الطوابير

Queues

المحاضرة الأولى

السنة الثالثة -إحصاء رياضي

نظرية الخدمات

مدرس المقرر د. هادية طهماز

Queueing Theory

مقدمة:

نشأت نظرية الخدمات (أو تدعى بنظرية صفوف الانتظار أو نظرية الطوابير) على يد الباحث الدنماركي ايرلنغ عام 1909 حيث قدم أول ورقة بحثية عن نظرية الخدمات، وطورها كندال عام 1953 من خلال تقديم طريقة $A/B/C$ لترقيم الطابور.

تعتبر مشكلة الانتظار في صفوف الانتظار من أكثر المشاكل التي نصادفها في حياتنا اليومية، اذ يتتابع وصول العناصر التي تحتاج الخدمة (التي تسمى الزبائن) إلى مكان تقديم الخدمة (والتي تسمى محطة الخدمة). فإذا كانت محطة الخدمة مشغولة فإن الزبائن سيقفون أمامها في طابور أو صف انتظار بانتظار تقديم الخدمة لهم.

إن الهدف من نظرية الخدمات هو تحقيق مستوى مقبول من الخدمة لزبائنها ضمن مستوى معقول من التكاليف.

مفاهيم أساسية في نظرية الخدمات:

أولاً: عناصر أنظمة الخدمة:

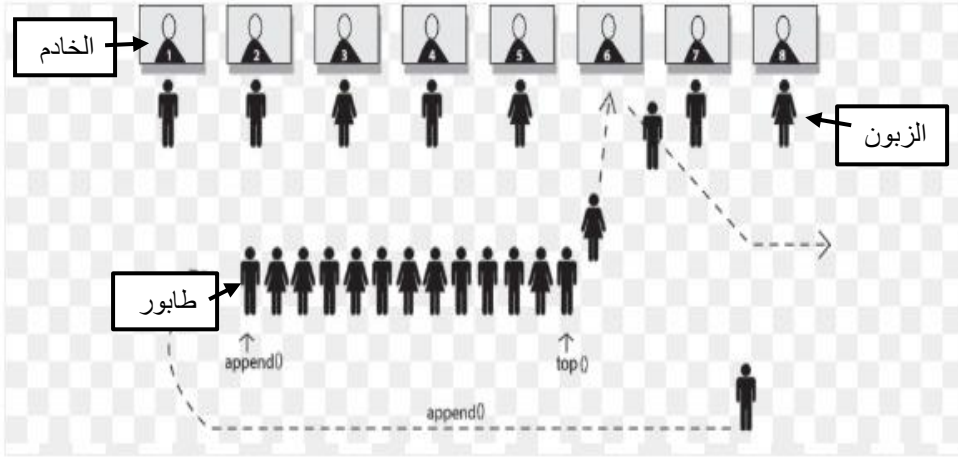
يتألف أي نظام خدمة من ثلاث عناصر رئيسية:

1- الزبون *Customer* : وهو الشـــخص أو الشـــيء الذي ينتظر الخدمة. مثلاً البضائع التي تنتظر الشحن، العملاء في شركة الاتصالات.

2- الخادم *Server*: وهو الشــخص أو الشــيء الذي يقدم الخدمة. مثلاً ســيارة الشحن، موظف في شركة الاتصالات.

3- الطابور *Queue* : وهو مجموعة الزبائن أو الأشـياء التي تنتظر الخدمة. مثلاً: طرود البضائع المعدة للشحن، مجموعة الزبائن داخل شركة الاتصالات.

يبين الشكل التالي عناصر نظام خدمة معين:



ثانياً: قواعد الخدمة:

1- القاعدة FIFO (First In First Out)

والتي تعني أنه من يأتي أولاً يخدم أولاً، مثلاً المرضى القادمين إلى مشفى اسعافي.

2- القاعدة LIFO (least In First Out):

والتي تعني أنه من يأتي أخيراً يخدم أولاً، مثل عملية تخزين البضـــائع في المستودعات.

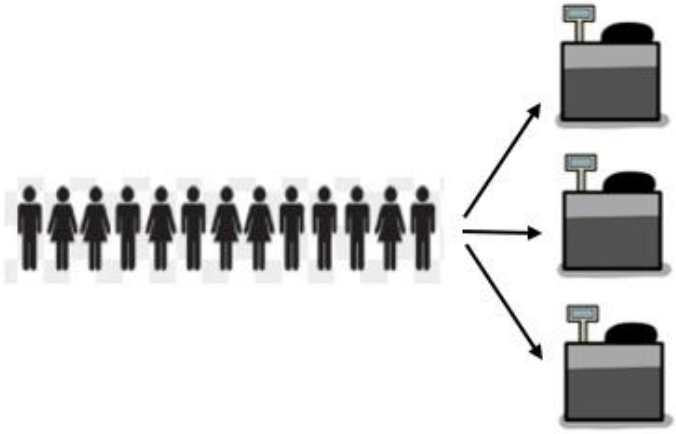
3- القاعدة SIRO (Serves In Random Order)

والتي تعني أن عملية تخديم الطلبيات تتم بشكل عشوائي، مثلاً بائع البسطة.

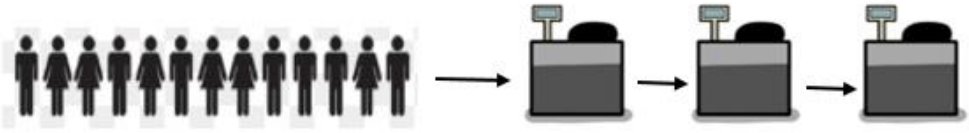
ثالثاً: أشكال صفوف الانتظار:

1- صف واحد ومخدم واحد، يوضح الشكل التالي هذا النوع:

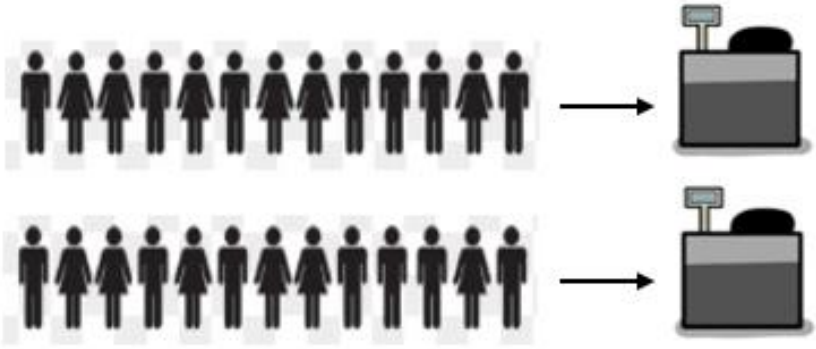
2- صف واحد وعدة مخدمين على التوازي، كما في الشكل:



3- صف واحد وعدة مخدمين على التتالي، كما في الشكل:



4- عدة صفوف وعدة مخدمين، كما في الشكل:



رابعاً: خصائص أنظمة الخدمة:

توصف أنظمة الخدمة بالاعتماد على أربعة عوامل:

1- **عملية الوصول** ***Arrival Process***: وتمثل زمن وصول الزبائن إلى الطابور ويفترض أنها مستقلة وتتبع توزيعاً معيناً.

2- **أزمنة التخديم** ***Service Times***: وتمثل الزمن المستغرق لخدمة الزبون وسنفترض أنها مستقلة ومتطابقة بالتوزيع ومستقلة عن أزمنة الوصول.

3- **سعة الطابور**: وتمثل السعة العظمى للنظام أي أكبر عدد ممكن من الزبائن يستوعبه الطابور

4- **سعة التخديم**: ويقصد بها عدد أجهزة التخديم (أو المخدمين) الذين يقدمون خدمة الزبائن.

خامساً: ترميز أنظمة الخدمة:

في الواقع لا توجد شيفرة محددة أو أسلوب واحد لترميز أنظمة الخدمة، لذا سنعتمد في دراستنا على ترميز كندال الموصوفة كما يلي:

اقترح كندال وصف النظام بالشيفرة التالية: **A/B/n/m** علماً أن:

الرمز *A* يدل على نوع الطابور وتدل أيضاً على أمنة الوصول، مثلاً الرمز M يدل على أن نوع الطابور بواسوني، و E_kأنه لدينا طابور ارلانغي من المرتبة k.

الرمز *B* يدل على زمن التخديم، مثلاً الرمز M يدل على أن أزمنة التخديم أسية ومستقلة عن بعضها البعض، و E_k وتعني أن أزمنة التخديم مستقلة ولها توزيع ارلانغ.

الرمز *n* يدل على عدد أجهزة التخديم (أو المخدمين) في النظام.

الرمز *m* على طول أو سعة الطابور.

سادساً: مقاييس الأداء:

تعتبر مقاييس الأداء من المؤشرات المهمة للنظام، تستخدم لتقييم جودة أداء أنظمة الخدمة، أي من وجهة نظر الزبون يهتم بنوعية الخدمة المقدمة أما من وجهة نظر الخادم فإنه يهتم بتكلفة تقديم الخدمة وتأثير نوعية الخدمة على عمله:

1- متوســـط طول الطابور (أي متوســـط عدد الزبائن في الطابور): يعطى بالعلاقة التالية:

$$L_q = \frac{\int_{t_s}^{t_e} L_q(t)dt}{t_e - t_s}$$

علماً أن: $L_q(t)$ يمثل عدد الزبائن في الطابور عند الزمن t ويحسب من العلاقة:

$$L_q(t) = A(t) - D_q(t)$$

حيث $A(t)$ الوصول التراكمي من لحظة البدء حتى الزمن t ، $D_q(t)$ المغادرة التراكمية للزبائن من الطابور من لحظة البدء وحتى الزمن t

و t_e لحظة البدء للفترات الزمنية، t_s تعتبر زمن الانتهاء للفترات الزمنية.

2- متوسط عدد الزبائن في النظام: يعطى بالعلاقة التالية:

$$L_s = \frac{\int_{t_s}^{t_e} L_s(t)dt}{t_e - t_s}$$

علماً أن: $L_s(t)$ يمثل عدد الزبائن في النظام عند الزمن t ويحسب من العلاقة:

$$L_s(t) = A(t) - D_s(t)$$

حيث $D_s(t)$ المغادرة التراكمية للزبائن من النظام من لحظة البدء وحتى الزمن t.

3- متوسط زمن الانتظار في الطابور: يحسب من العلاقة:

$$W_q = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} W_q(n)$$

حيث $W_q(n)$ يمثل زمن الزبون–n في الطابور.

4- متوسط زمن الانتظار في النظام: يحسب من العلاقة:

$$W_s = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} W_s(n)$$

علماً أن $W_s(n)$ يمثل زمن الزبون–n في النظام.