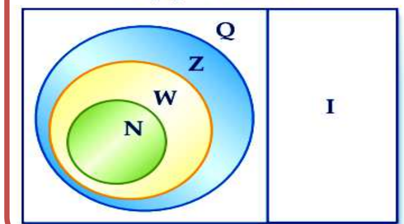
خصائص الأعداد الحقيقية

الأعداد الحقيقيّة R



$$N = \{1, 2, 3, ...\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...\}$$

$$Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$$

Q = كسور عشرية منتهية أو دورية

I = الجذور الصماء

كسور عشرية غير منتهية وغير دورية

ملخص المفهوم — أضف إلى مطويتك

خصائص الأعداد الحقيقية

لأي أعداد حقيقية a, b, c فإن:

الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a, a \neq 0$
الانغلاق	$(a + b)$ عدد حقيقي	$(a \cdot b)$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$	

الخاصية التجميعية

$$(6 \cdot 8) \cdot 5 = 6 \cdot (8 \cdot 5)$$

الخاصية الابدالية

$$84 + 16 = 16 + 84$$

التوزيع

$$7(9 - 5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$$

تبسيط العبارات الجبرية

١) فك الأقواس (التوزيع)

٢) تجميع الحدود المناسبة (تجميع وأبدال)

٣) تبسيط

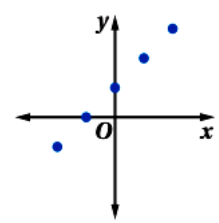
العلاقات و الدوال

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى: مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

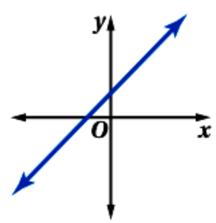
أنواع العلاقات

العلاقة A



علاقة منفصلة

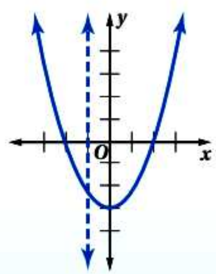
العلاقة B



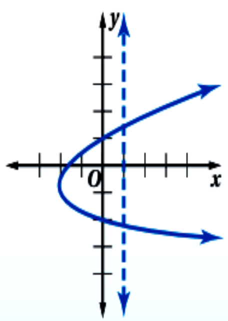
علاقة متصلة

اختبار الخط الرأسي

إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.



إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



دوال خاصة

تمثيل دالة متعددة التعريف

١) نكون جدول بفرض قيم x حسب شروط التعريف

٢) نعوض في الدالة المناسبة حسب التعريف

٣) نمثل الدالة في الفترات المختلفة

كتابة دالة متعددة التعريف

١) نختار نقطتين و اضحتين على كل جزء مرسوم

٢) نوجد الميل $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

٣) نوجد معادلة المستقيم $y - y_1 = m(x - x_1)$ بالتعويض بقيمة الميل و أحدى النقطتين

٤) نكتب الدالة المتعددة التعريف

$$f(x) = \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots & x < \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & < x < \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & x > \ldots \end{cases}$$

دالة القيمة المطلقة

١) نساوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر لإيجاد صفرها

٢) نكون جدول نضع فيه صفر القيمة المطلقة و نختار نقاط حوله

٣) نمثل الدالة و يكون مجالها R و يكون على شكل حرف V

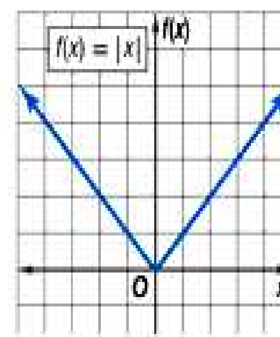
دوال خاصة

دالة القيمة المطلقة $|x|$

المجال R

المنحنى البياني

على شكل V أو Λ



المدى

$y = a|mx + b| + c$

a موجب

$y \geq c$

a سالب

$y \leq c$

دالة الصحيح $[x]$ (الدرجية)

المجال R

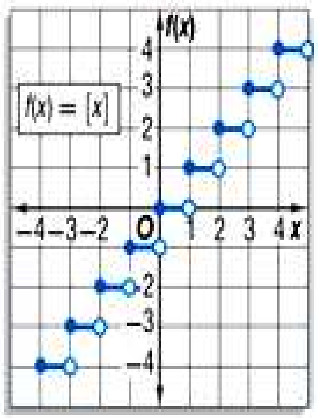
المدى

مجموعة الأعداد الصحيحة

Z

أو مجموعة جزئية منها

المنحنى البياني



تمثيل المتباينات الخطية

- نكتب المعادلة المرتبطة يتحويل إشارة التباين إلى تساوي
- نكون جدول و نختار قيم X ويفضل اختيار المقاطع مع المحورين ثم نمثل النقاط
- نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد
- نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة الأصل أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبا ثم نظلل منطقة الحل

تمثيل متباينات القيمة المطلقة

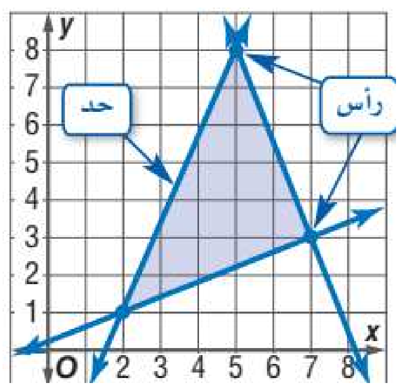
- نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي
- نكون جدولا بعد تحديد صفر القيمة المطلقة و اختيار نقاط حوله
- نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد
- نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة الأصل أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبا ثم نظلل منطقة الحل

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

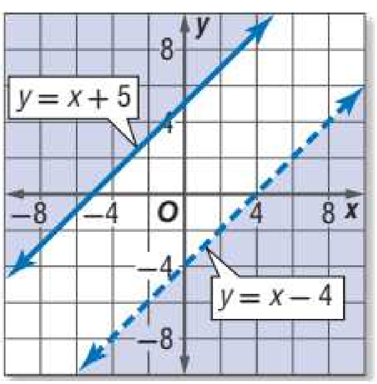
نمثل كل متباينة بيانيا و نظلل منطقة حلها

نحدد منطقة الحل المشتركة بين مناطق حل المتباينات و التي تمثل حل النظام

منطقة مغلقة نحدد رؤوس منطقة الحل و هي إحداثيات نقط تقاطع المستقيمات المحددة للمنطقة



منطقة حل غير متقاطعة تعني أنه لايوجد حل للنظام



البرمجة الخطية و الحل الأمثل

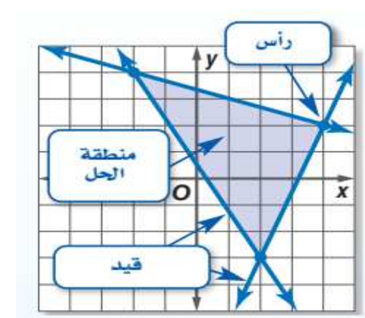
إيجاد القيمة العظمى و الصغرى للدالة تحت قيود معينة

١) نمثل المتباينات و نحدد رؤوس منطقة الحل

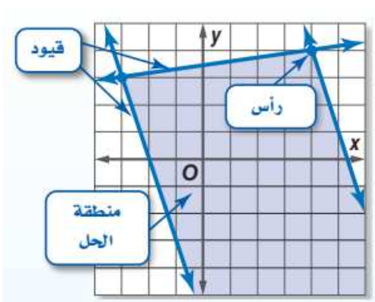
٢) نوجد قيمة الدالة عند كل رأس و أكبر قيمة هي القيمة و العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى

(x, y)	$4x - 2y$	$f(x, y)$	
$(-3, 3)$	$4(-3) - 2(3)$	-18	
$(1.5, 3)$	$4(1.5) - 2(3)$	0	← قيمة عظمى
$(0, 6)$	$4(0) - 2(6)$	-12	
$(-2, 6)$	$4(-2) - 2(6)$	-20	← قيمة صغرى

إذا كانت منطقة الحل محدودة يوجد قيمة عظمى و قيمة صغرى للدالة



إذا كانت منطقة الحل غير محدودة يوجد أما قيمة عظمى فقط أو قيمة صغرى فقط



المصفوفات

مقدمة في المصفوفات

يتم تحديد عنصر في المصفوفة بتحديد رقم الصف ثم العمود الموجود فيه العنصر

b) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

$$\begin{array}{c} \\ \text{صف 2} \rightarrow \\ \end{array}\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ \color{red}{9} & -9 & 22 \end{bmatrix}$$

عمود 1

بما أن العنصر a_{21} موجود في الصف 2 ، والعمود 1، فإن قيمته هي 9.

إذا كان عدد صفوف المصفوفة **n** و عدد اعمدتها **m** فإن رتبة المصفوفة **n × m**

حدد رتبة المصفوفة $\underline{A}$.

$$\text{صفّان}\left\{\underbrace{\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}}_{\text{3 أعمدة}}\right.$$

بما أن $\underline{A}$ فيها صفان و3 أعمدة، فإن رتبتها 3 × 2.

شروط تساوي المصفوفات
١- تساوي الرتبة
٢- العناصر المتناظرة متطابقة

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان.

العمليات على المصفوفات

عند ضرب مصفوفة بعدد ثابت يتم ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ وَ k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

شرط جمع او طرح المصفوفات
١) تساوي الرتب
٢) نجمع او نطرح العناصر المتناظرة

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}+\underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}, \underline{A}-\underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

شرط ضرب مصفوفتين
عدد أعمدة الأولى
يساوي
عدد صفوف الثانية

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\underbrace{m \times \underbrace{r \qquad r}_{\text{متساويان}} \times t}_{\text{رتبة } AB} \qquad m \times t$$

يمكن إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في أعمدة الثانية بالتدريب ثم جمع النواتج

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

إعداد المعلمة
هند العديني

خطوات إيجاد النظير الضربي لمصفوفة

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

نوجد محدد المصفوفة

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$$

و يجب أن لايساوي الصفر

نوجد النظير الضربي و يساوي $\frac{1}{|A|}$ مضروب في المصفوفة الناتجة عن تبديل موضعي عناصر القطر الأساسي و تغيير إشارة القطر الآخر

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كرامر

١) لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية

$$ax + by = n$$
$$cx + dy = m$$

٢) نوجد محدد مصفوفة المعاملات

$$|\underline{C}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$$

٣) لإيجاد x نستبدل معاملات x في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات

$$x = \frac{\begin{vmatrix} n & b \\ m & d \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$$

٤) لإيجاد y نستبدل معاملات y في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & n \\ c & m \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$$

خطوات حل نظام معادلتبن خطيتين باستخدام المعادلات المصفوفية

١) لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية

$$ax + by = n$$
$$cx + dy = m$$

٢) المعادلة المصفوفية للنظام

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

٣) حل النظام

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

خطوات حساب قوى العدد i (i^n) :

i^n

n عدد زوجي

١) نجزئ الأس

$(i^2)^{\frac{n}{2}}$

٢) نعوض عن $(i^2=-1)$

$(-1)^{\frac{n}{2}}$

- 1 إذا كان $\frac{n}{2}$ زوجيا
- -1 إذا كان $\frac{n}{2}$ فرديا

n عدد فردي

$(i^{n-1}\cdot i)$

$((i^2)^{\frac{n-1}{2}}\cdot i)$

$((-1)^{\frac{n-1}{2}}\cdot i)$

- i إذا كان $\frac{n-1}{2}$ زوجيا
- $-i$ إذا كان $\frac{n-1}{2}$ فرديا

طريقة اخرى:

لإيجاد i^n نقسم n على 4

- إذا كان باقي القسمة صفر: $i^n=1$
- إذا كان باقي القسمة 1: $i^n=i$
- إذا كان باقي القسمة 2: $i^n=-1$
- إذا كان باقي القسمة 3: $i^n=-i$

الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد التخيلية البحتة

$\sqrt{-1} = i$, $\sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i$

نضرب المتشابة

$ai \cdot bi = ab \cdot i^2 = -ab$

مثل :

$3i \cdot 4i = 12 \cdot i^2 = -12$

$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{a}\, i \cdot \sqrt{b}\, i$
$= \sqrt{ab} \cdot i^2 = -\sqrt{ab}$

مثل :

$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = \sqrt{6}\, i \cdot \sqrt{15}\, i$
$= \sqrt{6 \times 15} \cdot i^2 = -3\sqrt{10}$

العمليات على الأعداد المركبة

الجمع نجمع حقيقي مع حقيقي و تخيلي مع تخيلي و كذلك الطرح بالمثل

مثل :

$(-2+5i)+(1-7i)$
$= (-2+1)+(5-7)i$
$= -1-2i$

الضرب توزيع و فك أقواس عند ظهور i^2 نعوض عنها بـ -1 ثم نجمع حقيقي مع حقيقي و تخيلي مع تخيلي

مثل :

$(-2+5i) \cdot (1-7i)$
$= (-2 \times 1) + (-2 \times -7i) + (5i \times 1) + (5i \times -7i)$
$= -2+14i+5i-35i^2 \quad , i^2 = -1$
$= -2+14i+5i+35$
$= 33+19i$

القسمة

١- نضرب في مرافق المقام

٢- في البسط ضرب عددين مركبين فك أقواس و في المقام

$(a+bi) \cdot (a-bi) = a^2 + b^2$

٣- نبسط ثم نجمع حقيقي مع حقيقي و تخيلي مع تخيلي

٤- نكتب الناتج على الصورة

$a+bi$

$$\frac{3+4i}{2-3i} \cdot \frac{2+3i}{2+3i}$$
$$= \frac{(3+4i)(2+3i)}{2^2+3^2}$$
$$= \frac{(3 \times 2) + (3 \times 3i) + (4i \times 2) + (4i \times 3i)}{4+9}$$
$$= \frac{6+9i+8i+12i^2}{13} \quad , i^2 = -1$$
$$= \frac{6+9i+8i-12}{13}$$
$$= \frac{-6}{13} + \frac{17}{13} i$$

القانون العام و المميز

لحل المعادلة التربيعية

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

بالقانون العام لابد أن تكون في الصورة القياسية

a = معامل x^2 و b = معامل x

c = الحد الثابت

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال : باستعمال القانون العام

حل المعادلة: $x^2 - 6x = -10$

$x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$= 3 \pm i$$

لتجديد عدد جذور معادلة تربيعية نوجد المميز

$$b^2 - 4ac$$

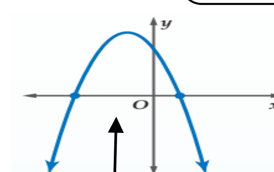
$b^2 - 4ac > 0$

موجب

للمعادلة جذران حقيقيان

نسبيان إذا كان المميز مربعا كاملا

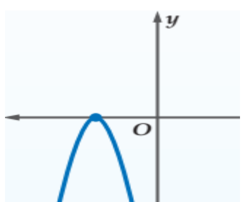
غير نسبيان إذا كان المميز ليس مربعا كاملا



يقطع محور في نقطتين

$b^2 - 4ac = 0$

للمعادلة جذر حقيقي مكرر مرتين

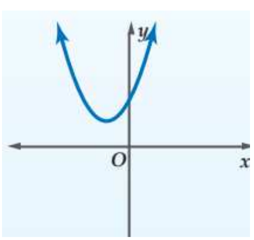


يمس محور في نقطة واحدة

$b^2 - 4ac < 0$

سالب

للمعادلة جذران مركبان مترافقان



لا يقطع محور

العمليات على كثيرات الحدود

تبسيط عبارات تتضمن وحيدة حد و ضربها و قسمتها

١) عملية ضرب و الأساس نفسه نجمع الأسس

$$(2x^{-3}y^{3})(-7x^{5}y^{6}) = (2\times -7)x^{-3+5}y^{3+6} - 14x^{2}y^{9}$$

٢) عملية قسمة والأساس نفسه نطرح الأسس

$$\frac{15c^{5}d^{7}}{3c^{2}d^{3}} = \frac{15}{3}c^{5-2}d^{7-3} = 5c^{3}d^{4}$$

٣) قوى مرفوعة لقوى نضرب القوتين

$$(x^{2})^{3} = x^{2\times 3} = x^{6}$$

٤) قوة ناتج الضرب أو القسمة نوزع الأس

$$(-2x^{3}y^{2})^{5} = (-2)^{5}x^{3\times 5}y^{2\times 5} = -32x^{15}y^{10}$$

٥) الأس السالب نتخلص منه بإيجاد المقلوب $\frac{1}{b^{-7}} = b^{7}$

كثيرة الحدود لاتدخل المتغير تحت جذر و لا في المقام

أي أن جميع الأسس أعداد صحيحة موجبة

جمع كثيرات الحدود و طرحها و ضربها

في الجمع نجمع الحدود المتشابهة

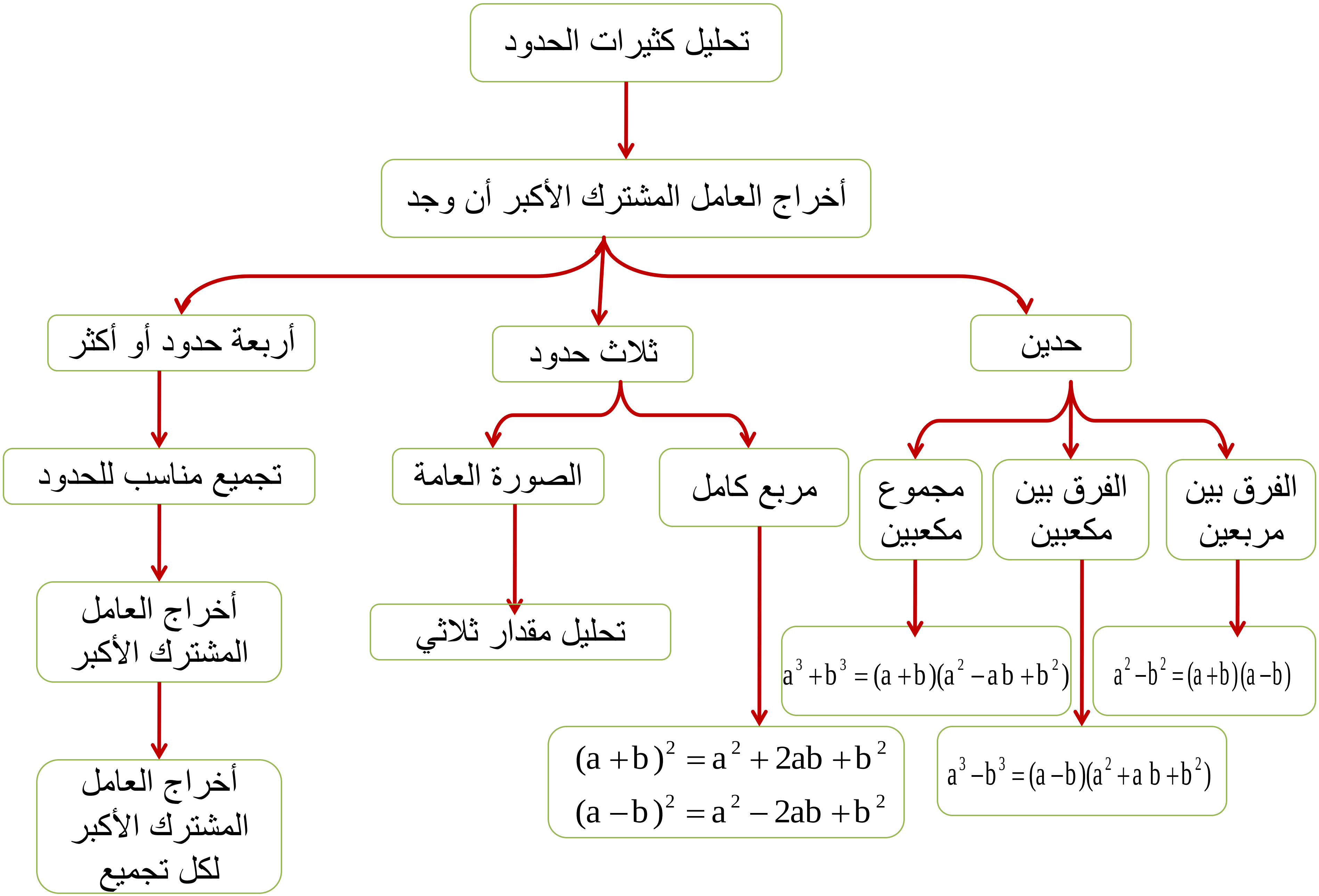
في الطرح نطرح الحدود المتشابهة

مثال

$$(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$$
$$= 4x^2 - 5x + 6 - 2x^2 - 3x + 1$$
$$= (4x^2 - 2x^2) + (-5x - 3x) + (6 + 1)$$
$$= 2x^2 - 8x + 7$$

في الضرب نفك الأقواس فنضرب المعاملات و نجمع أسس المتغيرات

$$3x(2x^2 - 4x + 6) = 3x(2x^2) + 3x(-4x) + 3x(6)$$
$$= 6x^3 - 12x^2 + 18x$$


تحليل كثيرات الحدود
أخراج العامل المشترك الأكبر أن وجد
حدين
ثلاث حدود
أربعة حدود أو أكثر
الفرق بين مربعين
الفرق بين مكعبين
مجموع مكعبين
مربع كامل
الصورة العامة
تجميع مناسب للحدود
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
تحليل مقدار ثلاثي
أخراج العامل المشترك الأكبر
أخراج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع

نظريتا الباقي و العوامل

إعداد المعلمة : هند العديني

إيجاد قيمة دالة باستعمال التعويض التركيبي

باستخدام القسمة التركيبية قيمة دالة عند عدد r تساوي باقي قسمة الدالة على $(x-r)$

نكتب معاملات $f(x)$ مع مراعاة ترتيب القوى و حفظ الخانة بالصفر في حالة عدم وجود الأس التالي و نضع العدد المطلوب حساب قيمة الدالة عنده في الصندوق $\underline{r|}$ و بإجراء القسمة, يكون باقي القسمة $= f(r)$

مثال :

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ ، فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

الحل :

4	3	−2	0	5	2
		12	40	160	660
	3	10	40	165	662

$f(4) = 662$

استعمال التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملا من عوامل كثيرة حدود

١) نحدد ماإذا كان $(x-r)$ عاملا بإجراء عملية القسمة و لابد أن يكون باقي القسمة يساوي صفر.

٢) لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة .

حدّد ما إذا كان $x - 5$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى:

الحل:

١) يكون $(x-5)$ عاملا إذا كان $P(5) = 0$.

5	1	−7	7	15
		5	−10	−15
	1	−2	−3	0

٢) لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة .

ناتج القسمة $= x^2 - 2x - 3$

$= (x+1)(x-3)$

٣) عوامل كثيرة الحدود هي : $(x-5), (x+1), (x-3)$

الجذور و الأصفار

تحديد عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود و أنواعها

١) عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود يساوي درجتها أي أكبر أس فيها .
٢) لإيجاد الجذور نساوي الدالة بالصفر ثم نحل المعادلة حسب نوعها

مثال

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

$x^3 + 25x = 0$

الحل:

بما انها من الدرجة الثالثة فلها ثلاثة جذور

$$x^3+25x=0$$

$$x(x^2+25)=0$$

$$\boxed{x=0} \quad \text{أو} \quad x^2+25=0$$

$$x^2=-25$$

$$\boxed{x=\pm\sqrt{-25}=\pm 5i}$$

تحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة و السالبة و التخيلية لكثيرة الحدود

١) عدد الأصفار = n (درجة كثيرة الحدود)
٢) لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة نحدد عدد مرات تغير اشارة $f(x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0
٣)) لتحديد عدد الأصفار الحقيقية السالبة نوجد $f(-x)$ و ذلك بعكس إشارة معاملات الحدود فردية الدرجة ثم نحدد عدد مرات تغير اشارة $f(-x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0
٤) لتحديد عدد الأصفار التخيلية نعمل جدول نوجد فيه كل الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار الحقيقية ثم نطرح مجموع عدد الأصفار الحقيقة من n (درجة كثيرة لحدود)

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة $f(x)=x^6+3x^5-4x^4-6x^3+x^2-8x+5$.

الحل: ١) عدد الأصفار = 6

٢) تغيرت إشارة $f(x)$ 4 مرات

$$f(x)= x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة = 4 , 2 , 0

٣) تغيرت إشارة $f(-x)$ مرتين

$$f(-x)= x^6 - 3x^5 - 4x^4 + 6x^3 + x^2 + 8x + 5$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة = 2 , 0

٤) نوجد الأصفار التخيلية كما في الجدول

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية السالبة	عدد الأصفار التخيلية
4	2	$6-6=0$
	0	$6-4=2$
2	2	$6-4=2$
	0	$6-2=4$
0	2	$6-2=4$
	0	$6-0=6$

كتابة كثيرة حدود بأقل درجة بمعرفة أصفارها

١) من السؤال معطاه جذور أو أصفار كثيرة الحدود لكل جذر نوجد العامل حيث الجذر $- x =$ العامل

عامل $(x-r) \Rightarrow$ جذر r

٢) إذا كان أحد جذور كثيرة الحدود عدد مركب فإن مرافقه أيضا جذر لها

عامل $(x-(a+ib)) \Rightarrow$ جذر $a+ib$

عامل $(x-(a+ib)) \Rightarrow$ جذر أيضا $a-ib$

٣) نضرب العوامل لإيجاد كثيرة الحدود .

مثال: اكتبي عوامل كثيرة الحدود التي جذورها

العوامل هي:

$$(x+1),(x-(5-i)),(x-(5+i))$$

العمليات على الدوال

جمع الدوال و طرحها

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$

نجمع و نطرح الحدود المتشابهة

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

ضرب الدوال و قسمتها

$$(f \cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)},\ g(x)\neq 0$$

الضرب فك أقواس و توزيع

المجال تقاطع المجالين

القسمة قسمة كثيرات حدود

و المجال تقاطع المجالين مع استبعاد أصفار المقام

تركيب دالتين

$$f\circ g(x)=f[g(x)]$$

أزواج مرتبة

مثال

$$f(x)=\{(6,1),(2,7)\}$$

$$g(x)=\{(5,6),(3,2)\}$$

$$f\circ g(x)=f[g(x)]$$

$$=\{(5,1),(3,7)\}$$

قاعدة معطاه

مثال

$$f(x)=3x$$

$$g(x)=x+1$$

$$f\circ g(x)=f[g(x)]$$

$$=f(x+1)$$

$$=3x+3$$

العلاقة العكسية

لإيجاد العلاقة العكسي نبدل إحداثيات الأزواج المرتبة

$$(a,b) \to (b,a)$$

مثال

$$f(x) = \{(1,2),(3,-1)\}$$

$$f^{-1}(x) = \{(2,1),(-1,3)\}$$

الدالة العكسية

لإيجاد الدالة العكسية نتبع الخطوات التالية

١) نضع $f(x) = y$

٢) نبدل بين كل من x و y

٣) نحل المعادلة بالنسبة لـ y

٤) نضع $y = f^{-1}(x)$ إذا كانت العلاقة دالة

تحديد مجال ومدى دالة الجذر التربيعي $f(x) = a\sqrt{mx+b} + c$

المجال

- في البسط :
  معرفة بشرط
  ما تحت الجذر ≥ صفر
- في المقام :
  معرفة بشرط
  ما تحت الجذر > صفر

المدى

- $c = 0$
  - $a > 0$ ← $y \geq 0$
  - $a < 0$ ← $y \leq 0$
- $c \neq 0$
  - $a > 0$ ← $y \geq c$
  - $a < 0$ ← $y \leq c$

تمثيل دالة الجذر التربيعي

١) نحدد مجال الدالة بشرط ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر

٢) نكون جدول بفرض قيم تبدأ بصفر الجذر ثم قيم أكبر منه

٣) نعوض في الدالة المطلوب تمثيلها لإيجاد قيم y
ثم نرسم النقاط في المستوى

تمثيل متباينة الجذر التربيعي

١) نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاه

٢) نمثل دالة الجذر التربيعي بالخطوات المستخدمة عند تمثيل الدالة الجذرية

٣) نرسم الدالة متصلة إذا وجدت علامة المساواة في المتباينة و متقطعة إذا لم يوجد علامة تساوي فيها

٤) نختبر منطقة الحل أو نظلل حسب إشارة المتباينة إذا كانت أكبر نظلل أعلى المنحنى و إذا كانت أصغر نظلل أسفل المنحنى

الجذر النوني

$$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

رمز الجذر

الدليل

ما تحت الجذر

$$\sqrt[n]{81}$$

الجذر النوني الحقيقي

$a < 0$	$a = 0$	$a > 0$
$\sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{0} = 0$	$\sqrt[n]{a}$
n عدد زوجي		n عدد زوجي
$\varnothing$		$\pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$
n عدد فردي		n عدد فردي
$\sqrt[3]{-8} = -2$		$\sqrt[3]{8} = 2$

تبسيط الجذور

1) حلل العدد إلى عوامله الأولية.
2) اكتب العدد على صورة آسية.
3) اقسم الأس على دليل الجذر.

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا وأسّ ما تحت الجذر عددًا زوجيًّا، وكان أسّ الناتج عددًا فرديًّا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبًا.

إرشادات للدراسة

دليل الجذر

إذا كان n عددًا فرديًّا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة. أما إذا كان n عددًا زوجيًّا فإن $\sqrt[n]{x^n} = |x|$

الأسس النسبية

١) التحويل من الصورة الجذرية إلى الأسية و العكس $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ،

٢) $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ ،

٣) نبسط الأسس النسبية باستخدام قوانين الأسس السابق لنا دراستها ولا بد لنصل لأبسط صورة أن يكون الأس في المقام عددا صحيحا و أن تكون الأسس موجبة و دليل الجذر أصغر مايمكن

العمليات على العبارات الجبرية

١) ضرب الجذور $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

٢) قسمة الجذور $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ،

٣) إنطاق المقام

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$

٤) جمع العبارات الجذرية و طرحها

نبسط الجذور ثم نجمع أو نطرح معاملات الجذور المتشابهة

حل معادلات الجذر التربيعي

١) نجعل الجذر في طرف وحده

٢) نرفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص من الجذر

٣) نحل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل

حل متباينات الجذر التربيعي

١) نحدد مجال الدالة الجذرية

٢) نحل المتباينة الجذرية بنفس طريقة حل المعادلة الجذرية

٣) نحل المتباينة الناتجة .

٤) نحدد منطقة الحل على خط الأعداد اعتمادا على الخطوتين السابقتين