عندئذٍ؟

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$I_{eff}=?\ ,\ P_{avg}=?\ ,\ \cos\varphi=?$ $u=f(t)\ ,\ E=?$ $\cos\varphi=?\quad,\quad Z=?$	$U_{eff}=40\sqrt{2}\ Volt$ $f=50\ Hz$

A) 1) حساب الممانعة الكلية للدارة والشدة المنتجة المارة:



$$X_L=\sqrt{r^2+(\omega L)^2}=20\ \Omega$$

$$(20)^2=(10)^2+(\omega L)^2$$

$$(\omega L)^2=400-100=300$$

$$Z=\sqrt{(R+r)^2+(\omega L)^2}$$

$$Z=\sqrt{(20+10)^2+300}$$

$$Z=\sqrt{900+300}$$

$$Z=\sqrt{4\times3\times100}=20\sqrt{3}\ \Omega$$

الشدة المنتجة: $I_{eff}=\frac{U_{eff}}{Z}=\frac{40\sqrt{3}}{20\sqrt{3}}$

$$I_{eff}=2\ A$$

2) حساب الاستطاعة المتوسطة المصروفة في الجملة وعامل استطاعتها

تصرف الاستطاعة حرارياً بفعل جول.

$$P_{avg}=P_{avg_1}+P_{avg_2}$$

$$P_{avg} = R\, I_{eff}^2 + r\, I_{eff}^2$$

$$P_{avg} = 20(2)^2 + 10(2)^2$$

$$P_{avg} = 80 + 40 = 120\, W$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff}\, I_{eff}}$$

$$\cos\varphi = \frac{120}{40\sqrt{3}\times 2} = \frac{3}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مقدار فرق الطور:

$$\varphi = \frac{\pi}{6}\ rad$$

3) حساب الطاقة الحرارية:

$$E_{\text{حرارية}} = P_1 . t = R\, I_{eff}^2\, t$$

$$E_{\text{حرارية}} = 80\times 10\times 60$$

$$E_{\text{حرارية}} = 48\times 10^3\ J$$

$$U_{eff_R} = I_{eff}\, R$$

$$U_{eff_R} = 2\times 20 = 40\, Volt$$

$$U_{max_R} = U_{eff_R}\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\ Volt$$

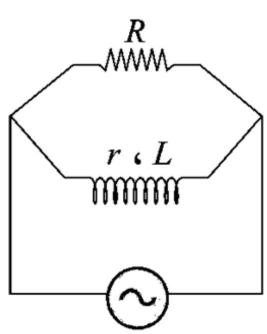
الشدة والتوتر على توافق $\varphi = 0$

معادلة التوتر بين طرفي المقاومة الصرفة: $\overline{u_R} = U_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi\ rad\, s^{-1}$$

$$\overline{u_R} = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

B) 1) حساب الشدة المنتجة بالسلك الأصلي:



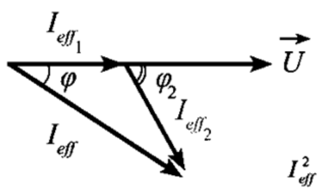
$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_1}} + \overrightarrow{I_{eff_2}}$$

$$I_{eff_1} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{40\sqrt{3}}{20}$$

$$I_{eff_1} = 2\sqrt{3}\ A$$

$$I_{eff_2} = \frac{U_{eff}}{Z_2} = \frac{40\sqrt{3}}{20}$$

$$I_{eff_2} = 2\sqrt{3}\ A$$

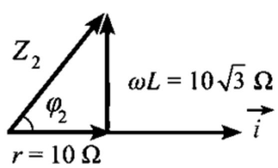


$$\cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_2} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

على التفرع تؤخر الوشيعة $\varphi_2 = -\frac{\pi}{3}\ rad$

$$I_{eff}^2 = (I_{eff_1} + I_{eff_2}\cos\frac{\pi}{3})^2 + (I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{3})^2$$

$$I_{eff}^2 = (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2})^2 + (2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2})^2$$



$$I_{eff}^2 = (3\sqrt{3})^2 + (3)^2$$

$$I_{eff}^2 = 27 + 9 = 36$$

$$I_{eff} = \sqrt{36} = 6\ A$$

(2

$$P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2}$$

$$P_{avg} = R\,I_{eff_1}^2 + U_{eff}\,I_{eff_2}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg} = 20\times(2\sqrt{3})^2 + 40\sqrt{3}(2\sqrt{3})\times\frac{1}{2}$$

$$P_{avg} = 240 + 120 = 360\,W$$

أو: $P_{avg} = R\,I_{eff_1}^2 + r\,I_{eff_2}^2$

حيث تصرف الاستطاعة حرارياً بفعل جول:

$$P_{avg} = 20\times(2\sqrt{3})^2 + 10\times(2\sqrt{3})^2$$

$$P_{avg} = 240 + 120 = 360\,W$$

حساب عامل الاستطاعة:

$$\cos\varphi = \frac{360}{40\sqrt{3}\times 6} = \frac{360\sqrt{3}}{40\times 3\times 6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

المسألة الرابعة والعشرون:

خيط مرن أفقي طوله $1\ m$ وكتلته $10\ g$، نربط أحد طرفيه برنانة كهربائية شعبتاها أفقيتان تواترها $50\ Hz$، ونشدّ الخيط على محزّ بكرة بثقل مناسب لتكون نهايته مقيدة، فإذا علمت أنّ طول الموجه المتكونة $40\ cm$. المطلوب:

1. ما عدد المغازل المتكونة على طول الخيط؟
2. احسب السعة بنقطة تبعد $20\ cm$ ثم بنقطة تبعد $30\ cm$ عن النهاية المقيدة للخيط إذا كانت سعة اهتزاز المنبع $Y_{max} = 1\ cm$.

3. احسب الكتلة الخطية للخيط، واحسب قوة شد هذا الخيط، وسرعة انتشار الاهتزاز فيه.
4. احسب قوة شد الخيط التي تجعله يهتز بمغزلين، وحدّد أبعاد العقد والبطون عن النهاية المقيدة في هذه الحالة.
5. نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه. هل تتغيّر كتلته الخطية باعتبار أنّه متجانس.

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$l = 1\ m$ $f = 50$ $m = 10\ g$	$k = ?$ $\mu = ?$

1) عدد المغازل: إن طول المغزل الواحد هو: $\frac{\lambda}{2}$

$$L = k\,\frac{\lambda}{2}$$

$$k = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2\times 1}{40\times 10^{-2}}$$

$k = 5$ مغازل

2) حساب السعة:

$$Y_{\max/n} = 2Y_{\max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$$

$$Y_{\max} = 1\ cm = 1\times 10^{-2}\ m$$

$$X = 20\ cm$$

$$Y_{\max/n_1} = 2\times 10^{-2}\left|\sin\frac{2\pi}{0.4}\times 0.2\right|$$

$$Y_{\max/n} = 0$$

أي n_1 عقدة اهتزاز

$$x_2 = 30\ cm$$

$$Y_{\max/n_2} = 2\times 10^{-2}\left|\sin\frac{2\pi}{0.4}\times 0.3\right|$$

$$Y_{\max/n_1} = 2\times 10^{-2}\ m$$

أي n_2 بطن اهتزاز

3) حساب الكتلة الخطية:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{10\times10^{-3}}{1}$$

$$\mu = 10^{-2}\ kg.m^{-1}$$

حساب قوة شد الخيط وسرعة الانتشار:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$F_T = v^2\mu$$

$$v = \lambda f = 40\times10^{-2}\times50$$

$$v = 20\ m.s^{-1}$$

$$F_T = (20)^2\times10^{-2}$$

$$F_T = 4\ N$$

أو: طريقة ثانية:

$$f = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$F_T = \frac{f^2\mu\times4L^2}{k^2}$$

$$F_T = \frac{(50)^2\times10^{-2}\times4\times(1)^2}{(5)^2}$$

$$F_T = 4\ N$$

أو حساب

$$v = \lambda f$$

$$v = 40\times10^{-2}\times50$$

$$v = 20\ m.s^{-1}$$

4) حساب قوة الشد:

$$F_T = \frac{f^2\mu4L^2}{k^2}$$

$$F_T = \frac{(50)^2\times10^{-2}\times4\times(1)^2}{(2)^2}$$

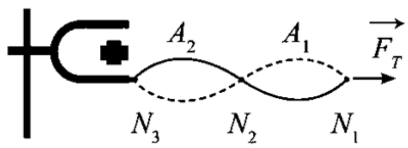
$$F_T = 25\ N$$

$$L = 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1\ m$$

$$x = k\,\frac{\lambda}{2}$$

$$x = k\,\frac{1}{2}$$

أبعاد العقد عن النهاية المقيدة:



العقدة الأولى: $k = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

العقدة الثانية: $k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}\ m$

العقدة الثالثة: $k = 2 \Rightarrow x_3 = 2\times\frac{1}{2} = 1\ m$

أبعاد البطون:

$$x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{1}{4}$$

البطن الأول: $k = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}\ m$

البطن الثاني: $k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4}\ m$

5) نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$L' = \frac{L}{2}$$

$$m' = \frac{m}{2}$$

$$\mu' = \frac{m'}{L'} = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{L}{2}}$$

$$\mu' = \frac{m}{L}$$

$$\mu' = \mu = 10^{-2}\ m$$

إذاً تبقى الكتلة الخطية نفسها للوتر.

لا تتغير الكتلة الخطية لكل قسم من الوتر مهما كان طوله.

المسألة الخامسة والعشرون:

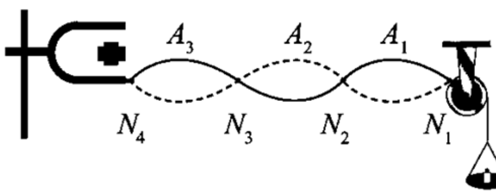
وتر طوله $1.5\ m$ كتلته $15\ g$ نجعله يهتز بالتجاوب بواسطة هزازة تواترها $100\ Hz$ يتشكل فيه ثلاثة مغازل والمطلوب حساب:

1. طول موجة الاهتزاز .

2. الكتلة الخطية للوتر.
3. سرعة انتشار الاهتزاز في الوتر .
4. مقدار قوة الشد المطبقة على الوتر .
5. بعد أماكن عقد و بطون الاهتزاز عن نهايته المقيدة.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$\lambda = ?$ $\mu = ?$ $v = ?$ $F_T = ?$	$L = 1.5\ m$ $m = 15\ g$ $f = 100\ Hz$ $k = 3$



1) حساب طول الموجة:

$$L = k\frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2L}{k} = \frac{2\times 1.5}{3}$$

$$\lambda = 1\ m$$

2) حساب الكتلة الخطية:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{15\times 10^{-3}}{1.5}$$

$$\mu = 10^{-2}\ kg.m^{-1}$$

3) سرعة انتشار الاهتزاز:

$$v = \lambda f = 1\times 100$$

$$v = 100\ m.s^{-1}$$

أو: $L = k\frac{v}{2f} \Rightarrow v = \frac{2Lf}{k}$

$$v = \frac{2\times 1.5\times 100}{3}$$

$$v = 100\ m.s^{-1}$$

4) حساب قوة الشد:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$F_T = \mu v^2 = 10^{-2}\times (100)^2$$

$$F_T = 100\ N$$

أو:

$$f = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$F_T = \frac{4L^2 f^2 \mu}{k^2}$$

$$F_T = 100\ N$$

5) **أماكن العقد (N):**

$$x = k\,\frac{\lambda}{2}$$

$$x = k\,\frac{1}{2}$$

العقدة الأولى:

$$k = 0 \Rightarrow x_1 = 0\ m$$

العقدة الثانية:

$$k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}\ m$$

العقدة الثالثة:

$$k = 2 \Rightarrow x_3 = 1\ m$$

العقدة الرابعة:

$$k = 3 \Rightarrow x_4 = \frac{3}{2}\ m$$

أماكن البطون (A):

$$x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$x = (2k+1)\frac{1}{4}$$

البطن الأول:

$$k = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}\ m$$

البطن الثاني:

$$k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4}\ m$$

البطن الثالث:

$$k = 2 \Rightarrow x_3 = \frac{5}{4}\ m$$

البطن الرابع:

$$k = 3 \Rightarrow x_4 = \frac{7}{4}\ m$$

وهي غير محققة أكبر من طول الوتر.

المسألة السادسة والعشرون:

مزمار متشابه الطرفين طوله $3.6\ m$ مملوء بالهواء يصدر صوتاً تواتره $1000\ Hz$ حيث سرعة انتشار الصوت في هواء المزمار $340\ m.s^{-1}$ في درجة حرارة التجربة:

1. احسب عدد أطوال الموجة التي يحويها المزمار.
2. إذا تكوّنت عقدة واحدة في منتصف المزمار في الدرجة نفسها من الحرارة فاحسب تواتر الصوت البسيط عندئذٍ.
3. إذا كانت سرعة انتشار الصوت في الهواء $331\ m.s^{-1}$ في الدرجة $0\ °C$ فاحسب درجة حرارة التجربة.

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$L = 3.4\ m$ $v = 340\ m.s^{-1}$ $f = 100\ Hz$	عدد أطوال الموجة = ؟ $f = ?$ $t = ?$

1) حساب عدد أطوال الموجة:

$$\text{عدد أطوال الموجة} = \frac{L}{\lambda} = \frac{n}{2}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000}$$

$$\lambda = 0.34\ m$$

$$\text{عدد أطوال الموجة} = \frac{3.4}{0.34} = 10$$

2) حساب تواتر الصوت البسيط الصادر:

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

$$n = 1$$

$$L = 1 \times \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2L$$

$$\lambda = 2 \times 3.4$$

$$\lambda = 6.8\ m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{7.8}$$

$$f = 50\ Hz$$

3) في الدرجة $t = 0°C$: $v = 331\ m.s^{-1}$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\frac{331}{340} = \sqrt{\frac{273+0}{273+t_2}}$$

$$t_2 = 15°C$$

أو:

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{v_2^2 \times T_1}{v_1^2}$$

$$T_2 = \frac{(340)^2}{(331)^2} \times (273+0)$$

$$T_2 = \frac{115600}{109561} \times 273 = 288.04$$

$$273 + t_2 \approx 288$$

$$t_2 = 288 - 273$$

$$t_2 = 15°C$$

المسألة السابعة والعشرون:

مزمار مختلف الطرفين يهتز فيه الهواءوسرعة انتشار الصوت فيه $340\ m.s^{-1}$ في درجة حرارة التجربة. يتشكّل فيه عقدتان فقط البعد بينهما $20\ cm$ ، والمطلوب:

1. احسب طول موجة الصوت البسيط الصادر.
2. طول المزمار.
3. تواتر الصوت البسيط الصادر.
4. طول مزمار آخر متشابه الطرفين تواتر صوته الأساسي مساوٍ لتواتر الصوت البسيط السابق.

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$v = 340\ m.s^{-1}$ $\frac{\lambda}{2} = 20\ cm = 0.2\ m$	$\lambda = ?$ $L = ?$ $f = ?$ $L' = ?$

1) حساب طول موجة الصوت البسيط الصادر:

البعد بين عقدتين متتاليتين $= \frac{\lambda}{2}$

$$\frac{\lambda}{2} = 20$$

$$\lambda = 40\ cm = 0.4\ m$$

2) حساب طول المزمار:

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

$$L = 5\frac{\lambda}{4} = 5 \times \frac{0.4}{4}$$

$$L = 0.5\ m$$

3) حساب تواتر الصوت البسيط الصادر:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.4}$$

$$f = 850\ Hz$$

أو:

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L}$$

$$f = (5) \times \frac{340}{4 \times 0.5}$$

$$f = 850\ Hz$$

4) حساب طول المزمار مختلف الطرفين:

تواتر مزمار مختلف الطرفين = تواتر مزمار متشابه الطرفين

$$f' = f$$

$$n\frac{v}{2L'} = 850$$

صوت أساسي: $n = 1$

$$L' = \frac{340}{2 \times 850}$$

$$L' = 0.2\ m$$

متشابه الطرفين الذي يصدر صوتاً أساسياً له التواتر نفسه.

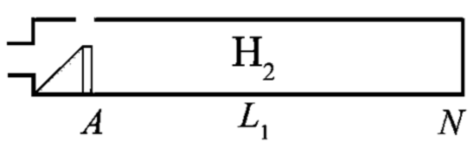
المسألة الثامنة والعشرون:

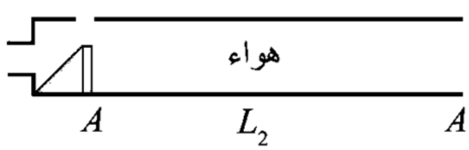
يُملأ مزمار ذو فم نهايته مغلقة طوله L_1 بالهدروجين وننفخ فيه فيصدر صوتاً أساسياً تواتره يساوي مثلي تواتر الصوت الأساسي الذي يصدره مزمار ذو فم نهايته مفتوحة طوله L_2 مملوء بالهواء، فإذا علمت أنّ سرعة انتشار الصوت في الهواء بدرجة حرارة التجربة $340\ m.s^{-1}$ ، وعندها تكون سرعة انتشار الصوت في غاز الهدروجين $1292\ m.s^{-1}$ ، احسب قيمة النسبة بين طولي المزمارين.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$\frac{L_1}{L_2} = ?$	$v_1 = 1292\ m.s^{-1}$ $v_2 = 340\ m.s^{-1}$

(1





مختلف الطرفين:

$$L_1 = (2n-1)\frac{\lambda_1}{4}$$

صوت أساسي: $(2n-1) = 1$

$$L_1 = \frac{v_1}{4f_1}$$

$$f_1 = \frac{v_1}{4L_1}$$

متشابه الطرفين:

$$L_2 = n\frac{\lambda_2}{2}$$

صوت أساسي: $n = 1$

$$f_2 = \frac{v_2}{2L_2}$$

$$f_2 = 2f_2$$

$$\frac{v_1}{4L_1} = \frac{2v_2}{2L_2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{v_1}{4v_2} = \frac{1292}{4\times 340} = \frac{1292}{1360}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = 0.95$$

المسألة التاسعة والعشرون:

نولد حزمة من الإلكترونات أفقية نعدها متجانسة سرعتها $4\times10^{7}\ m.s^{-1}$ في الخلاء ونجعلها تدخل بين لبوسي مكثفة مستوية أفقية يبعد أحدهما عن الآخر $d = 2\ cm$ وبينهما فرق في الكمون $900\ V$

المطلوب:

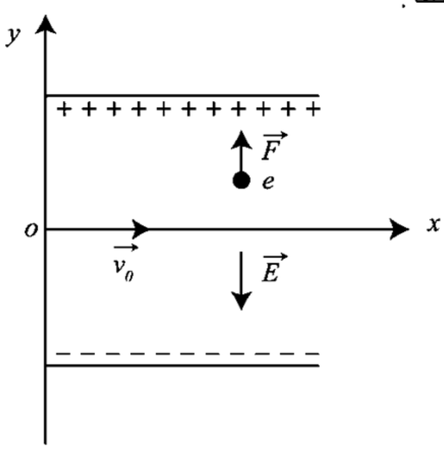
1. احسب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة .
2. احسب شدة القوة الكهربائية التي يخضع لها إلكترون من الحزمة .
3. ادرس حركة إلكترون من الحزمة بين لبوسي المكثفة وحدد معادلة حامل مساره .
4. حساب شدة المغناطيسي المعامد للحقل الكهربائي المتولد بين لبوسي المكثفة الذي يجعل الإلكترون يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة.

(يهمل ثقل الإلكترون) ، كتلة الإلكترون $m_e = 9\times10^{-31}$، القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون $e = 1.6\times10^{-19}\,C$

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$E = ?$ $F_e = ?$	$v = 4\times10^{7}\ m\,s^{-1}$ $d = 2\ cm$ $V_{ab} = 900$

1) حساب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة:



$$E = \frac{V_{ab}}{d}$$

$$E = \frac{900}{2\times10^{-2}} = 45\times10^{3}\ V.m^{-1}$$

2) حساب شدة القوة الكهربائية:

$$F = e\,E$$

$$F = 1.6\times10^{-19}\times45\times10^{3}$$

$$F = 72\times10^{-16}\ N$$

3) دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: إلكترون يهمل ثقله.

جملة المقارنة: خارجية.

يخضع الإلكترون عند دخول منطقة يسودها حقل كهربائي إلى تأثير قوة كهربائية $\vec{F}$ لها حامل $\vec{E}$ وتعاكسه بالجهة.

$$\sum \vec{F} = m_e \vec{a}$$

$$\vec{F} = m_e \vec{a}$$

باعتبار مبدأ الزمن: لحظة دخول الإلكترون بين لبوسي المكثفة $t = 0$

مبدأ الفواصل: نقطة دخول الإلكترون

$$x_0 = 0 \ , \ y_0 = 0$$

بالاسقاط على $\overrightarrow{ox}$:

$$F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0$$

فالحركة مستقيمة منتظمة: $v_x = v_{ox} = v_o = const$

$$x = v_0 t \ ...(1)$$

بالاسقاط على $\overrightarrow{oy}$:

$$F_y = e\,E = m_e\,a$$

$$\Rightarrow a_y = \frac{e\,E}{m_e} = const$$

التابع الزمني للحركة على $\overrightarrow{oy}$ باعتبار $a_y = a$:

$$y = \frac{1}{2} a t^2 + v_{oy} t + y_0$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \begin{cases} v_{oy} = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{e\,E}{m_e}\right) t^2 \ ...(2)$$

لاستنتاج معادلة حامل مسار الإلكترون نحذف الزمن من إحداثيي x ، y :

من (1) نجد:

$$t = \frac{x}{v_o}$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{e\,E}{m_e} \frac{x^2}{v_o^2}$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{e V_{ab}}{m_e d v_o^2} x^2$$

$$y = \frac{1 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 900}{2 \times 9 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2} \times (4 \times 10^7)^2} x^2$$

$$y = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 900}{36 \times 10^{-33} \times 16 \times 10^{14}} x^2$$

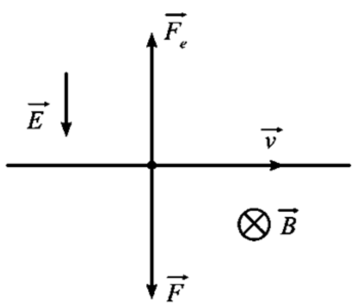
$y = \frac{5}{2} x^2$ حامل المسار قطع مكافئ

4) حساب ? = B التي تجعل الإلكترون يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة ليتابع بحركة مستقيمة منتظمة:

$$\sum \vec{F} = \vec{o}$$

$$\vec{F_e} + \vec{F} = \vec{o}$$

بالاسقاط وفق محور له منحى وجهة $\vec{F_e}$:



$$F_e = F$$

$$e E = e v B \sin\theta$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \theta = (\widehat{\vec{v}\,\vec{B}})$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin\theta = 1$$

$$E = v B$$

$$B = \frac{E}{v} = \frac{45\times10^3}{4\times10^7}$$

$$B = 11.25\times10^{-4}\ T$$

المسألة الثلاثون:

خلية ضوئية، يتكون المهبط فيها من صفيحة مــن الســيزيوم حيث تســاوي عتبة طــول الموجــة الــلازم لانتزاع الكتــرون $\lambda_0 = 6600\ A^\circ$

1. احسب الطاقة الدنيا اللازمة لانتزاع الكترون.
2. نعرض الخلية لحزمة ضوئية بطول موجة $\lambda = 425\ nm$ ، فيجري انتزاع الكترونات، احسب الطاقة الحركية والسرعة العظمى لكل الكترون منتزع.

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$W_s = ?$ $E_k = ?$ $v = ?$	$\lambda_s = 6600\ ^\circ A = 6600 \times 10^{-10}\ m$ $\lambda = 425 \times 10^{-9}\ m$

1) حساب طاقة الانتزاع:

$$W_s = h f_s = h \frac{C}{\lambda_s}$$

$$\lambda_s = 6600\times10^{-10}\ m$$

$$W_s = 6.6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{6600\times10^{-10}}$$

$$W_s = 3\times10^{-19}\ J$$

تذكر أن: $1\ ^{\circ}A = 10^{-10}\ m$

$$1\ ev = 1.6\times10^{-19}\ J$$

2) حساب الطاقة الحركية والسرعة العظمى للإلكترون المنتزع:

ضوء طول موجته $\lambda = 425\ nm$

$$\lambda = 425\times10^{-9}\ m$$

$$\lambda_s = 660\times10^{-9}\ m$$

يحدث فعل كهرضوئي لأن $\lambda_s > \lambda$

$$E = W_s + E_k$$

$$E_k = hf - W_s$$

$$E_k = h\frac{C}{\lambda} - h\frac{C}{\lambda_s}$$

$$E_k = hC\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s}\right)$$

$$E_k = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{10^{-9}}\left(\frac{1}{425} - \frac{1}{660}\right)$$

$$E_k \approx 1.66\times10^{-19}\ J$$

بطريقة ثانية:

$$E = hf = \frac{hC}{\lambda}$$

$$E = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{425\times10^{-9}}$$

$$E \approx 4.66\times10^{-19}\ J$$

$$E_k = E - W_s$$

$$E_k = (4.66-3)\times10^{-19}$$

$$E_k = 1.66\times10^{-19}\ J$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow\ v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times1.66\times10^{-19}}{9\times10^{-31}}}$$

$$v \approx 6\times10^{5}\ m\,s^{-1}$$

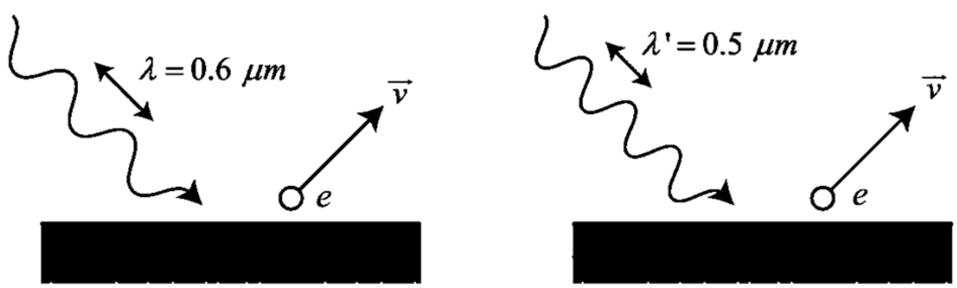
المسألة الواحدة والثلاثون:

في إحدى تجارب الفعل الكهرضوئي كانت الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنتزع $E_k = 3\times10^{-20}\ J$ عندما استُخدِمَ ضوءٌ طول موجته $\lambda = 0.6\ \mu m$ وعند استبداله بضوء آخر طول موجته $\lambda' = 0.5\ \mu m$ في التجربة نفسها كانت الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنتزع $E_k' = 9.6\times10^{-20}\ J$. استنتج قيمة ثابت بلانك في الاشعاع ثم احسب طاقة الانتزاع.

$c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$E_k = 3\times10^{-20}\ J$ $\lambda = 0.6\ \mu m = 0.6\times10^{-6}\ m$ $\lambda' = 0.5\ \mu m = 0.5\times10^{-6}\ m$ $E_k' = 9.6\times10^{-20}\ J$	$h = ?$



(1

$$E_k = E - W_s \quad ...(1)$$
$$E_k' = E' - W_s \quad ...(2)$$

بالطرح من (1) و(2):

$$E_k' - E_k = E' - E$$
$$E_k' - E_k = hC\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right)$$
$$E_k' - E_k = hC\,\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'\,\lambda}$$

$$h = \frac{(E'_k - E_k)\lambda'.\lambda}{(\lambda - \lambda').C}$$

$$h = \frac{(9.6-3)\times 10^{-20}\times 0.5\times 10^{-6}\times 0.6\times 10^{-6}}{(0.6-0.5)\times 10^{-6}\times 3\times 10^{8}}$$

$$h = 6.6\times 10^{-34} \ J$$

$$E_k = E - W_s$$

$$W_s = E - E_k$$

$$W_s = \frac{hC}{\lambda} - E_k$$

$$W_s = \frac{6.6\times 10^{-34}\times 3\times 10^{8}}{0.6\times 10^{-6}}$$

$$W_s = 33\times 10^{-20} - 3\times 10^{-20}$$

$$W_s = 30\times 10^{-20} \ J$$

طلب إضافي: طول عتبة تواتر الإصدار

$$W_s = h f_s$$

$$f_s = \frac{W_s}{h} = \frac{30\times 10^{-20}}{6.6\times 10^{-34}}$$

$$f_s = \frac{1}{2.2}\times 10^{15} \ Hz$$

المسألة الثانية والثلاثون:

إذا كان أكبر طول موجة يلزم لانتزاع الإلكترون من سطح معدن السيزيوم في حجيرة كهرضوئية يساوي $6600\,A^{\circ}$

1. احسب الطاقة اللازمة لانتزاع الإلكترون.
2. احسب كمية حركة الفوتون الوارد عندما يضاء سطح المعدن بضوء وحيد اللون طول موجته $\lambda = 4400\,A^{\circ}$.
3. احسب الطاقة الحركية العظمى للإلكترون لحظة خروجه من مهبط الحجيرة.
4. احسب قيمة كمون الإيقاف.

$e = 1.6\times 10^{-19}$ القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون ، $c = 3\times 10^{8}\ m\,s^{-1}$

ثابت بلانك $h = 6.6\times 10^{-34} J.s$ ، (يُهمل ثقل الإلكترون)

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$W_s = ?\ ,\ P = ?$ $V_0 = ?\ ,\ E_k = ?$	$\lambda_s = 6600\ A = 6600\times10^{-10}\ m$

1) حساب طاقة الانتزاع:

$$W_s = h f_s = h\frac{c}{\lambda_s}$$

$$W_s = 6.6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{6.6\times10^{-7}}$$

$$W_s = 3\times10^{-19}\ J$$

2) حساب كمية حركة الفوتون الوارد:

$$E = m c^2$$

$$P = m c = \frac{E}{c^2}c$$

$$P = \frac{E}{c} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{h}{\lambda}$$

$$P = \frac{6.6\times10^{-34}}{4.4\times10^{7}} = \frac{3}{2}\times10^{-27}$$

$$P = 1.5\times10^{-27}\ kg.m\,s^{-1}$$

3) حساب الطاقة الحركية العظمى للإلكترون لحظة خروجه من المهبط:

$$E_k = E - W_s$$

$$E_k = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8\times(66-44)\times10^{-8}}{66\times44\times10^{-16}}$$

$$E_k = \frac{6.6\times3\times22}{66\times44}\times10^{-18}$$

$$E_k = 1.5\times10^{-19}\ J$$

أو: $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{44\times10^{-8}}$

$$E = \frac{6.6\times3}{44}\times10^{-18}$$

$$E = \frac{9}{2}\times10^{-19}\ J = 4.5\times10^{-19}\ J$$

$$E_k = E - W_s$$
$$E_k = (4.5-3)\times10^{-19}$$
$$E_k = 1.5\times10^{-19}\ J$$

4) حساب كمون الإيقاف:

نطبق نظرية الطاقة الحركية على الإلكترون بين وضعين:

الأول: لحظة خروجه من المهبط.

الثاني: لحظة وصوله المصعد بسرعة معدومة.

$$\Delta\overline{E_k} = \sum\overline{W_{F_e}}$$
$$E_{k_A} - E_{k_C} = -eV_o$$
$$0 - E_{k_C} = -eV_o$$
$$V_0 = \frac{E_k}{e} = \frac{1.5\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}$$
$$V_0 = 0.9375\ Volt$$

المسألة الثالثة والثلاثون:

يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بفرق كمون $8\times10^4\ V$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً ويمر تيار شدته $1\,mA$.

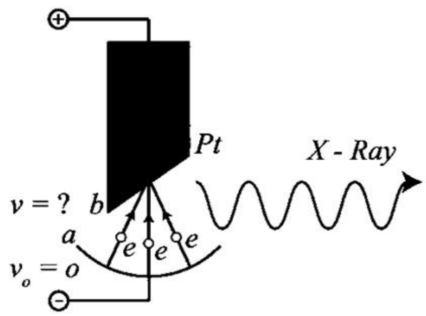
1. احسب الطاقة الحركية لأحد الإلكترونات لحظة وصوله لمقابل المهبط (صفيحة البلاتين).
2. احسب قيمة التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة.
3. توقف الحزمة الإلكترونية بكاملها صفيحة البلاتين كتلتها $m = 50\ g$ فتتحول كامل الطاقة الحركية للإلكترونات إلى طاقة حرارية احسب ارتفاع درجة حرارة الصفيحة في الدقيقة.

(يُهمل ثقل الإلكترون). الحرارة الكتلية للبلاتين $147\ J.kg^{-1}.℃^{-1}$

كتلة الإلكترون $m_e = 9\times10^{-31}$، القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون $e = 1.6\times10^{-19}\ C$

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$E_k = ?$ $f_{max} = ?$ $\Delta t = ?℃$	$V_{AC} = 8\times10^4\ Volt$ $v_C = 0$ $I = 1\ mA = 1\times10^{-3}\ A$



1) حساب الطاقة الحركية العظمى للإلكترون:

$$\Delta\overline{E_k} = \sum\overline{W_f}$$

$$E_k - E_{k_c} = F\,d$$

$$E_k - 0 = e\,E\,d$$

$$E_k = eV_{AB}$$

$$E_k = 1.6\times10^{-19}\times8\times10^{4}$$

$$E_k = 12.8\times10^{-15}\ J$$

طلب إضافي: احسب سرعة الإلكترون لحظة وصوله لمقابل المهبط.

$$v = \sqrt{\frac{2eV_{AC}}{m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times8\times10^{4}}{9\times10^{-31}}}$$

$$v = 1.6\times10^{8}\ m.s^{-1}$$

2) حساب التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة:

$$E_k = hf = eV_{AC}$$

$$f_{\max} = \frac{eV}{f}$$

$$f_{\max} = \frac{1.6\times10^{-19}\times8\times10^{4}}{6.6\times10^{-34}}$$

$$f_{\max} = 1.9\times10^{19}\ Hz$$

3) حساب ارتفاع درجة حرارة الصفيحة:

$$Q = N\,E_{k_1}$$

$$N = \frac{I\,t}{e} = \frac{1\times10^{-3}\times60}{1.6\times10^{-19}}$$

$$N = \frac{6}{16}\times10^{18}$$

$$\overline{Q} = m\,C\,\Delta t$$

$$N\,E_{k_1} = m\,C\,\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{N\,E_{k_1}}{m\,C}$$

$$\Delta t = \frac{\frac{1}{6}\times 10^{18}\times 12.8\times 10^{-15}}{50\times 10^{-3}\times 147}$$

$$\Delta t = \frac{4.8\times 10^{3}}{7350\times 10^{-3}} = 6.5\times 10^{2}$$

$$\Delta t = 650\ ^{\circ}C$$

المسألة الرابعة والثلاثون:

أشعة سينية تواترها الأعظمي $3\times 10^{18}\ Hz$ تصدر عن أنبوب لتوليد الأشعة السينية. بإهمال سرعة الإلكترون لحظة مغادرته المهبط والمطلوب حساب:

1. طول الموجة الأصغري للأشعة السينية الصادرة.
2. فرق الكمون بين المصعد و المهبط.
3. سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بمقابل المهبط (الهدف).

$m_e = 9.1\times 10^{-31}\ kg$ ، $e = 1.6\times 10^{-19}\ C$ ، $h = 6.6\times 10^{-34}\ J.s$ ، $c = 3\times 10^{8}\ m.s^{-1}$

(يُهمل ثقل الإلكترون)

الحل:

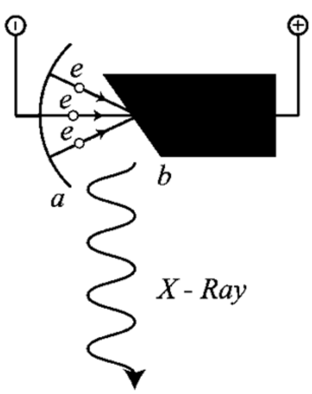
المعطيات	المجاهيل
$f_{max} = 3\times 10^{18}\ Hz$ $v_c = 0$	$\lambda = ?\ ,\ V_{ac} = ?$ $v = ?$

1) حساب طول الموجة الأصغري للأشعة السينية الصادرة:

$$\lambda_{min}\times f_{max} = c$$

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}} = \frac{3\times 10^{8}}{3\times 10^{18}}$$

$$\lambda_{min} = 10^{-10}\ m = 1\ ^{\circ}A$$



2) حساب فرق الكمون بين المصعد و المهبط:

$$E\ \ = E$$

$$\overline{\Delta E} = \sum \overline{W_F}$$

$$E_{k_A} - E_{k_c} = F_e.d$$

$$E_{k_A} - 0 = e\,E.d$$

$$E_{k_A} = eV_{AC}$$

$$E = hf$$

$$hf = eV_{AC}$$

$$V_{AC} = \frac{hf}{e}$$

$$V_{AC} = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{18}}{1.6\times10^{-19}}$$

$$V_{AC} = 12375\ Volt$$

3) حساب سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بمقابل المهبط:

$$\frac{1}{2}m_e v_k^2 = eV_{AC}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV_{AC}}{m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\times12375\times1.6\times10^{-19}}{9\times10^{-31}}}$$

$$v = 66.33\times10^{6}\ m\,s^{-1}$$