

السؤال الأول : مكعب طول حرفه 2 حيث O منتصف القطر $[HB]$

في المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

(١) عين إحداثيات جميع النقاط السابقة

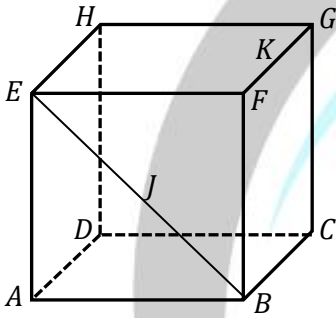
(٢) عين إحداثيات M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{HM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{HB}$

(٣) عين إحداثيات P المسقط القائم ل M على المستوى $ABCD$

(٤) عين إحداثيات Q المسقط القائم ل P على (AD) ثم أحسب طول $[MQ]$

(٥) أوجد نقطة N من المستقيم (AB) متساوية البعد عن النقطتين M, D

(٦) أوجد إحداثيات R مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, 1), (B, -2), (C, 3)$



السؤال الثاني : مكعب $ABCDEFGH$ حيث J منتصف $[EB]$ و K منتصف $[FG]$

في المعلم المتجانس $(D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$

(١) أوجد إحداثيات جميع النقاط السابقة

(٢) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن F, I, D تقع على استقامة واحدة

(٣) أثبت أن $\overrightarrow{JK}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EF}$ مرتبطة خطياً

السؤال الثالث : $ABCDEFHG$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 3, BC = GC = 4, \widehat{DAB} = 45$

حيث I منتصف $[EF]$

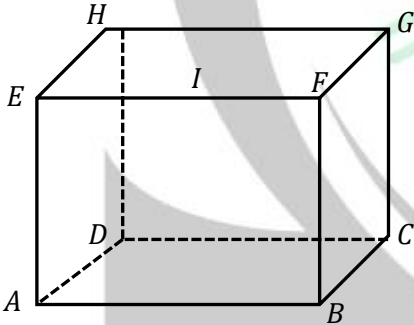
(١) أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

(٢) عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

(٣) أعد الطالبين السابقين في معلم متجانس تختاره

(٤) أحسب $\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{IC}$ ثم استنتج $\cos \widehat{DIC}$

(٥) هل الأشعة $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EI}$ مرتبطة خطياً



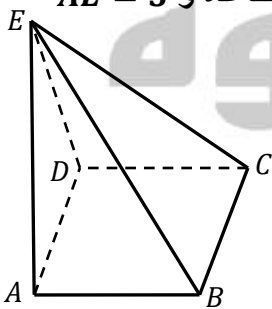
السؤال الرابع : $E - ABCD$ هرم رأسه E قاعدته مربع طول ضلعه 3 حيث $[AE]$ عمودي على القاعدة و $AE = 3$

(١) أحسب $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{BA}$

(٢) أحسب حجم رباعي الوجوه

(٣) في المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ جد إحداثيات جميع النقاط

(٤) لتكن H منتصف $[EB]$ أثبت أن \overrightarrow{AH} يعامد \overrightarrow{EB}



السؤال الخامس : نتأمل في معلم النقاط $A(3, 2, 1), B(1, 3, 0), C(a, 5, -2), D(2, 3, 5)$

(١) أثبت أن A, B, D لا تقع على استقامة واحدة (عين مستوي)

(٢) أوجد a ليكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطياً

(٣) إذا علمت أن $a = -3$ أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ مرتبطة خطياً

(٤) عين قيمة الوسيط m كي تنتمي النقطة $M(-1, 3, m)$ إلى المستوي (ABD)

السؤال الأول : أنشئ G مركز الأبعاد المتناسبة في كل من الحالات التالية :

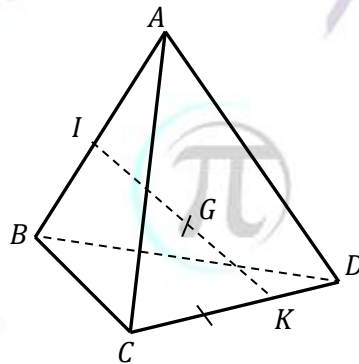
- (١) G م . أ . م للنقطتين $(A, -2)$, $(B, -2)$
- (٢) G م . أ . م للنقطتين $(A, 2)$, $(B, -1)$
- (٣) G م . أ . م لنقاط المثلث $(A, 2)$, $(B, 2)$, $(C, 2)$
- (٤) G م . أ . م لنقاط المثلث $(A, 3)$, $(B, 1)$, $(C, -2)$
- (٥) G م . أ . م لنقاط رباعي الوجوه $(A, 1)$, $(B, 1)$, $(C, 1)$, $(D, 1)$
- (٦) G م . أ . م لنقاط رباعي الوجوه $(A, 2)$, $(B, 3)$, $(C, -3)$, $(D, 3)$
- (٧) G م . أ . م لنقاط رباعي الوجوه $(A, 1)$, $(B, 1)$, $(C, 1)$, $(D, -2)$

السؤال الثاني : أثبت أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A, α) , (B, β) , (C, γ) , (D, λ) بعد ايجاد تثقيلات النقاط في كل من الحالات التالية :

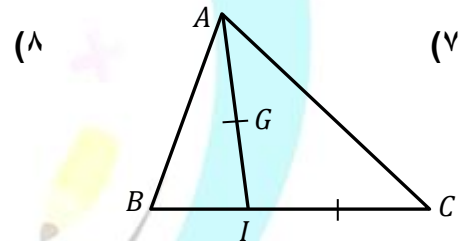
$$\vec{AB} + 2\vec{GA} = -\vec{AG} \quad (٣) \quad 2\vec{GA} = \frac{-3}{2}\vec{BA} \quad (٢) \quad \vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad (١)$$

$$2\vec{BG} + \vec{AC} - 2\vec{GD} = \vec{0} \quad (٥) \quad \vec{AG} + 2\vec{GB} - 3\vec{AC} = \vec{0} \quad (٤)$$

(٩) $GABC$ متوازي أضلاع



$$A \text{ --- } G \text{ --- } B \quad (٦)$$



السؤال الثالث : عين M مجموعة النقاط في الفراغ في كل من الحالات التالية :

$$\| -2\vec{MA} - 2\vec{MB} - 2\vec{MC} \| = 6 \quad (١) \quad ABC \text{ مثلث حيث :}$$

$$\| \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} \| = \| \vec{AB} \| \quad (٢) \quad ABC \text{ مثلث حيث :}$$

$$\| \vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC} \| = \frac{5}{3} \| 2\vec{MD} + \vec{MC} \| \quad (٣) \quad ABCD \text{ رباعي وجوه حيث :}$$

$$\| \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} \| = \| 3\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD} \| \quad (٤) \quad ABCD \text{ رباعي وجوه حيث :}$$

السؤال الرابع : نتأمل في معلم النقاط $D(0, 4, 5)$ $C(4, 3, 5)$ $B(10, 4, 3)$ $A(1, 5, 4)$

(١) أثبت أن الأشعة مرتبطة خطياً \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD}

(٢) استنتج أن D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A, α) , (B, β) , (C, γ) وذلك بعد إيجاد الثوابت

$$\begin{cases} P : 7x + 3y - z - 1 = 0 \\ Q : 6x - 11y - 9z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{السؤال الخامس : في معلم متجانس ليكن لدينا المستويان}$$

(١) أثبت أن المستويين متعامدين

(٢) أثبت أن الشعاع $\vec{n} \left(-3, \frac{11}{2}, \frac{9}{2} \right)$ يعامد المستوي Q

(٣) أثبت أن الشعاعين $\vec{u}(1, -2, -5)$ و $\vec{v} \left(2, -\frac{3}{2}, 1 \right)$ متعامدين

(٤) أثبت أن $\vec{k}(2, -3, 5)$ يعامد المستوي ABC حيث $A(1, 1, \frac{-3}{5})$ $B(2, 1, -1)$ $C(0, 3, 1)$

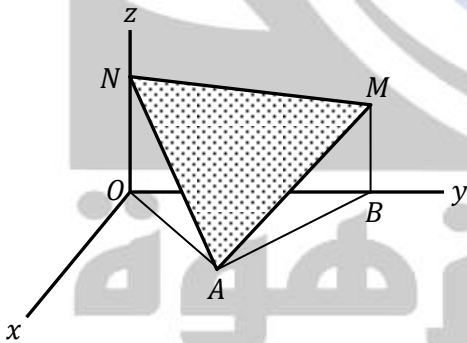
السؤال الأول : نتأمل في معلم متجانس النقاط $P : x + 3y - 2z + 1 = 0$ والمستوي $B(3, -1, 1) A(2, 1, -1)$

- (١) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB)
- (٢) أثبت أن $C(2, -1, 0)$ تنتمي للمستوي P ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من C معامداً للمستوي P
- (٣) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم $\Delta \begin{cases} P : x + 3y - 2z + 1 = 0 \\ Q : x - y - z = 0 \end{cases}$
- (٤) أثبت أن المستويين P و Q متعامدان ثم أكتب معادلة المستقيم Δ المار من C عمودياً على Δ
- (٥) عين نقطة تقاطع المستقيمين Δ و Δ

السؤال الثاني : نتأمل في معلم متجانس $C(1, 1, 1) B(2, 0, 4) A(1, -1, 2)$ والمستوي $P : x - y + 3z - 4 = 0$

- (١) أكتب معادلة المستوي المحوري ل $[AB]$
- (٢) أثبت أن ABC تعين مستوي ثم أكتب معادلته
- (٣) أكتب معادلة المستوي Q المار من A موازياً للمستوي P
- (٤) أكتب معادلة المستوي R المار من النقطتين B و A عمودياً على المستوي P
- (٥) أكتب معادلة المستوي المحدد بتقاطع المستقيمين $d \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ و $\Delta \begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = 2s - 1 \end{cases}$
- (٦) أثبت أن المثلث ABC قائم ثم احسب مساحته
- (٧) أحسب بعد النقطة $D(2, -3, 1)$ عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $D - ABC$

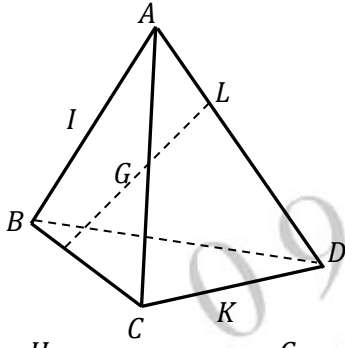
السؤال الثالث : في معلم متجانس لتكن النقاط $A(1, 3, 0) B(0, 6, 0) N(0, 0, 3) M(0, 6, 2)$



- (١) أكتب معادلة المستوي (AMN)
- (٢) أكتب معادلة الكرة W_1 التي مركزها A وتمر بالنقطة B
- (٣) أثبت أن $D(1, 4, -3)$ تنتمي للكرة W_1
- ثم أكتب معادلة المستوي المماس للكرة W_1 عند النقطة D
- (٤) أكتب معادلة الكرة W_2 التي قطرها $[MN]$
- (٥) أثبت أن المستوي $P : 6y - z + 3 = 0$ مماس للكرة W_2
- (٦) أحسب بعد O عن المستوي (AMN)
- ثم أكتب معادلة الكرة التي مركزها O وتمس المستوي (AMN)
- (٧) أكتب معادلة الاسطوانة الناتجة عن دوران $[OB]$ حول $[ON]$
- (٨) أكتب معادلة المخروط الناتج عن دوران $[BM]$ حول $[OB]$
- (٩) أحسب حجم رباعي الوجوه $A - BMNO$

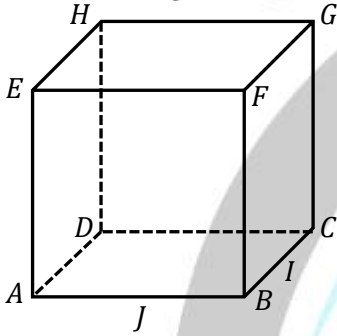
السؤال الرابع : في معلم متجانس لتكن النقاط $A(1, 1, 1) B(0, -1, -1) C(1, 2, 3)$

- (١) أعط معادلة للمجموعة P المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $MA = MB$ ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟
- (٢) أعط معادلة للمجموعة W_1 المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $MA = BC$ ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟
- (٣) أعط معادلة للمجموعة W_2 المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$ ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟
- (٤) أعط معادلة للمجموعة W_2 المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $MA = 2MB$ ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟



السؤال الأول: $ABCD$ رباعي وجوه فيه I, K منتصفا الحرفين $[AB], [CD]$ بالترتيب حيث $\vec{AL} = \frac{1}{3}\vec{AD}$ و $\vec{CJ} = \frac{2}{3}\vec{CB}$ و G هي منتصف $[JL]$

أثبت أن G, I, K تقع على استقامة واحدة بثلاث طرق



السؤال الثاني: $ABCDEFGH$ مكعب فيه J, I منتصفا الحرفين $[AB], [BC]$ بالترتيب حيث K هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, 1), (B, 2), (C, 1), (H, 1)$

أثبت أن J, H, I, K تقع في واحد بثلاث طرق

السؤال الثالث: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن $A(3, 2, 0)$

(١) أثبت أن $B(2, 0, 1)$ من المستقيم (d) هي المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d $\begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \\ z = 1 \end{cases}$

ثم أحسب بعد A عن (d)

(٢) أثبت أن $C(3, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ من المستوي (MND) هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (MND) حيث

$M(-1, -2, -3), N(-1, 1, 0), D(0, 1, 0)$ ثم أكتب معادلة المستوي (MND) واحسب بعد A عن المستوي (MND) بطريقتين

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(١) أوجد إحداثيات A' المسقط القائم للنقطة $A(1, 0, -1)$ على المستقيم d $\begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \\ z = 1 \end{cases}$

(٢) أوجد إحداثيات B' المسقط القائم للنقطة $B(2, -1, 0)$ على المستوي $P: x - y + 3z - 4 = 0$

(٣) أوجد بعد $C(2, 2, -1)$ عن المستقيم الفصل المشترك للمستويين المتقاطعين $\begin{cases} R: x - y + z = 0 \\ Q: 3x + z - 1 = 0 \end{cases}$

السؤال الخامس: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن $A(2, 1, 2)$ والمستويين $\begin{cases} P: x + y - 2z - 1 = 0 \\ Q: x + y + z = 0 \end{cases}$

(١) أثبت أن المستويين متعامدين

(٢) أحسب بعد A عن كل من المستويين

(٣) استنتج بعد A عن الفصل المشترك للمستويين

السؤال السادس: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن $A(1, 0, -1), B(2, 2, 3), C(3, 1, -2), D(-4, 2, 1)$

(١) أثبت أن المثلث ABC قائم ثم احسب مساحته

(٢) أثبت أن $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ناظم على المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي (ABC)

(٣) أحسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

السؤال الأول : ادرس الوضع النسبي لكل من المستقيمين Δ , d و عين نقطة تقاطعهما في حال كونهما متقاطعين :

$$\Delta \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases} \quad \Delta \begin{cases} x = 3s + 2 \\ y = -s - 1 \\ z = s + 1 \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 3 \\ z = -t + 2 \end{cases} \quad \bullet$$

$$\Delta \begin{cases} x = -9s + 4 \\ y = -12s + 4 \\ z = 3s \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 4t \\ z = -t + 1 \end{cases} \quad \Delta \begin{cases} x = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \\ z = s \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t - 1 \end{cases} \quad \bullet$$

السؤال الثاني : ادرس الوضع النسبي للمستقيم d والمستوي P و عين نقطة تقاطعهما في حال كونهما متقاطعين :

$$P : 2x + 3y - z = 0 \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t + 1 \\ z = 8t - 3 \end{cases} \quad P : x - y + z - 1 = 0 \text{ و } d \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

السؤال الثالث : ادرس الوضع النسبي لكل من المستويين P , Q و عين تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك في حال كونهما متقاطعين :

$$\begin{cases} P : x + y - 2z - 1 = 0 \\ Q : 2x + 2y - 4z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P : x + y - 2z = 3 \\ Q : x - y - 2z = 5 \end{cases}$$

السؤال الرابع : بين إذا كانت المستويات P , Q , R متقاطعة بنقطة أم متقاطعة بفصل مشترك أم غير متقاطعة و عين نقطة التقاطع أو الفصل المشترك في حال كونها متقاطعة :

$$\begin{cases} P : 2x - y + 3z = 0 \\ Q : x + 2y + z = 0 \\ R : 3x - 4y + 5z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P : -x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ Q : 3x - y - 4z + 5 = 0 \\ R : 2x + 3y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P : x + y - 2z = -1 \\ Q : 3x + y - z = -1 \\ R : -2x - 2y + 4z = 1 \end{cases}$$

السؤال الخامس : نتأمل في معلم متجانس $A(1, 2, 0)$ والمستويات P , Q , R :

$$\begin{cases} P : 2x - y + 2z - 2 = 0 \\ Q : x + y + z - 1 = 0 \\ R : x - z - 1 = 0 \end{cases}$$

(١) أثبت أن المستويين P , Q يتقاطعان بفصل مشترك Δ و اكتب تمثيلاً وسيطياً له

(٢) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A

(٣) أثبت أن المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها

(٤) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ

السؤال السادس : ليكن لدينا المستقيمان Δ , d حيث

$$\Delta \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$$

هل المستقيمان Δ , d يقعان في مستوي واحد ؟ علل