# المتتابعات والمتسلسلات

## الحسابية

القدرات | الأهداف | المفردات | تحقق | تأكد وتدرب | مهارات | اختبار

# نعود بحذر

ارتداء الكمامة

غسل اليدين

الحفاظ على التباعد

تجنب المصافحة

عدم لمس الوجه

تجنب التجمعات

هالة الأمير

# REMINDER

وزارة الصحة
Ministry of Health
لماذا
الجرعة التنشيطية؟
انخفاض
مناعة جسمك بعد تجاوز 3 أشهر من أخذ الجرعة الثانية
الحماية من المتحورات دلتا و أوميكرون و خطر الإصابة به
ارتفاع
فرص الإصابة بالفيروس خصوصا لكبار السن والذين لديهم أمراض مزمنة ومرضى زراعة الأعضاء
فرص انتشار المتحورات دلتا و أوميكرون والذي يعتبر أشد المتحورات خطورة حتى الآن
حافظ على مستواك
عشان بصحة
@LiveWellMOH

الجامعة السعودية الالكترونية
Saudi Electronic University
رؤية VISION 2030
محدون على مكافحة الفساد
اليوم الدولي لمكافحة الفساد ٩ ديسمبر
الفساد بكل أنواعه وأشكاله آفة خطيرة تقوض المجتمعات وتحول دون نهضتها وتنميتها، وقد عزمنا بحول الله وقوته على مواجهته بعدل وحزم .
خادم الحرمين الشريفين
الملك سلمان بن عبدالعزيز آل سعود
يهمنا أن نكون في مقدمة الدول في مكافحة الفساد .
سمو ولي العهد
محمد بن سلمان بن عبدالعزيز آل سعود
#اليوم_الدولي_لمكافحة_الفساد
www.seu.edu.sa
عمادة القبول وشؤون الطلاب
نادي نزاهة الطلابي

٢٧ ١٤٤٠

إذا كانت المتتابعة ١ ,-٣ ,٩ ,-٢٧ ,..... قارن بين

القيمة الأولى الحد رقم ٢٧

القيمة الثانية الحد رقم ٢٨

٥ أعداد متتالية وكان العدد الأول ١٦ وكل عدد يساوي ١,٥ من العدد الذي يسبقه فما هو الحد الخامس

أ ٨١ ب ٥٤ ج ٣٦ د ١٢٨

https://youtu.be/SINblrQjaQo

ما العدد الذي يجب وضعه لإكمال تسلسل الأعداد التالية...

..... ، 17 ، 256 ، 16 ، 225 ، 15

## لماذا؟

اتولد جاوس لعيلة فقيرة فى مدينة براونيشفايج (Braunschweig) سنة 1777 و كانت أكبر أمانى والدة انة ابنة يبقى بناء أو بستانى، و ظهرت براعتة و هو طفل فى سن تلاتة سنين لما أكتشف لوالدة خطأ فى راتبة الأسبوعى. ساهم فى مجالات كتيرة منها نظرية الاعداد و الاحصا و التحليل الرياضى و الهندسة التفاضلية و الفلك و البصريات و الجوديسيا و الاستاتيكا الكهربية و معروف ب "أمير الرياضيات"، و يعتبر واحد من أعظم علما الرياضيات فى كل العصور، و ليه تأثير كبير جدا فى فروع كتيرة من الرياضيات و العلوم، و يعتبر من أكتر علما الرياضيات أشهر، كان يسمى الرياضيات بـ "ملكة العلوم". كان طفل معجزة، انجز أول أكتشاف ليه و هو فى مرحلة المراهقة، و كمل كتابة و اللى يسميه علما الرياضيات تحفتة (Disquisitiones Arithmeticae) سنة 1798 و سنة 21 سنة بس، و الكتاب ده هو أساس نظرية الاعداد. بقى أستاذ و مدير لمرصد جوتنجن، و لتكريم جامعة جوتنجن اللى كان طالب و أستاذ فيها و بالتعاون مع مدينة جوتنجن و جمعية جاوس عملو سنة 2005 هى سنة جاوس و اتعملت مهرجانات و معارض و محاضرات تخليدا لاسمة فى السنة دى. اتوصل جاوس لحل المعادلات من حدين، و أثبت قانون التبادل التربيعى، و أسس النظرية الرياضية للكهربا، و تكريما ليه اتسمت وحدة قياس الحث الكهرومغناطيسى باسم (جاوس)، كان اسمة موجود على ضهر المارك الألمانى فئة العشر ماركات. مات فريدريش جاوس فى جوتنجن سنة 1855.

مانوع المتتابعة التي تمثلها مجموعة الأعداد الطبيعية من 1 إلى 100؟

كيف يمكنك الحصول على مجموع الأعداد الطبيعية العشرة الأولى؟

## فيما سبق

درست تمييز المتتابعة الحسابية. (الدرس 1-2)

## والآن

- أجد حدود متتابعة حسابية، وحدّها النوني.
- أجد أوساطًا حسابية.
- أجد مجموع حدود متسلسلة حسابية منتهية.

### المفردات

**تعريف المفردة**

الأوساط الحسابية: هي الحدود الواقعة بين أيّ حدّين غير متتاليين في متتابعة حسابية.

ولإيجاد الأوساط الحسابية نستخدم صيغة الحدّ النوني: $a_n = a_1 + (n-1)d$

**مثال**

في المتتابعة الحسابية $22, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, -8$

١) عدد حدود المتتابعة هو: $n = 4 + 2 = 6$

٢) أوجد قيمة الأساس $d$:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$22 = -8 + (6-1)d$$
$$30 = 5d$$
$$6 = d$$

٣) الأوساط الحسابية الأربعة هي:

$$22, 16, 10, 4, -2, -8$$

**سؤال**

أوجد وسطين حسابيين بين 70 , 10.



هالة الأمير

**تعريف المفردة**

المتسلسلة الحسابية: هي حدود مُتتابعة حسابية وُضع بينها إشارة الجمع (+).

**مثـــال**

إذا كانت $1,4,7,10$ متتابعة حسابية،
فإن: $1 + 4 + 7 + 10$ متسلسلة حسابية.

**سـؤال**

اكتب متسلسلة حسابية عدد حدودها 6 وحدّها الأول 4 وأساسها 3.



هالة الأمير




**تعريف المفردة**

المتسلسلة: هي حدود مُتتابعة وُضع بينها إشارة الجمع (+).

**مثـــال**

إذا كانت $12,15,18,21$ متتابعة،
فإن: $12 + 15 + 18 + 21$ متسلسلة.

**سـؤال**

اكتب متسلسلة الأعداد الطبيعية الأصغر من 10.

**تعريف المفردة**

رمز المجموع: هو رمز للتعبير عن المتسلسلة بصورة مختصرة $\sum_{k=1}^{n} f(k)$

**مثـــال**

$$\sum_{k=3}^{6} 2k = 2(3) + 2(4) + 2(5) + 2(6)$$

**سـؤال**

اكتب المتسلسلة التالية بصورة مختصرة:

$6 + 9 + 12 + 15$



هالة الأمير




**تعريف المفردة**

المجموع الجزئي: هو ناتج جمع الحدود $n$ الأولى من المتسلسلة الحسابية ،ويرمز له بالرمز $S_n$.

الصيغة العامة للمجموع الجزئي هي: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_2)$ للمعطيات $a_1, a_n, n$

الصيغة البديلة للمجموع الجزئي هي: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ للمعطيات $a_1, d, n$

**مثـــال**

$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 + 50 = ?$

$n = 10$

$a_1 = 5$ ، $a_{10} = 50$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(5 + 50) = 5(55) = 275$$

**سـؤال**

أوجِد مجموع أول 50 عددًا طبيعيًّا.

**المتتابعات الحسابية:** لقد استعملت صيغة النقطة والميل في الدرس 1 – 6؛ لإيجاد قيمة حدّ معيّن في متتابعة حسابية. ويمكنك إيجاد معادلة تستطيع من خلالها إيجاد أيّ حدّ من حدود متتابعة حسابية باستعمال الأسلوب نفسه.

ففي المتتابعة الحسابية $a_1 , a_2 , a_3 , \dots , a_n$ التي أساسها $d$ يكون:

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ صيغة الميل والنقطة

$(x, y) = (n, a_n), (x_1, y_1) = (1, a_1), m = d \quad (a_n - a_1) = d(n - 1)$

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ اجمع $a_1$ للطرفين

ويمكنك استعمال هذه الصيغة لإيجاد قيمة أي حدّ من حدود المتتابعة الحسابية، وذلك بمعرفة الحدّ الأول والأساس.

**مفهوم أساسي** — **الحدّ النوني في المتتابعة الحسابية**

أضف إلى مطويتك

تستعمل الصيغة الآتية للتعبير عن الحدّ النوني في متتابعة حسابية حدّها الأول $a_1$، وأساسها $d$، حيث $n$ عدد طبيعي.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

## ناقشني مثال (1)

أوجد قيمة الحدّ المطلوب في كلٍّ من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

**1A** $a_n$ علمًا بأن: $a_1 = -4 , d = 6 , n = 9$

**1B** $a_{20}$ علمًا بأن: $a_1 = 15 , d = -8$

## نناقشي مثال (2)

**(2A** $12, 3, -6, \ldots$

### إرشادات للدراسة

**التحقق من صحة الحلّ**

تحقّق من صحة الحلّ، باستعمال صيغة الحدّ النوني التي أوجدتها لحساب الحدود الثلاثة الأولى في المتتابعة.

### تنبيه!

**أساس المتتابعة الحسابية**

لا تخطئ في تحديد إشارة أساس المتتابعة الحسابية، وتحقَّق دائمًا من أن صيغة الحدّ النوني تعطي حدود المتتابعة جميعها.

في بعض الأحيان يُعطى في المسألة حدَّان غير متتاليين في متتابعة حسابية. وتُسمّى جميع الحدود الواقعة بين هذين الحدّين **أوساطًا حسابية**، ويمكنك استعمال هذا المفهوم في إيجاد الحدود المفقودة بينهما.

## قراءة الرياضيات

**الوسط الحسابي**

هو معدَّل عددين أو أكثر.

الوسط الحسابي بين العددين $a, b$ يساوي $\frac{a+b}{2}$

**الأوساط الحسابية**

هي الحدود الواقعة بين أيِّ حدّين غير متتاليين في متتابعة حسابية.

## ناقشي مثال (3)

**(2B** $a_6 = 12,\ d = 8$

**المتسلسلات الحسابية :** يمكنك الحصول على **المتسلسلة** بوضع إشارة الجمع (+) بين حدود المتتابعة؛ لذا **فالمتسلسلة الحسابية** هي مجموع حدود متتابعة حسابية. ويُسمّى ناتج جمع الحدود $n$ الأولى من المتسلسلة **المجموع الجزئي**، ويُرمز له بالرمز $S_n$.

## مفهوم أساسي

### المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية

أضف إلى مطويتك

| القانون (المعادلة) | المعطيات | مجموع أول $n$ حدًا ($S_n$) هو: |
|---|---|---|
| بالصيغة العامة | $a_1 , a_n , n$ | $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ |
| بالصيغة البديلة | $a_1 , d , n$ | $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ |

في بعض الأحيان، لابد من إيجاد إحدى القيم $n$ ،$a_n$ ،$a_1$ ، قبل إيجاد مجموع المتسلسلة الحسابية. وفي هذه الحالة استعمل صيغة الحدّ النونى.

**إرشادات للدراسة**

**صيغتا المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية**

سُمّيت الصيغة $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ بالصيغة العامة؛ لأنه تم التوصل إليها اعتمادًا على تعريف المتتابعة الحسابية، وباستعمال حدودها بشكل عام، بينما سُمّيت الصيغة $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ بالصيغة البديلة؛ لأنها تشتق من الصيغة العامة، ويمكن استعمالها بديلًا عن الصيغة العامة.

**3)** أوجد خمسة أوساط حسابية بين العددين 36 , 18−

## ناقشي مثال (4)

**(4A)** $2 + 4 + 6 + \cdots + 100$

$n = 16, a_n = 240, d = 8$ **(4B**

## ناقشني مثال (5)

**(5A** $S_n = 120, n = 8, a_n = 36$

**(5B** $a_1 = -24, a_n = 288, S_n = 5280$

## ناقشي مثال (6)

**6)** أوجد مجموع حدود المتسلسلة $\sum_{m=9}^{21} (5m + 6)$

**A** 972 **B** 1053 **C** 1281

يمكنك التعبير عن المتسلسلة بصورة مختصرة باستعمال **رمز المجموع**.

### مفهوم أساسي — رمز المجموع

أضف إلى مطويتك

الرموز: $\sum_{k=1}^{n} f(k)$ — صيغة حدود المتسلسلة؛ أول قيمة لـ $k$؛ آخر قيمة لـ $k$

مثال:
$$\sum_{k=1}^{12} (4k + 2) = [4(1) + 2] + [4(2) + 2] + [4(3) + 2] + \ldots + [4(12) + 2]$$
$$= 6 + 10 + 14 + \ldots + 50$$

### قراءة الرياضيات

**رمز المجموع**

يقرأ الرمز $\sum$ "سيجما"، وهو اسم لأحد الحروف اليونانية الكبيرة.

### إرشادات للدراسة

**عدد الحدود**

المتسلسلة المكتوبة باستعمال رمز المجموع $\sum_{k=a}^{b} f(k)$ عدد حدودها يساوي $b - a + 1$

Sala alamer

أوجد مجموع حدود كل متسلسلة حسابية فيما يأتي:

**7)** أول 50 عددًا طبيعيًّا

أوجد الأوساط الحسابية في كلٍّ من المتتابعتين الآتيتين:

**6)** $-4, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 8$

**13)** **اختيار من متعدد:** أوجد مجموع حدود المتسلسلة: $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$.

**A** 45

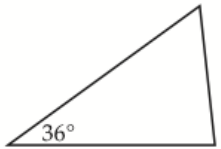
**B** 78

**C** 342

**D** 410

**57) اكتب:** بيِّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين المتتابعات الحسابية والمتسلسلات الحسابية.

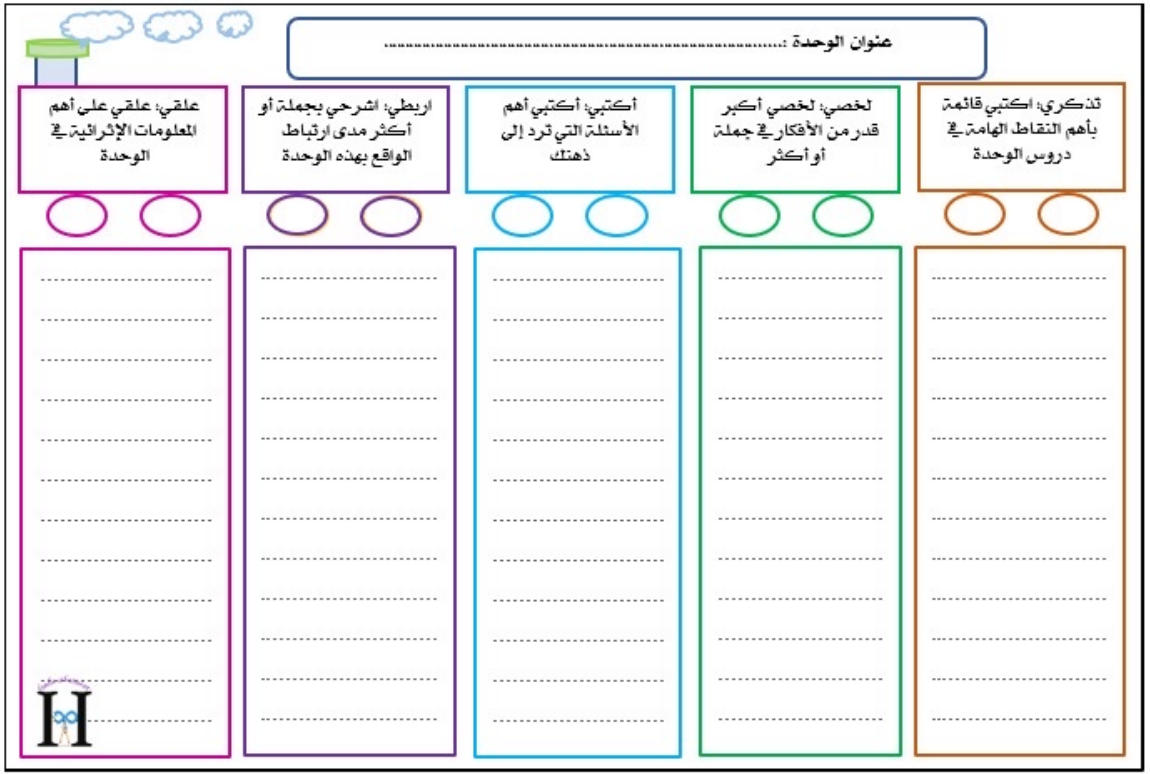
**62)** تُشكّل قياسات زوايا المثلَّث أدناه متتابعة حسابية. إذا كان قياس الزاوية الصغرى °36، فما قياس الزاوية الكبرى؟




**A** 75° **B** 84° **C** 90° **D** 97°

**63)** العبارة $1+\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}$ تكافئ:

**A** $\sum_{k=1}^{3} k^{\frac{1}{k}}$ **B** $\sum_{k=1}^{3} k^{k}$ **C** $\sum_{k=1}^{3} k^{-k}$ **D** $\sum_{k=1}^{3} \sqrt{k}$




تم توزيع قطار التعلم لكل طالبة وفي نهاية الوحدة يتم مناقشة الأفكار.