ملخص التابع الأسي

التابع الأسي: التابع الأسي النيبري الذي رمزه $\exp$ هو التابع المعرف على R كما يأتي:

«من أجل كل x من R وفق $\exp$ هي العدد الذي لوغاريتمه النيبري يساوي x»

$$\ln \boxed{x} = y \qquad x = e^{\boxed{y}}$$

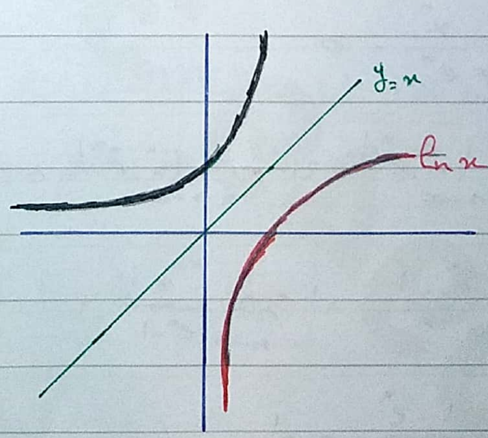
مثال $\ln(1) = 0 \Rightarrow 1 = e^{0}$

Note التابع الأسي هو التقابل العكسي للتابع اللوغاريتمي حيث

$\exp : R \to R^{*}$

$\ln x : R^{*} \to R$

فالخط البياني C للتابع الأسي $\exp$ هو نظير الخط البياني C' للتابع $\ln x$ بالنسبة لمستقيم d منصف الربع الأول الذي معادلته $y = x$



خواص التابع الأسي:

[1] $e^{0} = 1 \qquad e^{1} = e$

[2] $e^{m} \times e^{n} = e^{m+n}$

[3] $\left(\dfrac{e^{m}}{e^{n}}\right) = e^{m-n}$

[4] $(e^{m})^{n} = e^{m \times n}$

[5] $\dfrac{1}{e^{m}} = e^{-m}$

[6] $e^{\ln(x)} = \ln(e^{x}) = x$

[7] $a^{x} = e^{x \ln(a)}$ قوة عدد

[8] $e^{x} = m$

$m \leq 0$ مستحيلة الحل

$m > 0 \quad x = \ln(m)$

[9] $a e^{2x} + b e^{x} + c = 0$

$t^{2} \qquad t$ نفرض $e^{x} = t$

ندخل المعادلة $a t^{2} + b t + c = 0$

ثم نرجع الـ t إلى أصلها

[10] $e^{u} = e^{v} \Rightarrow u = v$ للمعادلة

[11] $e^{u} \geq e^{v} \Rightarrow u \geq v$ للمتراجحة

مجموعة تعريف التابع الأسي

$F(x) = e^{g(x)}$

هي مجموعة تعريف الأس أي مجموعة التعريف التابع $g(x)$

حل المعادلات الأسية:

1) نوجد مجموعة تعريف الطرفين D_1 و D_2
2) نقاطع مجموعتي التعريف $D = D_1 \cap D_2$
3) نطبق الخواص لحذف e من الطرفين
4) نقبل الحلول التي تنتمي إلى مجموعة التعريف D ونرفض الحلول التي لا تنتمي

حل المتراجحات الأسية:

1) نوجد مجموعة تعريف الطرفين
2) نقاطع مجموعتي التعريف
3) نطبق الخواص ونحذف e من الطرفين
4) نقاطع مجموعة الحلول مع مجموعة التعريف وتكون الحلول مجالات

دراسة تغيرات التابع الأسي:

$f(x) = e^x$

معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty, +\infty[$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ $y=0$ مقارب أفقي

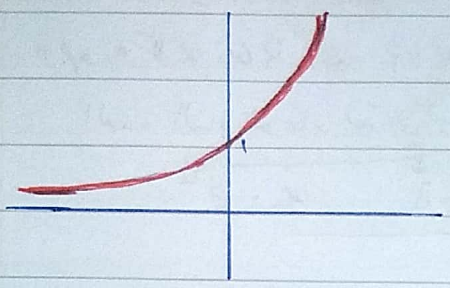
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = e^x > 0$

والتابع متزايد تماماً

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0) = e^0 = 1 \Rightarrow (0,1)$



نهايات التابع الأسي

[1] $\lim_{x \to -\infty} e^x = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

[2] $\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

[3] $\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = e^{-\infty} = 0$

[4] $\lim_{x \to \infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

[5] $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$

[6] $\lim_{x \to -\infty} |x^n . e^x| = 0$, $\lim_{x \to +\infty} (x^n . e^{-x}) = 0$

[7] $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, $\lim_{x \to 0} \frac{x}{e^x - 1} = 1$

[8] $\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^x}{x} = -1$

قناة التلغرام
@Lababidi_math

مشتق التابع الاسي

$$f(x) = e^{g(x)}$$

$$f'(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)}$$

نهايات مميزة :

لا يجوز استخدامها بشكل مباشر
وإنما بعد العمل قليلاً بتغيير شكل
التابع وذلك بتغيير المتحول

1. $$\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

2. $$\lim_{x \to \infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$$

المعادلات التفاضلية البسيطة

1. إن حلول المعادلة التفاضلية من الشكل

$$\boxed{y' = ay}$$ حيث $(a \neq 0)$

هي التوابع $$\boxed{f_k(x) = k e^{ax}}$$

حيث $k \in \mathbb{R}$

2. إن حلول المعادلة التفاضلية من الشكل

$$\boxed{y' = ay + b}$$ حيث $(a \neq 0, b \in \mathbb{R})$

هي التوابع $$\boxed{f_k(x) = k e^{ax} - \frac{b}{a}}$$