النسبية الخاصة

سؤال ما فرضيات نظرية أينشتاين ؟

الحل

① سرعة انتشار الضوء بالخلاء هي نفسها في جميع جمل المقارنة $C = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

② القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية

أ. محمد إدريس

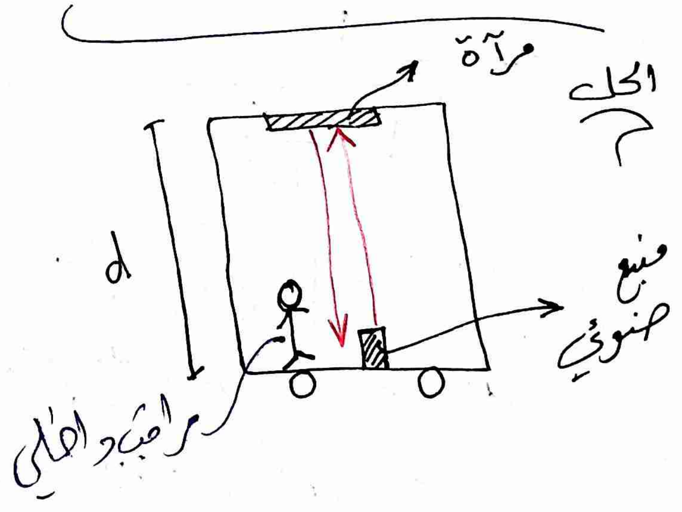
سؤال قطار يسير بسرعة ثابتة v مثبت على سقفه مرآة ترتفع d عن المنبع الضوئي أسفل القطار

① استنتج الزمن اللازم لعودة الومضة للمنبع بالنسبة لمراقب داخلي

② استنتج زمن عودة الومضة للمنبع بالنسبة لمراقب داخلي

③ استنتج عامل التمدد γ (معامل لورنز) وماذا تستنتج

الحل



أ. محمد إدريس

مسافة الضوء $2d$ $\begin{cases} d = \text{ذهاب} \\ d = \text{رجوع} \end{cases}$

①

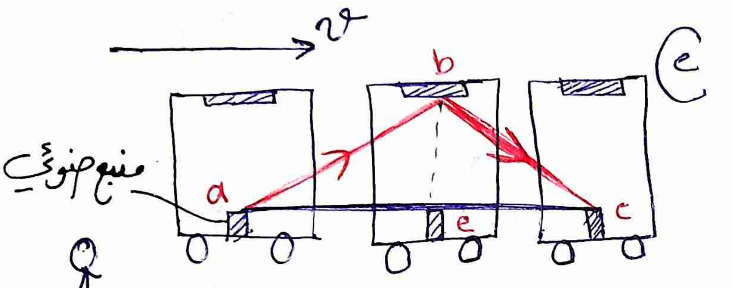
الزمن = المسافة / السرعة

$$\boxed{t_0 = \frac{2d}{C}}$$

ومنها نعزل d

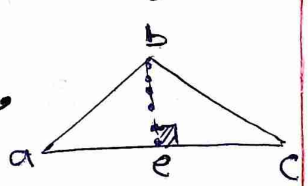
$$d = \frac{t_0 \cdot C}{2}$$

②



$\boxed{ab+bc}$ المسافة هي للضوء

$\triangle abc$ مثلث متساوي الساقين



$\triangle abe$ طبوق على $\triangle bec$

$$\Rightarrow \boxed{ab = bc}$$

السرعة = المسافة / الزمن

$$C = \frac{ab+bc}{t}$$

$$C = \frac{2ab}{t}$$

$$\Rightarrow \boxed{ab = \frac{C \cdot t}{2}}$$

لاحظ مراقب الخارجي أنّ المنبع

انتقل من a إلى c بسرعة العربة c

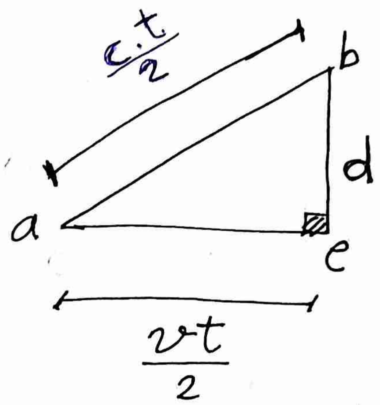
خلال زمن t

$$v = \frac{ac}{t} = \frac{ae+ec}{t}$$

ae = ec
لأن be
متوسط
ومنصف
ومحور

$$v = \frac{2ae}{t}$$

$$ae = \frac{v.t}{2}$$



حسب فيثاغورث

$$ab^2 = ae^2 + be^2$$

$$\frac{c^2.t^2}{4} = \frac{v^2.t^2}{4} + d^2$$

$$\frac{c^2.t^2}{4} - \frac{v^2.t^2}{4} = d^2$$

عامل مشترك $\frac{t^2}{4}(c^2 - v^2) = d^2$

نعزل $t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{(c^2-v^2)}$

نجذر $\Rightarrow \boxed{t = \frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}}$

③ نقسم الزمن t على t_0

$$\gamma = \frac{t}{t_0} = \frac{\frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}}{\frac{2d}{c}}$$

$$\gamma = \frac{\frac{1}{\sqrt{c^2-v^2}}}{\frac{1}{c}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{c^2-v^2}} \times \frac{c}{1}$$

$$\gamma = \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

$$= \frac{c}{\sqrt{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

عامل مشترك

$$= \frac{\cancel{c}}{\cancel{c}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

نستنتج $\boxed{c > v} \Rightarrow \boxed{\gamma > 1}$

ومنه الزمن يتمدد عند حركته $\boxed{t > t_0}$

أي الزمن يتباطئ

تمرين: بفرض أن أخوين توأمين أحدهما رائد فضاء طار بسرعة قريبة من سرعة الضوء

$$v = \frac{\sqrt{899}}{30} \cdot c$$

وبقي رائد الفضاء في رحلته سنة واحدة وفق ميقاتيته. احسب لنا الزمن الذي انتظره أخوه التوأم ليعود الرائد من رحلته.

الحل:

مراقب داخلي: الزمن الذي سجله رائد الفضاء $t_0 = 1$ year

أخوه الذي بقي على الأرض (مراقب خارجي): الزمن الذي سجله المراقب الخارجي $t = ?$

$$\boxed{t = \gamma \cdot t_0}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\frac{899}{900}c^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{899}{900}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{900}{900} - \frac{899}{900}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\frac{1}{30}} = 30 \text{ year}$$

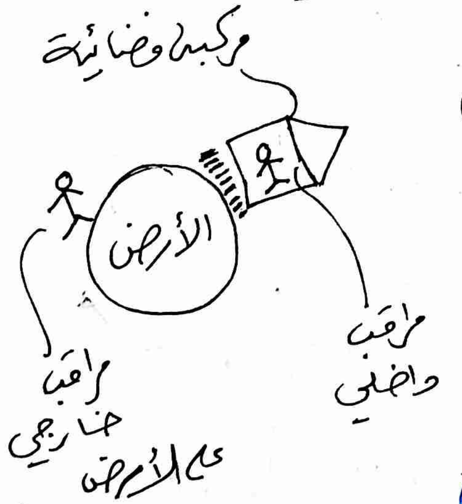
$$\boxed{t = \gamma \cdot t_0}$$

$$t = 30 \times 1 = 30 \text{ year}$$

سؤال: استنتج المعادلة المعبرة عن تقلص الأطوال الخاصة بالنظرية النسبية؟

[برهن أن الطول ينكمش (يتقلص) عند الحركة بسرعة قريبة من سرعة الضوء]

الحل:



انطلقت مركبة فضائية من الأرض إلى الشمس بسرعة ثابتة v

سجل المراقب الخارجي (على الأرض) المسافة بين الأرض والشمس L_0 والزمن للرحلة t

أ. محمد إدريس

الزمن × السرعة = المسافة

$$\boxed{L_0 = v \cdot t}$$

سجل المراقب الداخلي (رائد الفضاء) المسافة بين الأرض والشمس L والزمن للرحلة t_0

$$\boxed{L = v \cdot t_0}$$

ننسب المراقب الخارجي على الداخلي

$$\frac{L_0}{L} = \frac{v \cdot t}{v \cdot t_0} = \frac{t}{t_0} = \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{L_0}{L} = \gamma$$

نعزل L $\Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$ $\quad \gamma > 1$

v و γ طردي

γ و L عكسي

أ. محمد إدريس

$\Rightarrow L < L_0$

ومنه تقلصت المسافة

ملاحظة

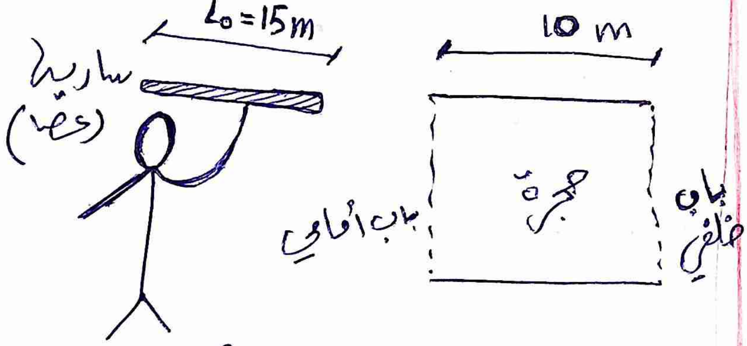
بالنسبة لطول المركبة

L هو طول المركبة بالنسبة لمراقب خارجي

L_0 هو طول المركبة بالنسبة لمراقب داخلي

$$L < L_0$$

سؤال: (تطبيق السارية والحجرة)



روبوت يحمل سارية (عصا) طولها وهي ساكنة $L_0 = 15m$ يتحرك بسرعة أفقية $v = 0,75C$ وأمامه حجرة لها باب أمامي وباب خلفي يبعدان $10m$ عن بعضهما

هل يمكن أن تعبر السارية الحجرة بأمان إذا أغلق المراقب الباب الأمامي والخلفي وفتحهما آنياً

$\sqrt{0,4375} \simeq 0,66$

أ. سعد الزليس

الحل: نحسب طول الساريه أثناء الحركة

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}} \qquad \boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}75c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}75^2}}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 75\times \\ \hline 375 \\ 5250+ \\ \hline 5625 \end{array}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (75\times10^{-2})^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - 5625\times10^{-4}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}5625}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{0{,}4375}}$$

$$\gamma = \frac{1}{0{,}66}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{15}{\frac{1}{0{,}66}} = 15 \times \frac{0{,}66}{1}$$

$$L = 990\times10^{-2} = 9{,}9\ m$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 15\times \\ \hline 330 \\ 660+ \\ \hline 990 \end{array}$$

$$L < L_0$$

$$9{,}9 < 10$$

يمكن للسارية أن تعبر بأمان

سؤال هام

انطلاقاً من العلاقة

$$\boxed{m = \gamma \cdot m_0}$$

استنتج العلاقة المعبرة عن الطاقة الكلية بالنظرية النسبية $E = m \cdot c^2$

(برهن أن الكتلة تكافئ الطاقة في النظرية النسبية)

الحل:

$m = \gamma \cdot m_0$

m: كتلة جسم أثناء الحركة

m_0: كتلة جسم أثناء سكون

$$\Delta m = m - m_0$$

$$= \gamma \cdot m_0 - m_0$$

$$\Delta m = m_0(\gamma - 1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow \Delta m = m_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$$

$$= m_0\left(\frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - 1\right)$$

أ. سعد الزليس

أ. سعيد إدريس

$$\Delta m = m_0\left(\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right)$$

دستور التقريب

$$(1+\varepsilon)^n \simeq 1+n\varepsilon$$

بشرط $\varepsilon \ll 1$

$$\boxed{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{v^2}{c^2}}$$

$v \ll c$

ومنه

البسط أصغر من المقام

$$\frac{v^2}{c^2} \ll 1$$

$$\Delta m = m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}-1\right)$$

$$= m_0\left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

نرتب

$$= \frac{\frac{1}{2}m_0 v^2}{c^2}$$

$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

c^2 سرعة الضوء ثابتة

$\boxed{\Delta m , E_k \text{ طردي}}$

$$\boxed{\Delta m = m - m_0}$$

$$m - m_0 = \frac{E_k}{c^2}$$

$\times c^2$

$$mc^2 - m_0c^2 = E_k$$

$$\boxed{\underbrace{mc^2}_{\text{طاقة كلية}} = \underbrace{m_0 c^2}_{\text{طاقة سكونية}} + \underbrace{E_k}_{\text{الطاقة الحركية}}}$$

$\boxed{E = m c^2}$ الطاقة الكلية

$\boxed{E_0 = m_0 c^2}$ الطاقة السكونية

$\boxed{E_k = E - E_0}$ الطاقة الحركية

ومنه $\boxed{E = E_0 + E_k}$

سؤال

يتحرك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركية $27\times10^{-16}\ J$

1. أحسب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة طاقته الحركية
2. أحسب طاقته السكونية

$c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

$m_e = 9\times10^{-31}\ kg$

أ. سعيد إدريس

الحل

$\Delta m = ?$ الزيادة

أ. محمد إدريس

$E = E_k + E_0$

كلية حركية سكونية

① $E_k = E - E_0$

$= mC^2 - m_0 . C^2$

$E_k = C^2 (m - m_0)$

$E_k = C^2 . \Delta m$

$\Delta m = \frac{E_k}{C^2} = \frac{27 \times 10^{-16}}{9 \times 10^{16}}$

$\Delta m = 3 \times 10^{-16} \times 10^{-16}$

$\boxed{\Delta m = 3 \times 10^{-32}}$ kg الزيادة هي

كل m_e تزداد إلى 3×10^{-32}

كل 100 تزداد إلى x

$x = \frac{100 \times \cancel{3} \times 10^{-32}}{\cancel{9} \times 10^{-31}}$

$x = \frac{100}{3} \times 10^{-1} = \frac{10}{3} = 3,\bar{3}$

وكنسبة 3,33 %
kg

② $E_0 = m_0 . C^2$ سكونية

$= 9 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{+16}$

$= 81 \times 10^{-15}$ J

سؤال: متى تؤول العلاقات في الميكانيك النسبي إلى العلاقات في الميكانيك الكلاسيكي

الحل

من أجل السرعات الصغيرة جداً أمام سرعة الضوء $v \lll C$

سؤال: انطلاقاً من علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك النسبي استنتج علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي من أجل السرعات الصغيرة

الحل

سرعات صغيرة $\Leftarrow v \lll C \Leftarrow \frac{v^2}{C^2} \lll 1$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{C^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{C^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

سؤال هام: انطلاقاً من علاقة كمية الحركة بالميكانيك النسبي استنتج كمية الحركة كلاسيكياً

$$P = m \cdot v$$

$$\boxed{m = \gamma \cdot m_0} \quad P = \gamma \cdot m_0 \cdot v$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{-1}{2}} = 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

حسب دستور التقريب

$$\Rightarrow P = \left(1+\underbrace{\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}}_{}\right) \cdot m_0 \cdot v$$

يهمل لأن $\boxed{v \lll c}$

$$P = (1+0)\, m_0 \cdot v$$

$$\boxed{P = m_0 \cdot v}$$

$$\frac{v^2}{c^2} \lll 1 \Leftarrow v \lll c$$

$\Leftarrow$ نطبق دستور التقريب

$$(1+\varepsilon)^n = 1 + n \cdot \varepsilon$$

بشرط $\varepsilon \lll 1$

$$\gamma = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{-1}{2}} = \boxed{1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}}$$

$$E_k = E - E_0$$

$$= mc^2 - m_0 \cdot c^2$$

$$= \gamma m_0 \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 \qquad \boxed{m = \gamma \cdot m_0}$$

$$= m_0 \cdot c^2 [\gamma - 1]$$

$$= m_0 \cdot c^2 \left[\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - \cancel{1}\right]$$

$$= m_0 \cdot \cancel{c^2} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{\cancel{c^2}}\right]$$

$$= m_0 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot v^2\right]$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2}$$

أ. محمد إدريس

تعلّمت

- ينتشرُ الصّوتُ في الخلاء بالسّرعة نفسِها $c = 3 \times 10^8 \mathrm{m.s^{-1}}$ في جميعِ جملِ المقارنة، وهذه هي الفرضيّة الأولى لأينشتاين.
- القوانينُ الفيزيائيّة تبقى نفسَها في جميعِ جملِ المقارنةِ العطاليّة، وهي الفرضيّة الثانية لأينشتاين.
- عندما يكونُ جسمٌ متحرّكاً بالنسبة لجملةِ مقارنةٍ فإنّ زمنه يتمدّدُ وفقَ قياسِ جملةِ المقارنةِ تلك

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ , \gamma > 1 \ , \ t = \gamma t_0$$

- عندما يكونُ جسمٌ متحرّكاً بالنسبةِ لجملةِ مقارنةٍ فَإنَّ طولَهُ يتقلّصُ وفقَ قياسِ جملةِ المقارنةِ تلك

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

- عندما يكونُ جسمٌ متحرّكاً بالنسبةِ لجملةِ مقارنةٍ فإنّ كتلته تزدادُ وفقَ قياسِ جملةِ المقارنةِ تلك

$$m = \gamma m_0$$

- إنّ الطاقةَ الكليّة في الميكانيك النسبيّ هي مجموعُ الطاقة السكونيّة والطاقة الحركيّة.
- إذْ: الطاقة السكونيّة: $E_0 = m_0.c^2$ الطاقة الحركيّة: $E_k = E - E_0$ الطاقة الكليّة: $E_k = mc^2$
- تؤوّلُ العلاقاتُ في الميكانيك النسبيّ إلى العلاقات في الميكانيك الكلاسيكيّ من أجل السّرعات الصغيرة جدّاً أمامَ سرعة الضوء في الخلاء.

أختبر نفسي

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

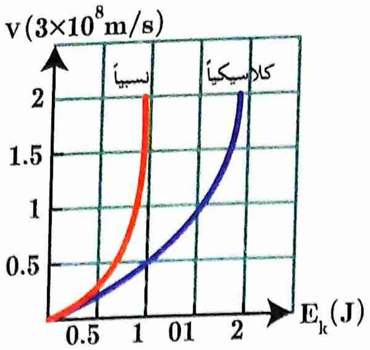
1. أفترضُ أنّ صاروخين في الخلاء يتحرّكُ كلٌّ منهما نحوَ الآخر بسرعةٍ قريبةٍ من سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء، وفي لحظةٍ ما أضاء الصاروخُ الأوّلُ مصابيحه، إنّ سرعةَ ضوء الصاروخِ الأول بالنسبةِ للصاروخ الثاني هي:

$\boxed{\text{a. } c}$ b. أكبر من c c. أصغر من c d. معدومة

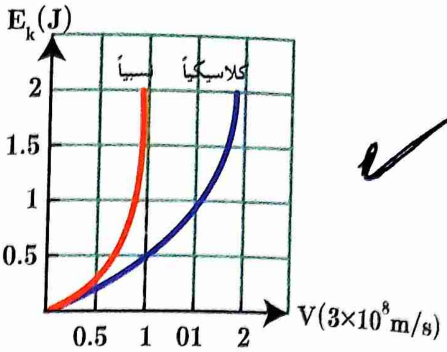
2. أفترضُ أنّ طاقمَ سفينةِ فضاءٍ تطيرُ بسرعةٍ قريبةٍ من سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء يشاهدون تسجيلاً لمباراة كرة قدمٍ مدّتُها ساعةٌ ونصفٌ، ويتابعُهم مراقبٌ أرضيٌّ بتلسكوبٍ دقيقٍ جدّاً، فيرى مدّة المباراة:

a. هي نفسها. $\boxed{\text{b. أكبر}}$ c. أصغر   d. معدومة

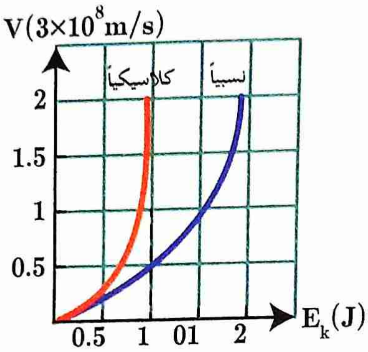
3. المنحني البيانيّ الذي يمثّل العلاقة بين الطاقة الحركيّة لجسمٍ ما، وسرعته هو:



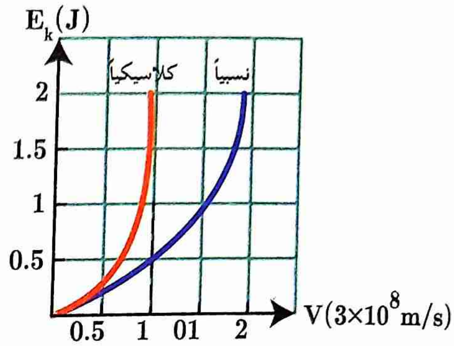
.b



.a



.d



.c

ثانياً: أجبْ عن السؤالين الآتيين:

1. يحاولُ العلماءُ عندَ دراستهم خصائصَ الجسيماتِ تحريكَها بسُرعاتٍ كبيرةٍ جداً باستخدام المسرّعات، هل يمكنُ أنْ تصلَ سرعةُ هذه الجسيماتِ إلى سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء تماماً؟ لماذا؟
2. يقفُ جسمٌ ساكنٌ عند مستوٍ مرجعيّ (سطح الأرض مثلاً)، ما قيمةُ طاقتهِ الحركيّة عندئذٍ؟ وما قيمةُ طاقته الكامنة الثقاليّة بالنسبة للمستوي المرجعيّ؟ هل طاقتُهُ الكليّةُ النسبيّة معدومة؟ ولماذا؟

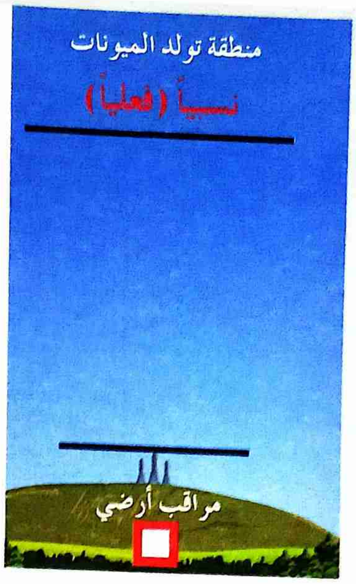
ثانياً: حُلَّ المسائلَ الآتيةَ:

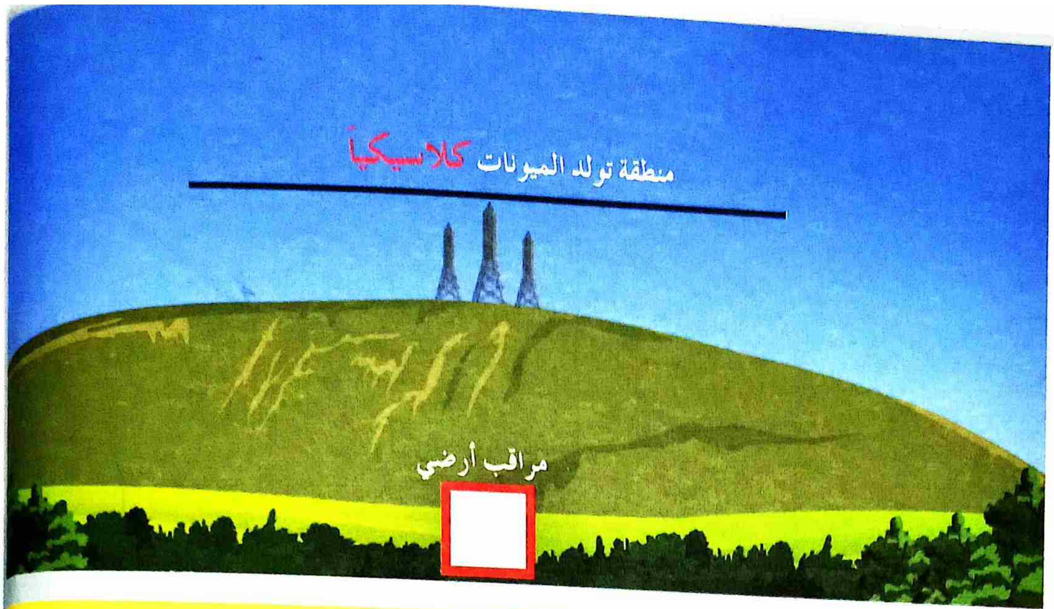
المسالة الأولى:

درسَ العلماءُ جسيماتِ الميونات (وهي جسيماتٌ أوليّة) في المختبر فوجدوا أنّها تتحلّلُ إلى جسيماتٍ أخفَّ منها خلالَ زمن $2.2\ \mu s$.

المطلوب:

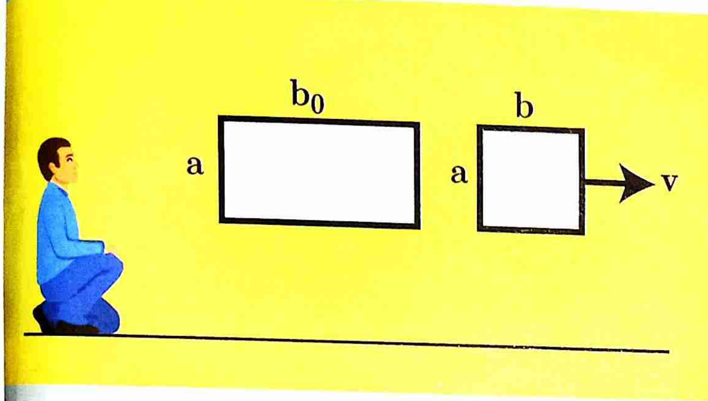
1. رصدت الميونات بدايةً قربَ سطح الأرض، أحسبْ أقصى ارتفاعٍ عن سطحِ الأرضِ يمكنُ أن تكونَ قد تولّدت عنده وفق القوانين الكلاسيكيّة؟ إذا علمت أن سرعتها $0.995\,c$.
2. أرسلَ العلماءُ بعدئذٍ مناطيدَ تحملُ كواشفَ لهذه الميونات، فوجدوها على ارتفاعاتٍ أعلى بكثيرٍ من الارتفاع المحسوب كلاسيكيّاً، فأخذوا بعين الاعتبار- تباطؤَ الزمنِ وفقَ النظريّة النسبيّة الخاصّة، احسب الزمنَ الذي تستغرقُهُ هذه الميونات في رحلتها وفق القوانين النسبيّة بالنسبة لمراقبٍ ساكنٍ على سطح الأرض. (باعتبار $\sqrt{0.009975} \approx 0.1$)، ثمّ احسبْ أقصى ارتفاعٍ عن سطح الأرضِ (بالنسبة لمراقبٍ ساكنٍ على الأرض) يمكنُ أن تكونَ قد تولّدت عنده هذه الميونات.
3. حدّدْ زمنَ الرحلةِ ومسافَتها اللذينِ يسجّلهما مراقبٌ إذا تحرّك مع هذه الميونات.





المسألة الثانية:

جسمٌ مستطيلُ الشكلِ طولُه وهو ساكن b_0 يساوي ضعفي عرضه a، يتحرّك هذا الجسمُ بحيثُ يكونُ طولُه موازياً لشعاع سرعته $\vec{v}$ بالنسبة لمراقبٍ في الجملة الساكنة، فيبدو له مربّعاً، احسبْ قيمةَ سرعة الجسم.



المسألة الثالثة:

يتحرّكُ إلكترونٌ بسرعة، $\frac{2\sqrt{2}}{3}c$

المطلوب: احسب كميّة حركةِ الإلكترون وفقَ قوانينِ الميكانيك الكلاسيكي، ثمّ وفقَ الميكانيك النسبيّ، أيُّهما الأصحُّ برأيك؟

$c = 3 \times 10^{8}\,m.s^{-1}$ $\quad m_0 = m_e = 9 \times 10^{-31}\,Kg$
كتلة سكونية للإلكترون

المسألة الرابعة :

تبلغُ الكتلةُ السكونيّةُ لبروتون $mp = 1.67 \times 10^{-27}$ kg، وطاقتُه الكليّة تساوي ثلاثةَ أضعافِ طاقتِهِ السكونيّة.

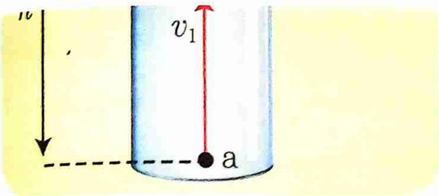
المطلوب: احسب كلّ من طاقته السكونيّة، وطاقته الحركيّة في الميكانيك النسبيّ، وكتلته في الميكانيك النسبيّ.

تفكير ناقد

في الميكانيك الكلاسيكي إذا تضاعفت كمية حركة جسيم ما فإنّ طاقته الحركية تزداد أربعة أضعاف، فهل يتحقق ذلك في الميكانيك النسبي؟ وضّح ذلك.

أبحث أكثر

تُطبّقُ النسبيّة الخاصّة (المقيّدة) في حالة انعدام التسارع، أبحثُ في النسبيّة العامّة وما قدّمته من تفسيرٍ للجاذبيّة الكتليّة.



المسألة (8): عاشر

تخيّل أنّ مركبة فضاء لها شكل مستطيل تقوم برحلة إلى نجم "الشعرى" وفق مسار مستقيم، بحيث يكون شعاع سرعة المركبة دوماً موازياً لطول المركبة، فتسجّل أجهزة المركبة المسافرة القياسات الآتية:

طول المركبة: $100\,m$ ، عرض المركبة: $25\,m$ ، المسافة المقطوعة: 4 سنة ضوئيّة، زمن الرحلة: $\frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة، وتسجّل أجهزة المحطّة الأرضيّة قياساتها لتلك الرحلة باستخدام تيلسكوب دقيق،

احسب كلّاً من سرعة المركبة وطولها وعرضها في أثناء الرحلة، والمسافة التي قطعتها وزمن الرحلة وفق قياسات المحطّة الأرضيّة.

(سرعة الضوء في الخلاء $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$)

المسألة (9): عاشر

إذا علمت أنّ الكتلة السكونيّة للبروتون $1.67 \times 10^{-27}\ kg$ ، وفي أحد التجارب كانت طاقته الكلّيّة تساوي ثلاثة أضعاف طاقته السكونيّة.

المطلوب:

1. احسب الطّاقة السكونيّة للبروتون مقاسة بالإلكترون فولط.
2. احسب سرعة البروتون في هذه التجربة.
3. احسب الطّاقة الحركيّة لهذا البروتون.
4. احسب كمّيّة الحركة له.
5. باعتبار كمّيّة الحركة P والطّاقة السّكونيّة E_0 والطّاقة الكُلّيّة E استنتج أنّ: $E^2 = P^2C^2 + E_0^2$ ، ثمّ تأكّد من ذلك حسابيّاً بالنسبة للبروتون المدروس في هذه التجربة.

(سرعة الضّوء في الخلاء $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$)

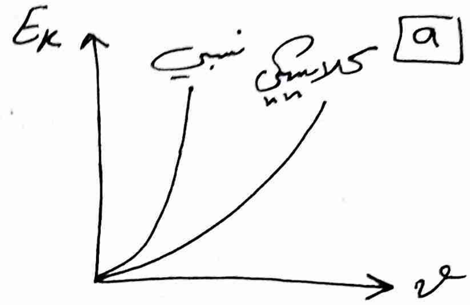
حل اختبر نفسي :

أولاً

① C لأن سرعة الضوء هي نفسها في جميع حيل المقارنة ((فرضية أينشتاين الأولى))

② أكبر [لأن الزمن يتمدد]

③ a



ثانياً

① لا يمكن

لأنه كلما اقتربت سرعته من سرعة الضوء زادت الكتلة وبالتالي سيحتاج لقوة أكبر لدفعه وإذا تناهت السرعة إلى سرعة الضوء فيحتاج لقوة لانهائية وهذا غير ممكن

$\boxed{v = c}$ $\boxed{m = \gamma \cdot m_0}$

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$$

$$m = \infty \cdot m_0$$

---

②

$E_K = 0 \Leftarrow v = 0$

$E_p = 0 \Leftarrow h = 0$

$E = E_K + E_0$

$E = 0 + m_0 \cdot c^2$

$E = m_0 \cdot c^2$

$\boxed{m_0 \cdot c^2 \neq 0}$

ملاحظات ومسائل

① معامل لورنتز (معامل التمدد)

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

$c = 3 \times 10^8 \; m \cdot s^{-1}$

② تمدد الزمن [تباطؤ]

$$\boxed{t = \gamma \cdot t_0}$$

t: بعد التمدد (مراقب خارجي)

t_0: قبل التمدد (مراقب داخلي)

مركبة فضائية (رائد فضاء) ← مراقب داخلي

محطة أرضية ← مراقب خارجي

t و t_0 زمن الرحلة

تقلص الأطوال

أ. محمد إدريس

(٣)

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}}$$

L_0: قبل التقلص (مراقب داخلي)

L: بعد التقلص (مراقب خارجي)

L و L_0 طول المركبة

(٤) تقلص المسافة

$$\boxed{L' = \frac{L'_0}{\gamma}}$$

L'_0: قبل التقلص (مراقب خارجي)

L': بعد التقلص (مراقب داخلي)

L'_0 و L' المسافة

يتقلص الطول الموازي لشعاع السرعة

(٥) ازدياد الكتلة

$$\boxed{m = \gamma \cdot m_0}$$

m: عند الحركة، m_0: عند السكون

(٦) $E = mc^2$ كلية

$E = E_K + E_0$ (كلية = حركية + سكونية)

(٧) $E_0 = m_0 . c^2$ طاقة سكونية

$P = m.v$ كمية الحركة

$E_K = E - E_0$ حركية

مراقب داخلي:
- رائد فضاء
- مركبة فضائية
- بروتون
- الكترون

المسألة ١١ درس

$t_0 = 2.2\ \mu sec = 2.2\times10^{-6}\ sec$

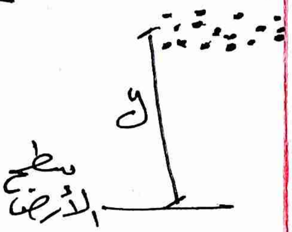
$v = 0.995\,c$

$(0.995)^2 \simeq 0.99$

(١) $v = 0.995 \times 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

$\boxed{\text{الزمن} \times \text{السرعة} = \text{المسافة}}$ كلاسيكياً

$y = v \times t_0$ ← زمن قبل التمدد



$y = 0.995\times3\times10^{8}\times2.2\times10^{-6}$

$= 2.985\times10^{8}\times2.2\times10^{-6}$

$= 6.567\times10^{8}\times10^{-6}$

$y = 6.567\times10^{2} = \boxed{656.7}\ m$

هذا الارتفاع ليس الارتفاع الفعلي للميونات عن سطح الأرض بالنسبة لمراقب خارجي

(إذاً هنا خطأ لأن سرعة الميونات قريبة من سرعة الضوء فلا يصح تطبيق القوانين الكلاسيكية)

أ. محمد إدريس

ج) يحسب الارتفاع الفعلي نسبياً

$$\boxed{t = \gamma \cdot t_0}$$ زمن الرحلة

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0,995c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0,99c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,99}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{100}{100}-\frac{99}{100}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{100}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10$$

$$\boxed{t = \gamma \cdot t_0}$$

$$= 10 \times 2,2 \times 10^{-6}$$

تباطؤ $t = 22 \times 10^{-6}$ sec

$t > t_0$ ← تمدد الزمن

الارتفاع الفعلي y

المسافة = السرعة × الزمن

$$y = v \times t$$

$$= 0,995 \times 3 \times 10^{8} \times 22 \times 10^{-6}$$

$$= 2,985 \times 22 \times 10^{2}$$

$$y = 65,67 \times 10^{2}$$

$$\boxed{y = 6567}\ m$$

ب) المراقب قاعد مع الميونات بالرحلة

← مراقب داخلي

← زمنها t_0

$$t_0 = 2,2 \times 10^{-6}\ sec$$

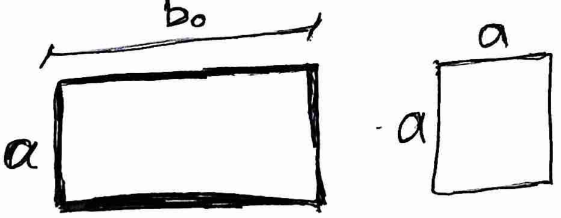
المسافة التي يسجل المراقب

L' مراقب داخلي $= \frac{L_0'}{\gamma}$ — مراقب خارجي

$$= \frac{6567}{10} = 656,7\ m$$

المسائل 2 درس

v اتجاه السرعة مواز للطول



نفرض a

$l_0 = b_0 = 2a$ الطول وهو ساكن

$L = b = a$ الطول وهو متحرك

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \qquad b = \frac{b_0}{\gamma}$$

أ. محمد إدريس

$C = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

$v = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 3\times10^{8}$

$v = \frac{3\sqrt{3}}{2}\times10^{8}\ m.s^{-1}$

المسألة $\boxed{3}$ درس

$v = \frac{2\sqrt{2}}{3}C$ $\quad C = 3\times10^{8} m/s$

كتلة سكونية للإلكترون $m_0 = m_e = 9\times10^{-31}\ kg$

$v = \frac{2\sqrt{2}}{3}\times3\times10^{8} = 2\sqrt{2}\times10^{8}\ m/s$

كلاسيكي $P = m_0 . v = 9\times10^{-31}\times2\sqrt{2}\times10^{8}$

$= 18\sqrt{2}\times10^{-23}\ kg.m.s^{-1}$

نسبيا $P = m.v = \gamma.m_0.v$

m تزداد نسبياً عند حركة الإلكترون بسرعة قريبة من سرعة الضوء

$\boxed{m = \gamma.m_0}$

نحسب γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{4\times2}{9}C^2}{C^2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8}{9}}}$$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma}$$

$$1 = \frac{2}{\gamma}$$

$$\boxed{\gamma = 2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}}$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}}$$

نربع

$$4 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{C^2}}$$

$$1 = 4\left(1-\frac{v^2}{C^2}\right)$$

$$1 = 4 - 4.\frac{v^2}{C^2}$$

$$4.\frac{v^2}{C^2} = 4-1$$

$$4.\frac{v^2}{C^2} = 3$$

$$v^2 = \frac{3.C^2}{4}$$

نجذر

$$\boxed{v = \frac{\sqrt{3}.C}{2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{9}-\frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$P_{\text{نسبياً}} = \gamma . m_0 . v$

$= 3 \times 9 \times 10^{-31} \times 2\sqrt{2} \times 10^{8}$

$= 27 \times 10^{-23} \times 2\sqrt{2}$

$= 54\sqrt{2} \times 10^{-23}$ $kg.m.s^{-1}$

$P_{\text{نسبياً}} > P_{\text{كلاسيكي}}$

P نسبياً هو الأصح لأن الإلكترون يتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء

المسألة 4 دروس

$m_0 = m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg

$E = 3E_0$ الكلية — $c = 3 \times 10^{8}\ m.s^{-1}$

$\boxed{E_0 = m_0 . c^2}$ الطاقة السكونية

$= 1,67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$

$= 15,03 \times 10^{-11}$ J

$\boxed{E_K = E - E_0}$

$= 3E_0 - E_0$

$E_K = 2E_0 = 2 \times 15,03 \times 10^{-11}$

$= 30,06 \times 10^{-11}$ J

$\boxed{E = m.c^2}$ الطاقة الكلية

$m = \frac{E}{c^2} = \frac{3E_0}{c^2}$

$\boxed{E_0 = m_0 . c^2}$

$m = \frac{3 . m_0 . c^2}{c^2}$

$m = 3m_0 = 3 \times 1,67 \times 10^{-27}$

$= 5,01 \times 10^{-27}$ kg

المسألة 8 عامّة مركبة (مراقب داخلي)

$L_0 = 100$ m طول المركبة

$d_0 = 25$ m عرض المركبة

$L' = 4$ سنة ضوئية المسافة المقطوعة

$t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة زمن الرحلة

المطلوب:

قياسات المحطة الأرضية (مراقب خارجي)

$L = ?$ طول المركبة

$d = ?$ عرض المركبة

$L'_0 = ?$ المسافة المقطوعة

$t = ?$ زمن الرحلة

$v = ?$ سرعة المركبة

$$\text{سرعة المركبة} = \frac{\text{مسافة مقطوعة}}{\text{زمن رحلة}}$$

$$\boxed{v = \frac{L'}{t_0}} = \frac{4\ \text{سنة ضوئية}}{\frac{8}{\sqrt{3}}}$$

$$v = \frac{4c}{\frac{8}{\sqrt{3}}} = \frac{c}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

حساب γ

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{3}{4}c^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

طول المركبة بالنسبة لمراقب خارجي

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}} = \frac{100}{2} = 50m$$

$$L < L_0$$

(تقلص طول المركبة بالنسبة لمراقب خارجي)

عرض المركبة $d = d_0 = 25m$

[لا يتغير عرض المركبة لأن المركبة تتحرك بسرعة موازية للطول]

ملاحظة هامة

$v \parallel L \Rightarrow$ يتقلص الطول ويبقى العرض نفسه

$v \parallel d \Rightarrow$ يتقلص العرض ويبقى الطول نفسه

$L'_0 = ?$ المسافة المقطوعة

$$\boxed{L' = \frac{L'_0}{\gamma}} \Rightarrow L'_0 = \gamma \cdot L'$$

$$L'_0 = 2 \times 4\ \text{سنة ضوئية}$$

$$L'_0 = 8\ \text{سنة ضوئية}$$

$$L' < L'_0$$

(تقلصت المسافة بالنسبة لمراقب داخلي)

زمن الرحلة $t = ?$

$$\boxed{t = \gamma \cdot t_0}$$

$$t = 2 \times \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}\ \text{سنة}$$

$$t > t_0$$

(تمدد الزمن)

أ. محمد إدريس

$\boxed{e = 1,6 \times 10^{-19}}$

المسائل $\boxed{9}$ خامسة

$m_0 = m_p = 1,67 \times 10^{-27}\, kg$

$C = 3 \times 10^{8}\, m.s^{-1}$

طاقة كلية $E = 3\, E_0$ طاقة سكونية

① $E_0 = ?$ (eV) الكترون فولط

رح تطلع معي بعد حسابي بالجول J

للتحويل $J \longrightarrow eV$ (نقسم على شحنة الإلكترون e)

② $v = ?$ سرعة البروتون

③ $E_k = ?$ طاقة حركية للبروتون

④ أثبت صحة العلاقة

$$E^2 \overset{?}{=} p^2 . c^2 + E_0^2$$

① $\boxed{E_0 = m_0 . c^2}$

$$= 1,67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$

$$\boxed{E_0 = 15,03 \times 10^{-11}\, J}$$

$$J \xrightarrow{\div e} eV$$

$$E_0 = \frac{15,03 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-19}}$$

$$\boxed{E_0 = 9,39 \times 10^{8}\, eV}$$

②

$$E = 3 E_0$$

$$m . c^2 = 3 . m_0 . c^2$$

$$m = 3 . m_0$$

$$\gamma . m_0 = 3 . m_0 \qquad \boxed{m = \gamma . m_0}$$

$$\boxed{\gamma = 3}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

$$3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

نربع الطرفين

$$9 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$1 = 9\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$1 = 9 - 9 . \frac{v^2}{c^2}$$

$$9 . \frac{v^2}{c^2} = 9 - 1$$

$$9 . \frac{v^2}{c^2} = 8$$

$$v^2 = \frac{8 . c^2}{9} = \frac{4 \times 2 \times c^2}{9}$$

نجذر

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3\times10^{8}$$

$$v = 2\sqrt{2}\times10^{8}\ m.s^{-1}$$

ج) $$\boxed{E_k = E - E_0}$$

$$= 3E_0 - E_0$$

$$E_k = 2E_0$$

$$E_k = 2\times 15,03\times10^{-11}$$

$$= 30,06\times10^{-11}\ J$$

د) $$\boxed{P = m.v} \qquad \boxed{m = \gamma.m_0}$$

$$P = \gamma.m_0.v$$

$$= 3\times1,67\times10^{-27}\times2\sqrt{2}\times10^{8}$$

$$= 10,02\sqrt{2}\times10^{-19}\ kg.m.s^{-1}$$

هـ) $$\boxed{E^2 = P^2.C^2 + E_0}$$

$$E = m.C \Rightarrow E^2 = m^2.c^2$$

$$P = m.v \Rightarrow P^2 = m^2.v^2$$

$$m = \gamma.m_0 \Rightarrow m^2 = \gamma^2.m_0^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

أ. محمد إدريس

$$\boxed{E_0 = m_0.c^2} \Rightarrow \boxed{E_0^2 = m_0^2.c^4}$$

الطرف الثاني $= p^2.c^2 + E_0$

$$= m^2.v^2.c^2 + m_0^2.c^4$$

$$= \gamma^2.m_0^2.v^2.c^2 + m_0^2.c^4$$

$$= \gamma^2.m_0^2.c^4\left[\frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{\gamma^2}\right]$$

عامل مشترك

$$= \gamma^2.m_0^2.c^4\left[\frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right]$$

$$= \gamma^2.m_0^2.c^4.\left[\cancel{\frac{v^2}{c^2}} + 1 - \cancel{\frac{v^2}{c^2}}\right]$$

$$= \gamma^2.m_0^2.c^4\ [1]$$

$$= \underbrace{\gamma^2.m_0^2}.c^4$$

$$= m^2.c^4$$

$= E^2 =$ الطرف الأول

2023 - 2024

أ. محمد إدريس

©