أوجد مجموعة تعريف كل من التوابع الآتية:

① $f(x) = x^2 - 3x + 1$

② $f(x) = \frac{2x-3}{x-5}$

③ $f(x) = \frac{x^2-1}{2x+1}$

④ $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

⑤ $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-1}$

⑥ $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+1}$

⑦ $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-5x}$

⑧ $f(x) = \frac{x-5}{2x^2+3x}$

⑨ $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-5x6}$

⑩ $f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x+1}$

(11) $f(x) = \dfrac{x-5}{2x^2-x-3}$

(12) $f(x) = \dfrac{x-5}{2x^2-x+3}$

(13) $f(x) = \sqrt{x}$

(14) $f(x) = \sqrt{x-1}$

(15) $f(x) = \sqrt{x+2}$

(16) $f(x) = \sqrt{3x-1}$

(17) $f(x) = \sqrt{4-2x}$

(18) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

(19) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

(20) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

(21) $f(x) = \sqrt{x^2-3x}$

(22) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 12}$

(23) $f(x) = \sin x$

(24) $f(x) = \cos x$

(25) $f(x) = |x|$

(26) $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x-1}}{x-5}$

(27) $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x-5}}$

(28) $f(x) = \dfrac{3x-1}{2-\sqrt{x+5}}$

(29) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{2x-6}$

(30) $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

(31) $f(x) = \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x}$

(32) $f(x) = 3x^2 - 1 + \sqrt{x-2}$

(33) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

(34) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|}} + \cos(3x)$

(35) $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2x - 1$

(36) $f(x) = \frac{2x-1}{|x|-1}$

(37) $f(x) = \frac{2x-1}{|x|+1}$

(38) $f(x) = \tan x$

(39) $f(x) = \cot x$

(40) $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+3)^2}$

(41) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$

(42) $f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x-5}}$

(43) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-6x+8}{x-3}}$

أوجد مجموعة تعريف كل من التوابع الآتية:

① $f(x) = x^2 - 3x + 1$

$D_f = \mathbb{R}$ (تابع صحيح f)

② $f(x) = \frac{2x-3}{x-5}$

f معرف عندما: $x - 5 \neq 0$

$x \neq 5$

$D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

$=]-\infty, 5[\cup]5, +\infty[$

③ $f(x) = \frac{x^2-1}{2x+1}$

f معرف عندما: $2x + 1 \neq 0$

$2x \neq -1$

$x \neq -\frac{1}{2}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

④ $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

f معرف عندما: $x^2 \neq 0$

$x \neq 0$

$D = \mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

⑤ $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-1}$

f معرف عندما: $x^2-1 \neq 0$

$x^2 \neq 1$

$x \neq -1$ $\quad$ $x \neq 1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

$=]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[$

⑥ $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+1}$

f معرف عندما: $x^2+1 \neq 0$

$x^2+1 = 0$

$x^2 = -1$

مستحيلة

$D = \mathbb{R}$

⑦ $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-5x}$

f معرف عندما:

$x^2-5x \neq 0$

$x^2-5x = 0$

$x(x-5) = 0$

$x = 0$ / $x = 5$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0, 5\}$

⑧ $f(x) = \frac{2x-5}{2x^2+3x}$

$2x^2+3x \neq 0$

$x(2x+3) = 0$

$x = 0 \quad , \quad x = -\frac{3}{2}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}, 0\}$

⑨ $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-5x-6}$

$x^2-5x-6 \neq 0$

$(x-6)(x+1) = 0$

$x = 6 \quad / \quad x = -1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 6\}$

⑩ $f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x+1}$

$x^2-2x+1 \neq 0$

$(x-1)^2 \neq 0$

$x-1 \neq 0$

$x \neq 1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

(11) $f(x) = \dfrac{x-5}{2x^2-x-3}$

$2x^2 - x - 3 \neq 0$

$2x^2 - x - 3 = 0$

$a = 2$, $b = -1$, $c = -3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1 - 4(2)(-3)$

$= 1 + 24$

$= 25$

$\sqrt{\Delta} = 5$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{+1+5}{2(2)} = \dfrac{3}{2}$

$x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{+1-5}{2(2)} = -1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, \frac{3}{2}\}$

(12) $f(x) = \dfrac{x-5}{2x^2-x+3}$

$2x^2 - x + 3 \neq 0$

$2x^2 - x + 3 = 0$

$\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$

لا حلول

$D = \mathbb{R}$

(13) $f(x) = \sqrt{x}$

$x \geq 0$

$D = [0, +\infty[$

(14) $f(x) = \sqrt{x-1}$

$x - 1 \geq 0$

$x \geq 1$

$D = [1, +\infty[$

(15) $f(x) = \sqrt{x+2}$

$x + 2 \geq 0$

$x \geq -2$

$D = [-2, +\infty[$

(16) $f(x) = \sqrt{3x-1}$

$3x - 1 \geq 0$

$3x \geq 1$

$x \geq \frac{1}{3}$

$D = [\frac{1}{3}, +\infty[$

(17) $f(x) = \sqrt{4-2x}$

$4 - 2x \geq 0$

$4 \geq 2x$

$2 \geq x$

$D =]-\infty, 2]$

(18) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

$x^2+1 \geq 0$

$x^2+1 = 0$

$x^2 = -1$

حقيقية

$D = \mathbb{R}$

(19) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

$x^2-1 \geq 0$

$x^2-1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = -1$ $\quad$ $x = 1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
معادلة	$+$	0	$-$	0	$+$		
ترابطة	محققة		غير محققة		محققة		

$D =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

(20) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

$4-x^2 \geq 0$

$4-x^2 = 0$

$x^2 = 4$

$x = -2$ $\quad$ $x = 2$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
معادلة	$-$	0	$+$	0	$-$		
ترابطة	غير محققة		محققة		غير محققة		

$D = [-2, 2]$

(21) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$

$x^2 - 3x \geq 0$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$x = 0 \quad / \quad x = 3$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
معادلة		$+$	0	$-$	0	$+$	
متراجحة	محققة		غير محققة		محققة		

$D =]-\infty, 0] \cup [3, +\infty[$

(22) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 12}$

$x^2 - 7x + 12 \geq 0$

$(x-4)(x-3) = 0$

$x = 4 \quad / \quad x = 3$

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
معادلة		$+$	0	$-$	0	$+$	
متراجحة	محققة		غير محققة		محققة		

$D =]-\infty, 3] \cup [4, +\infty[$

(23) $f(x) = \sin x$

$D = \mathbb{R}$

(24) $f(x) = \cos x$

$D = \mathbb{R}$

(25) $f(x) = |x|$

$D = \mathbb{R}$

(26) $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x-1}}{x-5}$

يجب أن

$2x-1 \geq 0$

$2x \geq 1$

$x \geq \frac{1}{2}$

$x \in [\frac{1}{2}, +\infty[$

و كذلك

$x-5 \neq 0$

$x \neq 5$

$D = [\frac{1}{2}, +\infty[\setminus \{5\}$

(27) $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x-5}}$

يجب أن

$x-5 \geq 0$

و كذلك

$\sqrt{x-5} \neq 0$

$x-5 \neq 0$

$x-5 > 0$

$x > 5$

$D =]5, +\infty[$

(28) $f(x) = \frac{3x-1}{2-\sqrt{x+5}}$

شرط كافي | شرط ضروري

$x+5 \geq 0$ | $2-\sqrt{x+5} \neq 0$

$x \geq -5$ | $2 \neq \sqrt{x+5}$

$x \in [-5, +\infty[$ | $4 \neq x+5$

$x \neq -1$

$D = [-5, +\infty[\setminus \{-1\}$

(29) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{2x-6}$

شرط كافي | شرط ضروري

$x \geq 0$ | $2x-6 \neq 0$

$x \in [0, +\infty[$ | $x \neq 3$

$D = [0, +\infty[\setminus \{3\}$

(30) $f(x) = 2x-1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

$x \in R$ $\quad x > 0$

$D =]0, +\infty[$

(31) $f(x) = \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x}$

(2) i.p.b $\hat{}$: $x - 1 \geq 0$, $x \geq 1$

(1) i.p.b $\hat{}$: $x \geq 0$

$D = [1, +\infty[$

(32) $f(x) = \underbrace{3x^2 - 1}_{x \in R} + \underbrace{\sqrt{x+2}}_{x+2 \geq 0}$

$x \geq -2$

$D = [-2, +\infty[$

(33) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

$x \neq 0$

$D = R \setminus \{0\}$

(34) $f(x) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{|x|}}}_{|x| > 0} + \underbrace{\cos 3x}_{x \in R}$

$x \neq 0$

$D = R \setminus \{0\}$

(35) $f(x) = \underbrace{\sqrt[3]{x}}_{x \in R} + \underbrace{2x - 1}_{x \in R}$

$D = R$

(36) $f(x) = \frac{2x-1}{|x|-1}$

$|x|-1 \neq 0$

$|x| \neq 1$

$x \neq 1 \qquad x \neq -1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

(37) $f(x) = \frac{2x-1}{|x|+1}$

$|x|+1 \neq 0$

$|x| + 1 = 0$

$|x| = -1$

$D = \mathbb{R}$

(38) $f(x) = \tan x$

$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\cos x \neq 0$

$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \quad : k \in \mathbb{Z}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + \pi k\}$

(39) $f(x) = \cot x$

$f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$

$\sin x \neq 0$

$x \neq \pi k \quad : k \in \mathbb{Z}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{\pi k\}$

(40) $f(x) = \dfrac{2x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+3)^2}$

شرط الجذر: $x \geq 0$ ، $x \in [0, +\infty[$

شرط المقام: $(x-1)(x+3)^2 \neq 0$ ، $x \neq 1$ ، $x+3 \neq 0$ ، $x \neq -3$

$D = [0, +\infty[\setminus \{1, -3\}$

$= [0, +\infty[\setminus \{1\}$

(41) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x-2}}$

$\dfrac{x-1}{x-2} \geq 0$ ؛ $x - 2 \neq 0$ ، $x \neq 2$

* $x - 1 = 0$

$x = 1$

* $x - 2 = 0$

$x = 2$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
الكسر		$+$	0	$-$	‖	$+$	
المتراجحة	محققة		غير محققة		محققة		

$D =]-\infty, 1] \cup]2, +\infty[$

(42) $f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x-5}}$

$\frac{3-x}{x-5} \geq 0$

بشرط $x-5 \neq 0$

$x \neq 5$

$* \; 3-x = 0$

$x = 3$

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
معادلة		$-$	0	$+$	‖	$-$	
مراجحة	غير محققة		محققة		غير محققة		

$D = [3, 5[$

(43) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-6x+8}{x-3}}$

$\frac{x^2-6x+8}{x-3} \geq 0$

بشرط $x-3 \neq 0$

$x \neq 3$

$* \; x^2-6x+8 = 0$

$(x-4)(x-2) = 0$

$x = 4 \; / \; x = 2$

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
بسط		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
مقام		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
كسر		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
مراجحة	غير محققة		محققة		غير محققة		محققة		

$D = [2, 3[\cup [4, +\infty[$