النماذج الرسولية

في الرياضيات

25 نموذج مع الحل

لضمان العلامة التامة

MRS

أ . محمد رسول صباغ

المكتب العلمي الرياضي

https://t.me/rasolmathsabbag

Mohammad Rasol Alsbbag

0934 131 159

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢

الرياضيات

النموذج رقم (١)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة):

السؤال الأول: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$

١) جد الأعداد التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$

٢) اثبت أن $y=ax+b$ مقارب مائل في جوار $\mp\infty$ وادرس وضعه النسبي.

السؤال الثاني: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(\ln x)^2+3\ln x+2=0$

السؤال الثالث: اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $z=\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث الآتية (لكل سؤال ٤٥ درجة):

السؤال الأول: ABCD رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث BCD جد مجموعة النقاط من الفراغ التي تحقق

$$\|\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC}\|=\|3\vec{MA}-\vec{MB}-\vec{MD}-\vec{MC}\|$$

السؤال الثاني: عين قيمة n في الحالة الآتية؟

$$P_n^2=5P_{n-1}^1$$

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $u_n=4n+1$ اثبت أن المتتالية حسابية عين أساسها واحسب $u_0+u_1+u_2+\dots+u_{10}$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٨٠ للثالث)

التمرين الأول: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{x+2}{|x|+1}$

١) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليمين لخط البياني C في النقطة $A(0,2)$

٢) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليسار، ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليسار لخط البياني في النقطة $A(0,2)$.

٣) ارسم نصفي المماسين السابقين وارسم C في المجال $[-2,2]$

التمرين الثاني: لتكن $\alpha=e^{\frac{2\pi}{5}i}$ نضع $A=\alpha+\alpha^4$ و $B=\alpha^2+\alpha^3$

١) اثبت أن $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4=0$ واستنتج أن A , B هما جذرا المعادلة من الدرجة الثانية $x^2+x-1=0$

يتبع في الصفحة الثانية

٢) عبر عن A بدلالة $\cos(\frac{2\pi}{5})$

٣) حل المعادلة $x^2+x-1=0$ واستنتج النسب المثلثية لـ $\frac{2\pi}{5}$.

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي :

$$u_0=0$$
$$u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$$

١) اثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ تحقق $0\leq u_n\leq 1$

٢) اثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

٣) علل تقارب المتتالية u_n واحسب نهايتها .

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ $B(3,2,0)$ في الفراغ ولتكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ ناظماً له ، Q المستوي الذي معادلته $Q: x-y+2z+6=0$ ولتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB

١) اوجد معادلة المستوي P ٢) جد معادلة الكرة

٣) اثبت أن المستوي Q يمس الكرة S .

٤) اثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A القائم على المستوي Q

٥) جد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك d للمستويين P ، Q .

٦) اثبت أن d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة BC .

المسألة الثانية : لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$ ولتكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب

١) احسب نهايتي التابع f عند الصفر وعند $+\infty$

٢) اثبت أن $f'(x)=g(x)$

٣) حل المعادلة $g(x)=0$

٤) نظم جدول تغيرات f

٥) اكتب معادلة المماس D للخط C في نقطة فاصلتها $x=\frac{1}{e}$

وارسم المماس D وارسم C .

انتهت الأسئلة ..

-٢-

المدرس محمد رسول الصباغ

0934131159 سُلَّم تصحيح مادة الرياضيات

/ /

الدرجة

$t(x) = \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \dfrac{\frac{x+2}{|x|+1} - 2}{x - 0}$

$|x| = -x$ ، $x \to 0^-$

$t(x) = \dfrac{\frac{x+2}{-x+1} - 2}{x} = \dfrac{3x}{x(-x+1)} = \dfrac{3}{-x+1}$

$\lim\limits_{x \to 0^-} t(x) = 3$

ومنه f اشتقاقي عند (0) من اليسار

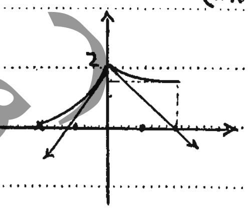
$m = \lim\limits_{x \to 0^-} t(x) = 3$

ومنه معادلة نصف المماس $y = 3x + 2$

(٢) $f(-2) = 0$ $\qquad f(2) = \frac{4}{3}$

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+2}{x+1} & x \geq 0 \\ \dfrac{x+2}{-x+1} & x \leq 0 \end{cases}$

$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{-1}{(x+1)^2} < 0 \\ \dfrac{3}{(-x+1)^2} > 0 \end{cases}$



x	-2		0		$+2$
f'		$+$	$3 \parallel -1$	$-$	
f	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{4}{3}$

التمرين الثاني :

$\underbrace{1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4}_{n} =$

مجموع متتالية هندسية أساسها $q = \alpha$

وحدها الأول (1) وعدد حدودها (5)

$1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = a \dfrac{1 - q^n}{1 - q} = \dfrac{1 - \alpha^5}{1 - \alpha} = 0$

لكن $\alpha^5 = (e^{\frac{2\pi}{5}i})^5 = e^{2\pi i} = e^0 = 1$

ومنه $\alpha^5 = 1$

ولذلك $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$

• $A^2 + A - 1 = (\alpha + \alpha^4)^2 + \alpha + \alpha^4 - 1$

$= \alpha^2 + 2\alpha^5 + \alpha^8 + \alpha + \alpha^4 - 1$

$= \alpha^2 + 2 + \alpha^3 + \alpha + \alpha^4 - 1$

$= \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

$\alpha^8 = \alpha^5 . \alpha^3 = \alpha^3$

ومنه A جذر للمعادلة .

$B^2 + B - 1 = (\alpha^2 + \alpha^3)^2 + \alpha^2 + \alpha^3 - 1$

$= \alpha^4 + 2\alpha^5 + \alpha^6 + \alpha^2 + \alpha^3 - 1$

$= \alpha^4 + 2 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 - 1$

$= \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

حيث $\alpha^6 = \alpha^5 . \alpha = \alpha$

ومنه B جذر للمعادلة .

• $A = \alpha + \alpha^4 = e^{\frac{2\pi}{5}i} + e^{\frac{8\pi}{5}i}$

$A = e^{\frac{2\pi}{5}i} + e^{-\frac{2\pi}{5}i} = 2\cos\frac{2\pi}{5}$

$\frac{8\pi}{5} = \frac{10\pi - 2\pi}{5} = \underbrace{2\pi}_{\text{دورة}} - \frac{2\pi}{5} = -\frac{2\pi}{5}$

(٣) $x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 4 = 5 \qquad \sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2} = A$

لأن $A = 2\cos\frac{2\pi}{5}$ لكن $\frac{2\pi}{5} = \frac{360}{5} = 72$

أي $\frac{2\pi}{5}$ في الربع الأول ومنه A موجب

ومنه $A = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$

$2\cos\frac{2\pi}{5} = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$

$\cos\frac{2\pi}{5} = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{4}$

التمرين الثالث : $E(n) :\ 0 \leq u_n \leq 1$

من أجل $n = 0$ $\quad 0 \leq \frac{1}{2} = u_0 \leq 1$ محقق

الفرض : $0 \leq u_n \leq 1$ المطلوب : $0 \leq u_{n+1} \leq 1$

المبرهنة : من أجل $u_n = f(n)$ لدينا

$f(x) = \dfrac{2x+1}{x+2} \qquad f'(x) = \dfrac{3}{(x+2)^2} > 0$

ومنه f متزايد .

لدينا فرضاً $0 \leq u_n \leq 1$

$f(0) \leq f(u_n) \leq f(1)$

المكتب العلمي الرياضي ..

-٢-

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات / نموذج (1) /

السؤال الأول:

$$x^2 - 5x + 1 = (x+1)(x-6) + 7$$

$f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$

ومنه $a = 1 \quad b = -6 \quad c = 7$

(2) $f - y_\Delta = \frac{7}{x+1}$ ، $\lim\limits_{x \to \pm\infty} (f - y_\Delta) = 0$

ومنه $\Delta : y = x - 6$ مقارب مائل في جوار $\pm\infty$

$* \; f - y_\Delta = \frac{7}{x+1}$

C فوق Δ : $x > -1$

C تحت Δ : $x < -1$

السؤال الثاني: $x > 0$ شرط الحل

نفرض $\ln x = t \Rightarrow$

$t^2 + 3t + 2 = 0$

$(t+2)(t+1) = 0$

إما $t = -2 \Leftrightarrow \ln x = -2$ ، $x = e^{-2}$

أو $t = -1 \Leftrightarrow \ln x = -1$ ، $x = e^{-1}$

السؤال الثالث: $Z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i}$

$Z_1 = 1 - i\sqrt{3} = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

$Z_2 = 1 + i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$Z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$

السؤال الأول: G مركز ثقل المثلث BCD إذاً

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(B,1)\,(C,1)\,(D,1) \Rightarrow$

$\vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ ...(1)

$-\vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC} = -3\vec{MG}$

$3\vec{MA} - \vec{MD} - \vec{MC} - \vec{MB} = 3\vec{MA} - 3\vec{MG}$

$3\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC} = 3\vec{GA}$ ...(2)

نعوض (1) و (2) في عبارة المجموعة

$\|3\vec{MG}\| = \|3\vec{GA}\| \Rightarrow \|\vec{MG}\| = \|\vec{GA}\|$

مجموعة النقاط هي دائرة مركزها G و $R = GA$

السؤال الثاني:

$n \geq 2$

$n - 1 \geq 1 \Rightarrow n \geq 2$ $\Big\}$ $\Rightarrow n \geq 2$

$n(n-1) = 5(n-1)$

ومنه $n = 5$

السؤال الثالث: $u_{n+1} - u_n = 4(n+1) + 1 - 4n - 1$

$= 4$ متتالية حسابية $r = 4$

$S = n\,\frac{a + l}{2}$ ، $n = 10 - 0 + 1 = 11$

$a = u_0 = 1$

$l = u_{10} = 41$

ومنه $S = 11\,\frac{1 + 41}{2} = 11(21) =$

التمرين الأول:

$t(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{\frac{x+2}{|x|+1} - 2}{x - 0}$

$|x| = x$ لأن $x \to 0^+$

$t(x) = \frac{\frac{x+2}{x+1} - 2}{x} = \frac{-x}{x(x+1)} = \frac{-1}{x+1}$

ومنه $\lim\limits_{x \to 0^+} t(x) = -1$

ومنه f قابل للاشتقاق من اليمين

$m = \lim\limits_{x \to 0} t(x) = -1$

ومنه معادلة المماس $y = -x + 2$

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات / نموذج (11) /

الدرجة

$\frac{1}{2} \le u_{n+1} \le 1 \Rightarrow 0 \le u_{n+1} \le 1$

محققة.

2) $u_1 = \frac{2u_0+1}{u_0+2} = \frac{1}{2}$

متزايدة: $u_1 - u_0 = \frac{1}{2} > 0$

الفرض: $u_{n+1} - u_n > 0$

الطلب: $u_{n+2} - u_{n+1} > 0$

البرهان: الدالة f متزايدة.

$u_{n+1} - u_n > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$

$f(u_{n+1}) > f(u_n)$

$u_{n+2} - u_{n+1} > 0 \Leftrightarrow u_{n+2} > u_{n+1}$

ومنه فالقضية محققة.

3) وجدنا أن u_n متزايدة ومحدودة من الأعلى

فهي متقاربة من عدد $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

لإيجاد نهاية المتتالية نحل المعادلة $f = x$

$\frac{2x+1}{x+2} = x \Rightarrow x^2 + 2x = 2x + 1$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \mp 1$

أي $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

المسألة الأولى: $\vec{n} = \overrightarrow{AB}(2, 1, -1)$

نعوض B: $2x + y - z + d = 0$

$6 + 2 - 0 + d = 0 \Rightarrow d = -8$

$P: 2x + y - z - 8 = 0$

• $S: (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = R^2$

حيث $R = AB = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$

$dist(A, Q) = \frac{|1 - 1 + 2 + 4|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} = R$

ومنه المستوي Q مماس للكرة.

الدرجة

ومنه نقطة A هي مسقط النقطة A على المستوي Q.

$\overrightarrow{AC}(-1, 1, -2)$
$\vec{n}_Q(1, -1, 2)$

4) $P: 2x + y - z - 8 = 0$

$Q: x - y + 2z + 4 = 0$ +

$3x + z - 4 = 0 \Rightarrow z = 4 - 3x$

نعوض في ①

$2x + y - 4 + 3x - 8 = 0$

$y = 12 - 5x$ بفرض $x = t$

$x = t$

$y = 12 - 5t \quad t \in \mathbb{R}$

$z = 4 - 3t$

5) لنوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة [BC]

$\vec{n} = \overrightarrow{BC}(-3, 0, -1)$

والنقطة التي تنتمي للمستوي المحوري هي I منتصف BC

$I(\frac{3}{2}, 2, -\frac{1}{2})$

$-3x - z + d = 0 \Rightarrow$

$-\frac{9}{2} + \frac{1}{2} + d = 0 \Rightarrow d = 4$

$-3x - z + 4 = 0$

نعوض المعادلات الوسيطة

نعوض المعادلات الوسيطة في معادلة المستوي المحوري

$-3t - 4 + 3t + 4 = 0$

$0 = 0$ ومنه d محتوى في المستوي المحوري [BC].

المكتب الطلابي الرياضي

٣

-٥-

/ نموذج (١١) /

المدرس محمد رسول الصباغ
سُلّم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159

الدرجة	
١٠	المسألة الأولى: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
٥	عدم تعيين $\lim_{x\to 0} f(x) = 0(\infty)$
	$f(x) = x + (\sqrt{x}\ln x)^2$
٥	$= x + (\sqrt{x}\cdot 2\cdot \frac{1}{2}\ln x)^2$
	$= x + 4(\sqrt{x}\ln\sqrt{x})$
٥	$\lim_{x\to 0} f(x) = 0 + 4(0) = 0$
١٠	$f'(x) = 1 + (\ln x)^2 + 2(\ln x)(\frac{1}{x})x$
٢	$= (\ln x)^2 + 2\ln x + 1$
٣	$= (\ln x + 1)^2 = g(x)$
٥	$g(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x) + 1 = 0$
٥	$\ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$
٥	* وجدنا أن $f' = g$ ومنه $f' = g = 0$
٥	$x = \frac{1}{e}$ $f(\frac{1}{e}) = \frac{2}{e}$

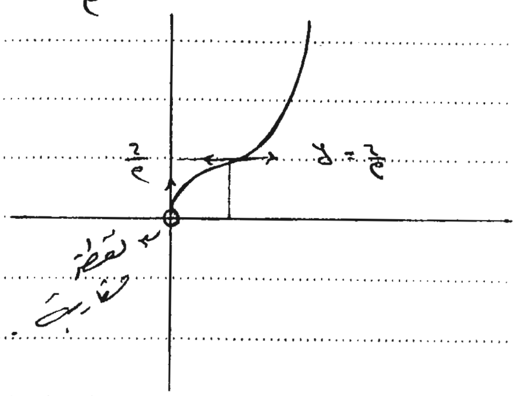
x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{2}{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

(الدرجة ١٠ للجدول)

٥ — نقطة تماس $(\frac{1}{e}, \frac{2}{e})$

١٠ — $y = \frac{2}{e}$ معادلة المماس أفقي

١٠ —



٥ للنقطة المتلاشية

١٠٠

انتهى السلم

تمرين متتالية خارجي ..

لتكن u_n متتالية $u_1 = e^2$

$u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$

أ) برهن بالتدريج أن $u_n > \frac{1}{e}$ وذلك أيا كان العدد الطبيعي غير المعدوم n

٢) a) بيِّن أن أيا كان العدد الطبيعي n غير المعدوم يكون $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ثم استنتج جهة اطرادها.

b) استنتج أن u_n متقاربة، لم احسب نهايتها

٣) لتكن v_n متتالية حيث

$v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$

a) برهن أنها هندسية يطلب أساسها وحدها الأول

b) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

c) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

٤) احسب بدلالة n المجموع.

$S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n}$

المكتب العلمي الرياضي ..

٤

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢

الرياضيات النموذج رقم (٢)

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية (لكل سؤال ٤٠ درجة) :

السؤال الأول : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل نقطتين $A(2,5,3)$ و $B(-1,0,-1)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(1,1,-2)$ و $\vec{v}(3,-1,-1)$ شعاعي توجيه.
أثبت أن المستقيم AB عمودي على المستوي P.

السؤال الثاني : لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $f(n)=\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

١) حدد نهاية هذه المتتالية

٢) نضع $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

٣) أثبت أن $S_n=\ln(n+1)$ ما نهاية $(S_n)_{n\geq 1}$ ؟

السؤال الثالث : ليكن f تابع معرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق $f(x)=\frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ ، $a,b\in\mathbb{R}$
عيّن a و b كي يكون للتابع قيمة حدية هي $f(-1)=0$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية (لكل سؤال ٤٠ درجة)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$

١) ادرس نهاية f عند $-\infty$ واشرح التأويل الهندسي لهذه النتيجة

٢) أثبت أن المستقيم $y=2x$ مقارب لـ C في جوار $+\infty$ وادرس وضعهما النسبي

السؤال الثاني : كم كلمة من ثلاثة حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة SYRIA

السؤال الثالث : اكتب معادلة المخروط الذي رأسه $A(1,0,0)$ ومحوره $(x'x)$ وقاعدته دائرة مركزها $B(4,0,0)$ ونصف قطرها 3 .

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{2x^2-x-1}{x^2+x+1}$

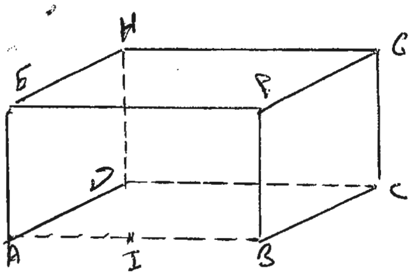
١) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ، استنتج مقارب C الموازي لـ $x'x$
ثم ادرس الوضع النسبي لهذا المقارب وعيّن ما الرسم لكم حدية .

٢) ارسم كلاً من مقارب وحيد ثم ارسم C

٣) برهن أن التابع $h(x)=f(|x|)$ تابع زوجي

التمرين الثاني : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ ، $BC=GC=1$ ولتكن I منتصف AB

١) أنشئ معلماً متجانساً مبدؤه A . ٢) اكتب معادلة المستوي (IFH)



٣) احسب بعد G عن المستوي IFH

٤) احسب بعد G عن المستقيم IH، اي نتمم المسقط القائم للنقطة G على المستوي IFH الى المستقيم (IH)

التمرين الثالث: لتكن f تابع معرف على $\mathbb{R}^*$ وفق $f(x)=\frac{1}{x}$

١) اكتب معادلة المماس لـ f في نقطة منه فاصلتها $x=1$

٢) اثبت انه ايا كان $n\in\mathbb{N}^*$ فإن $f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n . n!}{x^{n+1}}$

٣) لتكن التابع g المعرف على $]0,\infty[$ وفق $g(x)=\ln x$ احسب g' وبالاستفادة من الطلب السابق استنتج انه ايا كان $\forall n\in\mathbb{N}^*$ $g^{(n)}(x)=(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{x^n}$

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (ستون درجة لكل منهما)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f $f(x)=\ln(ax+b)$

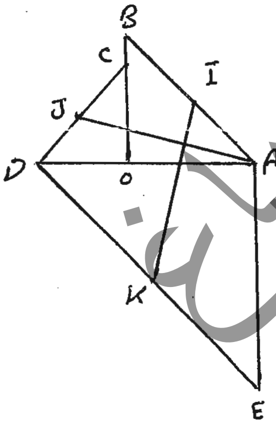
١) اوجد a و b علماً ان المستقيم $x=\frac{1}{2}$ مقارب لـ C وان C يقطع المحور $x'x$ في النقطة $A(1,0)$

٢) من اجل $b=-1$ ، $a=2$

a) اوجد D_f ثم ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

b) ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C واستنتج رسم C_1 للتابع f_1 المعرف بالعلاقة $f_1(x)=|\ln(2x-1)|$

٣) برهن ان f تقابل ثم عين تقابله العكسي f^{-1} واستنتج رسم f^{-1}.



المسألة الثانية: نتأمل في المستوي الموجه الشكل المجاور. المثلثات OAB - OCD - ADE مثلثات قائمة ومتساوية الساقين ومباشرة، النقاط I ، J ، K هي منتصفات اضلاع هذه المثلثات، نهدف الى اثبات تعامد المستقيمين AJ ، IK وان AJ ، IK لهما طولان متساويان ونختار معلماً متجانساً مباشراً مبدؤه O، ونرمز a ، c الى العددين العقديين الممثلين للنقطتين A ، C

١) a) عبر بدلالة a ، c عن الاعداد العقدية التي تمثل النقاط B ، D ، E

b) استنتج الاعداد العقدية z_I و z_J و z_K التي تمثل النقاط I ، J ، K

٢) اثبت ان $z_K - z_I = i(z_J - a)$ ثم استنتج الخواص المطلوبة

- انتهت الاسئلة ..

-٨-

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات

السؤال الأول :

$\vec{AB}\ (-3, -5, -4)$

لدينا

$\vec{u}\ (1, 1, -2)$
$\vec{v}\ (3, -1, -1)$

$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{-1}$

غير مرتبطان خطياً

ولدينا :

$\vec{AB} \cdot \vec{u} = -3 - 5 + 8 = 0$

ومنه AB عمودي على u

ولدينا

$\vec{AB} \cdot \vec{v} = -9 + 5 + 4 = 0$

ومنه AB عمودي على v

وبالتالي AB عمودي على P

لأنه عمودي على شعاعين غير مرتبطان خطياً فيه

السؤال الثاني :

1) $\lim_{n \to +\infty} u_n = \ln(1) = 0$

2) a. لدينا :

$u_1 = \ln 2 \qquad u_2 = \ln \frac{3}{2}$

$u_3 = \ln \frac{4}{3} \quad \ldots \quad u_n = \ln \frac{n+1}{n}$

ومنه

$S_n = \ln 2 + \ln 3 - \ln 2 + \ln 4 - \ln 3$
$\ldots \ln(n+1) - \ln(n)$

أي أن $S_n = \ln(n+1)$

$\lim_{n \to +\infty} S_n = +\infty$

السؤال الثالث :

$f'(x) = \frac{(2ax+b)(x-1) - (ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$

حتى يكون للتابع قيمة حدية عند -1 يكون

$f'(-1) = 0$

$(-2a+b)(-2) - (a-b+1) = 0$

$3a - b - 1 = 0 \quad ①$

ولدينا :

$f(-1) = 0$

$a - b + 1 = 0 \quad ②$

من ① و ② :

$3a - a - 1 - 1 = 0$

$a = 1 \qquad b = 2$

والتابع :

$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$

السؤال الأول :

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty + \infty$

حالة عدم تعيين

بالضرب بالمرافق :

$f(x) = \frac{x^2 - x^2 - 1}{x - \sqrt{x^2+1}}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{-1}{-\infty} = 0$

ومنه $y = 0$ مقارب أفقي

منطبق على $x'x$ في جوار $-\infty$

المكتب الطلابي الرياضي ..

(1)

-٩-

سُلّم تصحيح مادة الرياضيات — المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159

2) $f(x)-y = -x+\sqrt{x^2+1}$

$\lim_{x\to+\infty} f-y = -\infty+\infty$

حالة عدم تعيين

بالضرب بالمرافق:

$f-y = \dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}$

$\lim_{x\to+\infty} f-y = \dfrac{1}{+\infty} = 0$

ومنه $y=2x$ مقارب لـ C في جوار $+\infty$

لدينا $f-y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$

ونعلم أن:

$x^2+1 > x^2$

$\sqrt{x^2+1} > x$

أي أن

$f-y > 0$ أياً كانت x

وبالتالي C فوق Δ

السؤال الثاني:

لنفكر بملء خانات ثلاث بالحروف المكونة لكلمة syria

ولما كان لا مانع من التكرار نجد أن الخانة الأولى يتم ملؤها بـ 5 طرق وكذلك كل من الخانة الثانية والثالثة وحسب المبدأ الأساسي بالعد $5\times5\times5=125$

السؤال الثالث:

$1 \leq x \leq 4$

$\frac{9}{9}x^2 = y^2+z^2$

$x^2-y^2-z^2=0$

التمرين الأول:

1) f معرف ومستمر وقابل للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 2$

ومنه $y=2$ مقارب أفقي يوازي xx' في جوار $\pm\infty$

الوضع النسبي:

$f(x)-y = \dfrac{2x^2-x-1-2x^2-2x-2}{x^2+x+1}$

$f(x)-y = \dfrac{-3x-3}{x^2+x+1}$

لدينا عند $x>-1$ $f-y<0$ و C تحت Δ

و $f-y>0$ عند $x<-1$ و C فوق Δ

$f'(x) = \dfrac{3x^2+6x}{x^2+x+1}$

$f'=0 \Rightarrow 3x(x+2)=0$

إما $x=0$ $f(0)=-1$

المكتب الطبي الرياضي ..

(2)

-١-

سلم تصحيح مادة الرياضيات
المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

التمرين الثاني :

1) $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

2) $F(2,0,1)$ $H(0,1,1)$

$I(1,0,0)$

$\vec{HF}(2,-1,0)$

$\vec{IF}(1,0,1)$

بفرض $n(a,b,c)$ ناظم المستوي

فإن :

$\vec{n}\cdot\vec{IF}=0$

$a+c=0$ ...(1)

$\vec{n}\cdot\vec{HF}=0$

$2a-b=0$ ...(2)

بفرض $a=1$

$C=-1$ $b=2$

ومنه معادلة المستوي :

$x+2y-z+d=0$

نعوض H :

$2-1+d=0 \Rightarrow d=-1$

ومنه معادلة المستوي :

$x+2y-z-1=0$

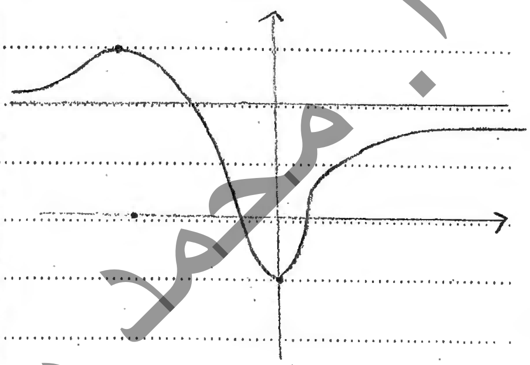
3) $\text{dist } G, IFH = \frac{|2+2-1-1|}{\sqrt{1+4+1}}$

$\text{dist} = \frac{2}{\sqrt{6}}$

أو $x=-2$ $f(-2)=3$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2

2)



3) $h(x)=f(|x|)$

$h(x)=\frac{2x^2-|x|-1}{x^2+|x|+1}$

لدينا : أياً كانت $x\in R$

فإن $-x\in R$

فالشرط الأول محقق

$h(-x)=\frac{2x^2-|-x|-1}{x^2+|-x|+1}=h(x)$

فالشرط الثاني محقق

وبالتالي التابع $h(x)$ تابع زوجي

المكتب العلمي الرياضي

(3) -11-

المدرس محمد رسول الصباغ

سلم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159

4) لنوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم $\overrightarrow{IH}(-1,1,1)$

$$IH \begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

نفرض G' المسقط القائم لـ G على IH :

$$GG' = \sqrt{(1-t-2)^2 + (t-1)^2 + (t-1)^2}$$

$$= \sqrt{3t^2 - 2t + 3}$$

$$= \sqrt{3\left(t^2 - \frac{2}{3}t\right) + 3}$$

$$= \sqrt{3\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{3}}$$

نختار أصغر قيمة من أجل $t = \frac{1}{3}$ ومنه

$$GG' = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

بما أن $dist(G, IfH) \neq GG'$ فإن المسقط القائم لـ G على المستوى IfH لا ينتمي إلى IH.

التمرين الثالث :

1) $f(1) = 1$

$f'(1) = -1$

$y - 1 = -(x - 1)$

2) من أجل حد العدد :

$n = 1$

$$f^{(1)}(x) = \frac{(-1)^1 \times 1}{x^{1+1}} = \frac{-1}{x^2}$$

ولدينا $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

فهي محققة من أجل حد العدد

الفرض :

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot n!}{x^{n+1}}$$

الطلب :

$$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$$

الإثبات : لإثبات الطلب نشتق الفرض :

$$\left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{-(n+1)x^n (-1)^n n!}{\left(x^{n+1}\right)^2}$$

$$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!\,\cancel{x^n}}{\cancel{x^n} \cdot x^{n+2}}$$

$$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$$

فهي محققة أياً كانت n

$g(x) = \ln x \qquad g'(x) = \frac{1}{x}$

المكتب الطلابي الرياضي ..

(4)

١٢

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات / /

نلاحظ أن المشتق الثاني لـ g هو المشتق الأول لـ f

وبالتالي المشتق من المرتبة n لـ f هو المشتق من المرتبة $n-1$ لـ g

أي باستبدال n بـ $n-1$ في قاعدة f يكون:

$$g^{(n)} = (-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{x^n}$$

المسألة الأولى:

1) لدينا بما أن $x=\frac{1}{2}$ مقارب فإن

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = \infty$$

أي $\frac{1}{2}a + b = 0 \quad ..(1)$

ولدينا $f(1) = 0$

$\ln(a+b) = 0$

$a + b = 1 \quad ..(2)$

ومنه $a = 2$

$b = -1$

2) a. $f(x) = \ln(2x-1)$

معرف من أجل

$2x - 1 > 0 \qquad x > \frac{1}{2}$

f معرف ومستمر واشتقاقي على المجال

$]\frac{1}{2}, +\infty[$

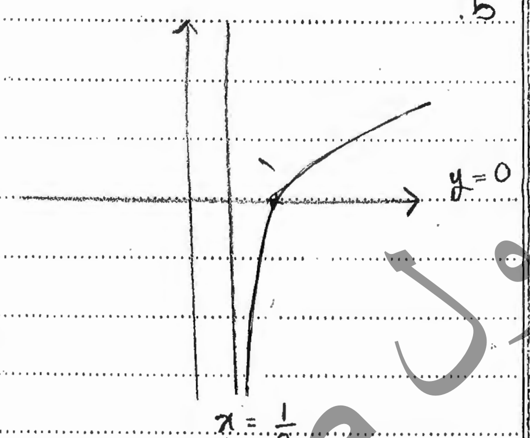
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$$

$$f'(x) = \frac{2}{2x-1} > 0$$

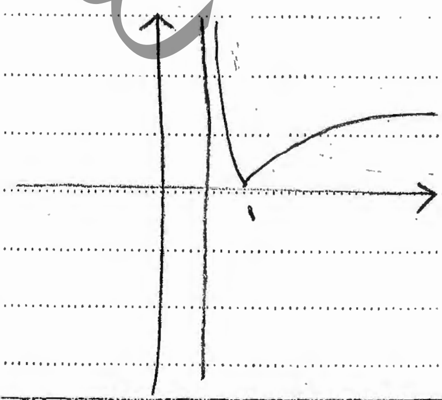
x	$\frac{1}{2}$		$+\infty$
f'		$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	∞

.b



C_1 للتابع f_1 المعرف وفق

$f_1(x) = |f(x)|$



المكتب العلمي الرياضي ..

(5) -١٢-

3) لكي يكون تقابل لابد أن يكون للمعادلة $f(x)=y$ حل وحيد أي

$\ln(2x-1)=y$

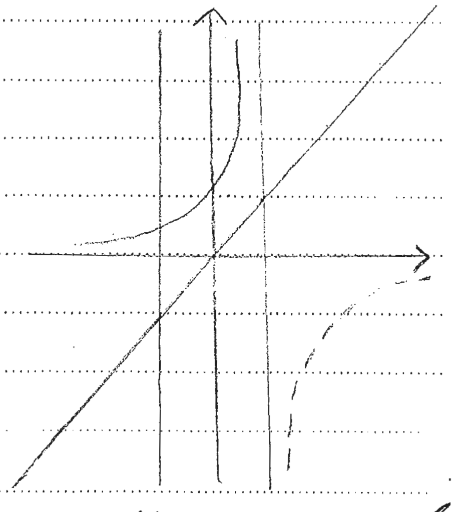
$2x-1=e^{y}$

$x=\dfrac{e^{y}+1}{2}$

ومنه f تقابل عكسي

$f^{-1}=\dfrac{e^{x}+1}{2}$

بما f^{-1} تقابل عكسي لـ f فإن f^{-1} نظيره بالنسبة للمستقيم $y=x$



ملاحظة C_f و $C_{f^{-1}}$ متناظران بالنسبة لمنصف الربعين الأول والثالث.

المسألة الثانية:

a) B صورة A وفق دوران مركزه المبدأ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ أي:

$b=ia \rightarrow -ib=a$

D صورة C وفق دوران مركزه المبدأ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ أي:

$d=-ic \rightarrow -id=c$

E صورة D وفق دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

$e-a=i(d-a)$

b) $Z_I=\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a+ia}{2}$

$Z_J=\dfrac{d+c}{2}=\dfrac{-id+d}{2}$

$Z_K=\dfrac{d+e}{2}=\dfrac{d+i(d-a)+a}{2}$

2) $Z_K-Z_I=\dfrac{d+id-2ai}{2}$

$Z_J-a=\dfrac{d-id-2a}{2}$

ومنه $i(Z_J-a)=\dfrac{id+d-2ai}{2}$

ومنه $IK=i\,AJ$

أي $AJ\perp IK$ و $IK=AJ$

انتهى السلم المكتب العلمي الرياضي ..

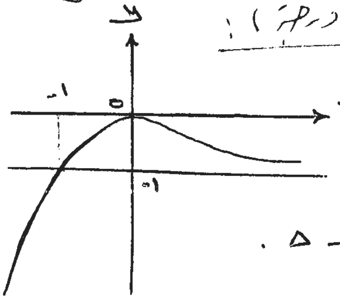
(6)

المكتب العلمي للرياضي
أ. محمد رسول الصباغ
٠٩٣٤١٣١١٥٩

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢

الرياضيات — النموذج رقم (٣)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة):



السؤال الأول: في الشكل المجاور خط بياني C للتابع f أجب عن الأسئلة التالية

١) أوجد D_f و $f(D_f)$

٢) أوجد $f'(0)$ و $f'(5)$

٣) ما معادلة المستقيم المقارب للخط C؟ وما وضع C بالنسبة له.

٤) عيّن بدلالة k عدد حلول المعادلة $f(x) = k$

٥) بيّن ما للتابع من قيم حدية مبيناً نوعها.

السؤال الثاني: لتكن المجموعة $S = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$

١) ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى وأرقامها مأخوذة من S

٢) ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث خانات مختلفة وأرقامها مأخوذة من S وكل عدد منها من مضاعفات العدد 5 وأصغر من 500

السؤال الثالث: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان كما يأتي

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ ، $v_n = u_n + \frac{1}{4n}$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة)

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2}$

١) أوجد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

٢) أثبت أن المستقيم $y = x$ مقارب لـ C

السؤال الثاني: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-(1+2i)z+3+3i=0$

السؤال الثالث: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(0,-2,2)$ ، $B(4,2,0)$

اكتب معادلة الكرة التي تقبل (AB) قطراً لها.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول: في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس لدينا النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية

$z_A = -4$ ، $z_B = -\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$ ، $z_C = -\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$

١) اكتب العدد العقدي $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ بالشكل الجبري ثم الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC

٢) عيّن z_D ، z_E لكي يكون الرباعي BCDE مربعاً مركزه A

٣) عيّن مجموعة النقاط M التي تحقق $\|\vec{ME}+\vec{MD}+\vec{MB}+\vec{MC}\| = 10\sqrt{2}$

٤) لتكن Γ_2 مجموعة النقاط M التي تحقق $\arg(z+4) = \frac{\pi}{4}$ تحقق أن B تنتمي لـ Γ_2

-١٥-

يتبع

التمرين الثاني : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x(\ln x)^2$

١) أثبت أن f يكتب بالشكل $f(x)=4(\sqrt{x}\ln\sqrt{x})^2$

٢) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً به وارسم خطه البياني.

التمرين الثالث : نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $u_0=\frac{1}{2}$ ، $u_{n+1}=\frac{5u_n+4}{u_n+2}$

١) مثل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ ثم خمن جهة تغيرها وتقاربها المحتملة.

٢) نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $v_n=\frac{u_n-4}{u_n+1}$

a) بين أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية، وحدد أساسها

b) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n وحدد نهاية (u_n)

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق $f(x)=\frac{2x}{(x-1)^2}$

١) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً به واستنتج ما لـ C من مقاربات وادرس الوضع النسبي للمقارب الأفقي وحدد نقطة التقاطع في حال وجودها

٢) اكتب معادلة المماس d لـ C في نقطة فاصلتها $x=0$ ثم أوجد عدد النقط المشتركة بين الخط C وهذا المماس

٣) ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم d ثم ارسم C ، واستنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق $f_1(x)=\frac{-2x}{(x+1)^2}$

٤) استنتج من الرسم البياني للتابع f عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

٥) استنتج بيانياً حلول المتراجحة $x\leq 2(x-1)^2$

المسألة الثانية : في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(6,-1,1)$ والمستويان $P_1: x-2y=5$ ، $P_2: y+z=6$

١) أثبت أن المستويين متقاطعان

٢) جد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P_1 و P_2 وليكن Δ

٣) أوجد معادلة المستوي Q المار بـ A والعامد للفصل المشترك Δ

٤) أوجد إحداثيات B نقطة تقاطع الفصل المشترك Δ مع المستوي Q

٥) احسب بعد A عن الفصل المشترك Δ.

- انتهت الأسئلة ..

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سُلّم تصحيح مادة الرياضيات / نموذج ٣ /

السؤال الأول : $D_f =]-\infty, +\infty[$

$f(D_f) =]-\infty, 0]$

$f'(0) = 0$ $\quad f' > 0 \Rightarrow x \in]-\infty, 0[$

١) $y = -1$ لا مقارب أفقي $x'x$ ..

$]-\infty, -1[$ ، فوق المقارب

$]-1, +\infty[$ ، فوق المقارب . $x=-1$ تقطع نقطة

٤) $k \in]-\infty, -1]$ حل وحيد

$k \in]-1, 0[$ حلين $\quad k = 0$ حل وحيد

$k \in]0, +\infty[$ مستحيل الحل .

٥) $f(0) = 0$ قيمة حدية كبرى .

السؤال الثاني : أ) $P_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

ج) وحسب المبدأ الأساسي بالعد
الأشجار $= 1$
الطاولات $= 2$
الممرات $= 4$
طريقة $1 \times 2 \times 4 = 8$

السؤال الثالث :

$u_{n+1} - u_n =$

$= \cancel{\frac{1}{n+2}} + \cancel{\frac{1}{n+3}} + \dots + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} - \cancel{\frac{1}{n+2}} - \cancel{\frac{1}{n+3}} - \dots - \frac{1}{2n}$

$= \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2n+1} + \frac{-1}{2n+2}$

$= \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} > 0$ فهي متزايدة تماماً

$v_{n+1} - v_n = u_{n+1} + \frac{1}{4n+4} - u_n - \frac{1}{4n}$

$= u_{n+1} - u_n + \frac{1}{4(n+1)} - \frac{1}{4n}$

$= \frac{1}{2(n+1)(2n+1)} + \frac{-1}{4n(n+1)}$

$= \frac{-1}{4n(n+1)(2n+1)} < 0$

فهي متناقصة .

والشرط الأول محقق .

لدينا $v_n = u_n + \frac{1}{4n} \Rightarrow$

$v_n - u_n = \frac{1}{4n} \Rightarrow$

$\lim_{n \to +\infty} (v_n - u_n) = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{4n}\right) = 0$

والشرط الثاني محقق إذن هما متجاورتان

السؤال الأول : $\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{0}{0}$ ، عدم تعيين

$f(x) = \frac{x^3 + 4(1 - \cos x)}{x^2}$

$= \frac{x^3}{x^2} + \frac{4 \cdot 2\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}$

$= x + 8\left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{x}\right)^2$

$= x + 8\left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{2\frac{x}{2}}\right)^2$

ومنه $\lim_{x \to 0} f(x) = 0 + 8\left(\frac{1}{4}\right) = 2$

* $f(x) - y_\Delta = \frac{4 - 4\cos x}{x^2}$

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$ حسب مبرهنة الإحاطة

السؤال الرابع : $a = 1 \quad b = -(1+2i) \quad c = 3+3i$

$\Delta = b^2 - 4ac = (1+2i)^2 - 4(3+3i)$

$= 1 + 4i - 4 - 12 - 12i = -15 - 8i$

نفرض $\sqrt{\Delta} = x + iy$

$x^2 - y^2 = a = -15$ ①

$x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} = 17$ ②

$2xy = -8$ ③

من ① و ② نجد $2x^2 = 2 \Rightarrow x = \mp 1$

② نعوض في $y^2 = 16 \quad y = \mp 4$

$\sqrt{\Delta} = 1 - 4i$ من ③ بإشارات مختلفة

$\sqrt{\Delta} = -1 + 4i$

$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 2i - 1 + 4i}{2} = 3i$

$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 2i + 1 - 4i}{2} = 1 - i$

المكتب العلمي الرياضي

المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات / نموذج ٣ /

السؤال الثالث: مركز الكرة هو منتصف AB

$\Omega(2,0,1)$

$2R = AB = \sqrt{16+16+4} = 6$

ومنه $R = 3$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 = R^2$

$(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$

التمرين الأول:

$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i+4}{-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i+4} = \frac{\frac{5}{2}+\frac{5}{2}i}{\frac{5}{2}-\frac{5}{2}i}$

$= \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{1+1} = \frac{1+2i-1}{2} = i$

$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$

ومنه المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين

٢) A هي منتصف القطعتين [BD] [CE]

$z_A = \frac{z_B + z_D}{2} \Rightarrow z_D = 2z_A - z_B$

$z_D = \frac{-13}{2} - \frac{5}{2}i$

$z_A = \frac{z_C + z_E}{2} \Rightarrow z_E = 2z_A - z_C$

$z_E = \frac{-13}{2} + \frac{5}{2}i$

٣) A مركز الرباعي BCDE إذن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(B,1)(C,1)(D,1)(E,1) \Leftrightarrow$

$\|\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}+\vec{ME}\| = \|4\vec{MA}\|$

$10\sqrt{2} = \|4\vec{MA}\| \Rightarrow$

$4MA = 10\sqrt{2} \Rightarrow MA = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

ومنه M تمسح دائرة مركزها A ونصف قطرها $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

٤) $z_B + 4 = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i + 4$

$= \frac{5}{2} + \frac{5}{2}i$

$\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$

ومنه $B \in \Delta_2$

التمرين الثاني: $f(x) = x(\ln x)^2$

$= (\sqrt{x})^2(\ln x)^2 = (\sqrt{x}\ln x)^2$

$= (\sqrt{x}\cdot 2\cdot\frac{1}{2}\ln x)^2 = (\sqrt{x}\cdot 2\ln\sqrt{x})^2$

$= 4(\sqrt{x}\ln\sqrt{x})^2$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to 0} f(x) = 0$

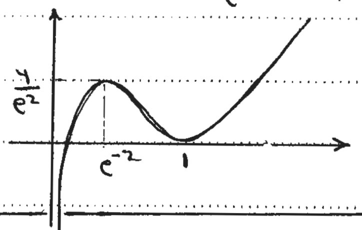
$f'(x) = (\ln x)^2 + 2(\ln x)(\frac{1}{x})x$

$= \ln x(\ln x + 2) = 0$

إما $\ln x = 0 \Rightarrow x = 1 \qquad f(1) = 0$

أو $\ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2} \qquad f(e^{-2}) = \frac{4}{e^2}$

x	0		e^{-2}		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	$\frac{4}{e^2}$	↘	0	↗	$+\infty$



$u_{n+1} = f(u_n)$

$f(x) = \frac{5x+4}{x+2} \qquad]-2,+\infty[$

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \frac{-6}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 5$

$f'(x) = \frac{5x+10-5x-4}{(x+2)^2} = \frac{6}{(x+2)^2} > 0$

x	-2		$+\infty$
f'		$+$	
f	$-\infty$	↗	5

( ) نوجد حلول السؤال

ح المستقيم Δ_1

$f(x) = y \Rightarrow \frac{5x+4}{x+2} = x$

$x^2 + 2x = 5x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 4$ أو $x = -1$

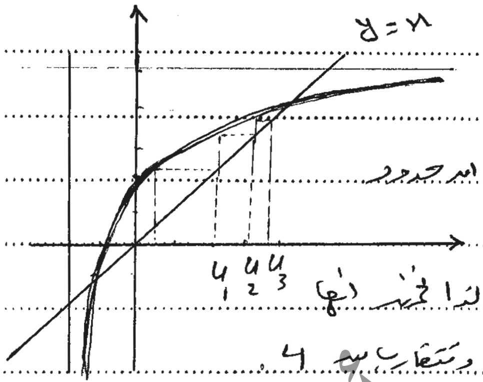
المكتب العلمي الرياضي

-٢٠-

-١٨-

نموذج ٣

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159



يتزايد لذا نجد أنها تزايدية وتتقارب من 4.

$\lim_{n\to+\infty} u_n = 4$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1}-4}{u_{n+1}+1} \times \frac{u_n+1}{u_n-4}$$

$$= \frac{\frac{5u_n+4}{u_n+2}-4}{\frac{5u_n+4}{u_n+2}+1} \times \frac{u_n+1}{u_n-4}$$

$$= \frac{5u_n+4-4u_n-8}{5u_n+4+u_n+2} \times \frac{u_n+1}{u_n-4}$$

$$= \frac{u_n-4}{6(u_n+1)} \times \frac{u_n+1}{u_n-4} = \frac{1}{6}$$

المتتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{6}$

b) $v_0 = \frac{u_0-4}{u_0+1} = \frac{-7}{3}$

$v_n = \frac{-7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$

لدينا $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1} \Rightarrow u_n = \frac{4+v_n}{1-v_n}$

$u_n = \dfrac{4-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}$ $\lim_{n\to+\infty} u_n = 4$

المسألة الأولى: معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

$y=0$ مقارب أفقي منطبق على $x'x$.

$f(x)-y = \frac{2x}{(x-1)^2}$

$x>0$ يوجد فوق D

$x<0$ تحت D

$x=0$ نقطة تقاطع

$\lim_{x\to1^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$

$x=1$ مقارب شاقولي يوازي لا

نجد $+\infty$ ويتجه نحو الصعود

دراسة التغير

$$f'(x) = \frac{2(x-1)^2-2(x-1)(2x)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{(x-1)(2(x-1)-4x)}{(x-1)^4} = \frac{-2x-2}{(x-1)^3}$$

$f'=0 \Rightarrow -2x-2=0 \Rightarrow x=-1$

$f(-1) = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	‖	$-$	
f	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow +\infty$	‖	$+\infty \searrow$	0

$f(-1)=-\frac{1}{2}$ قيمة حدية صغرى

$f(0)=0$ إذاً $(0,0)$ نقطة تماس

$m=f'(0)=2$

$y=2x$ معادلة المماس

نوجد نقاط التقاطع أي نحل جملة المعادلتين

f و d معاً

$$\frac{2x}{(x-1)^2} = 2x \Rightarrow$$

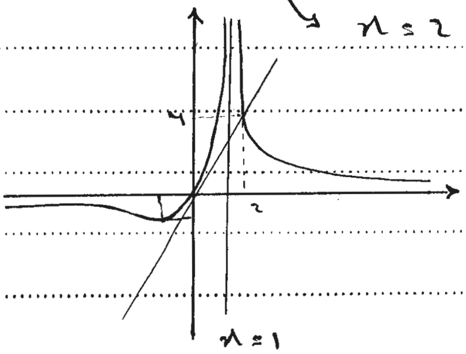
$2x = 2x(x-1)^2 = 0$

$2x(1-(x-1)^2) = 0$

إما $x=0$

أو $(x-1)^2=1 \Rightarrow x=0$ $(0,0)$

$x=2$ $(2,4)$



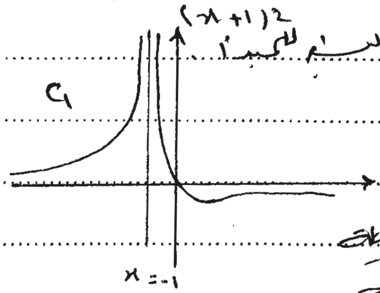
-٣-

-١٩-

.. المكتب العلمي الرياضي ..

$f_1(x) = \frac{-2x}{(x+1)^2} = -f(-x)$

ومنه C_1 نظير C بالنسبة للمبدأ



4) $m < -\frac{1}{2}$ مستحيلة

$m = -\frac{1}{2}$ حل وحيد

$-\frac{1}{2} < m < 0$ للمعادلة حلان

$m = 0$ حل وحيد

$m > 0$ حلان مختلفان

5) $x \leq 2(x-1)^2 \Rightarrow \frac{x}{(x-1)^2} \leq 2$

$\frac{2x}{(x-1)^2} \leq 4 \Leftrightarrow f(x) \leq 4$

$x \in \left]-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup [2, +\infty[$

انتهى السلام

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢٠
الرياضيات
النموذج رقم (٤)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة):

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f

x	-2		0		$+2$
$f'(x)$		$+$	$3 \parallel -1$	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{4}{3}$

١) اوجد D_f
٢) هل f اشتقاقي عند (0)؟ علل ذلك؟
٣) اكتب معادلة نصف المماس من اليمين للخط البياني في النقطة $A(0,2)$
٤) - - - - اليسار - - $A(0,2)$
٥) ارسم نصفي المماسين السابقين وارسم f

السؤال الثاني: ليكن Z عدداً عقدياً ما، وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد ومختلف عن الواحد، اثبت أن $\frac{w\bar{Z}-Z}{iw-i}$ تخيلي.

السؤال الثالث: اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2,-1,3)$ $B(4,3,-1)$

ثانياً: اجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة)

السؤال الأول: نريد تأليف لجنة مكونة من (مدير ونائب مدير وأمين سر) من مجموعة تضم خمسة أشخاص، بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً أن في المجموعة شخصين شقيقين لا يجتمعان في اللجنة دائماً.

السؤال الثاني: ليكن θ عدداً من المجال $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ أعط الشكل الأسي للعدد العقدي
$Z = 1 + e^{2i\theta}$

السؤال الثالث: احسب نهاية التابع f المعطى بالعلاقة $f(x) = \frac{5x-1}{x-1}$ عند $+\infty$
ثم أعط عدداً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ فإن $f(x)$ في المجال $]4.9, 5.1[$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول: لنضع في حالة عدد طبيعي موجب تماماً n: $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$
١) اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة تماماً ٢) اكتب $u_{2n} - u_n$
واستنتج أن $u_{2n} - u_n \geq \frac{1}{2}$ ٣) اثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنه
أياً يكن العدد الطبيعي n غير المعدوم $u_{2^n} \geq \frac{n}{2}$ ٤) هل للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ نهاية حقيقية
علل ذلك؟

التمرين الثاني : نزود المستوي بمعلم متجانس مباشر (قارة القراءة) نقرن كل نقطة $M(z)$ حيث $z \neq 2$ بالنقطة $M'(z')$ حيث $z' = \frac{z+2}{z-2}$

1) عيّن Δ مجموعة النقاط M التي يكون عندها z' عدداً حقيقياً .

2) عيّن C مجموعة النقاط M التي يكون عندها z' عدداً تخيلياً بحتاً .

التمرين الثالث : في معلم متجانس f و g هما على التوالي الخطان البيانيان للتابعين f ، g المعرفين على المجال $I =]-1, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln(x+1)$ ، $g(x) = \frac{x}{x+1}$.

1) اثبت أن $f(x) \geq g(x)$ أياً كان x من I

2) اثبت أن f و g متماسان في النقطة ($x=0$) وأوجد معادلة المماس المشترك

3) ادرس تغيرات f وارسم خطها البياني .

رابعاً : حل المسألتين التاليتين (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق
$f(x) = 2\sin x + \sin 2x$

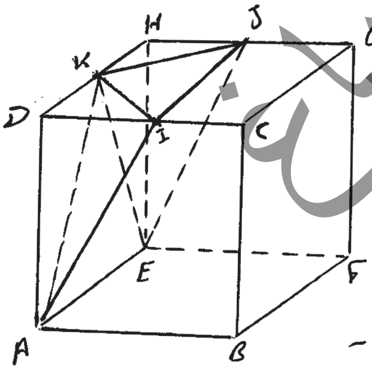
1) تحقق أن f دوري دوره 2π

2) ادرس الصفة الزوجية أو الفردية لـ f واستنتج امكانية دراسة f على المجال $[0,\pi]$

3) اثبت أنه في حالة عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

4) ادرس تغيرات f على المجال $[0,\pi]$ وارسم خطها البياني على المجال $[-\pi,\pi]$

المسألة الثانية : نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$ ولتكن I ، J ، K منتصفات أضلاعه $[DC]$ ، $[HG]$ ، $[DH]$ بالترتيب
نتخذ $(A ; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ



1) اوجد احداثيات النقاط E ، I ، A

2) اكتب معادلة المستوي $AIJE$

3) احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K

5) احسب احداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $AIJE$

6) اثبت أن N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha)(I,\beta)(E,\gamma)$ حيث α, β, γ هي اعداد يطلب تعيينها .

انتهت الأسئلة ..

-٢٢-

سلم تصحيح مادة الرياضيات
المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159
/ نموذج ٤ /

السؤال الأول:

1) $D_f = [-2, 2]$

2) f غير قابل للاشتقاق عند الصفر لأنه

$\lim_{x\to 0^+} f'(x) \neq \lim_{x\to 0^-} f'(x)$

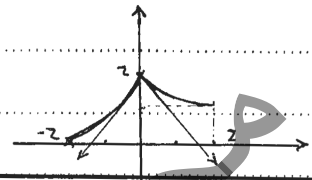
3) $m = \lim_{x\to 0^+} f'(x) = -1$

$y - 2 = -1(x-0) \Rightarrow y = -x+2$

4) $m = \lim_{x\to 0^-} f'(x) = 3$

$y - 2 = 3(x-0) \Rightarrow y = 3x+2$

5)



السؤال الثاني: يكون $\frac{w\bar z - z}{iw - i}$ تخيلياً بحتاً إذا وفقط إذا كان مرافقه يساوي عكسه

$\overline{\left(\frac{w\bar z - z}{iw - i}\right)} = \frac{\bar w z - \bar z}{-i\bar w + i}$

$|w| = 1$ كما هو بالفرض $\Rightarrow \bar w = \frac{1}{w}$

$= \frac{\frac{1}{w} z - \bar z}{-i\frac{1}{w} + i} = \frac{\frac{z}{w} - \bar z}{-\frac{i}{w} + i}$

$= \frac{\frac{z - w\bar z}{w}}{\frac{-i + iw}{w}} = \frac{z - w\bar z}{-i + iw}$

$= \frac{-(w\bar z - z)}{-i + iw} = -\frac{w\bar z - z}{iw - i}$

إذن هو تخيلي بحت

السؤال الثالث: لتكن النقطة $M(x,y,z)$ من المستوي المحوري إذن

$AM = BM \Rightarrow AM^2 = BM^2 \Rightarrow$

$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2$

$\cancel{x^2} - 4x + 4 + \cancel{y^2} + 2y + 1 + \cancel{z^2} - 6z + 9 =$

$\cancel{x^2} - 8x + 16 + \cancel{y^2} - 6y + 9 + \cancel{z^2} + 2z + 1$

$4x + 8y - 8z - 12 = 0$

السؤال الأول: غير متكرر أصابه 3 ، متكرر أصابه 2

$P_3^3 + P_3^2 \times P_2^1 = 6 + 12 = 18$

السؤال الثاني: $z = 1 + e^{2i\theta}$

$= e^{i\theta} \cdot e^{-i\theta} + e^{i\theta} \cdot e^{i\theta}$

$= e^{i\theta}\left(e^{-i\theta} + e^{i\theta}\right)$ عدد عقدي + مرافقه $= 2Re$

$= e^{i\theta} \cdot 2\cos\theta$

$= 2\cos\theta \cdot e^{i\theta}$

السؤال الثالث: $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 5$

$f(x) \in]4.9, 5.1[\Rightarrow$

$4.9 < f(x) = \frac{5x-1}{x-1} < 5.1$

$5x - 1 = 5(x-1) + 4$

$4.9 < 5 + \frac{4}{x-1} < 5.1$

$-0.1 < \frac{4}{x-1} < 0.1 \Rightarrow$

$\frac{x-1}{4} > 10 \Rightarrow x - 1 > 40$

$\left.\begin{array}{l} x > 41 \\ x > A \end{array}\right\} \Rightarrow A = 41$

التمرين الأول:

$u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1}$

$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} > 0$

فهي متزايدة تماماً

2) $u_{2n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$

$u_{2n} = u_n + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$

$u_{2n} - u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$

$u_{2n} - u_n \geq \frac{1}{2n} \times n$

$u_{2n} - u_n \geq \frac{1}{2}$

لأن مجموع عدة مقادير أكبر من أصغرها مضروباً بعدد الحدود وأصغرها مضروباً بعدد الحدود

المكتب العلمي الرياضي...

-١-

-٢٧-

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159 سلم تصحيح مادة الرياضيات / نموذج ٤ /

الدرجة

٣) لنكتب القضية $E(n): u_{2^n} \geq \frac{n}{2}$

من أجل $n=1$ محققة $u_2 = 1+\frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$

الفرض: $u_{2^n} \geq \frac{n}{2}$ المطلوب $u_{2^{n+1}} \geq \frac{n+1}{2}$

الإثبات:

$$u_{2^{n+1}} = \underbrace{u_{2\cdot 2^n} - u_{2^n}}_{} + u_{2^n}$$

من الطلب السابق على اعتبار $2^n = n$ ، من الفرض

أي $u_{2^{n+1}} \geq \frac{1}{2} + \frac{n}{2}$

والقضية تتحقق $u_{2^{n+1}} \geq \frac{n+1}{2}$

والشكل ٨ صحيحة

التمرين الثاني: بفرض $z = x+iy$

$$z' = \frac{x+iy+2}{x+iy-i} = \frac{(x+2)+iy}{x+i(y-1)}$$

$$= \frac{(x+2+iy)(x-iy+i)}{x^2+(y-1)^2}$$

$$= \frac{x^2-\cancel{ixy}+ix+2x-2iy+2i+\cancel{ixy}+y^2-y}{x^2+(y-1)^2}$$

$$= \frac{x^2+y^2+2x-y+i(x-2y+2)}{x^2+(y-1)^2}$$

$$= \frac{x^2+y^2+2x-y}{x^2+(y-1)^2} + i\,\frac{x-2y+2}{x^2+(y-1)^2}$$

z' حقيقي $\Leftrightarrow \frac{x-2y+2}{x^2+(y-1)^2} = 0$

أي $x-2y+2=0$ وهو Δ: مستقيم بحذف النقطة $(0,1)$

z' تخيلي $\Leftrightarrow \frac{x^2+y^2+2x-y}{x^2+(y-1)^2} = 0$

أي $x^2+y^2+2x-y=0$ وهي معادلة دائرة بحذف النقطة $(0,1)$

الدرجة

التمرين الثالث: أ) $f(x) - g(x) = h(x)$

نعرف $h(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

$$h'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x}{(x+1)^2}$$

$h' = 0 \Rightarrow x = 0$ ، $h(0) = 0$

نلاحظ من جدول التغيرات

x	-1		0		$+\infty$
h'		$-$	0	$+$	
h		$\searrow$	0	$\nearrow$	

$h(x) \geq 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq 0$

أي $f(x) \geq g(x)$

ب) $f(0) = 0$ ، $g(0) = 0$ } الشرط الأول محقق

$f'(x) = \frac{1}{x+1}$ ، $f'(0) = 1$
$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ ، $g'(0) = 1$ } الشرط الثاني محقق

إذن f و g متماسان في النقطة $(0,0)$

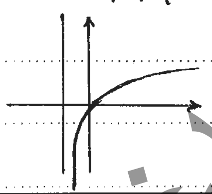
ومعادلة المماس المشترك هي بالشكل

$y - 0 = 1(x-0) \Rightarrow y = x$

ج) f معرف ومستمر وقابل للاشتقاق على $]-1,+\infty[$

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{1}{x+1} > 0$



x	-1		$+\infty$
f'		$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

المسألة الأولى:

$f(x+2\pi) = 2\sin(x+2\pi) + \sin 2(x+2\pi)$

$= 2\sin x + \sin 2x = f(x)$

ومنه f تابع دوري دوره 2π.

$f(-x) = 2\sin(-x) + \sin 2(-x)$

$= -2\sin x - 2\sin 2x$

$= -f(x)$ ومنه f فردي والخط البياني متناظر بالنسبة للمبدأ.

المكتب العلمي الرياضي

-٢-

-٢٤-

المدرس محمد رسول الصباغ

سلم التصحيح مادة الرياضيات 0934131159

/ نموذج ٤ /

وبالتالي f تابع دوري دوره $T = 2\pi$ وزوجي

لذلك نكتفي بدراسته على المجال $[0, \frac{T}{2}]$

أي نكتفي بدراسة f على المجال $[0, \pi]$

٣) $f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x$

$= 2(\cos x + \cos 2x)$

$= 2(\cos x + 2\cos^2 x - 1)$

$= 2(2\cos^2 x + \cos x - 1)$

$= 2\left(2(\cos x - \frac{1}{2})(\cos x + 1)\right)$

(استخدم الطريقة أ، ب (طريقة التحليل باستخدام المميز Δ)

$= 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

٤) $f(0) = 0 \qquad f(\pi) = 0$

$f'(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

$f' = 0 \Rightarrow 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$

إما $2\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \qquad f(\frac{\pi}{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

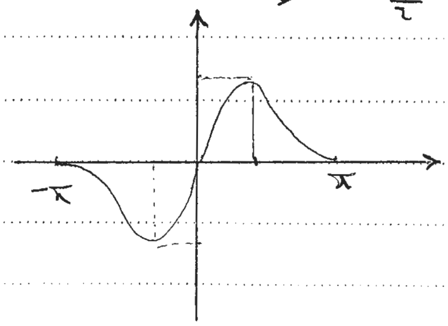
$k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2\pi \notin$ مجال الدراسة

أو $\cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi k$

$k = 0 \Rightarrow x = \pi \qquad f(\pi) = 0$

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
f'		$+$	0	$-$	
f	0	↗	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	↘	0



المسألة الثانية :

١) $A(0,0,0) \quad I(\frac{1}{2},0,1)$

$E(0,1,0) \quad J(\frac{1}{2},1,1)$

٢) المستوي AIJE مار بالمبدأ A فمعادلته من الشكل

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ $\quad ax + by + cz = 0$

$\vec{n}\cdot\vec{IJ} = 0 \Rightarrow (a,b,c)(0,1,0) = 0 \Rightarrow b = 0$

$\vec{n}\cdot\vec{IE} = 0 \Rightarrow (a,b,c)(-\frac{1}{2},1,-1) = 0$

$-\frac{1}{2}a + b - c = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}a - c = 0$

نفرض $a = 2 \Rightarrow c = -1 \quad \vec{n}(2,0,-1)$

$AIJE : 2x - z = 0 \qquad K(0,\frac{1}{2},1)$

$dist(K, AIJE) = \frac{|0-1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$V = \frac{1}{3}S.h \qquad h = dist = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$S_{AIJE} = IJ \times AI = 1 \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

ومنه $V = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{6}$

٤) بما أن المستقيم d عمودي على المستوي AIJE فإن

$\vec{u_d} = \vec{n}(2,0,-1) \Leftrightarrow$

$x = x_K + at = 2t$

$y = y_K + bt = \frac{1}{2} \qquad t \in \mathbb{R}$

$z = z_K + ct = +1 - t$

٥) نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستوي

$4t - 1 + t = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{5}$

نعوض في الوسيطية $N(\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5})$ نقطة التقاطع

٦) النقاط N ، A ، I ، E تقع في مستوٍ واحد إذاً

يوجد عددان حقيقيان

$\vec{AN} = a\vec{AI} + b\vec{AE}$

$(\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}) = a(\frac{1}{2},0,1) + b(0,1,0)$

ومنه $a = \frac{4}{5} \qquad b = \frac{1}{2}$

إذاً $\vec{AN} = \frac{4}{5}\vec{AI} + \frac{1}{2}\vec{AE} \Rightarrow$

$10\vec{AN} = 8\vec{AI} + 5\vec{AE}$

$-3\vec{NA} + 8\vec{NI} + 5\vec{NE} = \vec{0}$

$\alpha = -3 \qquad \beta = 8 \qquad \gamma = 5$

المكتب العلمي الرياضي

انتهى السلم

المدرس محمد رسول الصباغ

سلم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159

الدرجة		الدرجة	

المكتب العلمي الرياضي ..

-٢٦-

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢

الرياضيات — النموذج رقم (٥)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة):

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{2x} - 7e^{x} + 6 = 0$

السؤال الثاني: رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ثلاثة كتب للمؤلف A وأربعة للمؤلف B

1) بكم طريقة يمكننا ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً مصيناً للمؤلف B في البداية

السؤال الثالث: إذا كانت $M(z)$ صورة العدد العقدي z ماذا تمثل مجموعة النقاط $M(z)$ في المستوي التي تحقق الأعداد العقدية z التي تحقق المساواة

$$|z-1+2i| = |z-3-5i|$$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية (لكل سؤال ٤٥ درجة)

السؤال الأول: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}\left(\ln x - \frac{3}{2}\right) & x>0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$$

1) احسب نهاية $\frac{f(x)-f(0)}{x}$ عندما تسعى $x \to 0$ ؟ هل f اشتقاقي عند الصفر

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي يمثل معادلته $2x-3y+z-5=0$. أثبت أن المستقيم AB يقطع المستوي P وعين إحداثيات C نقطة التقاطع.

السؤال الثالث: لتكن M النقطة التي تمثلها العدد العقدي $z=1+i$ حدد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحويل R دوران مركزه $A(2,-1)$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول: نتأمل صندوقاً يحوي أربع كرات تحمل الأرقام $6, 7, 8, 9$

نسحب ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة. المطلوب

1) كم عدد النتائج الممكنة لهذه التجربة.

2) كم نتيجة ممكنة في كل من الحالات الآتية

a) الكرة المسحوبة الأولى تحمل الرقم 6 والثانية تحمل الرقم 9 والثالثة تحمل الرقم 7

b) الكرة المسحوبة الأولى تحمل الرقم 8 والثانية تحمل الرقم 7 ؟

-٢٧-

٢) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 9 والمسحوبة ثالثاً تحمل الرقم 4 ؟

٣) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 7 ؟.

التمرين الثاني : نتأمل معلماً متجانساً $(O; \vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC})$ ولتكن G مركز ثقل المثلث ABC

١) احسب احداثيات G وتحقق ان $\vec{OG}$ عمودي على ABC

٢) لتكن النقاط $A'(2,0,0)$ و $B'(0,2,0)$ و $C'(0,0,3)$

a) اكتب معادلة المستوي $A'B'C'$ b) جد نقطة تقاطع المستقيم (AC) مع المستوي $A'B'C'$

التمرين الثالث : a و b و c ثلاثة اعداد متتالية لمتتالية حسابية اساسها r ≠ 0 حيث $a+b+c=9$

١) a) احسب b ثم اكتب a و c بدلالة r

b) اذا علمت ان $a\times c=-16$ عين الاساس r واستنتج a و c

٢) (u_n) متتالية حسابية حدها $u_0=-2$ واساسها $r=5$

a) اكتب u_n بدلالة n   b) احسب المجموع $S=u_0+u_1+u_2+\dots+u_{15}$

٣) v_n متتالية معرفة بالعلاقة $v_{n}-8v_n=0$

احسب المجموع $S'=v_0+v_1+v_2+\dots+v_{15}$.

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين (١٠٠ لكل مسألة) !

المسألة الأولى : لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$

١) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها مبيناً ماله من مقاربات افقية او شاقولية ودل على القيم الحدية .

٢) اكتب معادلة المماس Δ لـ C في النقطة التي فاصلتها $x=2$ وادرس الوضع النسبي لـ C و Δ .

٣) ارسم المماس Δ وما وجد من مقاربات ثم ارسم C

٤) احسب القيمة التقريبية لـ $f(e,01)$

المسألة الثانية : لتكن $\alpha=e^{i\frac{2\pi}{5}}$ نضع $A=\alpha+\alpha^4$ $B=\alpha^2+\alpha^3$

١) اثبت ان $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4=0$ واستنتج ان A و B هما جذرا المعادلة من الدرجة الثانية $x^2+x-1=0$

٢) عبر عن A بدلالة $\cos\frac{2\pi}{5}$

٣) حل المعادلة $x^2+x-1=0$ واستنتج قيمة $\cos\frac{2\pi}{5}$

انتهت الاسئلة .

المدرس محمد رسول الصباغ
سلم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159
/ نموذج ٥ /

السؤال الأول :

نفرض $t = e^{-x}$

٥ $t^2 - 7t + 6 = 0$

٥+٥ إما $t = 1 \Rightarrow e^{-x} = 1$

١٠ $x = 0$

٥+٥ أو $t = 6 \Rightarrow e^{-x} = 6$

٥+٥ $-x = \ln 6 \Rightarrow x = -\ln 6$

٤٥

السؤال الثاني :

١٠ (1) طريقة $P_4^3 \times 4!$

١٥ $24 \times 24 = 576$

١٥ (2) طريقة $1 \times 6! = 720$

٤٥

السؤال الثالث :

ليكن $z = x + iy$

١٠ $|x + iy - 1 + 2i| = \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}$

١٠ $|x + iy - 3 - 5i| = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2}$

نعوض في العلاقة الأساسية مع التربيع :

١٠ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = (x-3)^2 + (y-5)^2$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25$

١٥ $4x + 14y - 29 = 0$

وهي معادلة مستوي

٤٥

السؤال الأول :

(1)
$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

٥ $$= \lim_{x \to 0} \frac{x\left(\ln x - \frac{3}{2}\right)}{2}$$

٥ لكن $\lim_{x \to 0} x \ln x = 0$

١٥ ومنه $$\lim_{x \to 0} \frac{x\left(\ln x - \frac{3}{2}\right)}{2} = 0$$

٥ و f اشتقاقي عند الصفر

١٠ (2) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty(+\infty)$

٥ $= +\infty$

٤٥

السؤال الثاني :

$\vec{AB}\,(-3, 4, 5)$

$\vec{n}_p\,(2, -3, 1)$

$\vec{AB} \cdot \vec{n}_p \neq 0$

١٠ وبالتالي الشعاعان غير متعامدين فالمستقيم يقطع المستوي

لنوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم AB

١٥
$$\left.\begin{aligned} x &= 2 - 3t \\ y &= -1 + 4t \\ z &= 5t \end{aligned}\right\} t \in \mathbb{R}$$

المكتب العلمي الرياضي

(1)

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159 سلم تصحيح طلاقة الرياضيات / نموذج ٥ /

الدرجة	
	التمرين الأول :
١٠	1) $4 \times 4 \times 4 = 64$
١٠	2) a. طريقة واحدة $= 1\times1\times1$
٢٠	b. $1 \times 1 \times 4 = 4$
٢٠	c. $1 \times 4 \times 1 = 4$
٢٠	d. $4 \times 1 \times 4 = 16$
٨٠	

التمرين الثاني :

$$G\left(\frac{1+0+0}{3}, \frac{0+1+0}{3}, \frac{0+0+1}{3}\right)$$

٥ $G\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

٥ $\vec{OG}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

٥ $\vec{AC}(-1, 0, 1)$
٥ $\vec{AB}(-1, 1, 0)$ غير مرتبطان خطياً

لدينا

٥ $\vec{OG} \cdot \vec{AC} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0$

منها متعامدان

٥ $\vec{OG} \cdot \vec{AB} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0$

منها متعامدان

وبالتالي OG عمودي على ABC لأنه عمودي على مستقيمين متقاطعين منه

٥ (a $\vec{A'B'}(-2, 2, 0)$
٥ $\vec{A'C'}(-2, 0, 3)$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي :

٥ $2(2-3t) - 3(-1+4t) + 5t - 5 = 0$

$4 - 6 + 3 - 12t + 5t - 5 = 0$

٥ $t = -\frac{4}{7}$

نعوض في المعادلات قيمة t لنجد :

$x = 2 + \frac{12}{7} = \frac{26}{7}$

١٠ $y = -1 - \frac{16}{7} = \frac{-23}{7}$

$z = -\frac{20}{7}$

٤٥

السؤال الثالث :

٥ $z' - a = e^{i\frac{2\pi}{3}}(z - a)$

١٠ $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}(1+i-2+i) + 2 - i$

$z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}(2i-1) + 2 - i$

لدينا :

١٠ $e^{i\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$

٥ $= -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه

٥ $z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(2i-1) + 2 - i$

٥ $z' = -i + \frac{1}{2} - \sqrt{3} - i\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - i$

٥ $z' = \frac{5}{2} - \sqrt{3} + i\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - 2\right)$

٤٥

المكتب العلمي الرياضي

(2)

٢٠

المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159

سلم تصحيح طلاب الرياضيات / نموذج ٥ /

الدرجة		الدرجة	
	التمرين الثالث:		$\vec{n} \cdot \vec{A'B'} = 0$
	1) a. لدينا $a+b+c=9$	٥	$-2a+2b=0$
٥	لأنها متتالية حسابية $2b = a+c$		$\vec{n} \cdot \vec{A'C'} = 0$
	نعوض في الأولى:		$-2a+3c=0$
٥	$3b=9 \Rightarrow b=3$	٥	نفرض $a=1$:
	لدينا:	١+١	$b=1$ $c=\frac{2}{3}$
٢	$a+r=3 \Rightarrow a=3-r$		نعوض في معادلة المستوى:
٢	$c-r=3 \Rightarrow c=3+r$		$x+y+\frac{2}{3}z+d=0$
	$a \times c=(3-r)(3+r)=-16.b$		نعوض A'
	$9-r^2=-16$	٢	$2+d=0 \Rightarrow d=-2$
٥	$r^2=25 \Rightarrow r=\mp 5$		ومعادلة المستوى:
	ومنه $a=8$ $a=-2$		$3x+3y+2z-6=0$
٥	$b=3$ $c=8$ $c=-2$	٣	(b $\vec{AC}(-1,0,1)$
	(2		$C(0,0,1)$
٥	a. $u_n=u_0+nr$		المعادلات الوسيطية:
	$=-2+5n$		$x=-t$
	b.	٥	$y=0$ $\Big\}\ t\in\mathbb{R}$
٥	$S_n=n\,\frac{a+l}{2}$		$z=1+t$
٤	حيث $n=15-0+1=16$		نعوض المعادلات الوسيطية في
٤	$a=u_0=-2$		معادلة المستوى:
٤	$l=u_{15}=-2+5(15)$		$-3t+2+2t-6=0$
	$=-2+75=73$	٢	$t=-4$
	ومنه	٥	$C'(4,0,-3)$
٤	$S_n=16\times\frac{-2+73}{2}$		
٤	$S_n=8\times 71=568$	٧٠	

المكتب الطلابي للرياضيات (3) ٣١

المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159 سلم تصحيح طلاب الرياضيات / نموذج ٥ /

$f(1) = 1$

x	0		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

لدينا $f(1) = 1$ قيمة حدية صغرى

(2 $f(2) = \frac{1}{2} + \ln 2$

$f'(2) = \frac{1}{4}$

ومنه معادلة المماس:

$y - \frac{1}{2} - \ln 2 = \frac{1}{4}(x-2)$

$y = \frac{1}{4}x + \ln 2$

لتوحيد العزف $f - y$

$f - y = \frac{1}{x} + \ln x - \frac{x}{4} - \ln 2$

بفرض $g(x)$ حيث:

$g(x) = \frac{1}{x} + \ln x - \frac{x}{4} - \ln 2$

$g' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{4}$

$g' = \frac{-4 + 4x - x^2}{4x^2}$

$g' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

(3 $S' = v_0 + v_1 + \cdots v_{15}$

لدينا $v_n = 8u_n$

ومنه $v_0 = 8u_0$

وهكذا..

$S' = 8(u_0 + u_1 + \cdots u_{15})$

$S' = 8(S)^٤ = 8 \times 568$

$S' = 4544$

رابعاً: المسألة الأولى:

1) f معرف ومستمر واشتقاقي على المجال $]0, +\infty[$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty - \infty$ حالة عدم تعيين نزيلها

$f(x) = \frac{1}{x}(1 + x\ln x)$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty(1+0) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

ولدينا $x = 0$ مقارب شاقولي منطبق على yy' في جوار $+\infty$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$

$f' = 0 \Rightarrow x = 1$

المكتب العلمي الرياضي (4) -٣٢-

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات

/ نموذج ٥ /

الدرجة

$x = 2$

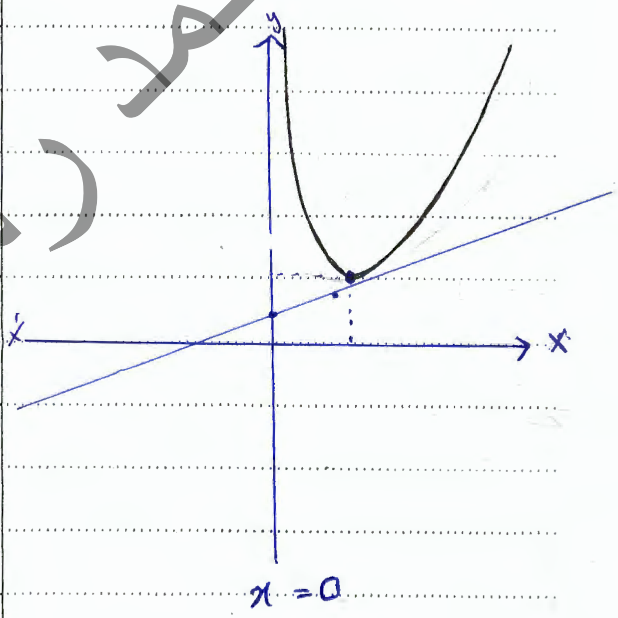
x	0		2		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	0	$\nearrow$	

نجد أن

٢ $g(x) \geq 0$

أي $f - y \geq 0$

٢ ومنه C فوق Δ



٥ $f(K) = f(a) + h f'(a)$ (4

حيث $K = a + h$

٢ $e{,}01 = e + 0.01$

٢ $f(e) = \frac{1}{e} + 1$

٢ $f'(e) = \frac{e-1}{e^2}$

٣ $f(K) = \frac{1}{e} + 1 + 0.01\left(\frac{-1}{e^2} + \frac{1}{e}\right)$

١٠٠

-٢٧-

الدرجة

المسألة الثانية:

$1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4$

مجموع متتالية هندسية حدها

١٠ الأول 1 وأساسها α

وعدد الحدود فيها 5

٥ $S_n = 1\,\frac{1-q^n}{1-q} = \frac{1-\alpha^5}{1-\alpha}$

حيث $q = \alpha$

ومنه

٥ $\alpha^5 = \left(e^{2\frac{\pi}{5}i}\right)^5 = e^{2\pi i} = 1$

أي

٥ $S_n = 1\,\frac{1-1}{1-q} = 0$

وهو المطلوب

لدينا A و B جذران للمعادلة إذاً

٥ $x^2 - (A+B)x + A\times B = 0$

لدينا

٥ $A + B = \alpha + \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha^3$

ومن العلاقة السابقة

٥ $A + B = -1$

ولدينا:

٥ $A \times B = \alpha^3 + \alpha^6 + \alpha^4 + \alpha^7$

لكن

٥ $\alpha^6 = \alpha^5 \times \alpha = \alpha$

٥ $\alpha^7 = \alpha^5 \times \alpha^2 = \alpha^2$

ومنه

٥ $A \times B = \alpha^3 + \alpha + \alpha^4 + \alpha^2 = -1$

المدرس محمد رسول الصباغ

سلم تصحيح طاقة الرياضيات 0934131159

أي أن A و B جذران للمعادلة:

$x^2 + x - 1 = 0$

(2

$A = \alpha + \alpha^4$

$= e^{\frac{2\pi}{5}i} + e^{\frac{8\pi}{5}i}$

$= \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5} + i\sin\frac{8\pi}{5}$

$= \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{2\pi}{5} - i\sin\frac{2\pi}{5}$

$= 2\cos\frac{2\pi}{5}$

(3

$x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1 + 4 = 5$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = A$

$x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

لأن A موجب لأن $\frac{2\pi}{5} \in \frac{\pi}{2}$

وبالتالي:

$x_1 = 2\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

تمرين مهم ...

$P(z) = z^3 + (14 - 2i\sqrt{2})z^2 + (74 - 14i\sqrt{2})z - 74\sqrt{2}$

1) تحقق أن $2i\sqrt{2}$ جذر للمعادلة $P(z) = 0$

2) a) عين العددين الحقيقيين a و b حيث

$P(z) = (z - 2i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$

b) حل المعادلة $P(z) = 0$

3) لتكن A, B, I حيث

$z_A = -7 + 5i \qquad z_B = -7 - 5i$

$z_I = 2i\sqrt{2}$

a) عين z_C المحل للنقطة C صورة I وفق دوران مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{4}$

b) نفرض $z_D = 1 + 2i$ عين z_D المحل للنقطة D التي تجعل الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

4) نفرض $z_E = 1 + 11i$ احسب النسبة $\frac{z_A - z_E}{z_D - z_B}$ وتحقق أن المستقيمين AC و BD متعامدان

واستنتج نوع الرباعي ABCD المتشكل

المكتب العلمي الرياضي

(6)

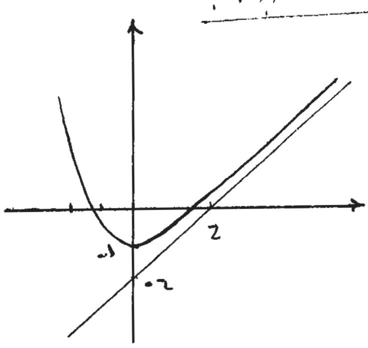
٢٤

الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢
النموذج رقم (٦)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة):

السؤال الأول: لدينا الخط البياني للتابع f معرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:



1) أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$
2) اكتب معادلة المماس في النقطة التي فاصلتها $x=0$
3) اكتب معادلة المقارب المائل Δ
4) نظم جدول تغيرات f وفق الشكل المعطى

السؤال الثاني: حل الجملة المشترك لحلها المعادلتين الآتيتين

$$e^{4x} \cdot e^{y} = \frac{1}{e^2} \qquad x \cdot y = -6$$

السؤال الثالث: في أحد مراكز الهاتف مهندسان وأربعة عمال، كم لجنة مختلفة قوامها مهندس واحد وعامل واحد يمكننا تأليفها لمتابعة أعمال الصيانة في المركز.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث (٤٥ لكل سؤال)

السؤال الأول: حل المعادلة $z^3 = 1$ في $\mathbb{C}$ ثم مثل حلول هذه المعادلة وماذا تؤلف

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,-5,-3)$ و B (١-،٥،١-) ومستوياً P يشمل (٢-،١،١) وله $\vec{u}$ (١،١-،١) و $\vec{v}$ (٣،١-،١) شعاعي توجيه، اثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي P.

السؤال الثالث: C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

1) تحقق أن f تابع زوجي
2) احسب نهاية f عند $\pm\infty$
3) علل كون المستقيم $y=x$ مقارب لـ C في جوار $+\infty$ وادرس وضعه النسبي؟

ثالثاً: حل التمارين الثلاث الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول: المستقيمان L و L' معرفان وسيطياً وفق

$$L'\begin{cases} x = 4-5s \\ y = 3-2s \\ z = -1+2s \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \qquad L\begin{cases} x = -1 \\ y = 1-t \\ z = 1-2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

1) اثبت أن L و L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.
2) أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L و L'.

يتبع

-٢٥-

التمرين الثاني : المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق $u_0 = \frac{3}{2}$ ، $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$ ، $n \in \mathbb{N}$

1) اثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $1 \leq u_n \leq 2$ ، $n \in \mathbb{N}$

2) اثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 1)$ أياً كان $n \in \mathbb{N}$

3) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

4) أهي متقاربة ؟ .

التمرين الثالث : اثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$ أياً كان x من المجال $I = [0, \frac{\pi}{2}[$.

رابعاً : حل المسألتين التاليتين « 100 لكل مسألة »

المسألة الأولى : أولاً : حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2\sqrt{2}\, z + 4 = 0$

ثانياً : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لتكن النقطتين A و B حيث

$z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ $\qquad$ $z_B = \overline{z_A}$

1) اكتب بالشكل الأسي كل من z_A و $\frac{1}{z_B}$ ثم بين أن العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2020}$ حقيقي .

2) لتكن C صورة B وفق تحاكٍ مركزه ω حيث $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3)

جد العدد العقدي لـ C

3) احسب z_D للنقطة D صورة B وفق دوران مركزه O وزاويته $(\frac{\pi}{2})$

4) احسب $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A}$ واستنتج طبيعة المثلث ACD

5) جد العدد العقدي للنقطة E لكي يكون الرباعي $ACED$ مربعاً .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$

1) اوجد D_f

2) احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج معادلات كل مقارب لخطه

3) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ، ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها ؟ والتعليل ؟

4) اوجد معادلة المماس في النقطة التي تعدم f'

5) ناقش عدد حلول المعادلة $m \cdot x \cdot \ln x = 1$

6) ارسم كل مقارب وجد شرط رسم C واستنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعرف بالعلاقة $f_1(x) = \frac{1}{x \cdot \ln \frac{1}{x}}$ من C

انتهت الأسئلة ..

سلم تصحيح مادة الرياضيات / النموذج ٦ /

المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159

الدرجة

السؤال الأول: (تعيين صحيح) $f'(0)=0$ $\quad f(0)=-1$ — ٥+٥

(لديه مماس أفقي) $y=-1$ — ١٠

(نقاط التقاطع $(0,-2),(2,0)$) $y=x-2$ — ١٠

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

٥ ٥ ٥ — ٤٥

السؤال الثاني: $e^{4x}\cdot e^{y}=\frac{1}{e^{2}} \Rightarrow e^{4x+y}=e^{-2}$ — ٥

$4x+y=-2$ ① $\quad x\cdot y=-2$ ② — ٥

من ① $y=-2-4x$ ② — ٥

نعوض في ② $-2x-4x^2=-2 \Rightarrow 2x^2+x-1=0$ — ١٠

إما $x=\frac{1}{2}$ $\quad y=-4$ — ٥+٥

أو $x=-1$ $\quad y=2$ — ٥+٥ — ٤٥

السؤال الثالث: هناك خياران للمهندسين واختيار

خياران للعامل إذا علمنا أنه تم اختيار

أربع مختلفة حسب المبدأ الأساسي $2\times4=8$

أو $P_2^1\times P_4^1=2\times4=8$ — ١٠+١٠، ٥+١٠ — ٤٥

السؤال الأول: إذا كان $Z\neq0$ فإننا نرمز لـ Z

بالشكل $Z=re^{i\theta}$ $\quad \theta\in[0,2\pi]$ — ٥

$Z^3=1 \Leftrightarrow r^3e^{3\theta i}=e^{0i}$ — ٥

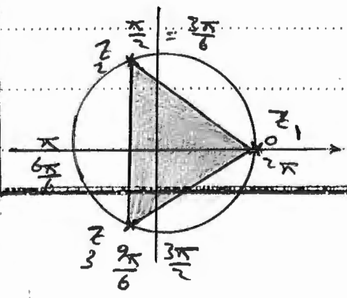
$r^3=1 \Rightarrow r=1$ — ٥

$3\theta=0+2\pi K$ $\quad \theta=\frac{2\pi}{3}K$ — ٥

$K=0$ $\quad \theta=0$ $\quad Z_1=1$ — ٥

$K=1$ $\quad \theta=\frac{2\pi}{3}$ $\quad Z_2=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ — ٥

$K=2$ $\quad \theta=\frac{4\pi}{3}$ $\quad Z_3=e^{\frac{4\pi}{3}i}$ — ٥



$\theta_2=\frac{2\pi}{3}=\frac{4\pi}{6}$

$\theta_3=\frac{8\pi}{6}$ — ٥

ومنه بالتالي جذور المعادلة تؤلف رؤوس — ٥

مثلث متساوي الأضلاع. — ٤٥

السؤال الثاني: $\vec{u}(1,1,-2)$, $\vec{v}(3,-1,-1)$ $\quad \frac{1}{3}\neq\frac{1}{-1}$ غير مرتبطين خطياً — ٥، ٥+٥

$\overrightarrow{AB}(-3,-5,-4)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=-3-5+8=0$ $\quad \overrightarrow{AB}\perp\vec{u}$ — ٥+١٠

$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{v}=-9+5+4=0$ $\quad \overrightarrow{AB}\perp\vec{v}$ — ٥+١٠

ومنه بالتالي $\overrightarrow{AB}$ يعامد المستوي P. — ٤٥

السؤال الثالث: $\forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow -x\in\mathbb{R}$

$f(-x)=\sqrt{x^2+1}=f(x)$ — ١٠

التابع زوجي ومحور التراتيب محور تناظر لخطه البياني — ٥

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ $\quad \lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ — ٥+٥

(٤) $f(x)-x=\sqrt{x^2+1}-x$

$=\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ — ٥

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\frac{1}{\infty}=0$ — ٥

ومنه $y=x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ — ٥

دراسة الوضع $f-y=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}>0$ — ٥

لأن المقام أكبر من الصفر والبسط موجب

فالكسر موجب. $\sqrt{x^2+1}>x$ — ٤٥

التمرين الأول: نحل جملة معادلتين ما، وأنما صحة الشرط

$-1=4-5S \Rightarrow S=1$ — ١٠

$1-t=3-2S$ — ١٠

$1-2t=-1+2S$ — ١٠

نعوض $S=1$ في ③ في ② فنحصل $t=0$ — ١٠

نعوض $S=1$ و $t=0$ في ① فنجده محققة

فالمستقيمان متقاطعان ولإيجاد نقطة التقاطع — ١٠

نعوض S أو t فنجد $A(-1,1,1)$ نقطة التقاطع — ٥

المكتب العلمي الرياضي ..

-١-

٢٧

سلم تصحيح مادة الرياضيات

المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159

/ النموذج ٦ /

الدرجة	
	٤) L شعاع توجيه $\vec{u}(0,-1,-2)$
	L' شعاع توجيه $\vec{v}(-5,-2,2)$
	نأخذ الشعاع $\vec{n}(a,b,c)$
٥	$\vec{n}\cdot\vec{u}=0 \Rightarrow -b-2c=0$
٥	$\vec{n}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow -5a-2b+2c=0$
٥	نفرض $c=1$ ، $b=-2$ ، $a=\frac{6}{5}$
٥	$\vec{n}(\frac{6}{5},-2,1)=(6,-10,5)$
	نعوض A : $P: 6x-10y+5z+d=0$
٥	$-6-10+5+d=0 \Rightarrow d=11$
٨٠	$P: 6x-10y+5z+11=0$

التمرين الثاني

الدرجة	
٥	$E(n):\ 1\le u_n\le 2$
٥	من أجل $n=0$: $1\le u_0=\frac{3}{2}\le 2$
	ومنه محققة من أجل $n=0$
٥	الفرض: $1\le u_n\le 2$
٥	الطلب: $1\le u_{n+1}\le 2$
	الإثبات: لدينا $u_{n+1}=u_n^2-2u_n+2$
٥	$=u_n^2-2u_n+1-1+2=(u_n-1)^2+1$
٥	لدينا فرضاً $1\le u_n\le 2 \Rightarrow 0\le u_n-1\le 1$
٥	$0\le (u_n-1)^2\le 1 \Rightarrow$
٥	$1\le (u_n-1)^2+1\le 2 \Leftrightarrow 1\le u_{n+1}\le 2$
٥	فالقضية محققة من أجل $n+1$ ومنه صحيحة.
	٢) $u_{n+1}-u_n=u_n^2-2u_n+2-u_n$
	$=u_n^2-3u_n+2$
٥	$=(u_n-2)(u_n-1)$
	٣) وجدنا أن $u_{n+1}-u_n=(u_n-2)(u_n-1)$ كما من الطلب السابق
٥	$u_n\le 2 \Rightarrow u_n-2\le 0$
٥	$u_n\ge 1 \Rightarrow u_n-1\ge 0$
٥	ومنه $u_{n+1}-u_n\le 0$
	فهي متتالية متناقصة
٥	٤) نلاحظ أن المتتالية متناقصة ومحدودة
٧٠	من الأدنى فهي متقاربة .

التمرين الثالث: $2\sin x+\tan x\ge 3x$

الدرجة	
	$2\sin x+\tan x-3x\ge 0$
١٠	$f(x)=2\sin x+\tan x-3x$
	$[0,\frac{\pi}{2}[$ نشتق التابع
١٠	$f'(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos^2 x}-3$
	$=\frac{2\cos^3 x+1-3\cos^2 x}{\cos^2 x}$ ، $f'=0$ $\Rightarrow$
٥	$2\cos^3 x-3\cos^2 x+1=0$
	نفرض $\cos x = X$
	$2X^3-3X^2+1=0$

$$\begin{array}{r|l} & 2X^2-X-1 \\ \hline X-1 & 2X^3-3X^2+1 \\ & -2X^3 \mp 2X^2 \\ \hline & -X^2+1 \\ & -X+X \\ \hline & -X+1 \\ & -X+1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

الدرجة	
١٠	$(X-1)(2X^2-X-1)=0$
	إما $X-1=0 \Rightarrow$
١٠	$\cos x=1 \Rightarrow x=0$
	أو $2X^2-X-1=0 \Rightarrow$
	$X=1$ مكرر
	أو $X=-\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x=-\frac{1}{2}$
	مرفوض لأنه لا ينتمي لمجال الدراسة .

الدرجة	x	0		$\frac{\pi}{2}$
٥	f'	0	$+$	||
٥	f	0	$\nearrow$	$+\infty$ ||

واضح من جدول التغيرات

الدرجة	
٥ / ٧٠	$f(x)\ge 0 \Rightarrow 2\sin x+\tan x\ge 3x$

المكتب العلمي الرياضي

-٢-

/ النموذج ٦ /

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

سلم تصحيح مادة الرياضيات

المسألة الأولى

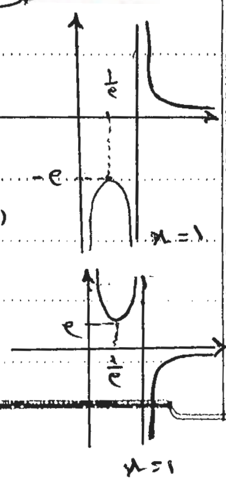
الدرجة	
١	$Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$
٥	للمعادلة جذران $\Delta = 8 - 16 = -8 < 0$
٥	عقديان مترافقان $-\Delta = 8$
٥	$\sqrt{-\Delta} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
٥	$Z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i}{2}$
	$Z_1 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$
٥	$Z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$
٥+٥	ثانياً $Z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$, $\frac{1}{Z_B} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
١٠	$\left(\frac{2}{Z_B}\right)^{2020} = \left(2\times\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2020} = e^{505\pi i} = -1$ عدد حقيقي
٥	أ) $Z_C - \frac{\sqrt{2}}{2} = -3\left(Z_B - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
	$Z_C - \frac{\sqrt{2}}{2} = -3\left(\sqrt{2} - i\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
	$Z_C - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + i3\sqrt{2}$
	$Z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$
١٠	٣) $Z_D = -i\,Z_B$
	$= -i(\sqrt{2} - i\sqrt{2})$
٥	$Z_D = -i\sqrt{2} - \sqrt{2}$
١٠	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_A} = \frac{-\sqrt{2} + i3\sqrt{2} - \sqrt{2} - i\sqrt{2}}{-i\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{2} - i\sqrt{2}}$
٥	ب) $= \frac{-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i}{-2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i} = \frac{-1+i}{-1-i} = i$
٥	ومنه المثلث ACD قائم ومتساوي الساقين
٥	متوازي أضلاع $ACED$ يجب أن يكون $\vec{AC} = \vec{DE}$ لكي يكون
	$Z_C - Z_A = Z_E - Z_D$
	$-1 + i = Z_E + i\sqrt{2} + \sqrt{2}$
١٠	$Z_E = -1 - \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2})i$
١٠٠	

المسألة الثانية

الدرجة	
٥	المسألة الثانية : $D_f =]0,1[\cup]1,+\infty[$
٥	$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$
٥	$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$
٥	$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$
٥	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{\infty} = 0$
٥	$x = 0$ مقارب شاقولي منطبق على محور التراتيب
٥	$y = 0$ مقارب أفقي منطبق على محور الفواصل
٥	$x = 1$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ و $+\infty$
٥	$f'(x) = \frac{-(\ln x + 1)}{(x\ln x)^2}$, $f' = 0 \Rightarrow$
٥	$\ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$
٥	$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{-\frac{1}{e}} = -e$

x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	‖	$-$	
f	$-\infty$	↗	$-e$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0

الدرجة	
٥	$f\left(\frac{1}{e}\right) = -e$ قيمة عظمى محلية
٥	$f(x) \le f\left(\frac{1}{e}\right)$
٥	٤) $\left(\frac{1}{e}, -e\right) \Leftrightarrow f' = 0$ نقطة فيها
٥	ومنه المماس يوازي محور الفواصل أي معادلته
	$y = -e$ هي
٥	٥) $m \cdot x \ln x = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{x\ln x}$
٥	$f(x) = m$
	$m \in]-\infty, -e[$ حلان
	$m = -e$ حل وحيد
٥	$m \in]-e, 0[$ مستحيلة الحل
	$m = 0$ مستحيلة الحل
	$m \in]0, +\infty[$ حل وحيد
٥ الرسم	$f_1(x) = \frac{1}{x \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)}$
	$= \frac{1}{x \cdot \ln(x)^{-1}}$
٥ حل	$= \frac{1}{-x\ln x} = -f(x)$
	$(x, y) \to (x, -y)$
١٠٠	



انتهى السلم

المكتب العلمي للرياضيات

-٣٠-

-٢٩-

تمارين هامة

1) أوجد معادلة الاسطوانة محورها $(\vec{oz})$ ومركز قاعدتها (O) ونصف قطرها (3) وارتفاعها 4. هل النقطة $(\sqrt{3}, \sqrt{6}, 5)$ تنتمي إلى الاسطوانة

2) أوجد معادلة الاسطوانة التي محورها $(\vec{oz})$ ومركزها $(3,0,0)$ ونصف قطر قاعدتها $\sqrt{6}$ وارتفاعها $|2|$.

3) صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $x^2+y^2=25$; $1 \le z \le 4$

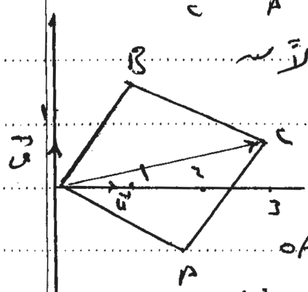
4) اكتب معادلة مخروط رأسه $A(0,0,1)$ ومحوره $(o,\vec{k})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $(0,0,-5)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$ ؟ هل تقع النقطة $(1,1,-1)$ على المخروط

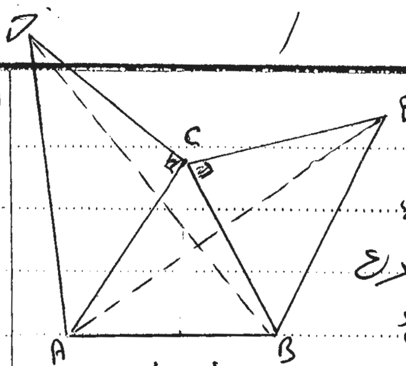
5) $z_A = \sqrt{3} - i$ $\quad z_B = 1 + i\sqrt{3}$

$z_C = z_A + z_B = (\sqrt{3}+1) + i(\sqrt{3}-1)$

1) اكتب بالشكل الأسي كلاً من z_B , z_A

2) احسب $\frac{z_B}{z_A}$ ثم استنتج نوع المثلث OAB وتحقق أن $OACB$ مربع





6) ABC مثلث متساوي الأضلاع ومباشر نرسم ACD - BEC مثلثين قائمين في C ومتساويي الساقين مباشرين. نختار معلماً متجانساً $(C, \vec{u}, \vec{v})$

1) اثبت أن $d = ia$ $\quad$ $e = ib$

2) اثبت أن $b - d = i(a - e)$

3) استنتج أن $(\vec{EA}, \vec{DB}) = \frac{\pi}{2}$

4) استنتج أن المستقيمين BD, EA متعامدان ومتساويان بالطول

7) في المستوي العقدي $(O, \vec{u}, \vec{v})$

$z_A = -1 + i\sqrt{3}$ $\quad z_B = -1 - i\sqrt{3}$

$z_C = 2$

1) اثبت أن $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ واستنتج نوع المثلث ABC

2) عين مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC واحسب نصف قطرها

3) لتكن Γ مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق المساواة

$2(z + \bar{z}) + z \cdot \bar{z} = 0$

بين أن Γ دائرة وعين مركزها واحسب نصف قطرها وتحقق أن A, B تنتميان إلى Γ.

المكتب العلمي الرياضي

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
المكتب العلمي الرياضي
0934 131 159

نموذج امتحاني لدورة ٢٠٢٠

النموذج (٧)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية / ٤٠ درجة لكل سؤال /.

السؤال الأول: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$

1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$

2) اثبت أن $y=ax+b$ مقارب مائل للخط عند $\pm\infty$ وادرس الوضع النسبي

السؤال الثاني: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(\ln x)^2+3\ln x+2=0$

السؤال الثالث: اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $z=\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC جد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق $\|\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC}\|=\|3\vec{MA}-\vec{MB}-\vec{MD}-\vec{MC}\|$

السؤال الثاني: عين قيمة n في الحالة الآتية:

$$P_n^2=5P_{n-1}^1$$

السؤال الثالث: لتكن $u_n=4n+1$ اثبت أن المتتالية حسابية عين أساسها واحسب $u_0+u_1+u_2+\dots+u_{10}$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ درجة للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{x+2}{|x|+1}$

1) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين للخط البياني C في النقطة $A(0,2)$

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليسار ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليسار للخط البياني في النقطة $A(0,2)$.

3) ارسم نصفي المماسين السابقين وارسم C على المجال $[-2,2]$

التمرين الثاني: لتكن $\alpha=e^{2i\pi/5}$ نضع $A=\alpha+\alpha^4$ ، $B=\alpha^2+\alpha^3$

1) اثبت أن $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4=0$ واستنتج أن A, B حلا المعادلة من الدرجة الثانية $x^2+x-1=0$

2) عبر عن A بدلالة $\cos(\frac{2\pi}{5})$

3) حل المعادلة $x^2+x-1=0$ واستنتج قيمة $\cos\frac{2\pi}{5}$ ، $\sin\frac{2\pi}{5}$

يتبع في الصفحة التالية

-٤١-

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة كالآتي $u_0 = 0$ ، $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$

والمطلوب : 1) اثبت أن $0 \le u_n \le 1$

2) اثبت أن (u_n) متزايدة

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ واحسب نهايتها

رابعاً : حل المسألتين التاليتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ ولتكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\vec{AB}$ ناظماً له ولتكن Q المستوي الذي معادلته $x - y + 2z + 6 = 0$ ولتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB

1) اوجد معادلة P 2) جد معادلة الكرة S

3) اثبت أن المستوي Q يمس الكرة S

4) اثبت أن النقطة $C(-1,2,0)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q

5) اوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك d للمستويين P و Q

6) اثبت أن d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [BC]

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على $D_f = \mathbb{R}\setminus\{0,1\}$ وفق $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$ وليكن C خطه البياني

1) اثبت أن النقطة $A(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$ هي مركز تناظر له

2) ادرس تغيرات f على مجموعة تعريفه

3) اثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ مقارب لـ C

وادرس وضع C النسبي بالنسبة له

4) ارسم في معلم واحد d و C.

انتهت الأسئلة

-٤٢-

أولاً: السؤال الأول:

1) بإجراء القسمة الإقليدية:

$$\begin{array}{r|l} & x-6 \\ \hline x+1 & x^2-5x+1 \\ & x^2+x \\ \hline & -6x+1 \\ & -6x-6 \\ \hline & 7 \end{array}$$

ومنه $f(x) = x-6+\dfrac{7}{x+1}$

بالمطابقة نجد: $a=1$

$b=-6 \qquad c=7$

2) $y = x-6$

$f(x)-y = \dfrac{7}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f-y = 0$

ومنه y مقارب مائل في جوار $(+\infty)$

الوضع النسبي:

$x>-1 \quad f-y>0$ C فوق Δ

$x<-1 \quad f-y<0$ C تحت Δ

السؤال الثاني:

نفرض $t=\ln x$ بشرط $x>0$

$(\ln x)^2+3\ln x+2=0$

تكافئ:

$t^2+3t+2=0$

1

$\Delta = b^2-4ac = 9-8=1$

$t_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+1}{2} = -1$

$t_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-1}{2} = -2$

$t_1=-1 \Rightarrow \ln x = -1$

$x=\dfrac{1}{e}$ مقبول

$t_2=-2 \Rightarrow \ln x=-2$

$x=\dfrac{1}{e^2}$ مقبول

مجموعة الحلول $\left\{\dfrac{1}{e}, \dfrac{1}{e^2}\right\}$

السؤال الثالث:

$Z = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

نضرب بمرافق المقام:

$Z = \dfrac{1}{2}\left((1-i\sqrt{3})(1-i)\right)$

$Z = \dfrac{1}{2}\left(1-i-i\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)$

$Z = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}i$

$r = \sqrt{\dfrac{(1-\sqrt{3})^2}{4}+\dfrac{(-1-\sqrt{3})^2}{4}}$

$r = \sqrt{\dfrac{1-2\sqrt{3}+3+1+2\sqrt{3}+3}{4}}$

$r = \sqrt{2}$

$\tan\theta' = \left|\frac{y}{x}\right| = 1$

$\theta' = \frac{\pi}{4}$

Z في الربع الثالث

$\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

نكتبه بالشكل الأسي :

$Z = \sqrt{2}\, e^{i\frac{5\pi}{4}}$

ثانياً : السؤال الأول :

لدينا حسب الخاصة التجميعية :

$\vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

$-\vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC} = -3\vec{MG}$

نعوض في العلاقة :

$\|3\vec{MG}\| = \|3\vec{MA} - 3\vec{MG}\|$

$\|\vec{MG}\| = \|\vec{GA}\|$

وهي معادلة دائرة مركزها G

ونصف قطرها $r = \|\vec{GA}\|$

السؤال الثاني :

$P_n^2 = 5P_{n-1}^1$

شرط الحل $n > 2$

$n(n-1) = 5(n-1)$

$n = 5$ مقبول

السؤال الثالث :

$u_{n+1} - u_n = 4(n+1) - 4n - 1$

$= 4n + 4 - 4n - 1$

$= 3$

فهي متتالية حسابية أساسها $q = 3$

$u_0 + u_1 + u_2 \dots u_{10}$

مجموع لمتتالية حسابية حدها الأول

$u_0 = 1$

وأساسها 3 وعدد الحدود فيها 11

$S_n = n\,\frac{a+l}{2} = 11 \times \frac{0+10}{2}$

$S_n = 55$

ثالثاً : التمرين الأول :

1) $f(x) = \frac{x+2}{x+1} \quad x > 0$

$t(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

$t(x) = \frac{\frac{x+2}{x+1} - 2}{x} = \frac{-1}{x+1}$

$\lim_{x \to 0^+} t(x) = -1$

فهو قابل للاشتقاق عند الصفر من اليمين

ملخصات محلولة كاملة لطلاب دورة

الملف العلمي الرياضي

أ. محمد رسول الصباغ ٠٩٣٤١٣١١٥٩

معادلة نصف المماس :

$y - 2 = -1(x-0)$

$y = 2 - x$

2)

$f(x) = \frac{x+2}{-x+1}$ $\quad x<0$

$t(x) = \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$

$t(x) = \frac{\frac{x+2}{-x+1} - 2}{x} = \frac{3}{-x+1}$

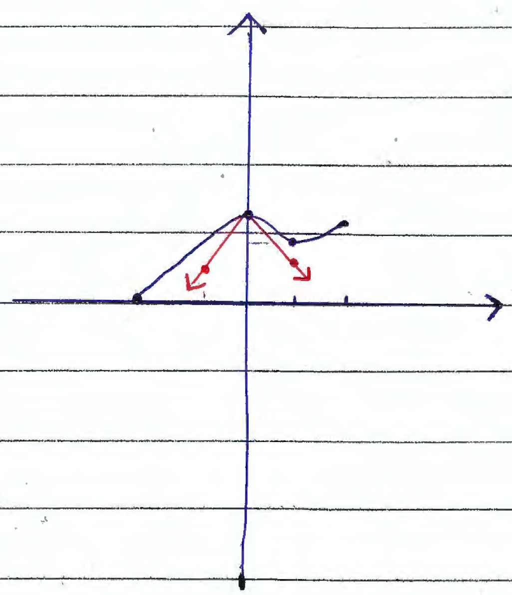
$\lim_{x\to 0^-} t(x) = 3$

ومنه f قابل للاشتقاق عند الصفر من اليسار

معادلة نصف المماس :

$y - 2 = 3(x-0)$

$y = 3x + 2$



التمرين الثاني :

1) لدينا : $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4$

مجموع لمتتالية هندسية أساسها α

وحدها الأول 1 وعدد الحدود 5

$S_n = \frac{1-(\alpha)^5}{1-\alpha}$

لكن $(\alpha)^5 = \left(e^{2i\pi/5}\right)^5 = e^{i0} = 1$

ومنه $S_n = \frac{1-1}{1-\alpha} = 0$

وهو المطلوب

A و B جذران للمعادلة :

$x^2 - (A+B)x + A\times B$

لدينا : $A+B = \alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4$

وحسب الطلب السابق فإن :

$\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4 = -1$

ومنه $A+B = -1$

$A\times B = (\alpha^2+\alpha^3)(\alpha+\alpha^4)$

$= \alpha^3+\alpha^6+\alpha^4+\alpha^7$

لكن $\alpha^6 = \alpha\times\alpha^5 = \alpha$

$\alpha^7 = \alpha^2\times\alpha^5 = \alpha^2$

ومنه

$A\times B = \alpha^3+\alpha+\alpha^4+\alpha^2$

3

— ٤٥ —

وبحد أيضاً أن $A \times B = -1$

ومنه A و B جذرا للمعادلة:

$x^2 - x - 1$

وهي المعادلة المطلوبة.

2) $A = \alpha + \alpha^4 = \alpha + \alpha^4$

$= e^{2i\pi/5} + e^{8i\pi/5}$

$= \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5} + i\sin\frac{8\pi}{5}$

$= \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5} + (\cos\frac{-2\pi}{5} + i\sin\frac{-2\pi}{5}$

ومنه $A = 2\cos\frac{2\pi}{5}$

3) $x^2 + x - 1$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 4 = 5$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

4) بما أن A جذر للمعادلة:

$A = 2\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

التمرين الثالث:

1) من أجل حد البدء

$0 \le u_0 = 0 \le 1$

الفرض

$0 \le u_n \le 1$

الطلب $0 \le u_{n+1} \le 1$

الإثبات: لتكن التابع:

$f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

لدينا

$f'(x) = \frac{2x+4-2x-1}{(x+2)^2}$

$f' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$

ومنه f لا يغير جهة المتراجحة

لدينا فرضاً:

$0 \le u_n \le 1$

$f(0) \le f(u_n) \le f(1)$

$\frac{1}{2} \le u_{n+1} \le 1$

ومنه $0 \le u_{n+1} \le 1$

نا القضية محققة من أجل n+1 إذاً محققة من أجل n.

2) $u_1 - u_0 = \frac{1}{2} - 0 > 0$

الفرض $u_{n+1} - u_n > 0$

الطلب $u_{n+2} - u_{n+1} > 0$

الإثبات :

لدينا فرضاً :

$u_{n+1} > u_n$

ومنه

$f(u_{n+1}) > f(u_n)$

$u_{n+2} > u_{n+1}$

$u_{n+2} - u_{n+1} > 0$

فهي متزايدة

3) المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة

نهايتها حل المعادلة :

$f(x) = x$

$\frac{2x+1}{x+2} = x$

$x^2 + 2x = 2x + 1$

$x^2 - 1 = 0$

ومنه $x = 1$ نهاية المتتالية

رابعاً: المسألة الأولى :

1) $\vec{AB}\,(2, 1, -1)$

ومنه المعادلة :

$2x + y - z + d = 0$

نعوض B :

$6 + 2 + d = 0$

$d = -8$

ومعادلة المستوى P :

$2x + y - z - 8 = 0$

2) $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = R^2$

حيث

$R = AB = \sqrt{4 + 1 + 1}$

$R = \sqrt{6}$

ومنه معادلة الكرة :

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$

3) المستوى Q يمس الكرة إذا وفقط إذا كان بعد A عن المستوى يساوي نصف القطر

$dist_{A,P} = \frac{|2+1-1-8|}{\sqrt{4+1+1}}$

$dist_{A,P} = \sqrt{6}$

ومنه المستوى يمس الكرة

4) لتكن A' مسقط A على Q

ومنه الشعاع AA' موجه

يناظم المستوى Q فتكون

معادلة الوسيطية :

$$\left.\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= 1 - t \\ z &= 1 + 2t \end{aligned}\right\} t \in R$$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي :

$1+t-1+t+2+4t+4=0$

$6t=-6$

$t=-1$

ومنه إحداثيات A' هي بتعويض t في المعادلات الوسيطية :

$x=1-1=0$

$y=1-(-1)=2$

$z=1-2=-1$

أي $A'(0,2,-1)$ وهي نفسها C

5) بالحل المشترك للمعادلتين

$2x+y-z-8=0$

$x-y+2z+4=0$

$2x+y-z-8=0$

$-2x+2y-4z-8=0$

$3y-5z-16=0$

$y=\frac{5}{3}z+\frac{16}{3}$

ومنه $x=-\frac{1}{3}z-4+\frac{16}{3}$

$x=-\frac{1}{3}z+\frac{4}{3}$

بفرض $z=3t$

$$\left.\begin{aligned} x&=-t+\frac{4}{3}\\ y&=5t+\frac{16}{3}\\ z&=3t \end{aligned}\right\} t\in\mathbb{R}$$

هي المعادلات الوسيطية.

6) لنوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة BC.

$I=\frac{B+C}{2}=\left(\frac{3}{2},2,-\frac{1}{2}\right)$

ولدينا $\vec{BC}$ ناظم للمستوي :

$\vec{BC}(-3,0,-1)$

$-3x-z+d=0$

نعوض I :

$-\frac{9}{2}+\frac{1}{2}+d=0$

$\Rightarrow d=4$

ومنه المعادلة

$-3x-z+4=0$

نعوض المعادلات الوسيطية لـ d في معادلة المستوي :

$-3\left(-t+\frac{4}{3}\right)-3t+4=0$

$3t-4-3t+4=0$

$0=0$

للمعادلة عدد لانهائي من الحلول فالمستقيم محتوى في المستوي

المسألة الثانية:

1) $x \in R\setminus\{0,1\}$

$-x \in R\setminus\{0,-1\}$

$1-x \in R\setminus\{1,0\}$

فالشرط الأول محقق

$f(2x_0 - x) = f(1-x)$

$= \frac{x-1}{2} + \ln\left|\frac{-x}{1-x}\right|$

ولدينا:

$2y_0 - f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{x}{2} - \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

$= -\frac{1}{2} + \frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x}{x-1}\right|$

ومنه $f(2x_0 - x) = 2y_0 - f(x)$

وبالتالي A مركز تناظر له

2) f معرف ومستمر واشتقاقي على المجال: $R\setminus\{0,1\}$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to 1^{\mp}} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to 0^{\pm}} f(x) = +\infty$

للتخلص من القيمة المطلقة ندرس إشارة ما داخل القيمة المطلقة

	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$
x	$-$	0 $+$		$+$
الكسر	$+$	‖ $-$	0	$+$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + \ln\frac{x-1}{x} & x \in]-\infty,0[\cup]1,+\infty[\\ -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{-x+1}{x}\right) & x \in]0,1[\end{cases}$$

نشتق:

$$f' \begin{cases} -\frac{1}{2} + \frac{-1}{x(1-x)} \\ -\frac{1}{2} + \frac{-1}{x(1-x)} < 0 \end{cases}$$

$f' = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{1}{x(1-x)}$

$-x + x^2 = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

إما $x = \frac{1-3}{2} = -1$

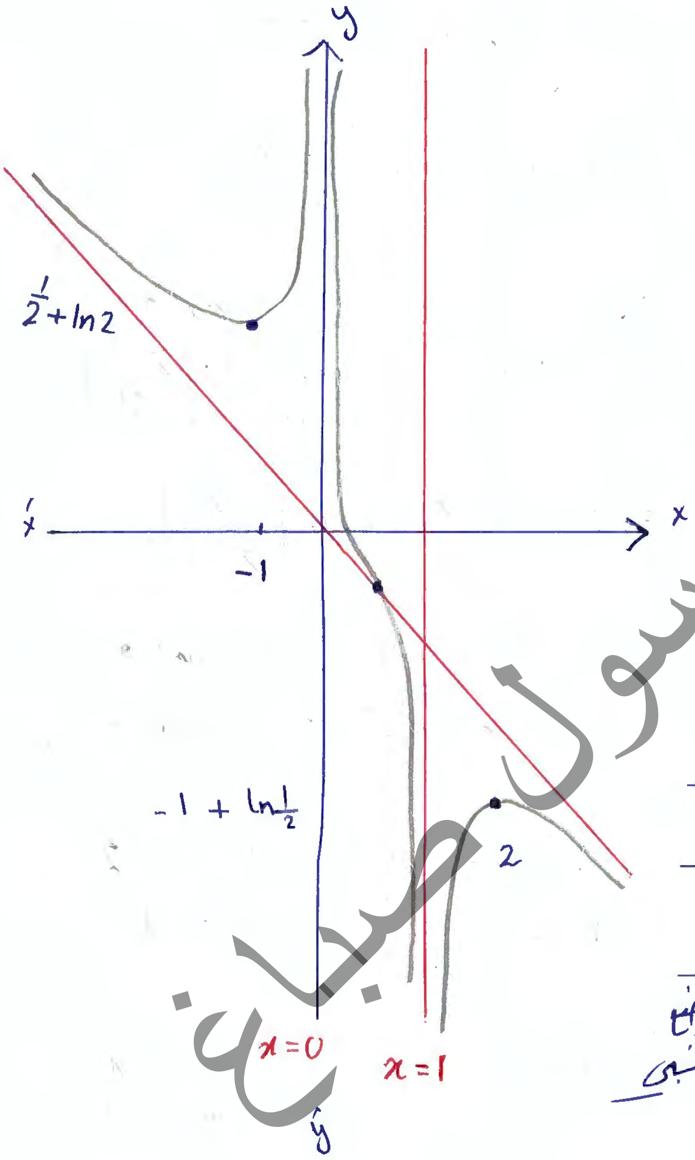
$f(-1) = \frac{1}{2} + \ln 2$

أو $x = \frac{1+3}{2} = 2$

$f(2) = -1 + \ln\frac{1}{2}$

-٤٩-

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}+\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty \,\|\|\, +\infty$	$\searrow$	$-\infty \,\|\|\, -\infty$	$\nearrow$	$-1+\ln\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$



$$f(x)-y=\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| \quad (3$$

$$\lim_{x\to+\infty} f-y=\ln(1)=0$$

نفرض التابع g :

$$g(x)=\ln|x-1|-\ln|x|$$

$$g'=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}$$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
g'		$+$	$\|\|$		$-$		$\|\|$	$+$	
g	0	$\nearrow$	$+\infty \,\|\|\, +\infty$		$\searrow$		$-\infty \,\|\|\, -\infty$	$\nearrow$	0
الوضع النسبي		C فوق Δ	$\|$	C فوق	$-\frac{1}{4}$	C تحت		C تحت Δ	

— ٥٠ —

8

أولاً: السؤال الأول:

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

$\overrightarrow{MA}\,(1-x, -3-y, -2-z)$

$\overrightarrow{MB}\,(1-x, 5-y, -4-z)$

ومنه:

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} =$

$(1-x)^2 + (-3-y)(5-y) + (-2-z)(-4-z)$

$1-2x+x^2-15+3y-5y+y^2+8+2z+4z+z^2$

أي أن

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = x^2+y^2+z^2-2x-2y+6z-6$

هي معادلة دائرة مركزها $\Omega(1, 1, -3)$

ونصف قطرها $R = \sqrt{17}$

الإكمال إلى مربع كامل:

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 17$

السؤال الثاني:

$e^x + 5e^{-x} \leq 6$

نضرب بـ e^x:

$e^{2x} - 6e^x + 5 \leq 0$

لنحل المعادلة:

$e^{2x} - 6e^x + 5 = 0$

إما $e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

أو $e^x = 5 \Rightarrow x = \ln 5$

x	$-\infty$	0		$\ln 5$	$+\infty$
الجداء	+	0	−	0	+
المتراجحة			محققة		

مجموعة الحلول هي: $[0, \ln 5]$

السؤال الثالث:

1) $P_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

2) يمكن اختيار الآحاد بطريقة 1 والعشرات بـ 5 والمئات بـ 4 وحسب المبدأ الأساسي بالعد

$5 \times 4 \times 1 = 20$

ثانياً:

السؤال الأول:

التابع معرف حيث: $2 + x > 0$

$x \neq \{0, 1\}$ وبالتالي مجموعة تعريفه

$x \in]-2, -1[\cup]-1, 0[\cup]0, \infty[$

$\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \dfrac{\ln(1)}{1-1} = \dfrac{0}{0}$

حالة عدم تعيين

بإجراء تغيير المتحول $2 + x = t$

$x \to -1$ عندها $t \to 1$

$f(x) = \dfrac{\ln(t)}{(t-2)^2 + t - 2}$

$f(x) = \dfrac{\ln t}{(t-2)(t-2+1)}$

$f(x) = \dfrac{\ln t}{(t-2)(t-1)}$

$f(x) = \dfrac{\ln t}{t-1} \times \dfrac{1}{t-2}$

$\lim\limits_{t \to 1} \dfrac{\ln t}{t-1} \times \lim \dfrac{1}{t-2} = 1 \times (-1) = -1$

أو

$f = \dfrac{\ln(1+(1+x))}{x(x+1)}$

$t = 1 + x$

$x \to -1$

$t \to 0$

$\dfrac{\ln(1+t)}{(t-1)\,t}$

$\dfrac{1}{-1} = -1$

(1)

-٥١-

السؤال الثاني :

لدينا حسب الخاصة التجميعية :

$2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} = 3\vec{MG}$

ومنه

$\|3\vec{MG}\| = \|3(\vec{MG} + \vec{AM})\|$

$\|\vec{MG}\| = \|\vec{AG}\|$

فهي معادلة كرة مركزها G

و نصف قطرها $\|AG\|$

ثالثاً :

التمرين الأول :

1) $t(x) = \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

حيث

$f(x) = \dfrac{x+4}{x+2}$

عندما $x > 0$

ومنه $t(x) = \dfrac{\frac{x+4}{x+2} - 2}{x}$

$t(x) = \dfrac{-1}{x+2}$

$\lim_{x \to 0} t(x) = \dfrac{-1}{2}$

فهو قابل للاشتقاق عند الصفر

2) $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$

$y - 2 = -\frac{1}{2}(x)$

حيث $\lim_{x \to 0} t(x) = f'(0)$

ومعادلة المماس :

$y = -\frac{1}{2}x + 2$

3) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

حيث عندما $x \to +\infty$ يكون

$f(x) = \dfrac{x+4}{x+2}$

التمرين الثاني :

1) من أجل حد البدء

$u_0 = 1 < 2$

الفرض $u_n < 2$

الطلب $u_{n+1} < 2$

الإثبات : لدينا فرضاً :

$u_n < 2$

$3u_n < 6$

$3u_n + 2 < 8$

نقسم على 4 :

$\dfrac{3u_n + 2}{4} < 2$

أي $u_{n+1} < 2$

فهي محققة أياً كانت n

2) من أجل حد البدء

$u_0 = 1$ $u_1 = \dfrac{5}{4}$

$u_1 > u_0$

(2)

الفرض : $u_{n+1} > u_n$

الطلب : $u_{n+2} > u_{n+1}$

الإثبات :

لدينا فرضاً

$u_{n+1} > u_n \Leftrightarrow$

$3u_{n+1} > 3u_n \Leftrightarrow$

$3u_{n+1} + 2 > 3u_n + 2$

نقسم على 4 :

$$\frac{3u_{n+1}+2}{4} > \frac{3u_n+2}{4}$$

أي أن $u_{n+2} > u_{n+1}$

فهي متزايدة تماماً أياً كانت n

وجدنا أن المتتالية محدودة من الأعلى بالعدد 2 وبما أنها متزايدة فهي متقاربة

3) a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 2$

$$= \frac{3u_n + 2 - 8}{4} = \frac{3u_n - 6}{4}$$

$v_{n+1} = \frac{3}{4}(u_n - 2)$

$v_{n+1} = \frac{3}{4} v_n$

فهي هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$

b) $v_n = v_0 q^n$

$v_0 = u_0 - 2 = 1 - 2 = -1$

$v_n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n$

$u_n = v_n + 2$

$u_n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0 + 2 = 2$

حيث $-1 < q < 1$

4) S_n مجموع لمتتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$ وحدها الأول $v_0 = -1$ وعدد الحدود $n+1$

وحسب القانون نجد :

$$S_n = a\,\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$S_n = -1\,\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{3}{4}} = -4\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)$$

المجموع S_n' يكتب بشكل آخر :

$S_n' = v_0 + 2 + v_1 + 2 + \dots v_n + 2$

$S_n' = S_n + 2(n+1)$

$S_n' = -4\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right) + 2(n+1)$

التمرين الثالث :

1) a) $P(2) = 8 - 16 + 16 - 8 = 0$

ومنه $Z = 2$ جذر للمعادلة

b) بإجراء القسمة الإقليدية على $Z - 2$

$$\begin{array}{r|l} Z^3 - 4Z^2 + 8Z - 8 & Z - 2 \\ \hline Z^3 - 2Z^2 & Z^2 - 2Z + 4 \\ -2Z^2 + 8Z - 8 & \\ -2Z^2 + 4Z & \\ 4Z - 8 & \\ 4Z - 8 & \end{array}$$

(3)

وبالتالي فإن $P(Z)$ يكتب بالشكل:

$P(Z) = (Z-2)(Z^2-2Z+4)$

لحل المعادلة

Z^2-2Z+4

$\Delta = b^2-4ac = 4-16 = -12$

$\Delta < 0$ للمعادلة حلان عقديان مترافقان

$-\Delta = 12 \quad \sqrt{-\Delta} = 2\sqrt{3}$

$Z_2 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2} = \frac{2+2\sqrt{3}i}{2}$

$Z_2 = 1+i\sqrt{3}$

$Z_3 = \overline{Z_2} = 1-i\sqrt{3}$

2) a)

$Z_B = r_B e^{i\theta}$

حيث $r_B = \sqrt{1+3} = 2$

$\tan\theta' = \sqrt{3} \Rightarrow \theta' = \frac{\pi}{3}$

و Z في الربع الأول $\theta = \theta' = \frac{\pi}{3}$

$Z_B = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

$Z_C = \overline{Z_B} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

$\frac{Z_B}{Z_C} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{-i\frac{\pi}{3}}} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

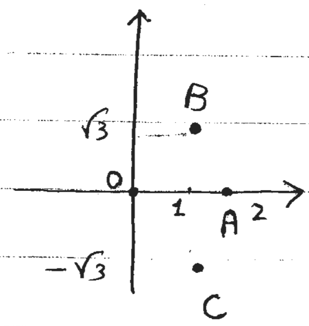
b) لدينا $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = e^{i\frac{2n\pi}{3}}$

$\frac{2n\pi}{3} = 0+\pi K$

$n = \frac{3}{2}K$

حيث $K = 0, 1, 2, \dots$

3)



$\vec{OB} = b = 1+i\sqrt{3}$

$\vec{CA} = a-c = 2-1+i\sqrt{3} = 1+i\sqrt{3}$

$\vec{OB} = \vec{CA}$

فالرباعي متوازي أضلاع

المسألة الأولى:

1) f معرف من أجل $x>0$ و $x \neq 1$

$D_f =]0,1[\cup]1,+\infty[$

2)

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \frac{1}{+\infty} = 0$

لدينا $x=0$ مقارب شاقولي منطبق yy' في جوار $-\infty$

$x=1$ مقارب شاقولي يوازي yy' في جوار $\pm\infty$

$y=0$ مقارب أفقي منطبق على xx' في جوار ∞

(4)

٢) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

٣) ادرس تقارب (u_n) ؟

٤) احسب المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ بدلالة n واستنتج المجموع S'_n

$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث : لتكن

$$P(z) = z^3 - 4z^2 + 8z - 8$$

أولاً ١) تحقق أن 2 صفر لكثير الحدود $P(z)$

٢) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

ثانياً في المستوي المركب $z_A = 2$ $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ $z_C = 1 - i\sqrt{3}$

١) اكتب كلاً من z_B ، z_C ، $\frac{z_B}{z_C}$ بالشكل الأسي

٢) عين مجموعة قيم n العدد الطبيعي بحيث يكون $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقياً .

٣) عين النقاط A ، B ، C ثم بين طبيعة الرباعي $OBAC$

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين (100 لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$

١) أوجد D_f

٢) احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط البياني .

٣) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها .

٤) ارسم C_f

٥) استنتج رسم التابع f_1 المعرف بالعلاقة $f_1(x) = \frac{1}{x \ln \frac{1}{x}}$

المسألة الثانية : لتكن H ، D نقطتان من الفراغ ولتكن I منتصف القطعة $[DH]$

١) بين أن من أجل كل نقطة M يكون $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = MI^2 - ID^2$

٢) استنتج أن مجموعة النقط M من الفراغ التي تحقق $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = 0$ هي كرة

٣) لتكن $A(3,0,0)$ $B(0,6,0)$ $C(0,0,4)$ $D(-5,0,-1)$

١) تحقق أن A ، B ، C تعين مستوياً

٢) بين أن الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ ناظمي لـ ABC

٣) اكتب معادلة المستوي ABC

٤) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار بـ D والعامد المستوي ABC

٥) احسب إحداثيات H المسقط القائم لـ D على المستوي ABC

٦) اكتب معادلة الكرة المعرفة بالعلاقة $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = 0$

انتهت الأسئلة .. — أ. محمد رسول الصباغ

-٥٥-

المكتب العلمي الرياضي
مادة الرياضيات

نموذج امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام 202 الفرع العلمي (٨)

الاسم : ...
الرقم : ...
المدة : ثلاث ساعات

أولاً : اجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية : / 45 لكل سؤال /

السؤال الأول : في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(1, -3, -2)$ $B(5, 1, -4)$

أعط معادلة للمجموعة E المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ وما طبيعة E

السؤال الثاني : حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة الآتية $e^{x} + 5e^{-x} \leq 6$

السؤال الثالث : نريد تشكيل عدد مكون من ثلاث منازل وبأرقام مختلفة من عناصر المجموعة
$S = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$

1) كم عدداً يمكن تشكيله 2) كم عدداً يقبل القسمة على 5

ثانياً : اجب عن سؤالين من بين الأسئلة التالية (45 لكل سؤال)

السؤال الأول : أوجد مجموعة تعريف التابع f حيث $f(x) = \frac{\ln(2+x)}{x^2 + x}$ ثم احسب $\lim_{x \to -1} f(x)$

السؤال الثاني : لتكن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A, 2)$ $(B, -1)$ $(C, 2)$
ماذا تمثل مجموعة النقاط M من الفراغ والتي تحقق العلاقة :
$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MG} - 3\overrightarrow{MA}\|$

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية (70 للأول - 70 للثاني - 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق
$$f(x) = \frac{x+4}{|x|+2}$$

1) ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $x=0$ من اليمين
2) اكتب معادلة نصف المماس لـ C في النقطة $A(0, 2)$
3) اوجد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

التمرين الثاني : لتكن u_n متتالية معرفة بـ $u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$

1) برهن بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n < 2$
2) اثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً استنتج أنها متقاربة
3) لتكن المتتالية $v_n = u_n - 2$
بيّن أن v_n هندسية يطلب تعيين أساسها

أ. محمد رسول الصباغ

٠٩٣٤١٣١١٥٩

3) $f'(x) = \dfrac{-(\ln x + 1)}{(x \ln x)^2}$

$f' = 0 \Rightarrow \ln x = -1$

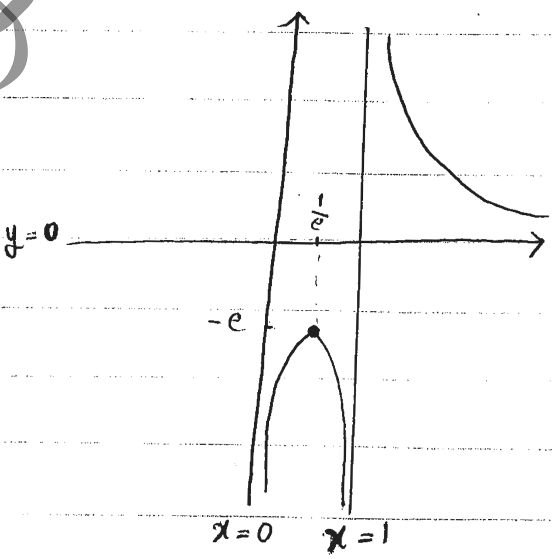
$x = \dfrac{1}{e}$

$f\left(\dfrac{1}{e}\right) = -e$

x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
f'	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
f	‖ $-\infty$	↗	$-e$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

لدينا $f\left(\frac{1}{e}\right) = -e$ قيمة حدية كبرى

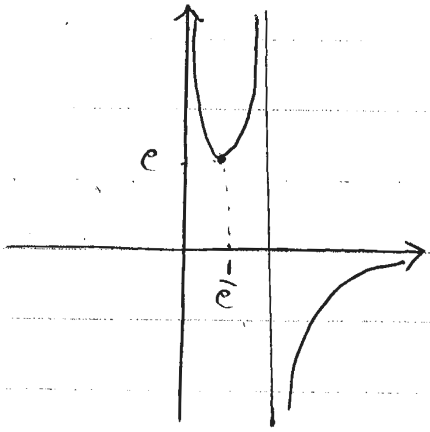
4)



5) $f_1(x) = -f(x) = \dfrac{1}{-x \ln x}$

$= \dfrac{1}{x \ln x^{-1}} = \dfrac{1}{x \ln \frac{1}{x}}$

ومنه C_{f_1} نظير C_f بالنسبة للمحور xx'



المسألة الثانية :

1) $MI^2 - ID^2 =$

$(\vec{MI} - \vec{ID})(\vec{MI} + \vec{ID})$

$= (\vec{MI} + \vec{DI})(\vec{MD})$

لكن I منتصف DH

ومنه $\vec{DI} = \vec{IH}$

$\Rightarrow (\vec{MI} + \vec{IH})(\vec{MD})$

$= \vec{MH} \cdot \vec{MD}$

2) $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = 0 \Leftrightarrow$

$MI^2 - ID^2 = 0$

$MI^2 = ID^2$

$\| \vec{MI} \|^2 = \| \vec{ID} \|^2$

هي معادلة كرة مركزها I ونصف قطرها ID

3) لكي يكن المستوى ABC محققاً شكل مستوياً لابد :

$\vec{AC}(-3, 0, 4)$
$\vec{AB}(-3, 6, 0)$ $\Big\}$ $\dfrac{-3}{-3} \neq \dfrac{0}{6}$

(5)

-٥٧-

فهما غير مرتبطان خطياً والنقاط ليست على استقامة واحدة فهي تعين مستوي

b) $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 4\times -3 + 0 + 12$
$= 0$

ومنه n يعامد AC

$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 4\times -3 + 0 + 12$
$= 0$

ومنه n يعامد AB

بما أن n عامودي على شعاعين غير مرتبطان خطياً في مستوي فهو ناظم المستوي

c) $4x + 2y + 3z + d = 0$

نعوض A :

$12 + 0 + 0 + d = 0$
$\Rightarrow d = -12$

ومعادلة المستوي :

$4x + 2y + 3z - 12 = 0$

4) شعاع توجيه Δ هو شعاع توجيه n ناظم المستوي (لأنه يعامد المستوي)

$\vec{V}_\Delta (4, 2, 3)$

ويمر بالنقطة D :

$$\left.\begin{aligned} x &= x_D + at = -5 + 4t \\ y &= y_D + bt = 2t \\ z &= z_D + ct = 1 + 3t \end{aligned}\right\} t \in \mathbb{R}$$

5) إحداثيات H هي نقطة تقاطع المستقيم Δ مع المستوي ABC

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي :

$4(-5+4t) + 4t + 3 + 9t - 12 = 0$

$-20 + 16t + 4t + 3 + 9t - 12 = 0$

$29t = 29$

$t = 1$

نعوض في المعادلات الوسيطية :

$x = -5 + 4 = -1$

$y = 2 \qquad z = 1 + 3 = 4$

$H(-1, 2, 4)$

6) لنعين إحداثيات النقطة I :

$I\left(\frac{x_D + x_H}{2}, \frac{y_D + y_H}{2}, \frac{z_D + z_H}{2}\right)$

$I\left(-3, 1, \frac{5}{2}\right)$

$\vec{ID}\left(-2, -1, -\frac{3}{2}\right)$

$ID = \sqrt{4 + 1 + \frac{9}{4}}$

$ID = \frac{\sqrt{29}}{2}$

ومعادلة الكرة :

$(x - x_I)^2 + (y - y_I) + (z - z_I)^2 = R^2$

$ID = R = \frac{\sqrt{29}}{2}$ حيث

$(x+3)^2 + (x-1)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$

انتهى ...

(6) -٥٨-

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
0934 131 159

نموذج امتحاني لدورة ٢٠٢٠

النموذج (٩)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية /٤٠ درجة لكل سؤال/

السؤال الأول: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$

1) أوجد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$

2) أثبت أن $y=ax+b$ مقارب مائل لـ C بجوار $\pm\infty$ وادرس الوضع النسبي

السؤال الثاني: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(\ln x)^2+3\ln x+2=0$

السؤال الثالث: اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $Z=\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية (٥٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC جد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق
$\|\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC}\|=\|3\vec{MA}-\vec{MB}-\vec{MD}-\vec{MC}\|$

السؤال الثاني: عين قيمة n في الحالة الآتية:

$$P_n^2=5P_{n-1}^1$$

السؤال الثالث: لتكن $u_n=4n+1$ أثبت أن المتتالية حسابية يطلب أساسها ثم احسب $u_0+u_1+u_2+\dots+u_{10}$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ درجة الأول - ٧٠ الثاني - ٦٠ الثالث)

التمرين الأول: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{x+2}{|x|+1}$

1) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلة المماس من اليمين للخط البياني للتابع f في النقطة $A(0,2)$

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليسار، ثم اكتب معادلة المماس من اليسار للخط البياني في النقطة $A(0,2)$.

3) ارسم المماسين السابقين وارسم C على المجال $[-2,2]$

التمرين الثاني: لتكن $\alpha=e^{2i\pi/5}$ نضع $A=\alpha+\alpha^4$ ، $B=\alpha^2+\alpha^3$

1) أثبت أن $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4=0$ واستنتج أن A, B جذرا المعادلة من الدرجة الثانية $x^2+x-1=0$

2) عبر عن A بدلالة $\cos(\frac{2\pi}{5})$

3) حل المعادلة $x^2+x-1=0$ واستنتج قيمة $\cos\frac{2\pi}{5}$ ، $\sin\frac{2\pi}{5}$

يتبع في الصفحة التالية

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي $u_0 = 0$ ، $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$

والمطلوب: 1) اثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$

2) اثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها

رابعاً: حل المسألتين التاليتين (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ ، $B(3,2,0)$ في الفراغ ولتكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\vec{AB}$ ناظماً له وليكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+1=0$ ولتكن S الكرة التي مركزها A وتمس P.

1) اوجد معادلة P 2) جد معادلة الكرة S

3) اثبت أن المستوي Q يمس الكرة S

4) اثبت أن النقطة $C(1,2,0)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q

5) اوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك لـ المستويين P , Q

6) اثبت أن B تحتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$

المسألة الثانية: لتكن f التابع المعرف على $D_f = \mathbb{R}\setminus\{0,1\}$ وفق $f(x) = \frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$ وليكن C خطه البياني

1) اثبت أن النقطة $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ هي مركز تناظر له

2) ادرس تغيرات f على مجموعة تعريفه

3) اثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ مقارب لـ C

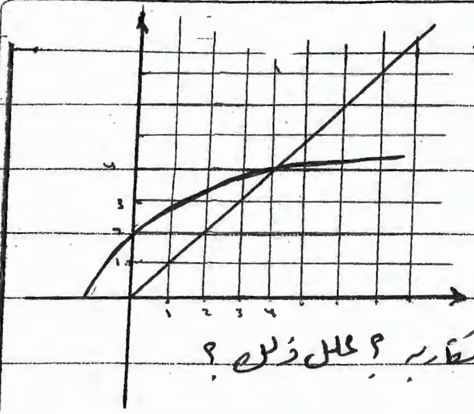
وادرس وضعه النسبي بالنسبة له

4) ارسم في معلم واحد d و C .

انتهت الأسئلة

-٦٠-

نموذج امتحاني شامل ..



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً والمطلوب:
مثّل $u_0 = 0$ ، ١) أوجد نقطة تقاطع $\mathcal{C}$ و d
٢) هل المتتالية u_n محدودة من الأدنى أم من الأعلى
٣) ما هي اطراد المتتالية u_n ٤) هل المتتالية u_n متقاربة ؟ علل ذلك ؟
٥) أوجد نهاية u_n .

السؤال الثاني: لتكن f تابعاً مستمراً ومعرفاً على المجال $I=[0,1]$ ويحقق $f(x)\in I$
١) ليكن x من I نرمز بالرمز K إلى التابع المعرف على I وفق $K(x)=f(x)-x$
بتطبيق مبرهنة القيم الوسطى على التابع K اثبت وجود عدد حقيقي α يحقق $f(\alpha)=\alpha$

السؤال الثالث: اثبت صحة العلاقة
$$\frac{\binom{n+1}{r+1}}{\binom{n}{r}}=\frac{n+1}{r+1}$$

السؤال الرابع: لتكن النقطتان $G(3-i\sqrt{3})$ و $H(3+i\sqrt{3})$ وليكن R الدوران الذي مركزه (0) ويحقق $R(H)=G$
احسب قياس الزاوية $(\vec{OH},\vec{OG})$ ثم استنتج الصيغة العقدية للدوران R.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية 60 درجة لكل تمرين.

التمرين الأول: ١) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+4=0$ ولنسمّ z_1 , z_2 حلي هذه المعادلة.
٢) اكتب كلاً من z_1 , z_2 بالشكل الأسي.
٣) في $z_A=1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=\frac{1}{2}(5+i\sqrt{3})$
احسب الأطوال AB ، AC ، BC ثم استنتج نوع المثلث ABC
٤) أوجد $\arg\left(\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}\right)$ ، $z=\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$
٥) احسب z^3 ، z^6 ثم استنتج أن z^{3K} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي K

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x\cdot e^{-x}$ ادرس تغيرات f وارسم خطه البياني.

التمرين الثالث: لنضع في حالة $n>0$: $u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}$
١) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة تماماً
٢) اكتب $u_{2n}-u_n$ ثم استنتج أن $u_{2n}-u_n\geq\frac{1}{2}$
٣) اثبت مستعملاً البرهان بالتدريج $u_{2^n}\geq\frac{n}{2}$ أياً كان n غير المعدوم
٤) هل للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ نهاية حقيقية.

-٦١-

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
0934 131 159

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن $\vec{n}(2,-1,1)$
$A(1,2,3)$ $B(0,1,4)$ $C(-1,-3,2)$ $D(4,-2,5)$

a) بين أن النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة.

b) بين أن $\vec{n}$ شعاع ناظم للمستوي ABC

c) اوجد معادلة المستوي ABC

⑤ لتكن Δ مستقيم تمثيله الوسيطي $x=2-2t$ $y=-1+t$ $z=4-t$ $t\in\mathbb{R}$

بين أن D تنتمي للمستقيم Δ وأن هذا المستقيم Δ عمودي على ABC

أوجد احداثيات H المسقط القائم لـ D على المستوي ABC

ثالثاً : حل المسائل الآتية ..... 100% لكل مسألة :

المسألة الأولى : ليكن C_1 الخط البياني للتابع f وفق $f(x)=\ln(x+a)$

C_2 الخط البياني للتابع g وفق $g(x)=e^{x}+b$

أولاً : عين a و b إذا علمت أن C_1 يمر بالنقطة $(e-1,1)$ وأن C_1 و C_2 متناظران بالنسبة لمنصف الربعين الأول والثالث

ثانياً : إذا علمت أن $b=-1$ $a=1$

أ) اوجد معادلة كل مقارب لـ C_1 و C_2 (ب) ادرس تغيرات f و g ونظم جدول كل منهما

ثـ) اثبت أن C_1 و C_2 متماسان في المبدأ $(0,0)$

ثالثاً : ارسم C_1 و C_2 في معلم نفسه (ت) احسب مساحة السطح المحصور بين C_1 و C_2 والمستقيم $y=1$

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(1,1,1)$ $B(3,2,0)$

المستوي P المار بـ B ويقبل $\vec{AB}$ ناظماً له، المستوي Q معادلته $x-y+2z+4=0$

S : الكرة التي مركزها A وتضم قطرها AB

① بين أن معادلة المستوي P هي $2x+y-z-8=0$

② اكتب معادلة الكرة S ③ احسب بعد A عن المستوي Q واستنتج أن Q يمس الكرة S وحيث P مماس للكرة S

④ $(0,2,-1)$ المسقط العمودي لـ A على Q (a) بين أن P و Q متقاطعان وأوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك D (b) تحقق أن A لا تنتمي لـ D

⑤ اوجد معادلة المستوي R العمودي على D والمار بـ A

انتهت الأسئلة

-٦٣-

0934 131 159
المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات

النموذج (11) $\ln x$ e^x $\int_a^b x$

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية (٢٥ لكل سؤال)

السؤال الأول: في معلم متجانس (متعامد ومتجانس) لدينا النقطتان $A(1,2,0)$ و $B(-1,0,2)$ أعطِ معادلات المجموعة Γ المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA = MB$ وما طبيعة Γ ؟

السؤال الثاني: حل في $\mathbb{R}$: $e^{x} - 3e^{-x} = -2$

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,\infty[$ وفق $f(x) = x + x\ln(1+\frac{1}{x})$ ؟ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x+1$ مقارب لـ C

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة التالية (٢٥ لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$ ادرس قابلية الاشتقاق عند (0) واكتب معادلة نصف المماس في النقطة (0,0)

السؤال الثاني: لتكن النقاط A , B , C حيث $z_A = -1+i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1-i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2$

احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ وبين نوع المثلث ABC وعين مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC واحسب نصف قطرها.

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1-\sqrt{x^2+1}} & x \neq 0 \\ m & x = 0 \end{cases}$$

عين قيمة m التي تجعل f مستمراً على $\mathbb{R}$.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول: (1) حل في C المعادلة $z^2 - \sqrt{3}\, z + 1 = 0$

(2) نضع $z_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ ، $z_2 = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$ ثم اكتب z_1^{2020} بالشكل المثلثي بأبسط شكل

(3) في مستوٍ مركب (متعامد ومتجانس) $z_A = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ ، $z_B = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$

R : الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ عين العدد العقدي للنقطة C صورة النقطة B بالدوران R

(4) T : انسحاب شعاعه $\vec{u}$ حيث $z_{\vec{u}} = -\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ عين العدد العقدي للنقطة D صورة B وفق الانسحاب T.

(5) عين طبيعة ABCD ثم بين أن النقاط A , B , C , D تنتمي لنفس الدائرة المطلوب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $u_n = (\frac{1}{2})^n$

(1) أثبت أن u_n هندسية عين أساسها وحدها الأول ثم احسب المجموع $S = u_1 + u_2 + \dots + u_5$

(2) لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $v_n = \ln u_n$ أثبت أن (v_n) حسابية عين أساسها

٦٧

0934 131 159 المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات

التمرين الثالث: نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط

$A(1,1,1)$ $B(1,-1,5)$ $C(6,5,1)$

1) بين أن A ، B ، C تحدد مستوٍ. جد معادلة P_1 المحدد بالنقاط A ، B ، C

2) ليكن $P_2 : x-2y-2z+6=0$

أوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P_1 ، P_2.

3) بين أن النقطة O هي مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A,1)(B,1)(C,-1)$

4) عين F مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\|\vec{MA}+\vec{MB}-\vec{MC}\| = 2\sqrt{3}$

رابعاً: حل المسألتين التاليتين (100 لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني لـ f حيث

$f(x) = x^2(1-\ln x)$

1) أوجد D_f 2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها

3) استنتج ما إذا كان للخط مقاربات؟ اختبر استمرارية وقابلية الاشتقاق عند الصفر؟

4) بين ما إذا كان للخط نقطة انعطاف

5) اكتب معادلة المماس لـ C في نقطة تقاطع C مع محور الفواصل

6) ارسم C واستنتج رسم C' الخط البياني للتابع المعرف بالعلاقة

$f_1(x) = x^2(\ln(-x)-1)$

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(1,0,-1)$

$B(2,2,3)$ $C(3,1,-2)$ $D(-4,2,1)$.

1) أثبت أن ABC قائم واحسب مساحته.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على ABC واستنتج معادلة ABC

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

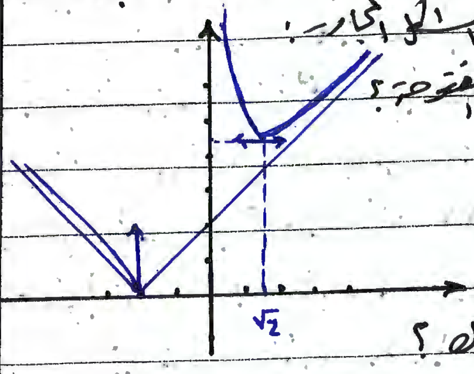
4) اكتب معادلات المخروط الذي رأسه D وقاعدته الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC ومحوره (DH).

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
0934 131 159

النموذج ١٢

أولاً : اجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية (لكل سؤال ٤٥ درجة)

السؤال الأول : ليكن f خط البياني C مرسوم في الشكل المجاور :



1) اوجد D_f والنهايات عند اطراف مجموعة تعريفه المفتوحة؟ واستنتج معادلة مستقيم مقارب شاقولي للخط

2) احسب $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

3) اكتب معادلة المقارب المائل للخط في جوار $+\infty$

4) اوجد $f'(-2)$ وهل f اشتقاقي عند -2 ؟ علل ذلك ؟

5) احسب $f'(\sqrt{2})$ ، واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$!

السؤال الثاني : اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه $A(7,0,0)$ ومحوره (نُوز) وقاعدته الدائرة التي مركزها $B(4,0,0)$ ونصف قطرها 3.

السؤال الثالث : حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+(1+4i)z-5-i=0$

ثانياً : اجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية (لكل سؤال 45 درجة).

السؤال الأول : صندوق يحوي ٥ كرات تحمل الأرقام 6 ، 7 ، 8 ، 9 نسحب ثلاث كرات على التتالي دون إعادة
١) كم عدد النتائج الممكنة
٢) كم نتيجة ممكنة لسحب الكرة الثانية تحمل الرقم 8 والثالثة تحمل الرقم 8 ؟
٣) كم نتيجة ممكنة لسحب الكرة الثانية تحمل الرقم 7 ؟ .

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$ ،
ادرس قابلية اشتقاقه f عند الصفر واكتب معادلة نصف المماس في $(0,0)$

السؤال الثالث : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(1,1,1)$ $B(0,-1,-1)$
اوجد معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة
$MA=\sqrt{2}MB$ وما طبيعة S .

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية (80 للأول - 70 للثاني - 70 للثالث)

التمرين الأول : u_n متتالية هندسية $u_6=e^2$ ، $u_8=9u_{10}$

١) عيّن أساس هذه المتتالية ، واحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

٢) احسب بدلالة n الحد ذو الدليل n (u_n)

٣) المتتالية v_n معرفة بالشكل $v_n=\ln(u_n)$

١a) برهن انها حسابية ، واكتب v_n بدلالة n

١b) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_6+v_7+\dots+v_n$

١c) احسب المجموع $\lim_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n^2}$

-٦٥-

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
0934 131 159

$\ln x \quad e^x \quad \int_a^b x$

التمرين الثاني: في الفضاء المتجانس (م ، $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) لتكن $A(3,-1,2)$ ، $B(1,1,-2)$ و $C(6,-2,4)$ والمستوي P بمعادلة $P: x-2y+3z+8=0$

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ثم عيّن إحداثيات L نقطة تقاطع (AB) و P

2) بيّن أن C تنتمي لـ (AB) وأن C مركز أبعاد متناسبة لـ A, B وعيّن α و β.

3) تبيّن صيغة مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\|-3\vec{MA}+\vec{MB}\| = \|\vec{MA}-\vec{MB}\|$

التمرين الثالث: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = 3\sin^2 x + 4\cos^3 x$

1) قارن كلاً من $f(-x)$ و $f(x+2\pi)$ مع $f(x)$ واستنتج أنه يكفي دراسة f على المجال $[0,\pi]$

2) اثبت أن $f' = 6\cos x \cdot \sin x\,(1-2\cos x)$ لكل $x \in \mathbb{R}$

3) ادرس تغيرات f على $[0,\pi]$ وارسم C على $[-\pi,\pi]$

ثالثاً: حل المسائل الآتية (١٠٠ لكل مسألة)

المسألة الأولى: لتكن C الخط البياني للتابع f المعطى بالعلاقة $f = \frac{x}{\ln x} - e$

1) اوجد مجموعة تعريف f وأوجد معادلة كل مقارب لـ C

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها، دل على القيم الحدية

بيانياً نؤكد واستنتج حلول المتراجحة $x > e\ln x$

3) ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C واستنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع f_1

$$f_1(x) = \frac{x}{\ln(-x)} + e$$

المسألة الثانية: في مستوٍ منسوب لمعلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ لتكن

$z_C = -\sqrt{3} - i \qquad z_B = \overline{z_A} \qquad z_A = \sqrt{3} + i$

1) عيّن z_D العدد العقدي للنقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ثم اكتب الشكل الأسي للأعداد العقدية للنقاط A ، B ، C.

2) عيّن قيم n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقياً سالباً

3) لتكن التحويل النقطي S الذي يرفق كل نقطة صورتها العقدي z بالنقطة M' صورتها z' حيث $z' = (1-i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 3i$ ، عيّن طبيعة S واذكر عناصره

4) بيّن أن المجموعة Γ للنقاط M التي صورها العقدي z والتي تحقق العلاقة $(z-z_A)(\overline{z}-\overline{z_A}) = z_C \cdot \overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

5) اثبت أن z_A ، z_B هما جذرا المعادلة $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

... انتهت الأسئلة ...

٦٦

المكتب العلمي الرياضي
أ. محمد رسول الصباغ
٠٩٣٤١٣١١٥٩

استعداد شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة ٢٠٢٠
النموذج رقم (١٣)
الرياضيات

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (لكل سؤال ٤٥ درجة) :

السؤال الأول : ادرس نهاية التابع f عند نهاية a المعطاة

أ) $f(x) = \frac{E(x)}{x}$ $\quad \infty$

ب) $f(x) = x \cdot \sin\frac{1}{x}$ $\quad 0$

السؤال الثاني : لتكن A, B, C صور الأعداد المركبة $z_A = 1 - i$ ، $z_B = 1 + i$ ، $z_C = 1 + ie^{i\theta}$ اثبت أن ABC قائم في C

السؤال الثالث : جد عددين x و y حيث $\vec{AM} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ علماً أن تكون M مركز أبعاد متناسبة لـ $(A,3)(B,1)(C,2)$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث التالية (٤٥ لكل سؤال) :

السؤال الأول : ليكن المستقيمان L_1 و L_2 المعرفة بالشكل

$L_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\qquad L_2: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{5}$

اكتب L_2 وسيطياً ثم بين أن L_1 و L_2 متقاطعان يطلب إيجادها ، احسب نسبة مثلثية للزاوية الجارة بين L_1 و L_2

السؤال الثاني : اثبت أنه أياً كانت x من $]-1, \infty[$

$\frac{x}{1+x} \leq \ln(x+1)$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{-1, +1\}$ وفق

$f(x) = |x+1| + \frac{x}{x^2-1}$

ادرس تغيرات f ونظم جدول التغيرات

ثالثاً : حل التمارين الثلاث التالية (٨٠ للأول - ٧٠ للثاني - ٧٠ للثالث)

التمرين الأول : ١) حل ما يلي $z^2 + 4$

٢) في المستوي العقدي المتجانس (معلم متجانس) لتكن $z_A = 2i$ ، $z_B = -2i$ ، $z_C = 3 - i$ ، $z_D = 3 + i$ ، $z_E = 2 - 2i$

$L = \frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$

a) احسب طويلة L و $\arg(L)$ وفسر النتيجة هندسياً

b) اوجد صورة العدد العقدي E وفق دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومركزه O

c) عين مجموعة النقط M ذات العدد العقدي z بحيث $|-iz + 2 + 2i| = |z_A|$

-٦٧-

[3] شكل المعادلة العقدية من الدرجة الثانية والتي جذراها z_D و z_C

[4] احسب $\frac{z_D - z_C}{z_A}$ ثم بيّن أن الرباعي $(CDAO)$ متوازي الأضلاع

التمرين الثاني : لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = [0,1[\cup]1,\infty[$

$$f(x) = x - 1 + \frac{\sqrt{x}}{x-1}$$

1) اوجد مقارب C 2) اثبت أن $y = x - 1$ مقارب لـ C وادرس وضعه النسبي

التمرين الثالث : ليكن f تابع معرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sin x$ إذا كان f اشتقاقي على $\mathbb{R}$ مهما n اثبت بالتدريج إنه أياً كان $n \in \mathbb{N}^*$ فإن

$$f^{(n)}(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}n + x\right)$$

ثالثاً : حل المسألتين التاليتين (100 درجة – 100 درجة) :

المسألة الأولى : لتكن مجموعة التوابع f المعرفة على $D \subseteq \mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(ax + b)$

المطلوب : أولاً : عيّن a و b إذا علمت أن f يمر بالمبدأ والمستقيم $x = -1$ مقارب لـ $\lim\limits_{x \to -1} f$

ثانياً : من أجل $a = b = 1$ نحصل على $f(x) = \ln(x+1)$

1) اوجد D_f وباستخدام تعريف العدد المشتق اثبت أن $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها

3) برهن أن f تقابل واوجد تقابله العكسي f^{-1}

4) ارسم مقاربات لـ C وارسم C واستنتج رسم C' الخط البياني لـ f^{-1}

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(2, -1, 1)$ $B(1, -1, 3)$ $C(-\frac{3}{2}, -2, 1)$ $D(\frac{7}{3}, -3, 0)$ ولتكن I منتصف $[AB]$

[1] a) احسب احداثيات I

b) ليكن $P: 2x + 4y - 8z + 5 = 0$ مستوٍ محوري لـ $[AB]$ بيّن ذلك ؟

[2] اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار بـ C و $(1, 6, -6)$ شعاع توجيه له

[3] a) جد احداثيات E نقطة تقاطع P و Δ

b) بيّن أن Δ و AB ليسا في مستوٍ واحد ثم استنتج أن IEC قائم

[4] a) بيّن أن (ID) عمودي على (AB) وعلى (IE)

b) احسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$

انتهت الأسئلة ..

-68-

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

نموذج امتحاني شامل (١٤)

دورة ٢٠ - ٢٠

اسم الطالب :
المدة : ثلاث ساعات

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : فيما يأتي جدول لتغيرات التابع f والذي خطه البياني c والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
f'		$-$	‖	$+$		$-$	
f	$1 \searrow -\infty$		‖	$-\infty \nearrow 0$		$\searrow -3$	

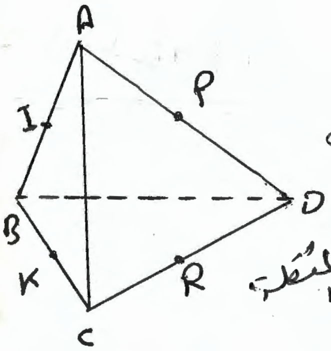
١) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي او افقي لـ c
٢) هل يوجد مقاربات مائلة لـ c
٣) هل f اشتقاقي عند 3
٤) عين القيم الحدية لـ f

السؤال الثاني : لتكن النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية $c = 7+3i$ ، $b = 3-5i$ ، $a = 3+5i$
بين ان $\frac{b-c}{a-c} = 2i$ ثم استنتج ان ABC قائم الزاوية و $BC = 2AC$

السؤال الثالث : عين في منشور $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

السؤال الرابع : ادرس نهاية المتتالية المعرفة وفق $u_n = \frac{2n! + (-1)^n}{n!}$

ثانياً : حل التمارين الثلاث التالية :



التمرين الأول : $ABCD$ رباعي وجوه ، النقاط I, K, R, Q, P تحقق
$\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AD}$ ، $\vec{BQ} = \frac{1}{3}\vec{BD}$ ، R منتصف $[CD]$
$\vec{CK} = \frac{2}{3}\vec{CB}$ ، I منتصف $[AB]$ ، G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة
$(A,2)(B,2)(C,-1)(D,1)$ والمطلوب .
١) اثبت ان المستقيمين IR ، PK متقاطعان
٢) عين موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2)(C,1)$
٣) عين المجموعة المكونة من النقاط M التي تحقق $\|2\vec{AM} + \vec{CM}\| = \|2\vec{BM} + \vec{DM}\|$

التمرين الثاني : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق $u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 6}$
١) اثبت ان التابع $x \to \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً واستنتج ان $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$
٢) اثبت ان المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً .

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4\sin x}{x}$
١) اوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ ٢) برهن ان $y = x+4$ مقارب لـ c عند $+\infty$
وادرس وضعه النسبي .

٦٩

التمرين الرابع: لتكن الأعداد المركبة $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{3} + i$ ، $z_3 = 1$

1) اكتب كلاً من العددين z_1 , z_2 بالشكل الأسي
2) حل في C المعادلة $z^2 = z_1$
3) اكتب العدد $\left(\frac{z_2}{2}\right)^{12} + \left(\frac{z_1}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري
4) اكتب العدد $z = \frac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي ثم استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{12}$

ثالثاً: حل المسائل الآتية.

المسألة الأولى: يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء وثلاث كرات خضراء وواحدة صفراء نسحب عشوائياً وفي آن معاً ثلاث كرات من الصندوق لنكن X: متحول عشوائي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X
2) احسب كلاً من $P(X=1)$, $P(X=3)$
3) واستنتج منه $P(X=2)$
4) احسب توقع X وانحرافه

المسألة الثانية: لتكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = (2-x)e^{x}$

1) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وارسم خطه البياني
2) ما القيم الحدية التي يبلغها f
3) أوجد معادلة المماس في نقطة منه فاصلتها $x=1$
4) احسب مساحة السطح المحصور بين C و xx' والمستقيمين $x=2$, $x=0$
5) عين الأعداد a, b, c حتى يكون التابع $G(x) = (ax^2+bx+c)e^{2x}$ تابعاً أصلياً لـ $(f(x))^2$
6) استنتج منه I

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالتوفيق ..

م. محمد رسول الصباغ
٠٩٣٤١٣١١٥٩

-٧٠-

الرياضيات — امتحان الفصل الدراسي الأول دورة ٢٠٢٠ — الاسم :

المدة : ثلاث ساعات

النموذج (١٥)

A+

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : لتكن لدينا الشكل الذي يمثله جدول التغيرات للتابع f والمطلوب ؟

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
f'		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
f	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{9}$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1

١) جد مجموعة تعريف D_f

٢) اوجد $f(D_f)$

٣) اكتب معادلة المماس لـ C_f في نقطة منه فاصلتها $x=1$

٤) اكتب معادلة كل مقارب لـ C .

السؤال الثاني : جد العدد الطبيعي n اذا علمت ان $3P_n^3 = 2\binom{2n}{3}$

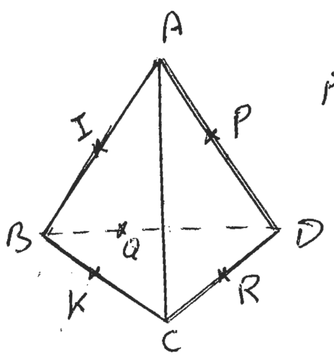
السؤال الثالث : حل في $\mathbb{C}$ المعادلة الآتية $Z^2 + (1+4i)Z - 5 - i = 0$

السؤال الرابع : لتكن A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية الآتية ؟

$a = 3+5i \qquad b = 3-5i \qquad c = 7+3i$

أوجد $\frac{b-c}{a-c}$ ثم استنتج ان ABC قائم الزاوية وان $BC = 2AC$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية (٦٠ لكل تمرين)



السؤال الخامس : $ABCD$ رباعي الوجوه و النقاط P, Q, R, K, I تحقق $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$

R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، I منتصف $[AB]$ ، G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2)(B,2)(C,1)(D,1)$ والمطلوب

١) اثبت ان المستقيمات IR ، PK متقاطعان

٢) عين موضع J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2)(C,1)$

٣) عين المجموعة المكونة من النقاط M التي تحقق $\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\| = \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\|$

السؤال السادس : لتكن الأعداد المركبة $Z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $Z_2 = \sqrt{3} + i$

١) اكتب كلاً من Z_1 ، Z_2 بالشكل الأسي

٢) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 = Z_1$

٣) اكتب العدد $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{12} + \left(\frac{Z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري

٤) اكتب العدد $Z = \frac{Z_1}{Z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي

ثم استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{12}$

يتبع

-٧١-

السؤال السابع: اثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$ أياً يكن x من $[0, \frac{\pi}{2}[$

السؤال الثامن: صندوق يحوي على 5 كرات حمراء و 3 بيضاء و كرتين سوداوين نسحب من الصندوق 3 كرات على التتالي مع الإعادة . والمطلوب

1) ما احتمال الحصول على ثلاث كرات من ألوان مختلفة (كرة من كل لون)
2) اذا علمت ان الكرة الأولى سوداء ما احتمال ان تكون الثانية والثالثة بيضاء ؟
3) نعرف X متحولاً عشوائياً يدل على عدد الكرات السوداء المسحوبة ، عين مجموعة قيم X وجدول الاحتمالي وتوقعه الرياضي .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين ... (100 لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(-1,1,1)$ $B(-1,0,-1)$ $C(4,3,-1)$ $D(-6,1,3)$

1) اثبت ان النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد .
2) اوجد المعادلات الوسيطية لكل من المستقيمين (AB) و (CD)
3) اثبت ان المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان في نقطة يطلب تعيينها .
4) اوجد معادلة المستوي P المحدد بالمستقيمين (AB) و (CD)
5) احسب البعد بين المستويين P و Q حيث $Q: 12x - 20y + 10z + 20 = 0$

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق العلاقة $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1}$ خطه البياني C

اولاً : عين a و b ليكون للتابع قيمة حدية صغرى أو كبرى مساوية للصفر من أجل $x = -1$

ثانياً : من أجل $a = 1$ $b = 2$

1) اثبت ان التابع f يكتب بالشكل $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-1}$
2) اثبت ان المستقيم $y = x + 3$ مقارب لـ C في جوار $\mp\infty$
3) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً به وارسم C والمقاربات .
4) ناقش بيانياً حسب قيم m حلول المعادلة
$$x^2 + (2 - m)x + 1 + m = 0$$

انتهت الأسئلة ...

-٧٣-

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

الدرجة العظمى :
المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات النموذج (16)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية (40 لكل سؤال).

السؤال الأول : احسب ما يلي :

أ) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

ب) $\int_1^{x} t \cdot \ln t \cdot dt$

السؤال الثاني : ما الحد الذي يحوي $x^2 y$ في المنشور $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^n$ ؟

السؤال الثالث : حل في $\mathbb{C}$ المعادلة الآتية

$$z^2 + (1+4i)z - 5 - i = 0$$

السؤال الرابع : a و b عددان حقيقيان، C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{3x^3 + ax + b}{x^2+1}$

عيّن a و b لتكون $y = 4x + 3$ معادلة للمماس لـ C في نقطة فاصلتها $x = 0$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية (60 لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]0, +\infty[$ وفق $f(x) = x - \ln\left(2 + \frac{1}{x}\right)$

اثبت أن المستقيم $d = x - \ln 2$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

التمرين الثاني : يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام $1, 2, 3, 4, 5, 6$ نسحب عشوائياً بطاقتين على التوالي دون إعادة.

1) ما احتمال ظهور البطاقة ذات الرقم 2 بين البطاقتين المسحوبتين

2) ليكن X متحول عشوائي يدل على اصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين

a) عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانون الاحتمال.

b) احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين

التمرين الثالث : أثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$ أياً كانت x من المجال $I = [0, \frac{\pi}{2}[$

التمرين الرابع : نتأمل النقطتين A و B اللتين تمثلهما العددان $a = 2$ و $b = 2e^{3i\pi/4}$ ولتكن I منتصف $[AB]$

1) a) ارسم شكلاً مناسباً، وبين طبيعة المثلث OAB.

b) استنتج قياس للزاوية $(\vec{OI}, \vec{u})$

2) a) احسب العدد z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية

b) استنتج كلاً من $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$

يتبع

الصفحة الأولى -72-

ثالثاً: حل المسألتين (١٠٠ لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,-2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\vec{AB}$ شعاعاً ناظماً له

ولتكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+4=0$

S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB.

١) أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة للمستوي P.

٢) جد معادلة الكرة S

٣) أثبت أن المستوي Q مماس للكرة S.

٤) أثبت أن النقطة $(-1,2,0)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q.

٥) اوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P ، Q.

المسألة الثانية: لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ والمطلوب

١) عيّن D_f مجموعة تعريف التابع f

٢) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وبيّن ما المقاربات

٣) اثبت أن النقطة $A(-1,0)$ مركز تناظر للخط البياني C.

٤) ارسم مقاربات C ثم ارسم C

٥) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n=f(n)$ ولنضع المتتالية $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

اثبت أن $S_n=\ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

.. انتهت الأسئلة ..

الاسم : ...

المكتب العلمي للرياضي نموذج امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة الرقم : ...

مادة الرياضيات لعام 202 (الفرع العلمي) النموذج (17) المدة : ثلاث ساعات

أولاً : اجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية : / 45 لكل سؤال /.

السؤال الأول : في معلم متجانس $(\vec{k},\vec{j},\vec{i},o)$ لدينا النقطتان $A(1,-3,-2)$ $(4,1,-5)$.

أعط معادلة للمجموعة ع المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\vec{MA}\cdot\vec{MB}=0$ وما طبيعة ع

السؤال الثاني : حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة الآتية $e^{x}+5e^{-x}\leq 6$

السؤال الثالث : نريد تشكيل عدد مكون من 3 منازل وبأرقام مختلفة من عناصر المجموعة

$S=\{2,3,5,6,7,9\}$

1) كم عدداً يمكن تشكيله 2) كم عدداً يقبل القسمة على 5

ثانياً : اجب عن سؤالين من بين الأسئلة التالية (45 لكل سؤال)

السؤال الأول : أوجد مجموعة تعريف التابع f حيث $f(x)=\frac{\ln(2+x)}{x^2+x}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

السؤال الثاني : لنفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2)(B,-1)(C,2)$

ماذا تمثل مجموعة النقاط M في الفراغ والتي تحقق العلاقة .

$\|2\vec{MA}-\vec{MB}+2\vec{MC}\|=\|3\vec{MG}-3\vec{MA}\|$

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية (70 للأول - 70 للثاني - 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق

$$f(x)=\frac{x+4}{|x|+2}$$

1) ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $x=0$ مع التعليل

2) اكتب معادلة نصف المماس d في النقطة $A(0,2)$

3) اوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الثاني : لتكن u_n متتالية معرفة بـ $u_0=1$ $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{4}$

1) برهن بالتدريج انه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n<2$

2) اثبت ان المتتالية u_n متزايدة تماماً واستنتج انها متقاربة

3) لتكن المتتالية $v_n=u_n-2$

بين ان v_n هندسية عين أساسها

أ. محمد رسول الصباغ

b) اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n

c) اوجد نهاية (v_n) ؟

1) احسب المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ بدلالة n واستنتج المجموع S'_n

$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

تمرين الثالث : لتكن $P(Z) = Z^3 - 4Z^2 + 8Z - 8$

1) a) تحقق ان 2 صفر لكثير الحدود $P(Z)$

b) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$

2) في المستوي المركب $Z_A = 2$ ، $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ، $Z_C = 1 - i\sqrt{3}$

a) اكتب كلاً من Z_B ، Z_C و $\frac{Z_B}{Z_C}$ بالشكل الاسي

b) عين مجموعة قيم n العدد الطبيعي بحيث يكون $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقياً .

3) عين النقاط A ، B ، C ثم بين طبيعة الرباعي OBAC

رابعاً : حل المسألتين (100 لكل مسألة)

المسألة الاولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}_+^*$ وفق $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$

1) اوجد $\mathbb{R}_+^*$ 2) احسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف

واستنتج معادلات كل مستقيم مقارب افقي او شاقولي للخط البياني .

3) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً به ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها .

4) ارسم C 5) استنتج رسم C' للتابع f_1 المعرف بالعلاقة $f_1(x) = \frac{1}{x \ln \frac{1}{x}}$

المسألة الثانية : لتكن D ، H نقطتان من الفراغ ولتكن I منتصف القطعة $[DH]$

1) بين انه من اجل كل نقطة M يكون $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = MI^2 - ID^2$

2) استنتج ان مجموعة النقط M من الفراغ التي تحقق $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$ هي كرة

3) لتكن $A(3,0,0)$ $B(0,6,0)$ $C(0,0,4)$ $D(-5,0,-1)$

a) تحقق ان A ، B ، C تعين مستوياً b) بين ان الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ ناظماً لـ ABC

c) اكتب معادلة المستوي ABC

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً لمستقيم Δ المار بـ D والعامد المستوي ABC

5) احسب احداثيات H المسقط القائم لـ D على المستوي ABC

6) اكتب معادلة الكرة المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$

٩٣٤١٣١١٥٩

انتهت الاسئلة ..

محمد الصباغ ٧٦

نموذج امتحاني لمادة الرياضيات [illegible] /2/ المدرس محمد رسول الصباغ 0934131159 دورة 202[illegible] النموذج 18

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية 40 لكل سؤال

السؤال الأول : حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 1$ ثم عيّن حلاً f الذي يحقق $f(-1) = 2$

السؤال الثاني : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق

$$f(x) = \frac{x^3 + 4 - 4\cos x}{x^2}$$

1) أوجد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ 2) اثبت أن المستقيم $y = x$ مقارب لـ C

السؤال الثالث : حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$

السؤال الرابع : في معلم متجانس نتأمل النقطتين $A(2,5,3)$ و $B(-1,0,-1)$ والمستوي P يقبل $\vec{u}(-2,1,1)$ و $\vec{v}(3,-1,-1)$ شعاعي توجيه. اثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي P

ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية 60 لكل سؤال

التمرين الأول : أثبت أن $\ln x \le x - 1$ أياً كان $x > 0$

التمرين الثاني : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,2,-1)$ والمستويين P و Q

$P: x - y + z = 0$

$Q: 3x + z - 1 = 0$

احسب بعد A عن المستقيم d الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين P و Q

التمرين الثالث : المتتالية (u_n) معرفة وفق $u_0 = \frac{3}{2}$ ، $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$

1) اثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $1 \le u_n \le 2$

2) أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 1)$ أياً كان $n \in \mathbb{N}$

3) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ متناقصة

4) أثبت أنها متقاربة

التمرين الرابع : جد أمثال x^2y في منشور

$$\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$$

ثالثاً : حل المسألتين التاليتين 100 لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = (2-x)e^x$

ارسم الخط البياني C ثم جد مقاربات

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

١) ادرس تغيرات f وارسم C

٢) لتكن S الجزء من المستوي المحصور بين C والمستقيمين $x=2$, $x=5$
ولتكن S السطح المحصور بين C و $x'x$ احسب S

٣) عين الأعداد a , b , c حتى يكون التابع $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{2x}$ تابعاً أصلياً لـ $(f(x))^2$

٤) استنتج قيمة V حجم الجسم الناتج عن دوران S

ثانياً: لدينا صندوقين: يحتوي الصندوق الأول على 3 كرات مرقمة بالأعداد 3 , 2 , 1
يحتوي الصندوق الثاني على 4 كرات مرقمة بالأعداد 5 , 4 , 3 , 2
نسحب عشوائياً كرة من الصندوق الأول ثم نسحب كرة من الصندوق الثاني
والمطلوب

١) اكتب فضاء العينة المرتبط بهذا الاختبار

٢) لتكن A الحدث "احدى الكرتين المسحوبتين على الأقل تحمل رقم 2"
لتكن B الحدث "مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين أكبر تماماً من 5"
هل الحدثان A , B مستقلان احتمالياً؟ علل ذلك؟

٣) ليكن متحول عشوائي X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين
اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول قانون الاحتمال
ثم احسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية — النموذج (19)

وزارة التربية — المدة: ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات 2020

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية (40 لكل سؤال)

السؤال الأول: احسب ما يلي:

1) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

2) $\int_1^{x} t\ln t\,dt$

السؤال الثاني: ما الحد الذي يحوي x^2 في المنشور $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^n$ ؟

السؤال الثالث: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة الآتية

$$z^2+(1+4i)z-5-i=0$$

السؤال الرابع: a و b عددان حقيقيان، C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق

$$f(x)=\frac{3x^3+ax+b}{x^2+1}$$

عيّن a و b لتكون $y=4x+3$ معادلة المماس لـ C في نقطة فاصلتها $x=0$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية (60 لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]0,+\infty[$ وفق

$$f(x)=x-\ln\left(2+\frac{1}{x}\right)$$

اثبت أن المستقيم $\Delta: y=x-\ln 2$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

التمرين الثاني: يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام 1, 2, 3, 4, 5, 6 نسحب عشوائياً بطاقتين على التتالي دون إعادة.

1) ما احتمال ظهور البطاقة ذات الرقم 2 بين البطاقتين المسحوبتين

2) ليكن X متحول عشوائي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين

a) عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي.

b) احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين

التمرين الثالث: أثبت صحة المتراجحة $2\sin x+\tan x \geq 3x$ أياً كانت x من المجال $I=[0,\frac{\pi}{2}[$

التمرين الرابع: نتأمل النقطتين A و B اللتين تمثلهما العددان $a=2$ و $b=2e^{3i\pi/4}$ ولتكن I منتصف $[AB]$

1) a) ارسم شكلاً مناسباً، بيّن طبيعة المثلث OAB.

b) استنتج قياساً للزاوية $(\vec{u},\vec{OI})$

2) a) احسب العدد z_I الممثل للنقطة I بالصيغتين الجبرية والأسية

b) استنتج كلاً من $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$

الصفحة الأولى — يتبع

ثالثاً: حل المسألتين (١٠٠ لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظمياً له

ولتكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+4=0$

S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB.

١) أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة للمستوي P.

٢) جد معادلة الكرة S

٣) أثبت أن المستوي Q مماس للكرة S.

٤) أثبت أن النقطة $(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q.

٥) اوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P ، Q.

المسألة الثانية: لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة

$$f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$$ والمطلوب

١) عين D_f مجموعة تعريف التابع f

٢) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وبين ما للمنحني من مقاربات

٣) اثبت أن النقطة $A(-1,0)$ مركز تناظر للخط البياني C.

٤) ارسم مقاربات C ثم ارسم C

٥) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n=f(n)$ ولنضع

المتتالية $S_n=u_1+u_2+\dots+u_n$

اثبت أن $S_n=\ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

انتهت الأسئلة ..

-٨١-

المدرس محمد رسول الصباغ

سلم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159 دورة أولى

السؤال الأول :

1) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

$x+3 \div (x-1) = 1$ والباقي 4

5 $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

5 نفرض $\frac{4}{x-1}=t$

5 $4=xt-t \Rightarrow x=\frac{4+t}{t}$

$x\to+\infty$, $t\to 0$

$\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{4+t}{2t}}$

$\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{4}{2t}+\frac{t}{2t}}$

$\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{2}{t}+\frac{1}{2}}$

5 $\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{2}{t}}(1+t)^{\frac12} = e^2(1)^{\frac12} = e^2$

$\int_1^x t\ln t\,dt$

$u=\ln t$, $u'=\frac{1}{t}$

10 $v'=t$, $v=\frac12 t^2$

5 $\int_1^x t\ln t\,dt=[uv]_1^x-\int_1^x u'v\,dt$

$=[\frac12 t^2\ln t]_1^x-\int_1^x\frac12 t\,dt$

$=[\frac12x^2\ln x-0]-[\frac14t^2]_1^x$

5 $=\frac12x^2\ln x-\frac14[x^2-1]$

$=\frac12x^2\ln x-\frac14x^2+\frac14$

5 $=\frac12x^2\ln x-\frac14x^2$

20

السؤال الثاني : $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^n$, x^2y

$a=\frac{y^2}{x}$, $b=\frac{x}{y}$

15 $T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$

15 $=\binom{n}{r}(y^2x^{-1})^{n-r}(xy^{-1})^r$

$=\binom{n}{r}y^{2n-2r}x^{-n+r}x^ry^{-r}$

$=\binom{n}{r}y^{2n-3r}x^{-n+2r}$

5 $y^{2n-3r}x^{-n+2r}=x^2y$

$2n-3r=1$

$-n+2r=2$

5 بالحل المشترك $r=5$

رصد الحد السادس

20

السؤال الثالث : حل في $\mathbb{C}$

$z^2+(1+4i)z-5-i=0$

$a=1$, $b=1+4i$, $c=-5-i$

5 $\Delta=b^2-4ac=(1+4i)^2-4(1)(-5-i)$

5 $\Delta=5+12i=a+bi$

نفرض $\sqrt{\Delta}=x+iy$

5 $x^2-y^2=a=5$

5 $x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2}=13$

5 $2xy=b=12$

5 بالجمع $\Rightarrow 2x^2=18$, $x=\mp3$

5 نعوض $y^2=4$, $y=\mp2$

وبشرط الإشارة متماثلة

$\sqrt{\Delta}=3+2i$

$\sqrt{\Delta}=-3-2i$

$z_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-4i-3-2i}{2}=-2-3i$

5 $z_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-4i+3+2i}{2}=1-i$

20

السؤال الرابع : $f(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$

$y=4x+3$

الصفحة (١)

-٨١-

المدرس محمد رسول الصباغ

سُلّم تصحيح - طلاب الرياضيات 0934131159 دورة أولى

نظام ينقطة تماس تحقق معادلة الخط وتحقق معادلة المماس لذلك نعوض في كل منهما

$y = 4(0)+3 = 3$

(0,3) نقطة تماس

$f(0) = \frac{3(0)+a(0)+b}{0+1}$

$\boxed{3 = b}$

نعلم أن $m = f'(0) = 4$

$f'(x) = \frac{(9x^2+a)(x^2+1) - 2x(3x^3+ax+b)}{(x^2+1)^2}$

$4 = \frac{a+0}{1} \Rightarrow \boxed{a=4}$

$f(x) = \frac{3x^3+4x+3}{x^2+1}$

التمرين الأول:

$f(x) = x - \ln(2+\frac{1}{x})$

$f(x) - y = -\ln(2+\frac{1}{x}) + \ln 2$

$= \ln 2 - \ln(\frac{2x+1}{x})$

$= \ln(\frac{2}{\frac{2x+1}{x}}) = \ln(\frac{2x}{2x+1})$

$\lim_{x\to+\infty}(f-y) = \ln(1) = 0$

فيكون $y = x - \ln 2$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

$f(x) - y = \ln(\frac{2x}{2x+1})$

نلاحظ أن $\frac{2x}{2x+1} < 1$ في المجال $]0,+\infty[$

إذاً $f - y < 0$

فيقع C تحت Δ

التمرين الثاني: $\boxed{2 \quad 1\,3\,4\,5}$

A: سحب بطاقة تحمل الرقم 2

$P(A) = \frac{\binom{1}{1}\binom{5}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

$X(\Omega) = \{1,2,3,4,5\}$

$P(X=1) = \frac{5}{15}$ $\quad P(X=2) = \frac{4}{15}$

$P(X=3) = \frac{3}{15}$ $\quad P(X=4) = \frac{2}{15}$

$P(X=5) = \frac{1}{15}$

X	1	2	3	4	5	Σ
P	$\frac{5}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	1
X·P	$\frac{5}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{5}{15}$	
X^2·P	$\frac{5}{15}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{27}{15}$	$\frac{32}{15}$	$\frac{25}{15}$	

$E(X) = \sum X \cdot P$

$E(X^2) = \sum X^2 \cdot P$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

التمرين الثالث: $2\sin x + \tan x \geq 3x$

$2\sin x + \tan x - 3x \geq 0$

$f(x) = 2\sin x + \tan x - 3x \quad [0, \frac{\pi}{2}[$

$f'(x) = 2\cos x + \frac{1}{\cos^2 x} - 3$

$= \frac{2\cos^3 x + 1 - 3\cos^2 x}{\cos^2 x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow$

$2\cos^3 x - 3\cos^2 x + 1 = 0$

بفرض $\cos x = t$ $\quad 2t^3 - 3t^2 + 1 = 0$

$2t^3 - 3t^2 + 1 = (t-1)(2t^2 - t - 1)$: $2t^3 - 2t^2$, $-t^2 + 1$, $-t^2 + t$, $-t + 1$, $-t + 1$, 0

$(t-1)(2t^2-t-1) = 0$

إما $t = 1 \Rightarrow \cos x = 1$

$x = 2\pi K$

$K = 0 \Rightarrow x = 0$

$2t^2 - t - 1 = 0$

إما $t = 1$ محقق أو $t = -\frac{1}{2}$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ مستحيل

x	0		$\frac{\pi}{2}$
f'	0	+	
f		↗	

نلاحظ من جدول التغيرات $f(x) \geq 0$

$2\sin x + \tan x - 3x \geq 0$

$2\sin x + \tan x \geq 3x$ وهو المطلوب.

انتهى السلّم

الدرجة
٦٠ ، ٥ ، ١٠ ، ١٠ ، ٦٠ ، ٥ ، ١٠ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ١٠ ، ٦٠ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ١٠٥ ، ٥ ، ٤٠ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠ ، ٦٠ ، ٥ ، ١٠ ، ١٠

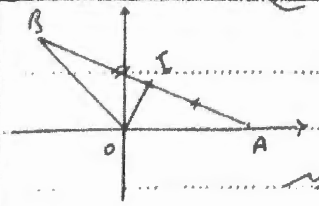
Scanned by CamScanner

المدرس محمد رسول الصباغ

سُلّم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159 دورة أولى

الدرجة

التمرين الرابع:



٥ المثلث OAB متساوي الساقين لأن

٥ $|OA| = |OB| = 2$

٥ المثلث OAB متساوي الساقين فيه OI متوسط فهو منصف الزاوية

٥ $(\vec{u}, \vec{OI}) = \frac{\frac{3\pi}{4}}{2} = \frac{3\pi}{8}$

٥ $z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2 + 2e^{\frac{3\pi}{4}i}}{2}$

٥ $= 1 + e^{\frac{3\pi}{4}i}$

$= 1 + \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$

٥ الصيغة الجبرية $z_I = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

٥ $r = \sqrt{(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + \frac{2}{4}}$

$= \sqrt{1 - \sqrt{2} + \frac{2}{4} + \frac{1}{2}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

٥ من الطلب السابق $\arg z_I = \frac{3\pi}{8}$

٥ الصيغة الأسية $z = \sqrt{2-\sqrt{2}}\, e^{\frac{3\pi}{8}i}$

$z = \sqrt{2-\sqrt{2}}\,(\cos\frac{3\pi}{8} + i\sin\frac{3\pi}{8})$

$= \sqrt{2-\sqrt{2}}\cos\frac{3\pi}{8} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}\sin\frac{3\pi}{8}$

بالمطابقة مع الشكل الجبري

٥ $\cos\frac{3\pi}{8} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

٥ $\sin\frac{3\pi}{8} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

٦٠

المسألة الأولى:

٥ $\vec{n}_P(2, 1, -1)$

٥ $\vec{AB}(2, 1, -1)$

$\vec{AB}$ ناظم لـ P

نعوض $B(3, 2, 0)$ في معادلة P

٥ $2(3) + 2 + 0 - 8 = 0$

ومنه فإن معادلة P هي المطلوبة

إذا نوجد معادلة P من ناظم ونقطة.

البقاوية ١٥

٥ ٤) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = r^2$

٥ $r = AB = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

٥ $S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$

٥ ٥) $dist(A, Q) = \frac{|1-1+2+4|}{\sqrt{1+1+4}} = \sqrt{6} = r$

٥ إذن المستوي Q يمس الكرة S

٥ ٦) مستقيم تقاطع $\vec{AC}(-1, 1, -2)$

٥ نحسب مسقط A على Q: $\vec{n}_Q(1, -1, 2)$

$P: 2x + y - z - 8 = 0$

٥ $Q: x - y + 2z + 4 = 0$ +

$3x + z - 4 = 0$

١٠ $z = 4 - 3x$

نعوض في ⓒ

$2x + y - 4 + 3x - 8 = 0$

٥ $y = 12 - 5x$

نفرض $x = t$ فتكون المعادلات الوسيطية

لـ d:

$x = t$

١٠ $y = 12 - 5t \qquad t \in R$

$z = 4 - 3t$

المسألة الثانية: $f(x) = \ln(\frac{x+2}{x})$

٥ معرفة عندما $\frac{x+2}{x} > 0$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x+2}{x}$		$+$	0	$-$		$+$	
		م		///		م	

٥ $D_f =]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$

الصفحة الثالثة

Scanned by CamScanner

٨٢

المدرس محمد رسول الصباغ

سلم تصحيح مادة الرياضيات 0934131159 دورة أولى

$u_n = f(n)$

$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$

$= \ln(\frac{3}{1}) + \ln(\frac{4}{2}) + \ln(\frac{5}{3}) + \dots$

15 $\ln(\frac{n+1}{n-1}) + \ln(\frac{n+2}{n})$

$= \ln(\frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{n+1}{n-1} \times \frac{n+2}{n})$

$= \ln(\frac{(n+1)(n+2)}{2})$

انتهى السلم

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق

$D_f =]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$

5 $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \ln(1) = 0$

5 $\lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$

5 $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

$f(x) = \ln(x+2) - \ln(x)$

10 $f'(x) = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x} = \frac{-2}{x(x+2)}$ 20

10

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
f'	$-$			$-$
f	$0 \searrow -\infty$			$+\infty \searrow 0$

15 مقارب شاقولي $x=-2$

" " $x=0$

" أفقي $y=0$

5 $\forall x \in]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$ (2)

$-x \in]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$ $x_0 = -1$

$-2-x \in]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$ $2x_0 - x = -2-x$

والشرط الأول محقق $y_0 = 0$

5 $f(2x_0 - x) = f(-2-x)$

$= \ln(\frac{-2-x+2}{-2-x}) = \ln(\frac{-x}{-2-x})$

$= \ln(\frac{x}{2+x})$ ... (1)

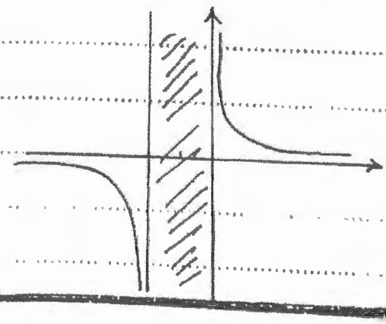
5 $2y_0 - f(x) = -f(x) = -\ln(\frac{x+2}{x})$

$= \ln(\frac{x+2}{x})^{-1}$

$= \ln(\frac{x}{2+x})$ ... (2)

من (1) و (2) نجد أن الشرط الثاني محقق

إذاً $A(-1, 0)$ مركز تناظر لـ C

5 

الصفحة الرابعة ..

-٨٤-

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{1+4+16} = \sqrt{21}$

$\|\vec{AC}\| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

ومنه مساحة المثلث :

$S = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2}\sqrt{126}$

3) $Dist\ D, ABC = \frac{|2(-4)-6+1-1|}{\sqrt{4+9+1}}$

$Dist = \sqrt{14}$

ومنه $V = \frac{1}{3} S h$

حيث $Dist = h = \sqrt{14}$

$V = \frac{1}{3} \times \sqrt{126} \times \sqrt{14} \times \frac{1}{2}$

$V = \frac{1}{6}\sqrt{126} \times \sqrt{14}$

4) P عمودي على ABC أي أن ناظمه يعامد ناظم ABC :

$\vec{n}_p . \vec{n}_{ABC} = 0$

$2a - 3b + c = 0$

نعوض النقاط E و F :

$b + c + d = 0$

$a + c + d = 0$

نفرض $c = 1$:

$2a - 3b + 1 = 0$

$1 + b + d = 0$

$a + 1 + d = 0$

بالحل المشترك نجد :

$a = b = 1$

$d = -2$

معادلة المستوي P :

$x + y + z - 2 = 0$

5) Q عمودي على P و ABC وبالتالي يقبل الفصل المشترك ناظماً له .

لنوجد الفصل المشترك :

$2x - 3y + z - 1 = 0$

$x + y + z - 2 = 0$

ومنه نجد :

$-5y - z + 3 = 0$

$y = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} z$

$x = \frac{-3}{5} + \frac{1}{5} z - z + 2$

$x = -\frac{4}{5} z + \frac{7}{5}$

وبفرض $z = t$ تكون المعادلات الوسيطية للفصل المشترك :

$$\left.\begin{array}{l} x = -\frac{4}{5} t + \frac{7}{5} \\ y = -\frac{1}{5} t + \frac{3}{5} \\ z = t \end{array}\right\} t \in R$$

$V_d = \left(-\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}, 1\right)$

ومعادلة المستوي :

$-\frac{4}{5} x - \frac{1}{5} y + z + d = 0$

بتعويض G نجد :

$-4x - y + 5z = 0$

المسألة الأولى :

1) f معرف من أجل

$e^{2x}-e^{x}+1>0$

وهذا محقق أياً كانت x

ومنه f معرف على R

2) $f(x)-y$

$= \ln\left(e^{2x}\left(1-e^{-x}+e^{-2x}\right)\right)-2x$

$= 2x+\ln\left(1-e^{-x}+e^{-2x}\right)-2x$

وبالتالي : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-y=0$

3) f معرف ومستمر واشتقاقي على R

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

$f'(x)=\dfrac{2e^{2x}-e^{x}}{e^{2x}-e^{x}+1}$

$f'=0 \Rightarrow e^{x}(2e^{x}-1)=0$

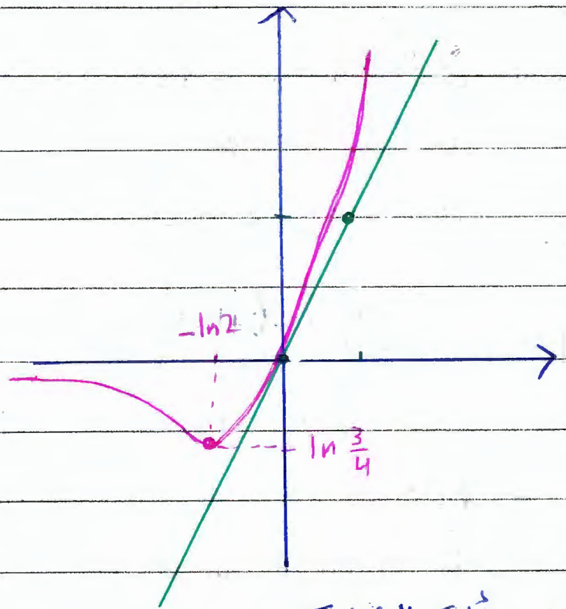
$e^{x}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=-\ln 2$

$f(-\ln 2)=\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	$\ln\frac{3}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

لدينا $y=2x$ مقارب مائل

y	0	2
x	0	1



(3)

المسألة الثانية :

1) حتى يكون ناظماً على المستوي يجب أن يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً فيه

$\left.\begin{array}{l}\vec{AB}(1,2,4)\\ \vec{AC}(2,1,-1)\end{array}\right\}\ \dfrac{1}{2}\neq\dfrac{2}{1}$

فالشعاعين غير مرتبطين خطياً

$\vec{n}\cdot\vec{AB}=2-6+4=0$

$\vec{n}\cdot\vec{AC}=4-3-1=0$

ومنه n يعامد AB و AC فهو ناظم المستوي

$2x-3y+z+d=0$

نعوض A :

$2-1+d=0 \Rightarrow d=-1$

$2x-3y+z-1=0$

2)

$\vec{AB}\cdot\vec{AC}=2+2-4=0$

ومنه المثلث ABC قائم في A

$$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{\frac{6}{5}x_n + \frac{24}{5}}{x_n + 4}$$

$$= \frac{\frac{6}{5}(x_n+4)}{x_n+4} = \frac{6}{5}$$

فهي متتالية هندسية

أساسها $q = \frac{6}{5}$

2) $y_n = y_0\, q^n$

$y_0 = x_0 + 4 = 9$

$y_n = 9\left(\frac{6}{5}\right)^n$

التمرين الثاني

$|w| = 1 \Leftrightarrow \bar{w} = \frac{1}{w}$

لنأخذ مرافق المقدار:

$$\overline{\frac{w\bar{z} - z}{iw + i}} = \frac{\bar{w}z - \bar{z}}{i\bar{w} + i}$$

$$= \frac{\frac{1}{w}z - \bar{z}}{i\frac{1}{w} + i} = \frac{\frac{z - \bar{z}w}{w}}{\frac{i + iw}{w}}$$

$$= \frac{z - \bar{z}w}{i + iw} = -\left(\frac{w\bar{z} - z}{iw - i}\right)$$

فالمقدار تخيلي بحت لأن

$Z = -\bar{Z}$

التمرين الثالث:

نفرض G مركز ثقل المثلث

للنقاط $(A,1)$ $(B,1)$ $(C,1)$

ومنه حسب الخاصة التجميعية:

$$\vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$

$$-\vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC} = -3\vec{MG}$$

نعوض في العلاقة:

$$\|3\vec{MG}\| = \|3\vec{MA} - 3\vec{MG}\|$$

$$\|\vec{MG}\| = \|\vec{MA} + \vec{GM}\|$$

$$\|\vec{MG}\| = \|\vec{GA}\|$$

فهي معادلة كرة مركزها G ونصف قطرها $\|\vec{GA}\|$

التمرين الرابع:

1) بإجراء القسمة الإقليدية:

$$\begin{array}{r|l} & 4x - 17 \\ \hline x+3 & 4x^2 - 5x + 1 \\ & 4x^2 + 12x \\ \hline & -17x - 1 \\ & -17x - 51 \\ \hline & 50 \end{array}$$

ومنه

$$f(x) = 4x - 17 + \frac{50}{x+3}$$

وبالمطابقة نجد:

$a = 4 \quad b = -17 \quad c = 50$

2) $\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$

$$= \int_{-2}^{0} 4x - 17 + \frac{50}{x+3} = [2x^2 - 17x + 50\ln(x+3)]$$

(2)

أولاً :

السؤال الأول :

1) $\lim_{x \to +\infty} \left(x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)\right)$

بإجراء تغيير المتحول :

$X = \frac{1}{x}$

عندما تسعى x إلى $+\infty$

تسعى X إلى الصفر

ومنه

$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{X} \ln(1 + X) = 1$

2) $\int_0^e \ln x \, dx$

$u = \ln x \qquad u' = \frac{1}{x}$

$v' = 1 \qquad v = x$

ومنه

$\int_0^e \ln x = [u \cdot v]_0^e - \int_0^e u' v$

$= [x \ln x]_0^e - [x]_0^e = 0$

السؤال الثاني :

$\Delta = b^2 - 4ac = 4\cos^2\theta - 4$

$\Delta = 4\sin^2\theta$

$\sqrt{\Delta} = 2\sin\theta$

$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \cos\theta + \sin\theta$

$z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \cos\theta - \sin\theta$

السؤال الثالث :

حتى يكون A و B مستقلين

احتمالياً :

$P(A|B) = P(A)$

$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$

$\frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4}P} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{12} = \frac{1}{12} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{16}P$

$P = \frac{1}{3}$

السؤال الرابع :

حتى يكون للتابع قيمة حدية :

$f'(1) = 0$

$3ax^2 + 6x = 0$

$3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$

ثانياً : التمرين الأول :

$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_{n+1} + 4}{x_n + 4}$

$= \frac{\frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5} + 4}{x_n + 4}$

(1)

سلسلات محلولة ملحقة الطلاب دورة

ا. محمد رسول الصباغ ٠٩٣٤١٣١١٥٩

الملتب العلمي الرياضي

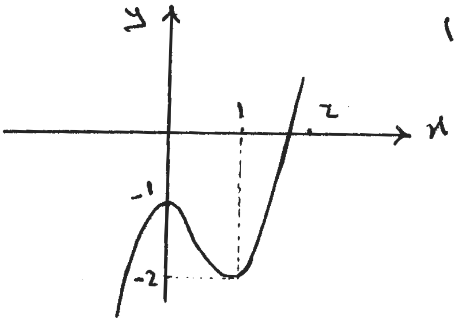
الرياضيات . امتحان الفصل الدراسي الأول دورة ٢٠٢٠

النموذج (١٠)

الاسم :

المدة : ثلاث ساعات

إجابة ...



أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية (٤٠ لكل سؤال)

السؤال الأول : بفرض f التابع المعرف على R وفق

$f(x)=ax^3+bx+c$

بالرسم أجب عن ١) احسب نهايات f عند $\pm\infty$

٢) احسب قيمة كل من a , b , c .

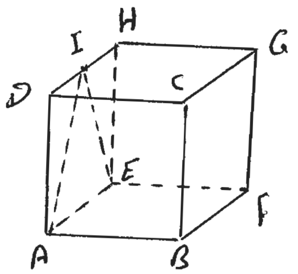
السؤال الثاني : احسب نهاية كل من التوابع الآتية عند قيمة a المعطاة

$f(x)=\frac{\cos(3x)-\cos x}{x\cdot\sin x}$, $a=0$; $f(x)=\frac{2x+\sin x}{x-2}$, $a=+\infty$

السؤال الثالث : لتكن النقطتان $G(3-i\sqrt{3})$, $H(3+i\sqrt{3})$ وليكن R الدوران الذي مركزه (O) ويحقق $R(G)=H$ احسب قياس الزاوية $(\vec{OG},\vec{OH})$.

السؤال الرابع : حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2(\cos\theta)z+1=0$, $\theta\in\mathbb{R}$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ لكل تمرين)



السؤال الخامس : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه (١) نزوده بمعلم متجانس $(A;\vec{AB},\vec{AE},\vec{AD})$ حيث I منتصف $[DH]$.

١) أعط احداثيات النقاط A , E , I

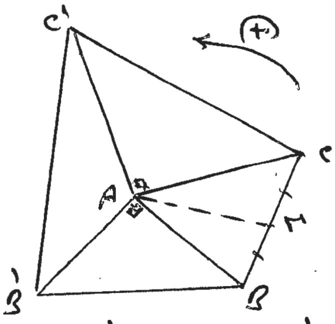
٢) جد احداثيات O مركز ثقل المثلث AEI

٣) جد احداثيات M التي تحقق $3\vec{FM}=\vec{BA}+\vec{EO}$

٤) بين فيما اذا كان الشعاعان $\vec{IA}$, $\vec{IE}$ متعامدان أم لا .

السؤال السادس : يحتوي صندوق على خمس كرات : ثلاث كرات سوداء اللون وكرتان بيضاوان نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من الصندوق ونسمي X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، عين مجموعة قيم X ، واكتب قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه ...

السؤال السابع : ما الشرط على العدد الطبيعي n كي يحتوي منشور $(x^2+\frac{1}{x})^n$ على حد ثابت مستقل عن x ، ثم انشر $(x+\frac{1}{x})^4$



السؤال الثاني: نتأمل في المستوي ABC مثلثاً مباشر التوجيه
M منتصف [BC] ولتكن AB'B ، ACC' مثلثين
قائمين ومتساويي الساقين مباشرين.
اثبت أن المتوسط (AM) في المثلث ABC هو ارتفاع في المثلث AB'C' وأن $B'C' = 2AM$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (120 للأولى - 80 للثانية)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط
$A(2,1,3)$ $B(1,0,-1)$ $C(4,0,0)$ $D(0,4,0)$ $E(1,-1,1)$

1) أوجد $\vec{AB}$ ، $\vec{CD}$ ، $\vec{CE}$
2) اثبت أن النقاط C ، D ، E ليست واقعة على استقامة واحدة.
3) اثبت أن AB يعامد المستوي CDE.
4) اكتب معادلة المستوي CDE
5) اوجد نقطة تقاطع المستقيم (AB) مع المستوي CDE
6) احسب بعد B عن المستوي CDE
7) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي CDE.

المسألة الثانية: لنكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ ولنكن C خطه البياني في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) اثبت أن f زوجي واستنتج الصفة التناظرية له
2) ادرس نهايات f عند $\pm\infty$
3) اثبت أن $f(x) - x = \dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$ أياً كان x من $\mathbb{R}$
واستنتج أن C يقبل مقارباً مائلاً d في جوار $+\infty$ وعين الوضع النسبي لـ C مع d.
4) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها
5) ارسم كل مقارب وجدته وارسم C

... انتهت الأسئلة ...

-90-

لتب العلمي الرياضي
مادة الرياضيات

نموذج امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام 2020 ، الفرع العلمي (21)

الاسم : ...
الرقم : ...
المدة : ثلاث ساعات

أولاً : أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الثلاثة الآتية : / 45 لكل سؤال /

السؤال الأول : في معلم متجانس (متعامد ومتجانس) نأخذ النقطتين $A(1,-3,-2)$ ، $(5,1,-4)$:
أعط معادلة المجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\vec{MA}\cdot\vec{MB}=0$ وما طبيعة S ؟

السؤال الثاني : حل في R المتراجحة الآتية $e^{x}+5e^{-x}\le 6$

السؤال الثالث : نريد تشكيل عدد مكون من منزلتين وبأرقام مختلفة من عناصر المجموعة
$S=\{2,3,5,6,7,9\}$
1) كم عدداً يمكن تشكيله 2) كم عدداً يقبل القسمة على 5

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة التالية (45 لكل سؤال)

السؤال الأول : أوجد مجموعة تعريف التابع f حيث $f(x)=\frac{\ln(2+x)}{x^2+x}$ ثم احسب $\lim_{x\to -1} f(x)$

السؤال الثاني : لنفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2)(B,-1)(C,2)$
ماذا تمثل مجموعة النقاط M في الفراغ والتي تحقق العلاقة :
$$\|2\vec{MA}-\vec{MB}+2\vec{MC}\|=\|3\vec{MG}-3\vec{MA}\|$$

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية (70 للأول - 70 للثاني - 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق
$$f(x)=\frac{x+4}{|x|+2}$$
1) ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $x=0$ من اليمين
2) اكتب معادلة نصف المماس d في النقطة $A(0,2)$
3) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الثاني : لتكن لدينا متتالية معرفة بـ $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{4}$ ، $u_0=1$
1) برهن بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n<2$
2) أثبت أن المتتالية لها متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة
3) لتكن المتتالية $v_n=u_n-2$ بين أن v_n هندسية عين أساسها

أ.محمد رسول الصباغ

ب) اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n
ج) ادرس نهاية (v_n) ؟
٤) احسب المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ بدلالة n واستنتج المجموع S'_n
$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث : لتكن
$P(Z) = Z^3 - 4Z^2 + 8Z - 8$
١) أ) تحقق أن 2 هو جذر لكثير الحدود $P(Z)$
ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$
٢) في المستوي المركب $Z_A = 2$ ، $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ، $Z_C = 1 - i\sqrt{3}$
أ) اكتب كلاً من Z_B ، Z_C و $\frac{Z_B}{Z_C}$ بالشكل الأسي
ب) عين مجموعة قيم n العدد الطبيعي بحيث يكون $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقياً .
٣) عين النقاط A ، B ، C ثم بين طبيعة الرباعي $OBAC$

رابعاً : حل المسألتين (100 لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$
١) أوجد D_f
٢) احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط البياني .
٣) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها .
٤) ارسم C_f
٥) استنتج رسم C_1 للتابع f_1 المعرف بالعلاقة $f_1(x) = \frac{1}{x \ln \frac{1}{x}}$

المسألة الثانية : لتكن H ، D نقطتان من الفراغ ولتكن I منتصف القطعة $[DH]$
١) بين أنه من أجل كل نقطة M يكون $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = MI^2 - ID^2$
٢) استنتج أن مجموعة النقط M من الفراغ التي تحقق $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = 0$ هي كرة
٣) لتكن $A(3,0,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $C(0,0,4)$ ، $D(-5,0,1)$
أ) تحقق أن A ، B ، C تعين مستوياً
ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ ناظمي لـ ABC
ج) اكتب معادلة المستوي ABC
٤) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار بـ D والعامود على المستوي ABC
٥) احسب إحداثيات H المسقط القائم لـ D على المستوي ABC
٦) اكتب معادلة الكرة المعرفة بالعلاقة $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = 0$

انتهت الأسئلة ..

أ. محمد رسول الصباغ

٠٩٣٤١٣١١٥٩

-٩٣-

مذاكرة الجزء الأول ... النموذج (٢٣)

أولاً:

السؤال الأول:

يُعطى جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

2- ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟

3- اكتب معادلة مماس لمنحني التابع عند نقطة فاصلتها $x=1$.

السؤال الثاني:

ليكن التابع f المعرف على $]\frac{1}{2},+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$ أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ثم عين A لتكون $x>A$ يكون $f(x)$ من المجال $[1{,}95 , 2{,}05]$

السؤال الثالث:

حل في R المعادلة الآتية: $\ln(x-1)=\ln x-\ln(x+1)$

السؤال الرابع:

ليكن التابع f المعرف على $D=R\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$

1- جد الأعداد a و b و c التي تحقق: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ أياً كان x من D.

2- احسب $I=\int_0^2 f(x)\,dx$

التمرين الأول:

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $U_{n+1}=\frac{U_n}{2-U_n}$, $U_0=\frac{1}{2}$

1- أثبت أن $0<U_n<1$ أياً كان $n\in N$

2- نعرف $(V_n)_{n\geq0}$ حيث: $V_n=\frac{1}{U_n}-1$ أثبت أن $(V_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية

واستنتج V_n بدلالة n.

3- اكتب $(U_n)_{n\geq0}$ بدلالة n واحسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني:

إذا كان $f(x)=\frac{\cos x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ أياً كان x من R^* أوجد نهاية التابع f عند الصفر.

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق $g(x)=e^x+2-x$ ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x)>0$.

-٩٢-

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
0934 131 159

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$

1- أثبت أن $f(x) = \frac{1}{e^x}\cdot g(x)$

2- بين أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً $0<\alpha<\frac{1}{2}$

3- أثبت أن المستقيم $\Delta : y=x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي

4- ارسم Δ وارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيمين $x=0$ و $x=1$.

المسألة الثانية:

ليكن f التابع المعرف على R وفق: $f(x)=2e^{-x}+x-2$ خطه البياني C.

1- أوجد معادلة المستقيم المقارب المائل وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى مقاربه.

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها، وبين أنه يبلغ قيمة حدية عينها وبين نوعها.

3- استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ حلين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه α أثبت $1<\alpha<2$.

4- ارسم المقارب المائل ثم ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات التي معادلاتها $y=x-2$ و $x=\ln 2$ و $x=\ln 3$.

انتهت الأسئلة

مكتب الصباغ
للعلوم الرياضية
0934131159

-94-

الاسم :
المدة : ثلاث ساعات

الرياضيات

امتحان الفصل الدراسي الأول دورة ٢٠٢
النموذج ٢٤

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		$+2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

١) جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

٢) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f ؟

٣) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ٤) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$

١) اثبت أن f محدود

٢) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{3+\cos x}$

السؤال الثالث : ١) اكتب معادلة S للكرة التي مركزها $(1,0,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

٢) تحقق أن المستوي $P: x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

السؤال الرابع : حل المعادلة $9^{x}+3^{x+1}-4=0$ في $\mathbb{R}$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية (60 درجة لكل تمرين) :

السؤال الخامس : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمطلوب : ١) احسب نهايات f عند $+\infty$ و $-\infty$.

٢) اثبت أن $\Delta: y=x+1$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$.

وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و C .

السؤال السادس : في معلم متجانس C_f و C_g هما الخطان البيانيان للتابعين f و g المعرفين على المجال $I=]\frac{1}{2},+\infty[$ وفق $f(x)=\ln(2x-1)$ و $g(x)=-2e^{1-x}+2$

١) اثبت أن $g(x)\geq f(x)$ على المجال $[1,+\infty[$

٢) اثبت أن C_f و C_g يقبلان مماساً مشتركاً في النقطة التي فاصلتها $x_0=1$

واكتب معادلة المماس المشترك لهما في نقطة تماسهما ..

-٩٥-

السؤال السابع : اثبت صحة المتراجحة . $2\sin x + \tan x \geq 3x$
$I = [0, \frac{\pi}{2}[$

السؤال الثامن : ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق
$f(x) = (1-x) \cdot e^{x}$

ادرس تغيرات f وارسم خطه البياني .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين " 100 لكل منها " :

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط
$A(1,1,0)$ $B(1,2,1)$ $C(4,0,0)$ والمطلوب .

1) اثبت أن A و B و C تحدد مستوٍ .

2) اوجد معادلة المستوي ABC .

3) اوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P , Q .

$P: x+2y-z-4=0$. $Q: 2x+3y-2z-5=0$

4) احسب بعد النقطة A عن المستقيم d الفصل المشترك لـ P , Q .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$.

$f(x) = \ln(e^{2x} - e^{x} + 1)$ والمطلوب

1) اوجد $\overset{\circ}{f}$ 2) اثبت أن f تكتب بالشكل

$f(x) = 2x + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$

3) اثبت أن $y = 2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

4) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها

5) اكتب معادلة المماس T لـ C في نقطة منه فاصلتها $x=0$

6) ارسم كل مقارب وجدته و T ثم ارسم C في المعلم ذاته .

... انتهت الأسئلة ...

-٩٦-

امتحان تجريبي للجزء الثاني كاملاً ..

النموذج (٢٥)

أولاً : اجب عن الأسئلة الأربعة الآتية :

السؤال الأول : ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}\,i$ ، $z_2 = 1+i$ والمطلوب (١٠د)

اوجد $z_1 \times z_2$ بالشكل الجبري ثم بالشكل المثلثي واستنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{7\pi}{12}$.

السؤال الثاني : اوجد قيمة n في المعادلة $P^{4}_{n+2} = 14\,P^{3}_{n}$ (١٠د)

السؤال الثالث : اوجد المسقط القائم للنقطة $A(1,0,1)$ على المستقيم (BC) حيث $B(2,-1,0)$ ، $C(1,1,1)$ (١٥د)

السؤال الرابع : في احد المراكز يوجد ثلاثة مهندسين وعشرة عمال كم طريقة يمكن اختيار مهندس مدير وعاملين احدهما مشرف والآخر معاون . (١٠د)

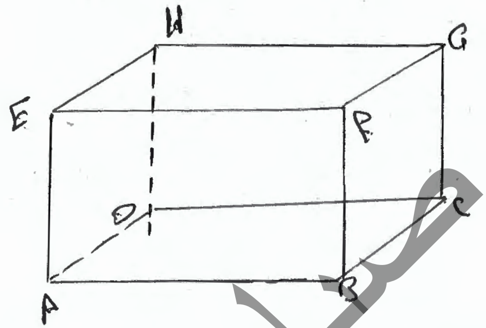
ثانياً : اجب عن التمارين الثلاثة الآتية :

التمرين الأول : $ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ ، $BC = GC = 1$ وقياس الزاوية $D\hat{A}B$ يساوي 45° و I منتصف $[EF]$ والمطلوب (٦٠د)

١) احسب $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$

٢) عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{FB} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

٣) اوجد معادلة الكرة المارة بالرؤوس EFC .



التمرين الثاني : اولاً : حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2\sqrt{2}\,z + 4 = 0$ (١٠٠د)

ثانياً : $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$

١) اكتب z_A ، z_B بالشكل الأسي ثم بيّن ان $\left(\frac{z}{z_B}\right)^{2018}$ حقيقي .

٢) C صورة B وفق تحاكٍ (H) مركزه (w) حيث $w = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3) اوجد العدد العقدي لـ C .

٣) احسب z_D صورة B وفق دوران مركزه O وزاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

ثالثاً : ١) بيّن ان $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

٢) اوجد العدد العقدي لـ E حيث يكون الرباعي $ACED$ مربعاً .

التمرين الثالث : في مستوٍ منسوب لمعلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن

١٥٨٠١ $A(1,4,5)$ $B(3,2,-4)$ $C(5,4,-3)$ $D(-2,8,4)$

والشعاع $\vec{u}(1,5,-1)$

١) بين أن $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة ABC

٢) حدد تمثيلاً وسيطياً لـ T المار بـ D ويوازي $\vec{u}$

٣) لتكن $P: x - y - z - 7 = 0$

a) بين أن $P - ABC$ متقاطعان جد معادلات الوسيطية للفصل المشترك

b) اثبت أن T ، Δ متخالفان

التمرين الرابع : ليكن Z عدداً عقدياً ما وليكن w عدداً عقدياً طويلة تساوي (1) ومختلف

١٥٦٠١ عن الواحد اثبت أن $Z = \frac{w\bar{u} - u}{i\,w - i}$ تخيلي بحت .

ثالثاً : حل المسائل التالية :

المسألة الأولى : في المستوي العقدي $(o; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر التحويل T الذي

$m \in \mathbb{R}$
$b \in \mathbb{C}$

M ذو Z ، M' ذو Z' حيث $Z' = (m - i)\,Z + b$

① a) عيّن قيم m حتى يكون T دوران نطلب تعيين زاويته

b) عيّن العدد العقدي b حتى يكون مركز الدوران هو النقطة A بحيث $Z_A = 1 + 4i$

② $Z_A = -1 + 4i$ ، $Z_B = 1$ ، $Z_C = 4i$

a) احسب $\frac{a - b}{a - c}$ b) استنتج $\left|\frac{a - b}{a - c}\right|$

$P_1 : -x + y + 2z + 1 = 0$
$P_2 : -3x + y + z + 4 = 0$

المسألة الثالثة : في المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,-2,1)$ والمستويين

1. جد تمثيل وسيطي للمستقيم (d) المار بالنقطة $A(1,5,-2)$ و $\vec{u}(1,5,-2)$ متجه توجيه له

2. برهن أن المستويين P_1 ، P_2 متقاطعان ثم تحقق أن تقاطعهما هو المستقيم (d) ثم استنتج نقطة تقاطع المستويات

3. اكتب معادلة المستوي Q المار بالنقطة $B(-1,4,0)$ ويعامد كلاً من P_1 ، P_2

4. لتكن النقطتان $E(2,3,-1)$ ، $H(0,3,-2)$:

① برهن أن H هي المسقط القائم للنقطة B على المستوي P_1

② عين طبيعة المثلث EBH ثم احسب حجم الرباعي الوجوه $AEBH$

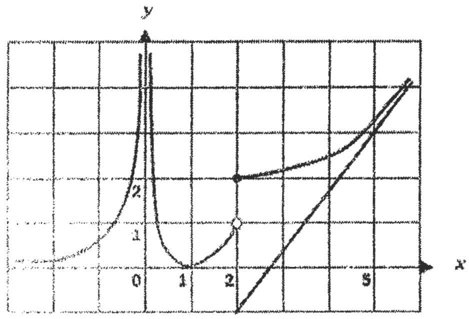
... انتهت الأسئلة ...

٩٨

مديرية التربية بحلب امتحان الفصل الأول للصف الثالث الثانوي العلمي للعام الدراسي ٢٠٢٠ ـ ٢٠٢١
ثانوية الباسل للمتفوقين المادة: رياضيات المدة: ٣ ساعات الدرجة: ٦٠٠ اسم الطالب: ....

الصفحة الأولى

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: تأمّل C الخط البياني لتابع f المرسوم جانبا :

1) جد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C (أفقي،شاقولي،مائل)

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}$.

3) هل f اشتقاقي على المجال $]0, +\infty[$ ؟.

4) ما حلول المعادلة $f(x) = 0$ و ما حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

السؤال الثاني: نتأمّل المستويات

$$P_1: 2x - y + 3z = 2$$
$$P_2: x + 2y + z = 1$$
$$P_3: 3x - 4y + 5z = 3$$

بطريقة غاوس حل جملة معادلات المستويات السابقة وبيّن أنّ المستويات تشترك بمستقيم مشترك d
جد تمثيلا وسيطيا له .

السؤال الثالث: في معْلَم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: لتكن النقطتان $B(1,0,1)$ و $A(1,2,0)$ ،
و المستوي $P: x + z = 0$

1) أثبت أنّ المستقيم (AB) لا يعامد المستوي P .

2) جد معادلة للمستوي Q المار من A و B و العمودي على المستوي P .

السؤال الرّابع: في معْلَم متجانس لدينا النقاط $A(3,2,1)$ و $B(1,2,0)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(13,1,3)$

1) أثبت أنّ النقاط A و B و C تعيّن مستويا وحيدا P .

2) أثبت وجود عددين حقيقيين s و t يحققان $\overrightarrow{AD} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ماذا تستنتج بشأن النقطة D .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية: (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : a) عيّن مجموعة النّقاط $M(z)$ التي يحقق العدد العقدي z الذي يمثلها الشرط $arg(z) = \frac{-\pi}{4}$.

b) اكتب العدد العقدي w بالشكل المثلّثي : $w = 2i\left(\sin\frac{\pi}{7} + i\cos\frac{\pi}{7}\right)^6$

التمرين الثاني : a) لتكن a و b و c ثلاثة حدود متوالية من متتالية هندسية أساسها q تحقق:

$$a + b + c = 36.75 \quad , \quad abc = 343$$

أثبت أنّ : $(4q - 1)(q - 4) = 0$

b) لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابيّة أساسها r وفيها $u_1 + u_2 + u_3 = 9$ و $u_{10} + u_{11} = 40$

احسب r و u_0 .

يتبع في الصفحة الثانية

-٩٩-

مديرية التربية بحلب امتحان الفصل الأول للصف الثالث الثانوي العلمي للعام الدراسي ٢٠٢٠ـ ٢٠٢١

المادة: رياضيات المدة: ٣ساعات الدرجة: ٦٠٠ اسم الطالب: ....

الصفحة الثانية

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = 2cosx - cos2x$:

١) أثبت أنّ العدد 2π دور للتابع f ، ثم اثبت أنّ f تابع زوجي واستنتج الصفة التناظرية للخط البياني C.

٢) أثبت أنّ $f'(x) = -2\sin x\,(1 - 2\cos x)$.

٣) ادرس التابع f على المجال $[0,\pi]$ وارسم C في المجال $[-\pi,\pi]$.

التمرين الرّابع : ليكن f التابع المعرّف على المجال $[0,2]$ وفق $f(x) = E(x) + \left(x - E(x)\right)^2$:

1) اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$: (حيث $E(x)$ تابع الجزء الصحيح) .

2) أثبت أنّ f مستمر على المجال $[0,2]$.

3) ارسم C_f الخط البياني للتابع f على المجال $[0,2]$.

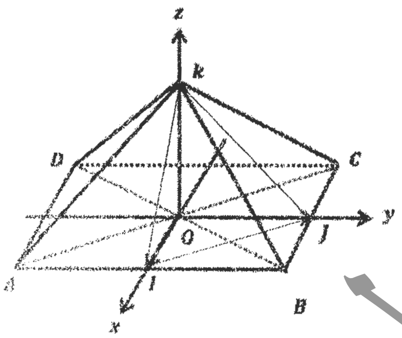
ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلَم متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK})$

نتأمّل الهرم (K_ABCD)

قاعدته المربع $ABCD$ مركزه O

ولتكن النقطتان I و J منتصفا $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب :



١) جد احداثيات رؤوس الهرم (K_ABCD) و النقطتين I و J .

٢) احسب حجم الهرم (K_ABC) .

٣) احسب $\overrightarrow{KA}\cdot\overrightarrow{KC}$ بأسلوبين واستنتج $\cos(\widehat{AKC})$.

٤) أعط تمثيلا وسيطيّا للمستقيم d المار من o و العمودي على المستوي (IJK) .

٥) أعط تمثيلا وسيطيّا للقطعة المستقيمة $[BK]$ واستنتج أنّ المستقيم d يقطع القطعة المستقيمة $[BK]$ في نقطة N احسب إحداثياتها .

المسألة الثانية : المتتاليتان $(t_n)_{n\geq0}$ و $(S_n)_{n\geq0}$ المعرّفتان تدريجياً وفق :

$$\begin{cases} S_0 = 12 \\ S_{n+1} = \dfrac{t_n+3S_n}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} t_0 = 1 \\ t_{n+1} = \dfrac{t_n+2S_n}{3} \end{cases}$$

١) أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق $w_n = S_n - t_n$ هندسيّة واكتب w_n بدلالة n واحسب نهايتها

٢) أثبت أنّ المتتاليتين $(t_n)_{n\geq0}$ و $(S_n)_{n\geq0}$ متجاورتان .

٣) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق : $u_n = 3t_n + 8S_n$ ثابتة واستنتج قيمتها الثابتة.

٤) استنتج نهاية كل من المتتاليتين $(t_n)_{n\geq0}$ و $(S_n)_{n\geq0}$.

٥) اكتب كل من t_n و S_n بدلالة n .

... انتهت الأسئلة ...

— ١٠ —

المسألة الثانية :

1) معادلة المقاربة المائل :

$y = x - 2$

لأن $f(x) - y = \dfrac{2}{e^x}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f - y = 0$

لنأخذ النهايات عند أطراف مجموعة التعريف :

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty - \infty$

حالة عدم تعيين

$f(x) = e^{-x}(2 + xe^{x} - 2e^{x})$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty\,(2 + 0 - 0) = +\infty$

دراسة الوضع النسبي بالنسبة للمقارب :

لندرس إشارة الفرق :

$f - y = \dfrac{2}{e^x} > 0$

وبالتالي C فوق Δ

2) $f'(x) = -2e^{-x} + 1$

$f' = 0 \Rightarrow e^{-x} = \dfrac{1}{2}$

$\ln e^{-x} = \ln \dfrac{1}{2}$

$-\ln e^{x} = -\ln 2$

$x = \ln 2$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 2 - 1$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(\ln 2) = \ln 2 - 1$ قيمة حدية صغرى

3) واضح من جدول التغيرات أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذران .

ولدينا :

$f(1) = \dfrac{2}{e} - 1$

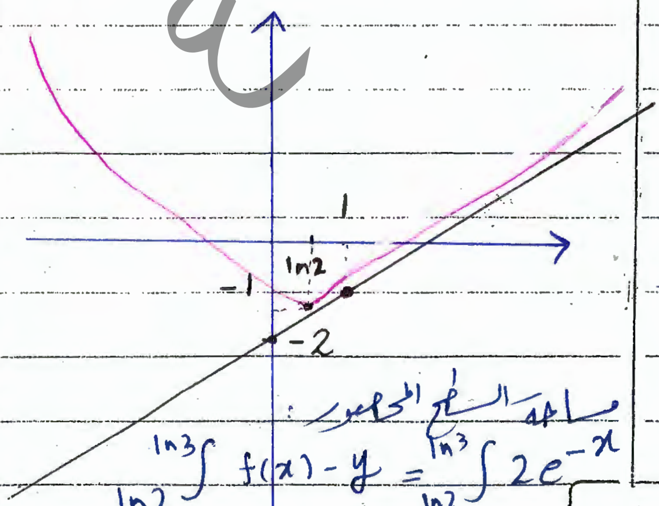
$f(2) = \dfrac{2}{e^2} + 1$

$f(1) \times f(2) < 0$

فالمعادلة $f(x) = 0$ لها حل وحيد ضمن المجال $]1, 2[$

والصفر يحقق المعادلة وضوحاً :

$f(0) = 2(1) + 0 - 2 = 0$



مساحة السطح المحصور :

$\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) - y = \int_{\ln 2}^{\ln 3} 2e^{-x}$

6

$\left[-2e^{-x}\right]_{\ln 2}^{\ln 3} = -2$ ...

الوضع النسبي :
ندرس إشارة الفرق :

$\frac{x-1}{e^{x}}$

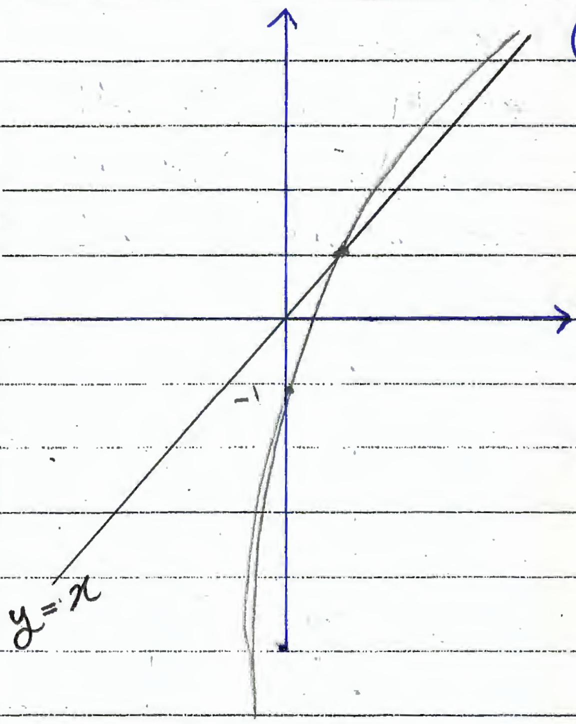
x	$-\infty$		1		$+\infty$
البسط		$-$	0	$+$	
المقام		$+$	e	$+$	
الكسر		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		Δ تحت C		Δ فوق C	

طريقة مختصرة :

عندما $x>1$ Δ فوق C

عندما $x<1$ Δ تحت C

(4



$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$f'(x) = 1 + \frac{-x}{e^{x}} > 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
f'		$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

مساحة السطح المحصور :

$\int_0^1 (y - f(x))$

$\int_0^1 (x - x - \frac{x-1}{e^{x}})$

$= \int_0^1 \frac{1-x}{e^{x}}$

$\int_0^1 e^{-x}(1-x)$

$u = 1-x \qquad u' = -1$

$v' = e^{-x} \qquad v = -e^{-x}$

$\int_0^1 = [u\cdot v]_0^1 - \int_0^1 u'v$

$= [-(1-x)e^{-x}]_0^1 - [e^{-x}]_0^1$

بالتعويض :

$= 1 - (\frac{1}{e} - 1) = 2 - \frac{1}{e}$ و.م

5

نعلم أن

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = 1$$

وبالتالي :

$$\lim_{x\to 0} f(x) = -\frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2} = 0$$

ثالثاً :

الطلب الأول :

أولاً :

$g(x) = e^x + 2 - x$

$g'(x) = e^x - 1$

$g' = 0 \Rightarrow e^x = 1$

$x = 0$

$g(0) = 3$

x		0	
g'	$-$	0	$+$
g	$\searrow$	3	$\nearrow$

واضح أن $g \geq 3$ أي

$g > 0$

وهذا محقق على $\mathbb{R}$

ثانياً :

$$\ell_1 = f'(x) = 1 + \frac{e^x - e^x(x-1)(1)}{e^{2x}}$$

$$= 1 + \frac{1-(x-1)}{e^x}$$

$$\ell_2 = \frac{1}{e^x}\, g(x)$$

$$= \frac{1}{e^x}\left(e^x + 2 - x\right)$$

$$= 1 + \frac{2}{e^x} - \frac{x}{e^x}$$

$$= 1 + \frac{2-x}{e^x}$$

نجد أن $\ell_1 = \ell_2$

فالمساواة محققة

2) f مستمر ومطرد تماماً على المجال $]0, \frac{1}{2}[$

ولدينا

$$f\left(\tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}-1}{2\sqrt{e}}$$

$f\left(\frac{1}{2}\right)$ 0

$f(0) = -1 < 0$

وبما أن

$f\left(\frac{1}{2}\right) \times f(0) < 0$

وبالتالي حسب مبرهنة القيمة الوسطى للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد

3) $$f(x) - y = \frac{x-1}{e^x}$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim \frac{x}{e^x} - \lim \frac{1}{e^x} = 0$$

وبالتالي $y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

١٠٢

$0 < u_n < 1$

$f(0) < f(u_n) < f(1)$

$0 < u_{n+1} < \frac{1}{2}$

ونعلم أن $\frac{1}{2} < 1$

أي : $0 < u_{n+1} < 1$

فهي محققة من أجل $n+1$

فالقضية E_n صحيحة أياً كانت n

(2) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}} - 1}{\frac{1}{u_n} - 1}$

$= \frac{\frac{2-u_n}{u_n} - 1}{\frac{1}{u_n} - 1} = \frac{\frac{2-u_n-u_n}{\cancel{u_n}}}{\frac{1-u_n}{\cancel{u_n}}}$

$= \frac{2-2u_n}{1-u_n} = 2$

فهي متتالية هندسية أساسها $q=2$

الحد العام :

$v_n = v_0 \, q^n$

حيث $v_0 = \frac{1}{u_0} - 1 = 1$

$v_n = 2^n$

(3) لدينا $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$

$\frac{1}{u_n} = v_n + 1$

$u_n = \frac{1}{v_n + 1}$

ووجدنا $v_n = 2^n$

$u_n = \frac{1}{2^n + 1}$

$\lim_{n \to +\infty} u_n = \frac{1}{+\infty} = 0$

حيث $2 > 1$ وبالتالي

$\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

التمرين الثاني :

$f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$

حالة عدم تعيين

$f(x) = \frac{-2\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} + \frac{1}{2}$

$f(x) = -2\left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{x}\right)^2 + \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{-1}{2}\left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x}\right)^2 + \frac{1}{2}$

3

-١٠٤-

المدرس محمد رسول الصباغ
إجازة في الرياضيات
0934 131 159

السؤال الرابع :

1) بإجراء القسمة الإقليدية للتابع :

$$\begin{array}{r|l} & x-6 \\ \hline x+1 & x^2-5x+1 \\ & x^2+x \\ \hline & -6x+1 \\ & -6x-6 \\ \hline & 7 \end{array}$$

ومنه يكتب التابع بالشكل :

$$f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$$

وبالمطابقة نجد :

$a = 1 \quad b = -6 \quad C = 7$

2) $Z = \int_0^2 f(x)\, dx$

$$= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 - 6x + 7\ln(x+1)\right]_0^2$$

بالتعويض نجد :

$$\int_0^2 f(x) = 2 - 12 + 7\ln(3) - 0$$
$$= 7\ln(3) - 10$$

ثانياً : التمرين الأول :

1)

لنثبت صحة القضية $E(n)$ التي تقتضي أن :

$0 < u_n < 1$

أياً كانت $n \in \mathbb{N}$

* من أجل عدد :

$0 < u_0 < 1$

$0 < \frac{1}{2} < 1$

فهي محققة من أجل عدد

* الفرض :

$0 < u_n < 1$

* الطلب $0 < u_{n+1} < 1$

الإثبات :

لدينا فرضاً :

$0 < u_n < 1$

وليكن التابع $f(x)$ المعرف على $]0, +\infty[$ وفق مايلي :

$$f(x) = \frac{x}{2-x}$$

$$f'(x) = \frac{2 - x + x}{(2-x)^2} = \frac{2}{(2-x)^2}$$

نلاحظ أن $f' > 0$

وبالتالي لا تتغير جهة المتراجحة بأخذ صور الأطراف

أولاً :

السؤال الأول :

1) للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

2) للتابع قيمة حدية كبرى

$f(1)=1$

3) نلاحظ من جدول التغيرات :

$f(1)=1 \qquad f'(1)=0$

ومنه معادلة المماس :

$y-y_0 = f'(x)(x-x_0)$

$y-1=0 \Rightarrow y=1$

السؤال الثاني :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$$

لدينا :

$$1.95 \leqslant f(x) \leqslant 2.05$$

$$1.95 \leqslant \frac{2x+1}{x-1} \leqslant 2.05$$

بإجراء قسمة إقليدية للتابع :

$$\begin{array}{r|l} 2x+1 & x-1 \\ 2x-2 & 2 \\ \hline 3 & \end{array}$$

ومنه :

$$1.95 \leqslant 2+\frac{3}{x-1} \leqslant 2.05$$

$-0.06-$

$$-0.05 \leqslant \frac{3}{x-1} \leqslant 0.05$$

لدينا

$$\frac{3}{x-1} \leqslant 0.05$$

$$\frac{x-1}{3} \geqslant 20$$

$x-1 \geqslant 60 \Rightarrow x \geqslant 61$

$x > A$

ومنه $A=61$

السؤال الثالث :

$\ln(x-1)=\ln x-\ln(x+1)$

شرط الحل : $x>1$

$$\ln(x-1)=\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

ومنه نجد

$$x-1=\frac{x}{x+1}$$

$x^2-1=x$

$x^2-x-1=0$

$\Delta=b^2-4ac=1+4=5$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$

ومنه حلول المعادلة :

$x_1=\frac{1-\sqrt5}{2}$ مرفوض

$x_2=\frac{1+\sqrt5}{2}$ مقبول

1

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

نموذج امتحاني لمادة الرياضيات /١/ النموذج
دورة ٢٠٢٠ / الدورة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية (١٠٪ لكل سؤال)

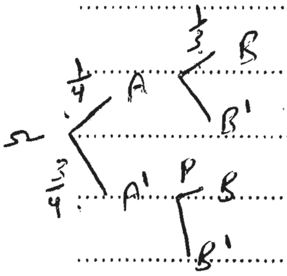
السؤال الأول: احسب كلاً مما يأتي؟

أ) $\lim_{x\to+\infty}\left(x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$ ب) $\int_1^e \ln x \, dx$

السؤال الثاني: حل في C المعادلة؟

$$z^2-2(\cos\alpha)z+1=0$$

السؤال الثالث: ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور.
كيف نختار قيمة p حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً.



السؤال الرابع: a عدد حقيقي، و f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=ax^3+3x^2+3x$ عين قيمة a
ليكون للتابع f مماس أفقي عند $x=1$ ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية؟ (٦٠٪ لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن $(x_n)_{n\ge0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقات

$$x_{n+1}=\frac{6}{5}x_n+\frac{4}{5} \qquad x_0=5$$

١) نعرف $(y_n)_{n\ge0}$ بالعلاقة $y_n=x_n+4$ أثبت أن $(y_n)_{n\ge0}$ متتالية هندسية

٢) أكتب y_n بدلالة n

التمرين الثاني: ليكن z عدداً عقدياً ما وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد أثبت أن $\frac{w\bar{z}-z}{1-w}$ تخيلي بحت

التمرين الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق

$$\|\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC}\|=\|3\vec{MA}-\vec{MB}-\vec{MD}-\vec{MC}\|$$

التمرين الرابع: ليكن f التابع المعرف على $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ وفق $f(x)=\frac{4x^2-5x+1}{x+3}$

١) جد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+3}$ أياً كان x من D

٢) احسب $I=\int_2^0 f(x)\,dx$

١٠٠

الصفحة الأولى

يتبع

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

ثالثاً : حل المسألتين التاليتين (١٠٠ لكل مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(x) = \ln(e^{2x} - e^{x} + 1)$

1) اثبت أن f معرف على $\mathbb{R}$

2) اثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x$ مقارب لـ C عند $+\infty$

3) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

4) اكتب معادلة المماس الموازي لـ $x'x$.

5) ارسم كلاً من المماس والمقارب ثم ارسم C في المعلم ذاته.

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$:

1) اثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي ABC

2) اثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته

3) احسب بعد D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $|DABC|$

4) اوجد معادلة المستوي P العمودي على المستوي ABC ومار بالنقطتين $E(0,1,1)$ و $F(1,0,1)$

5) اوجد معادلة المستوي Q العمودي على P و ABC ومار بالنقطة $G(1,1,1)$

انتهت الأسئلة

-١٠٠٨-

الصفحة الثانية.