١

تعريف علم الإحصاء

علم الإحصاء هو علم يهتم بعملية جمع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج .

فروع علم الإحصاء

ينقسم علم الاحصاء الى قسمين:

1/ الإحصاء الوصفي أو ما يسمى بمبادئ الإحصاء .

2/ الإحصاء التحليلي .

مصطلحات علم الإحصاء :

1/ **المجتمع** : (**أي أرقام تجمع عن أي ظاهرة**) , أرقام أو بيانات تشترك في خاصية معينه تسمي مجتمع ، فعندما أسجل أطوال طلاب المستوى الأول ل 300 طالب وأسجل أطوالهم يظهر لدي 300 رقم هذي ال300 رقم اسميهم مجتمع الأطوال .

2/ **العينة** : **هي جزء من المجتمع** نختارها لأجل تعميمها على المجتمع (**الشرط أن تكون العينة عشوائية**).

العشوائية : **أي الاختيار بدون قصد** .

(علم الاحصاء التحليلي يهتم باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة)

مقدمة في نظرية الاحتمالات

نظرية حساب الاحتمال : إذا كان هناك حدث ما (س) وهذا الحدث يتكرر حدوثه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات

فإن احتمال وقوع هذا الحدث وفق القانون التالي : ح (س) = $\frac{م}{ن}$

ح تعني احتمال , احتمال وقوع الحدث س ، (م) تعني عدد مرات وقوع الحدث (ن) عدد الحالات الكلية اللتجربة .

مثال : عند ألقاء قطعة نرد سليمة ماهو احتمال ظهور الوجه 3 ؟

الحل / ح (3) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{1}{6}$

(ن) عدد الحالات الكلية للتجربة وتساوي 6 ، (م) عدد مرات ظهور الوجه(3) تساوي 1 .

مثال / يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من 5 محاسبين و6 مهندسين و4 اقتصاديين أختير أحدهم عشوائياً لأداء العمرة , ماهو احتمال أن يكون مهندساً ؟

الحل / (مجموع أعضاء المجلس 15) .

ح (مهندس) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{6}{15}$

ح (اقتصادي)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{15}$

مثال/ أُلقيت قطعة نرد مرة واحدة , ماهو احتمال ظهور رقم زوجي ؟

الحل/ ح (رقم زوجي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{3}{6}$.

مثال/ يضُم أحد الفصول الدراسية 40 طالباً سعودياً و20 طالباً أفريقياً أختير أحدهما عشوائياً , ما احتمال أن يكون سعودياً ؟

الحل/ ح (طالب سعودي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{40}{60}$ = $\frac{4}{6}$

مثال/ يضُم المستوى الأول 80 طالباً منهم 20 طالباً متزوجاً , أختير أحد الطلبة , ماهو احتمال أن يكون :

1/ متزوجاً ؟ 2/ يتحدث اللغة العربية ؟ 3/ يتحدث اللغة اليابانية ؟

الحل/ 1 / ح (متزوج)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{20}{80}$ = $\frac{1}{4}$

2/ ح (اللغة العربية) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{80}{80}$ = 1 ويسمى حدثاً مؤكداً .

3/ح (اللغة اليابانية)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{0}{80}$ = (0) ويسمى حدثاً مستحيلاً .

فنلاحظ (أن جميع الاحتمالات عبارة عن كسر (بسط ومقام) ودائماً البسط أقل من المقام ، وأقصى قيمة للاحتمال هي (1) ويسمى حدث مؤكد ، وأصغر قيمة للاحتمال (0) ويسمى حدث مستحيل . **يعني الاحتمال محصور بين (صفر و موجب واحد)**

أنواع الحوادث : (نوعين)

1/ الحدث البسيط

وهو عبارة عن حدث واحد فقط وليكن (س) مثل : احتمال ظهور الصورة حدث واحد

2/ الحوادث المركبة

هي عبارة عن عدة حوادث في وقت واحد فاحتمال اختيار المهندس حدث بسيط لكن اختيار المهندس أو المحاسب هنا حدثين المهندس أو المحاسب فهو حدث مركب , ومثال احتمال اختيار مهندس حاملاً للدكتوراه هنا حادثين أن يكون مهندساً وأن يكون حاملاً للدكتوراه ، .

الحادث البسيط يحسب الاحتمال له بالقانون السابق : $\frac{م}{ن}$.

الحوادث المركبة يحسب الاحتمال لها بأحد قانونين (قانون الجمع وقانون الضرب) .

قانون جمع الاحتمالات : و في هذه الحالة يجب التفرقه بين الحوادث المتنافية وغير المتنافية .

الحوادث المتنافية : هي التي لا يمكن إن تقع معاً في وقت واحد ، فعند رمي قطعة العملة فإن ظهور الصورة ينفي ظهور الكتابة .

الحوادث غير المتنافية : هي تلك الحوادث التي يمكن إن تقع معاً في وقت واحد ، فاحتمال اختيار محاسب لا ينفي إن يكون متزوجاً .

قوانين الجمع : 1/ احتمال ظهور الحدث (س) أو الحدث (ص) .

نظرية : إذا كان لدينا حدثين (س) و (ص) فإن احتمال وقوع (س) أو (ص) أو كلاهما هو :

ح(س أو ص) = ح (س+ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص) (هذا قانون الجمع) (كلمة (أو) تعني قانون الجمع) (س،ص) غير متنافيان) .

ولو كان (س) و (ص) حوادث متنافية ، فالقانون الثاني : ح (أس+ ص) = ح (س) + ح (ص) .

ملحوظة : اذا كان

(س ،ص) حوادث متنافية فان ح(س ص) = صفر

مثال : (مجلس إدارة احدى الشركات يضم 6 مهندس , 4 محاسب , 8 اقتصادي واختير أحدهم لاداء العمرة ماهو :

1) احتمال أن يكون محاسباً ؟

2) احتمال أن يكون اقتصادياً ؟

3) احتمال أن يكون محاسباً أو اقتصادياً ؟

4) احتمال أن يكون محاسباً أو مهندساً ؟

الإجابة : المطلوب الأول والثاني يتكلم عن حدث واحد أي احتمال (محاسب) (اقتصادي) فهذه حوادث بسيطة لا يمكن تقسيمها .

والمطلوب الثالث والرابع (محاسب أو اقتصادي) فهذه حوادث مركبة فنستخدم قانون الجمع أو قانون الضرب ؟ فما دام ظهر في المسألة كلمة (أو) نستخدم مباشرة قانون الجمع ، والحل :

1/ ح (محاسب)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{18}$.

2/ ح (اقتصادي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{8}{18}$.

3/ ح (محاسب أو اقتصادي) القانون = ح (س+ ص) = ح (س) + ح (ص) − ح (س ص)

= $\frac{4}{18} + \frac{8}{18} - \frac{0}{18} = \frac{12}{18}$ (4 محاسب ، 8 اقتصادي) (الصفر لأنه حدث متنافي محاسب و اقتصادي)

4) ح (محاسب أو مهندس) = ح (س+ ص) = ح (س) + ح (ص) − ح (س ص)

= $\frac{4}{18} + \frac{6}{18} - \frac{0}{18} = \frac{10}{18}$

قانون الضرب : في قوانين الجمع نفرق بين الحوادث المتنافية وغير المتنافية , أما في قانون الضرب فنفرق بين نوعين آخرين من الحوادث وهي الحوادث المستقلة وغير المستقلة .

الحوادث المستقلة : هي الحوادث التي لا تؤثر ولا تتأثر بغيرها من الحوادث , حدث قائم بذاته لا يؤثر ولا يتأثر لا علاقه بينهما .

الحوادث الغير مستقلة : هي العكس ، الحوادث التي تؤثر أو تتأثر بغيرها من الحوادث يعني في علاقه تأثيرية فيما بينهما , أي يوجد ترابط بينهما , وبمعنى آخر أحدهما يعتمد على الآخر ، فإذا كان عندنا حدثين مستقلين (س,ص) وكان الحدث (س) لايعتمد على (ص) إذاً احتمال وقوعهما معاً عبارة عن احتمال (س) × احتمال وقوع (ص) مثلاً احتمال ذهاب الأب إلى المزرعة 0,8، واحتمال ذهاب الابن إلى المزرعة 0,6 فهذان الحدثان مستقلان (احتمال خاص بالأب لوحده , واحتمال خاص بالابن لوحده)، وإذا كانا غير مستقلين : فمثلاً احتمال ذهاب الأب 0,8 واحتمال ذهاب الابن بشرط أن وذهاب والدة , إذاً الحدث الثاني اشترط لوقوعه حدث آخر وهو ذهاب الأب .

قانون الضرب للحوادث المستقلة : ح (س ص) = ح (س) × ح (ص) .

قانون الضرب للحوادث الغير مستقلة : ح (س ص) = ح (س) × ح (ص/س) يسمي ح(ص / س) بالاحتمال الشرطي أي احتمال وقوع س علماً بان ص قد وقع فعلاً

ح (س وَ ص) الواو (و) تعني قانون الضرب ، الفاصلة (/) تعني بشرط .

مثال : احتمال ذهاب الأب إلى المزرعة 0,5 واحتمال ذهاب الابن بشرط أن يسبقه الأب 0,9 , ما هو احتمال ذهاب الأب والابن معاً ؟

الجواب : الأب : س , الابن : ص

احتمال ذهاب الأب : ح (س) = 0,5 ، احتمال ذهاب الابن ولكن بشرط أن يذهب الأب : ح (ص/س) = 0,9

إذاً احتمال ذهاب الأب والابن : ح (س ص) = ح (س) × ح (ص/س)

= 0,5 × 0,9 = 0,45

تمارين حول مبادىء الاحتمالات(الباب الاول)

1): ضع علامة (✓) أمام الأجوبة الصّحيحة وعلامة (X) أمام الأجوبة الخاطئة

1/ الحوادث المستقلّة هي حوادث لا يمكن أن تقع معا

2/ الحوادث المستقلّة هي حوادث لا يؤثر حدوث إحداها على احتمال حدوث الأخرى

3/ **ينقسم علم الإحصاء الي : . الإحصاء الوصفي والإحصاء التحليلي**

4/ يهتم الإحصاء التحليلي باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة :

2): **س / أكمل ما يلي :**

1- تقع قيمة الاحتمال بين :......................... ، ....

2- إذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما = صفر، فإن هذا الحدث يسمى : :.......................

3- إذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما = 1 ، فإن هذا الحدث يسمى : ....

4 - تنقسم الحوادث في الاحتمالات الى حوادث :....................... ، ....

5- يرتبط قانون الجمع في الاحتمالات بمفهوم الحوادث:...................

6- يرتبط قانون الضرب في الاحتمالات بمفهوم الحوادث:...................

7- إذا كان هناك حدث ما وليكن (أ) يتكرر ظهوره أو وقوعه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات ، فإن احتمال وقوع أو ظهور هذا الحدث ح (ا) يساوي : ......

8- إذا كان س ، ص حدثان غير متنافيان، فإن: ح(س+ ص) =............

9- إذا كان س ، ص حدثان متنافيان ،فإن : ح (س ص) =...................

10 - ح(س+ ص) = ح(س) + ح(ص) – ح(س ص) يستخدم هذا القانون للحوادث............

11- إذا كان س ، ص حدثان مستقلان ، فإن : ح(س ص) =...........

12- إذا كان س ، ص حدثان غير مستقلان ، فإن : ح(س ص) =.................

13- إذا كان أ ، ب حدثان غير مستقلان ، فإن : ح(أ / ب) =.................

اختر الاجابة الصحيحة ك

1 / إذا كان س ، ص حدثان متنافيان ، فان: ح (س+ ص) =.......

الإجابة :

أ . ح(س+ ص) = ح (س) + ح (ص)

ب . ح(س+ ص) = ح (س) + ح (ص) - ح (س ص)

ج . ح(س+ ص) = ح (س) - ح (ص)

2 / إذا كان س ، ص حدثان غير متنافيان ، فان: ح(س+ ص) =.......

الإجابة :

أ . ح(س+ ص) = ح (س) + ح (ص)

ب . ح(س+ ص) = ح (س) + ح (ص) - ح (س ص)

ج . ح(س+ ص) = ح (س) - ح (ص)

3 / الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي :
الإجابة :
أ . يمكن أن تقع معا في وقت واحد . **ب . لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد .**
ج . يقع بعضها ولا يقع البعض الأخر .

4 / الحوادث غير المتنافية هي تلك الحوادث التي :
الإجابة :
أ . يمكن أن تقع معا في وقت واحد . **ب . لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد .**
ج . يقع بعضها ولا يقع البعض الأخر .

5/ يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من 2 محاسبين و4 مهندسين و 4 إقتصاديين، اختير أحدهما يطريقة عشوائية ، ما هو إحتمال أن يكون محاسباً أو مهندساً ؟
(س : محاسب ، ص : مهندس)

أ. ح(س+ ص) = 0.5
ب. ح (س+ص) = 0.6
ت. ح (س+ص) = 0.8

المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

المتغيرات العشوائية: تنقسم الي قسمين:-

1- المتغيرات العشوائية المتقطعة : وهي المتغيرات التي تأخذ قيماً صحيحة مثل اعداد الطلاب ، وعدد الجامعات وعدد الموظفين.

2- المتغيرات العشوائية المتصلة : وهي المتغيرات التي تأخذ قيماً صحيحة وكسور مثل الطول ، والوزن ، والسعر .

الدالة الاحتمالية : الدالة الاحتمالية علاقة بين متغيرين متغير مستقل (متغير عشوائي ورمزه س) , ومتغير تابع (احتمالات الحدوث لهذه القيم ورمزه ح (س)) , و (ح) معناها احتمال (س) ,

فدالة الاحتمال علاقة بين س ، ح (س) .علاقة بين المتغير س والقيم الاحتمالية للمتغير يرمز لها ح(س)

والعلاقة بين س وَ ح (س) إما أن تكون في شكل جدول أو في شكل قانون (التوزيع الاحتمالي))

ودالة الاحتمال لها وضعين إما أن تستخرجها أو تعطى لك جاهزة :

مثال : ألقيت قطعتي عملة مرة واحدة (إلقاء قطعتي عملة مرة واحدة = إلقاء قطعة واحدة مرتين متتاليتين) ، والمطلوب :

أولاً : أوجد فراغ العينة .

ثانياً : أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) , حيث إن (س) ترمز لعدد مرات ظهور الصورة .

الحل :

1/ يقصد بفراغ العينة عدد الحالات الكلية للتجربة , عند ألقاء قطعتي عملة مرة واحدة فإن فراغ العملة للعينه = 2 حالة للقطعة الأولى وَ2 حالة للقطعة الثانية أي = 2 × 2 = 4 حالات كلية ، ونواتج رمي قطعتي العملة :

القطعة الأولى	القطعة الثانية	ملاحظات
ص	ص	تظهر الصورة مرتين

ص	ك	صورة وكتابة
ك	ص	كتابة وصورة
ك	ك	لا تظهر الصورة

فالحالات الاربع هي فراغ العينة ، وهو المطلوب الاول .

2/ دالة الاحتمال : علاقه بين متغير س وَ ح (س)

(س) تعني عدد مرات ظهور الصورة ح (س) أي احتمال وقوع الحدث

س (عدد مرات ظهور الصورة)	عدد الحالات	ح (س)
2	1	1÷ 4
1	2	2÷ 4
صفر	1	1÷ 4
المجموع	4	1

الخصائص الاحصائية الهامة لدالة الاحتمال : 1/ القيمة المتوقعة 2/ التباين , فعند دراسة أي ظاهرة من الناحية الاحصائية لا بد من دراسة القيمة المتوقعة والتباين .

1/ القيمة المتوقعة هي (الوسط الحسابي) .

ونستخدم القيمة المتوقعة بدل قيمة الوسط الحسابي لأننا نتعامل مع متغير عشوائي فالقيمة المتوقعة وهي الوسط الحسابي **رمزه ميو (μ**) وهو حرف يوناني أو لاتيني وهو من الحروف الثابتة في علم الحصاء ومعناه وسط حسابي أي (قيمة متوقعة)

القيمة المتوقعة (μ) = مجـ س × ح (س)

2 / التباين :– رمزه σ2 (سيجما تربيع) : ويحسب بالقانون التالي:

σ2= مجـ س 2 × ح (س) – (2 μ

خصائص او شروط دالة الاحتمال :

يقال على أي دالة بأنها دالة احتمالية إذا تحقق فيها شرطين معاً يتعلقان بعمود ح (س) :

1/ أن تكون قيمة الاحتمال لأي قيمة من قيم (س) قيمة كسريه موجبة بين صفر و واحد .

2/ أن يكون مجموع ح (س) يساوي 1 صحيح (مجـ ح (س) = 1.

مثال : بين ما اذا كانت الدالة احتمالية ام لا مع ذكر السبب :

س	1	2	3	4	5
ح (س)	0,2	0,4	0,3	0	0,1

الحل : الدالة السابقة دالة احتمالية لتحقق الشرطين وهما : 1/ جميع قيم الاحتمالات ح (س) موجبة تقع بين (0 ، 1) .

2/ مجموع الاحتمالات أي مجـ ح (س) =1 , (0.2+0.4+0.3+0.1= 1) .

مثال : في الجدول التالي : المتغير العشوائي (س) يمثل عدد السيارات المباعه في اليوم الواحد اما ح (س) فتمثل احتمال ان يتم بيع هذا العدد من السيارات :

س : عدد السيارات المباعة يومياً	0	1	2	3
ح (س)	0,4	0,3	ك	0,1

وعلى فرض أن المتغير س يحقق شروط دالة الاحتمال ، فالمطلوب كالتالي :

1/ أوجد قيمة المجهول ك : بما أنها دالة احتمالية فإن ك هي القيمة التي تجعل مجموع الاحتمالات = 1 فيكون ك = 0.2

عدد السيارات	0	1	2	3
ح (س)	0,4	0,3	0,2	0,1

2/ قيمة ح (س = 1) : من الجدول ح (س=1) هي = 0,3

3/ قيمة ح (س = 0) = 0,4

4/ قيمة ح (س < 2) = 0.3 + 0,4 = 0,7

5/ قيمة ح (س اصغر من او يساوي 2) = 0.3 + 0,4+ 0,2 = 0,9

6/ قيمة ح (س >1) = 0,2 + 0,1 = 0,3

7/ قيمة ح (س اكبر من او يساوي 1) = 0,2 + 0,1 + 0,3 = 0,6

8/اوجد القيمة المتوقعة ، 9/ اوجد قيمة التباين ، 10/ اوجد الانحراف المعياري :

لعمل ذلك نكون الجدول التالي :

س	ح (س)	س ح (س)	س^2 ح (س)
0	0,4	0	0
1	0,3	0,3	0,3
2	0,2	0,4	0,8
3	0,1	0,3	0,9
المجموع	1	1	2

8/ القيمة المتوقعة : = مجـ س ح (س) = 1

9/ التباين = س 2 = مجـ س 2 ح (س) – (1)2 = 2- (1) = 1

10/ الانحراف المعياري = جذر التباين = جذر 1 = 1

التوزيعات الاحتمالية

دالة الاحتمال هي علاقه بين س وَ ح(س) هذه العلاقة عندما تكون في شكل جدول نسميها دالة الاحتمال ، وعندما تكون في شكل قانون نسميها التوزيع الاحتمالي .

التوزيعات الاحتمالية :

1_ توزيع ذو حدين .

2_ توزيع بواسون .

3_ التوزيع الطبيعي .

توزيع ذو الحدين :

من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة يستخدم في الظواهر التي تصنف حالتين او حدين (معيب او سليم ، متزوج او غير متزوج , مدخن او غير مدخن) .

أسس ذو الحدين (شروطه) :

1/ هناك تجربه عشوائية تكرارها (ن) من المرات (مثل القاء قطعة عمله عدة مرات) بهدف الحصول على حدث معين .

2/ هذه المحاولات مستقله عن بعضها لبعض .

3/ كل محاولة لها نتيجتين إما أن يقع الحدث أو لا يقع .

4/ احتمال وقوع الحدث في أي محاوله مقدار ثابت يساوي (ل) , واحتمال عدم وقوع الحدث (الفشل) هو (1– ل) .

قانون ذو الحدين او توزيع ذو الحدين هو : ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1– ل) $^{ن-س}$

ح (س) : أي احتمال وقوع الحدث ح (س)

ن ق س : تقرأ هكذا نون قاف سين , وتعني التوافيق .(من الالة الحاسبة الرقم فوق ثم shit ثم علامة تقسيم ثم الرقم أسفل)

الخصائص الاحصائية لتوزيع ذو الحدين :

يقصد بالخصائص الإحصائية : القيمة المتوقعة والتباين , والانحراف المعياري

فإذا كان س متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين فإن القيمة المتوقعة والتباين لهذا المتغير على الصورة التالية :

- **القيمة المتوقعة μ = ن × ل**
- **التباين = σ^2 = ن × ل × (1– ل)**

مثال : اذا كانت نسبة المعيب في انتاج احد المصانع هي 20% , سحبت عينه عشوائية (تجربة) حجمها 5 وحدات , ما هو احتمال :

1/ ألا نجد وحدات معيبه بالعينة .

2/ أن نجد وحده واحده معيبه .

3/ أن نجد وحده واحدة على الأكثر .

4/ اوجد القيمة المتوقعة .

الحل : التجربة خاضعه لقانون ذو حدين , لأن أي وحده في العينة نفحصها تصنف الى معيب او سليم , المعطيات :

ن = 5 (حجم العينة) , نسبة المعيب ل = 0,20 ، 1– ل = 0,80

وحسب قانون ذو الحدين : ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1– ل) $^{ن-س}$

ح (س) : تعني احتمال وقوع الحدث س من المرات .

اما ن ق س : س هنا هي متغير عشوائي يرمز لعدد الوحدات المعيبة أي تأخذ القيم المطلوبة بالمسألة :

*ـ الا نجد وحدات معيبه بالعينة . (هنا تكون س = صفر)

*ـ ان نجد وحده واحده معيبه .(هنا تكون س = 1)

*ـ ان نجد وحده معيبه واحده على الأكثر (هنا تكون س = 1 أو صفر)

ح (س) = ن ق س × (ل)^س × (1- ل)^ن-س

المطلوب الاول (الا نجد وحدات معيبه بالعينة) :

ح (س= صفر) = 5 ق 0 × $(0.2)^0$ × (1- ل) 5-0

= 1×1× (0,8) 5 = 0,3277

المطلوب الثاني (ان نجد وحده واحده معيبه) :

ح (س= 1) = 5 ق 1 × $(0.2)^1$ × (1- ل) 5-1

= 5 ×0,2 × 0,4096 = 0,4096

المطلوب الثالث (ان نجد وحده معيبه واحده على الأكثر) : أي أن ح (س <_ 1) أقل من أو تساوي 1.

وعندما س = 1 (استخرجنا الناتج في المطلوب الثاني وكان الإجابة 0,4096)

عندما س = صفر (استخرجنا الناتج في المطلوب الاول وكانت الإجابة 0,3277)

إذاً : ح (س <_ 1) = ح (س = 1) + ح (س = صفر)

= 0,4096 + 0,3277 = 0,7373

القيمة المتوقعة μ = ن × ل = 5 × 0,2 = 1

التباين **σ2 = ن × ل × (1–ل) = 5 ×0.2** ×0.8 =0.8

الانحراف المعيارى σ = جزر التباين 0.89

توزيع بواسون :

هو توزيع آخر للمتغيرات المنفصلة أو المتقطعة ويستخدم هذا التوزيع في حالة المتغيرات العشوائية التي تتصف بالندرة ، أي احتمال تحققها ضعيف جداً لذلك يسمى التوزيع البواسوني توزيع الحوادث النادرة ، وحالة خاصة من توزيع ذو الحدين يستخدم بشروط هي نفسها شروط ذو الحدين مع تعديل بسيط وهو أن حجم التجربة يكون أكبر من 30 عينه .

العينة الصغيرة أقل من أو يساوي 30 ، العينة الكبيرة أكبر من 30 .

يفضل أن يستخدم توزيع بواسون إذا تحقق الآتي : أن (ن) اكبر من 30 واحتمال وقوعها (ل) ضئيل جداً أقل من 1% أو 1 من 100 (قانون الحوادث النادرة) مثال : في أحد الاحياء 100 منزل واحتمال وقوع حريق في احدها احتمال ضعيف فهنا ن اكبر من 100 و(ل) أقل من 10% ، ومثال آخر : احتمال وقوع حادث سيارة احتمال ضعيف ، ومن الامثلة الشهيرة : أخطاء الطباعة ، والمعيب في إنتاج السيارات والاجهزة الكهربائيه بصفه عامه الانتاج حجمه كبير لكن احتمال تجد وحدات معيبه قليله اقل من 1% قانون بوسون

ح (س) =

$$\frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س\,!}$$

(م) : متوسط عدد مرات وقوع الحدث ، في البواسون إما (م) معلومة أو مجهولة ،

فإذا كانت م مجهولة فنقول م = ن × ل

هـ – م = 2,718 مقدار ثابت حرف e بالآلة الحاسبة (من الالة shift مع Ln.)

س : عدد مرات وقوع الحدث (المتغير الذي في المسألة ونريد أن نحسب له الاحتمال) .

الخصائص الاحصائية لتوزيع بواسون :

يقصد بالخائص الاحصائية كل من : التوقع والتباين ، والتوقيع والتباين لأي متغير عشوائي يتبع بواسون يكونان على الصورة :

القيمة المتوقعة : μ= م

التباين : σ^2 = م ، حيث م = ن ل

أي أنه في توزيع بواسون نجد أن : التوقع = التباين = م

مثال : إذا كانت نسبه المعيب في انتاج أحد المصانع هي 0,01 سحبت عينه عشوائية من انتاج المصنع حجمها 50 وحدة ما هو احتمال :

1/ ألا نجد بها وحدات معيبه ؟

2/ أن نجد بها وحده واحدة معيبه ، (حيث : هـ $^{5-}$ = 0,61)

3/ اوجد القيمة المتوقعة والتباين

الحل: المسألة تأخذ قانون ذو الحدين ، وإذا كانت شروط البوسون متحققة يكون أدق استخدام بواسون ف(ن) كبيره =50 و (ل) أقل من 0,01 فالشرطين متحققين ، ولكي أستخدم البواسون يجب معرفة (س) ، ف س ترمز للوحدات المعيبة فنجد أن :

س = صفر أو س = 1 وفق المطلوب بالسؤال

حيث إن م = متوسط عدد مرات الحدوث مجهولة فعلينا حسابها عن طريق القاعدة : م = ن × ل = 50 × 0,01 = 0,5

1/ ح (س)= صفر) = $\dfrac{\text{هـ}^{-0.5}\ (0.5)^{\text{صفر}}}{\text{صفر !}}$ = هـ $^{-0,5}$ = 0,61

لاحظ أن : (صفر ! =1) , (0.5) صفر = 1

إذا : هـ $^{-0,5}$ = 0,61 وهي قيمة معطاه بالسؤال

2/ (ب) ح (س=1) = $\dfrac{\text{هـ}^{-0.5}\ (0.5)^{1}}{1\,!}$, (1! =1)

= هـ – 0.5 (0.5)= 0.61 × 0.5 = 0.305

عن طريق الآلة الحاسبة الضغط على مفتاح shift ، فإذا أردنا استخراج مضروب صفر تضغط صفر ثم shift ثم مفتاح علامة ! ويعطيك الناتج .

3/ القيمة المتوقعة هي :

μ= م = ن × ل

50 × 0.01 = 0.5

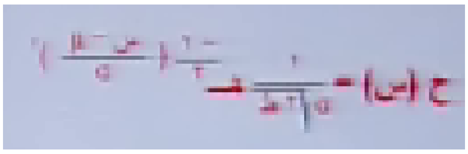
التباين هو :

σ^2= م = 0.5

التوزيع الطبيعي

وهو توزيع يتعامل مع المتغيرات الكميه المتصلة او المستمرة ، والتوزيع الطبيعي من اهم التوزيعات في علم الاحصاء ، ويعتبر من اهم التوزيعات الاحتمالية والأكثر شيوعاً واستخداما في علم الاحصاء .

والدالة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي على الصورة التالية :



حيث : μ= الوسط الحسابي للمجتمع (او المتوقع)

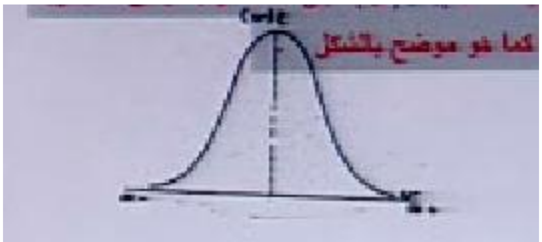
σ = الانحراف المعياري للمجتمع

ط = $\frac{22}{7}$ = 3.1416 نسبة تقريبية (غير مطالب بحفظه)

هـ = 3.718 الأساس الطبيعي للوغاريتم (غير مطالب بحفظه)

س = المتغير العشوائي محل الدراسة . − ((≤ س ≤ +))

والمنحنى البياني الممثل للدالة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي عبارة عن منحنى ناقوسي الشكل يمتد طرفاه الى مالا نهاية ولكن لا يقتربا من المحور الأفقي كما هو موضح بالشكل



بعض خصائص المنحنى :

1) منحنى متماثل : وه ا يعني أن المساحة تحت المنحنى تنقسم الى قسمين متساويين ومتطابقين .

2) المساحة تحت المنحنى (الفراغ) هو الاحتمالات , إجمالي المساحة تحت المنحنى اجمالي الاحتمالات تحت المنحنى = (1) واحد صحيح ، وبالتالي مساحه النصف الايمن تكون 0.5 ومساحه النصف الايسر 0.5

3) من خصائص المنحنى : أنه يصل للقمه (اعلى نقطه فيه) اذا كانت قيمه المتغير العشوائي (س) على المحور = الوسط الحسابي ، فقمه المنحنى تتحقق عندما (س = ميو) .

4) أنه عند قمة المنحنى وعند المحور الافقي (النقطة التي في النصف أسفل) عندها تتساوى مقاييس الموضع الثلاث (المتوسطات : الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال) .

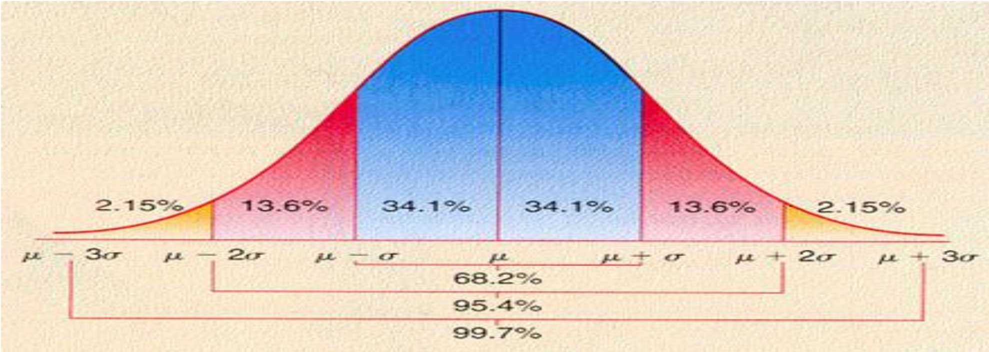
5) أنه منحنى ناقوسي على شكل ناقوس او جرس .

6) هناك بعض المساحات الأخرى التي تقع تحت المنحى الطبيعي المعيارى ولها أهمية خاصة في التحليل الاحصائي منا : (لازم تحفظ هذه الخصائص)

أ. المساحة التي تقع بين μ ± σ تعادل 68% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .(أى أن المساحة المحصورة بين 1− و1+ = 68%)

ب. المساحة التي تقع بين μ ± 2σ تعادل 95% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .(المساحة المحصورة بين 2− و2+ = 95%)

ج. المساحة التي تقع بين μ ± 3σ تعادل 99% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .



1) حساب قيمة الاحتمال : نحول قيم المتغير (س) الي قيمة معيارية بالقانون:

القيمة المعيارية : $ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$

مثال : اذا كان $\mu = 100$ و $\sigma = 10$ ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س = 90 هي :

الحل :

القيمة المعيارية : $ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$

القيمة المعيارية : $ي = \frac{90 - 100}{10} = -1$

اختر الاجابة الصحيحة :

1/ دالة الاحتمال هي علاقة بين :

أ . س ، ح (س). **ب . حوادث بسيطة وحوادث مركبة .**

ج . حوادث متنافية وحوادث مستقلة .

2 / بفرض أن المتغير س له الدالة التالية :

س	1	2	3	4
ح(س)	.,3	. ,2	. ,1	صفر

أ . دالة احتمالية . **ب . ليست دالة احتمالية .**

2 / بفرض أن المتغير س له الدالة التالية :

س	1	2	3	4
ح(س)	. ,3	. ,2	. ,4	. ,1

الدالة السابقة هي : ......

أ . دالة احتمالية . **ب . ليست دالة احتمالية .**

3/ الجدول التالي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي x الذي يُمثل عدد الوحدات المعيبة في احد المصانع:

س	صفر	1	2	3
ح(س)	0.1	0.2	ك	0.4

اوجد :

1/ قيمة ك :

2/ ح (س= صفر)

3/ ح (صفر ≤ س ≤ 2)

4/ ح (س=4)

تمرين على القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي :

1 / بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	1	2	3	4
ح(س)	0.2	0.3	0.4	0.1

القيمة المتوقعة μ تساوي :

الإجابة :

أ . μ = 2 ب . μ = 4, 2 ج . μ = 2.4

2 / بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	1	2	3	4
ح(س)	0.2	0.3	0.4	0.1

التباين σ^2 يساوي :

الإجابة :

أ . σ^2 = 0.4 ب . 0.84 ج . σ^2 = 0.48

3 / بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	1	2	3	4
ح(س)	0.1	0.3	ك	0.1

فان قيمة ك تساوي :

الإجابة :

أ . ك = 0.5 ب . ك = 0.2 ج . ك = صفر

4 / بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	-1	صفر	1	2
ح(س)	0.1	0.3	0.1	0.5

القيمة المتوقعة μ = تساوي :

الإجابة :

أ . μ = 1 ب . μ = صفر ج . μ = 2, 2

5 / بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	-1	صفر	1	2

ح(س)	0.1	0.3	0.1	0.5

التباين σ^2 يساوي :

الإجابة :

أ . σ^2 = 2 , 2 ب . σ^2 = 1 , 5 ج . σ^2 = 1.2

6 / شروط دالة الاحتمال هي :

الإجابة :

أ . 1 ≤ ح(س) ≤ صفر ب . مجـ ح(س) = 1 ج . كل ما سبق

7 / إذا كان س متغير عشوائي ، فان القيمة المتوقعة μ = ...

الإجابة :

أ . μ = مجـ س ب . μ = مجـ [س × ح(س)] ج . μ = مجـ ح(س)

8 / إذا كان س متغير عشوائي ، فان التباين σ^2 = ...

الإجابة :

أ . σ^2 = س × مجـ (س) ب . σ^2 = مجـ [س^2 × ح(س)] - μ^2

ج . σ^2 = مجـ س^2 × ح(س)

9 / بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	صفر	1	2	3
ح(س)	0.4	0.3	0.2	0.1

القيمة المتوقعة μ تساوي :

الإجابة :

أ . μ = 1 ب . μ = 4, 2 ج . μ = 2.4

التباين σ^2 =

أ. σ^2 = 2 ب . σ^2 = 10 ج . σ^2 = 1

تمارين ذو الحدين :

اختر الاجابة الصحيحة

1 / توزيع ذو الحدين يصف متغيرات :

الإجابة :

أ . متقطعة .   ب . متصلة .   ج . لا يصف أية متغيرات .

2/ القانون : ح(س) = ^{ن} ق$_{س}$ × ل^{س} × (1 − ل)$^{ن-س}$ يسمى بتوزيع ....

الإجابة :

أ . توزيع ذو الحدين .   ب . توزيع بواسون .   ج . التوزيع الطبيعي .

3/ في توزيع ذو الحدين ، القيمة المتوقعة μ هي : ....

الإجابة :

أ . μ = σ ب . μ = ل   ج . μ = ن × ل

4 / في توزيع ذو الحدين ، التباين σ^2هو : ....

الإجابة :

أ . σ^2 = ن ل   ب . σ^2 = ن × ل × (1 − ل)   ج . σ^2 = ن × (1 − ل)

5 / في توزيع ذو الحدين ، كانت ن = 10 ، ل = 3,. فان القيمة المتوقعة μ =......

الإجابة :

أ . 3 = μ, .   ب . <u>3 = μ</u>   ج . 3 = μ,

6 / عند استخدام توزيع ذو الحدين ، كانت ن = 10 ، ل = 3,. فان قيمة التباين σ^2=....

الإجابة :

أ . σ^2 = 3, .   ب . σ^2 = 21, .   ج . <u>σ^2 = 2,1</u>

7 / إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي20% ، سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات ، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين ، ما هو احتمال أن نجد بالعينة وحدة واحدة معيبة .

ح(س) = ^{ن} ق$_{س}$ × ل^{س} × (1 − ل)$^{ن-س}$ ، ^{5}ق$_{1}$ = 5 ، (8, .)^{4} = 4096 , .

الإجابة :

أ . <u>ح(س=1) =0.4096</u>   ب . ح(س=1) =1.4096   ج . ح(س =1) =1

8 / إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي 20% ، سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات ، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين ، ما هو احتمال أن نجد بالعينة ثلاث وحدات معيبة .

الإجابة :

أ . ح(س =3)= 0.008 ب . ح(س = 3) = 0.0512 ج . ح(س =3) =00, 1

9 / إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي20% ، سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين ، ما هو احتمال ألا نجد بالعينة أية وحدات معيبة .

الإجابة :

أ . ح (س = صفر) = 0,11 ب . ح (س=صفر)= 0.33 ج . ح (س= صفر)= 0.88

10 / إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي20% ، سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين ، ما هي القيمة المتوقعة لعدد الوحدات المعيبة في تلك العيينة ؟

الإجابة :

أ . $2 = \mu$. ب . μ = صفر ج . $1 = \mu$

11 / إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي 20% ، سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات ، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين ، ما هي قيمة التباين؟

الإجابة :

أ . $\sigma^2 = 0.2$ ب . $\sigma^2 = 0.8$ ج . $\sigma^2 = 0.1$

تمارين بواسون

1/ توزيع بواسون يصف المتغيرات المتقطعة نادرة الحدوث.

الإجابة :

أ . نعم . ب . لا .

2 / يعتبر توزيع بواسون حالة خاصة من توزيع ذو الحدين .

الإجابة :

أ . نعم . ب . لا .

3 / توزيع بواسون هو احد التوزيعات الاحتمالية .

الإجابة :

أ . نعم . ب . لا .

4 / توزيع بواسون يصف المتغيرات المتصلة مثل الأطوال والأعمار .

الإجابة :

أ . نعم .   ب . لا .

5 / القانون التالي : حٍ(س) = $[\,\text{هـ}^{-\text{م}} \times \text{م}^{\text{س}}\,] \div \text{س}\,!$ يسمي بتوزيع :

الإجابة :

أ . توزيع ذو الحدين .   ب . توزيع بواسون .   ج . التوزيع الطبيعي .

---

6 / في توزيع بواسون ، القيمة المتوقعة μ هي :

الإجابة :

أ . μ = م = ن × ل   ب . μ = م = ن   ج . μ = م = ل

7 / من خصائص توزيع بواسون أن :

الإجابة :

أ . القيمة المتوقعة تساوي التباين   ب . القيمة المتوقعة اكبر من التباين

ج . القيمة المتوقعة اصغر من التباين

8/ حوادث السيارات علي الطرق السريعة ، هي ظاهرة خاضعة لتوزيع :

الإجابة :

أ . توزيع ذو الحدين .   ب . توزيع بواسون .   ج . التوزيع الطبيعي .

9 / حوادث حرائق المنازل ، هي ظاهرة خاضعة لتوزيع :

الإجابة :

أ . توزيع ذو الحدين .   ب . توزيع بواسون .   ج . التوزيع الطبيعي .

10 / يستخدم توزيع بواسون بدلا من توزيع ذو الحدين إذا كان :

الإجابة :

أ . حجم العينة اكبر من 30 فقط .   ب . احتمال وقوع الحدث اقل من 10% فقط .

ج . جميع الإجابات السابقة .

11 / إذا كانت : ن = 100 ، ل = 0.03 ، فإننا نستخدم :

الإجابة :

أ . توزيع ذو الحدين .   ب . توزيع بواسون .   ج . التوزيع الطبيعي .

12 / في توزيع بواسون ، كانت ن = 50 ، ل = ,03 . فان القيمة المتوقعة μ =......

الإجابة :

أ . μ = م = 0.03   ب . μ = م = 15   ج . <u>μ = م = 1.5</u>

13 / في توزيع بواسون ، كانت ن = 100 ، ل = 0 .03 فان قيمة التباين =......

الإجابة :

أ . <u>σ^2 = م = 3</u>   ب . σ^2 = م = 1 ,5   ج . σ^2 = م = 2 ,1

التقدير الاحصائي :

يقصد بطرق التقدير ان نقدر معالم المجتمع المجهوله عن طريق بيانات العينه المتاحه ، ويقصد بمعالم المجتمع المجهوله المؤشرات أو الأدلة , مثل متوسط عمر الفرد في المملكه , متوسط دخل الاسره في المملكه , نسبة الاميه او نسبة البطاله في المملكه , هذه جميعها تسمى مؤشرات في مجتمع المملكه وهي مجهوله , نستطيع تقديرها عن طريق سحب عينه من المجتمع وحساب مايقابل تلك االمؤشرات بالعينه ..

ونظرية التقدير نوعان : (أ/ التقدير بنقطه او التقدير وحيد القيمه ، ب/ التقدير بفترة ثقه) .

التقدير بنقطة نعتبر التقدير بالعينه هو نفسة القيمه الحقيقه بالمجتمع , فنسقط تقدير العينه على مؤشر المجتمع المجهول ، فمثلاً : نسبة الاميه في المملكه ل نستخرجها بأخذ عينه من المواطنين ونحسب نسبة الاميه مثلاً 30 % , فنعتبر نسبة العينه هي نفسها النسبه في المملكه ، فنعتبر :

متوسط المجتمع المجهول ميو μ = متوسط العينه المعلوم (سين شرطة) : μ =

التقدير بفتره ثقه:

أولاً : تقدير متوسط المجتمع الميو μ بفترة ثقة : نقول أن متوسط المجتمع μ يقع بين قيمتين معينتين (كحد أنى وحد أعلى) ، والوسيلة التي تمكننا من الوصول إلى تلك القيم الحدودية والتي يمكن أن تقع داخلها القيمة الحقيقية في المجتمع هي التقدير بفترة ثقة وفق العلاقة التالية :

$$\mu = \overline{\text{س}} \pm \text{ى} \times [\text{ع} \div \sqrt{\text{ن}}]$$

وقلنا : ± فلو أضفنا (+) أي الحد الأعلى لقيمة μ ، ولو طرحنا (−) الحد الأدنى لقيمة μ .

ومن الواضح أن أسلوب التقدير بفترة ثقة يعتمد كلياً على أسلوب التقدير بنقطة ، وبمعنى آخر عندما نأخذ في الاعتبار الخطأ المعياري للتقدير الاحصائي نكون بصدد أسلوب التقدير بفترة ثقة ، والصورة العامة له هي :

س : الوسط الحسابي في العينة , ع : الانحراف المعياري للعينه وهو الجذر التربيعي للتباين ، ن : حجم العينه ، ي : قيم أو درجات معيارية شائعة الاستخدام لها 3 قيم وهي :

عند درجة ثقه 90% (أي ميوا تكون بـ 90%) ي = 1.64

عند درجة ثقه 95% (أي ميوا تكون بـ 95%) ي = 1.96

عند درجة ثقه 99% (أي ميوا تكون بـ 99%) ي = 2.58

مثال : تم تكليفك بتقدير متوسط الانتاج اليومي للعامل في أحد المصانع . قمت بسحب عينه عشوائيه من 64 عامل فوجدت فيها متوسط الانتاج اليومي 21 بأنحراف معياري 3, قدر بدرجة ثقه 95% متوسط الانتاج اليومي للعامل في المصنع ؟

الحل : من المثال نجد أن : حجم العينة (ن=64) ، والوسط الحسابي (= 21) ، والانحراف المعياري (ع=3) ، و(ي = 1,96)

$\mu = 21 \pm 1,96 \times 0,375$

$21 \pm 0,735$

.: متوسط الانتاج اليومي يقع بين (20.265 ، 21.735)

فالناتج 21 = μ بخطأ قدره 0.735 فمرة نضيف (+) فتصبح 21.735 الحد الاعلى ومره نطرح (-) فتكون20.265 الحد الادنى ، إذاً μ متوسط المجتمع بين 20.265 وَ 21.735 وهذا عند مستوى ثقة 95%.

ثانيا: تقدير النسبه في المجتمع ل بفترة الثقه :

بنفس الأسلوب الذي أتبع في إنشاء فتره الثقه لمتوسط المجتمع μ {مثل: متوسط عمر الفرد في الدوله , متوسط دخل الأسره السعوديه , متوسط الأجر الشهري لعمال صناعة الإسمنت ...الخ} , يمكن انشاء فتره ثقه لنسبة حدوث صفه ما في المجتمع ل {مثل نسبة الأميه في المملكه , نسبة البطاله في المملكه , نسبة الاصابه بمرض معين في المجتمع , نسبة المدخنين بين الشباب ...الخ } وذلك من خلال الاستعانه بنسبة الحدوث لهذه الصفه في عينه عشوائيه ل^ (تقرأ : ل هاد) (هاد يعني قبعة) , مسحوبه من هذا المجتمع .

وعند مستوى ثقة 95% أو 99% فإن فترة الثقه للنسبه ل هي :

ل = ل^ ± ي (ل^(1 - ل^)

ن

حيث ي = إما : 1.96 عند درجة ثقة 95% ، أو : 2.85 عند درجة ثقة 99%

مثال : في عينه حجمها 1000 مواطن من سكان مدينة الرياض , كانت نسبة الأميه فيها 30% , قدر بدرجة ثقه 95% نسبة الأميه في مدينة الرياض .

الحل: البيانات المتاحه هنا هي :حجم العينه (ن =1000) ، نسبه الأميه في العينه (ل^ =30% = 0,3) (ي = 1,96) .

فترة الثقه للنسبه في المجتمع ل هي : ل = ل^ ± ي (ل^(1 - ل^)

ن

$= 0.3 \pm 1.96 \times \quad 0.3 \times (1-0.3)$

100

$= 0.3 \pm 1.96 \times 0.014$

$= 0.3 \pm 0.03 = (0.33 \ / \ 0.27)$. مرة نضيف (+) $0,03 = 0,33$ ، ومرة نطرح (-) $0,03 = 0,27$

إذاً : نسبة الأميه في الرياض تقع بين 33% , 27% وهذا تقدير صحيح بنسبة 95% .

ثالثآ: تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين بفتره ثقه :

في كثير من التطبيقات العمليه يتطلب الأمر إيجاد فتره ثقه للفرق بين متوسطي مجتمعين , فمثلا قد نرغب في تقدير الفرق بين متوسط انتاجية العاملين , ومتوسط انتاجية العاملات في صناعة ما , اوتقدير الفرق بين متوسط مدة الاقامه للمرضى في المستشفيات الحكوميه ومتوسط مدة الاقامه للمرضى في المستشفيات الخاصه , او دراسة الفرق بين متوسط انتاجية الفدان لمحصول معين في محافظتين مختلفتين , اوتقدير الفرق بين متوسطي درجات الطلبه في شعبتين من شعب احدى الكليات ....الخ

تحديد حجم العينه :

حجم العينه يجب ان يحدد في ضوء 3 معايير

1/ درجة التباين : فالعلاقه بين حجم العينه ودرجة التباين علاقه طرديه .

2/ درجة الخطأ في التقدير : فالعلاقه عكسيه بين درجة الخطأ في التقدير (د) وحجم العينه (ن) .

3/ درجة الثقه في التقدير : فالعلاقه طرديه بين درجة الثقه (أي الدرجه المعياريه) وحجم العينه ن .

في ضوء هذه المعايير يمكن وضع صيغ رياضيه تحدد حجم العينه سواء استخدمت في قياس متوسط μ او في قياس نسبة على النحو التالي :

أ/ حجم العينه (ن) اللازم لتقدير متوسط المجتمع μ : ن = ي2× σ 2 ÷ د2

ي2: الدرجة المعياريه التي تناظر درجة الثقة التي يحددها الباحث وعادة تكون ى = 1,96 , 2,58 عند مستويات ثقه 95% , 99% .

σ 2 = تباين المفردات في المجتمع . د2 : خطأ التقدير وفي قيمة يضعها الباحث لنفسه مقدماً .

ب/ حجم العينه ن اللازمه لتقدير نسبة حدوث صفه ما في المجتمع : ن = ي2× ل × (1− ل) ÷ د2

ل : نسبة الظاهره في المجتمع ، وعندما تكون النسبه ل في المجتمع مجهوله فإنه يمكن اعتبار ان : ل = 0,5

مثال : أوجد حجم العينه العشوائيه اللازمه لتقدير متوسط العمر لعينه من الطلبه إذا كنا نرغب في ألا يزيد الخطأ في التقدير عن 2 سنه وبدرجة ثقه 95% , بفرض ان تباين الأعمار في المجتمع 50 =2 σ .

الحل: د=2 , درجة الثقه95% .:. ى=1,96 , 2=50 σ .

ن = ي2× σ 2 ÷ د2 : = (1,96)2 × 50 ÷ (2)2 = 48 طالب .

مثال : ماهو حجم العينه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير متوسط وزن الطالب , بشرط ألا يتجاوز الخطأ في تقدير متوسط الوزن عن 4 كجم وبدرجة ثقه 99% بفرض أن الانحراف المعياري للأوزان في المجتمع هو 8 كجم .

الحل : د = 4 , σ =8 ، ي = 2,58

ن = ي2× σ 2 ÷ د2 = (2,58)2 × (8)2 ÷ (4)2 = 26,6 وتقرب النتيجه لتصبح = 27 طالب .

مثال : ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير نسبة الطلبه كبار السن , بشرط الأ يتجاوز الخطأ في التقدير (د) عن 2% , وبدرجة ثقه 95% , بفرض أن هذه النسبه من دراسات سابقة هي 25% .

الحل : ل (النسبه في المجتمع) = 25% = 0,25 ، (د = 0,2) ، (ي = 1,96)

قانون النسبة : ن = ي2× ل × (1− ل) ÷ د2 = (1,96)2 × 0,25 × 0,75 ÷ (0,02)2 = 1801 طالب

اختبارات الفروض الاحصائية

الاحصاء التحليلي مكون من شقين : (اختبارات الفروض و فترات الثقه) .

القرار الاحصائي :

في الكثير من الاحيان يواجه الباحث مشكلة اتخاذ قرار بشأن احد مؤشرات المجتمع (مثل المتوسط في المجتمع , النسبه في المجتمع ....الخ) وذلك اعتماداً على المعلومات المتوفره من عينة عشوائيه مسحوبه من هذا المجتمع ، وطبيعي ان يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمه وبأقل قدر ممكن من المخاطر الماديه والماليه وغيرها ..

فمثلاً : متوسط انتاجية العامل في احد المصانع 50 وحده يومياً (يوجد عمال انتاجيتهم اعلى من 50 وعمال انتاجيتهم اقل من 50) ، ولكن يرغب صاحب المصنع في رفع هذه الانتاجيه وكان احد البدائل المطروحه هي أن يقوم بعملية تبديل لآلات الموجوده بالمصنع او منح العمال حوافز نقديه ، لكن صاحب المصنع يعلم ان هذا القرار سوف يترتب عليه تحمل نفقات كبيره وقد لا يتحقق الغرض المطلوب , لذا يجري تجربه بمنح عينه عشوائيه من العمال حوافز نقديه لمدة معينه ، ولنرفض ان متوسط انتاجيه العمال في تلك العينه 60وحده ، هنا يقوم صاحب المصنع بمقارنة انتاجية العامل في المصنع (أي في المجتمع μ) وهي 50 وحده مع متوسط انتاجيه العامل في العينه وهي = 60 وحده ، ويحدد ما اذا كان الفرق بين (μ ،) راجعا لعوامل عشوائيه ، أي ناتج من استخدام أسلوب العينة وبالتالي يعد فرقاً ، فالقرار الذي يتخذ يسمى القرار الاحصائي ، والوسيلة التي تمكن الباحث من اختيار القرار السليم هي اختبارات الفروض الاحصائية .

الفروض الاحصائية : (الفرض العدمي والفرض البديل) :

الفرض الاحصائي هو تفسير أو تحديد مبدئي يتعلق بواحد أو أكثر من معالم أو مؤشرات المجتمع المجهولة

وأما الفرض المقابل للفرض العدمي يسمى (الفرض البديل) وهو تفسير مغاير أو معاكس للفرض العدمي ، وكنتيجة لتطبيق خطوات الاختبار الاحصائي نصل إلى قرار إما بقبول الفرض العدمي وهذا يعني رفض الفرض البديل ، والعكس بأن نصل إلى قرار رفض الفرض العدمي وهذا يعني قبول الفرض البديل .

وسيلة الاختبار الاحصائي :

للوصول إلى قرار إحصائي بشأن قبول أو رفض الفرض العدمي نستعين بوسيلة أو بعلاقة رياضية تربط ما بين قيمة المؤسر في المجتمع ونظيره في العينة ، هذه العلاقة الرياضية ما هي إلا متغير عشوائي (لأنها تعتمد على التقدير في العينة وهو متغير عشوائي) لها دالة احتمالية محددة مثل دالة توزيع ذو الحدين أو بواسون أو التوزيع الطبيعي أو تويع ت أو توزيع كا2 … إلخ ، ومن ثم يمكن مقارنة القيمة الحسابية لهذه العلاقة الرياضية مع القيمة المستخرجة من الجدول الاحصائي للتوزيع الاحتمالي الذي تتبعه هذه العلاقة الرياضية ، وكنتيجة للمقارنة بين القيمتين الحسابية والجدولية يمكن اتخاذ قرار إحصائي بقبول أو رفض الفرض العدمي .

إذاً لكي نختار أو نرفض الفرض العدمي ننتقل الى خطوه اخرى نسميها وسيلة الاختبار وهي علاقه رياضيه أو قانون نستخدم فيه كل مايتوفر لدينا من بيانات اثناء التجربه (مثل حجم العينه , متوسط العينه , الانحراف المعياري) وفي النهايه يعطيني رقم يساعدني للوصول الى القرار .

مستوى المعنوية : (α)

امستوى المعنويه هو نسبة أو احتمال اتخاذ قرار خاطئ : والقرار الخاطئ يقصد به رفض الفرض العدمي على الرغم انه صحيح ويجب قبوله , ومستوى المعنويه له عدة قيم شائعه الاستخدام (10% , 5% , 1%) هذه القيم ماهي الا مساحات احتماليه تحت منحنى التوزيع الطبيعي وهذه المساحات الاحتماليه يقابلها درجات معياريه (ي) ، وعندما نرسم مستوى المعنوية بيانياً سيمثل مساحه تحت المنحنى هذه المساحه اللي تعبر مستوى المعنوية ويرمز لها بالرمز (ألفا :(α ، الذي يعبر عن احتمال الرفض اسميها منطقه الرفض او اسميها المنطقه الحرجة .

فعندما يتخذ الباحث قراراً بقبول او رفض الفرض العدمي فأنه يضع لنفسه حدوداً للخطأ الذي يمكن تحمله كنتيجة لاتخاذ قرار خاطئ (قبول الفرض العدمي وكان المفروض ان يرفضه ، او العكس انه يرفض الفرض العدمي رغم انه الصح) .

المنطقه الحرجه :

المنطقة الحرجة او منطقة الرفض وهي التي تفصل بين منطقة الرفض والقبول: التعبير البياني لمستوى المعنويه ، مستوى المعنويه هو احتمال الرفض وهو 5%.

أنواع الاختبارات :

الفرض العدمي ينص على عدم فاعلية المؤثر (عدم فاعلية السماد , عدم فاعلية الدواء , عدم فاعلية الحوافز الماديه) والفرض البديل العكس , وقد تكون الحوافز الماديه تحسن الانتاج (يقال له اختبار الطرف الايمن) ، وقد تكون الحوافز الماديه تخفض الانتاج (اختبار الطرف الايسر) ، وقد لا يكون هناك اتجاه واضح بالزيادة أو النقص (اختبار الطرفين).

اخطاء القرار الاحصائي :

القرار الاحصائي يمكن أن يكون أحد أربع صور وهي :

قبول الفرض العدمي وهو صح ويجب قبوله .

رفض الفرض العدمي وهو خطأ ويجب رفضه (وهما قرارن صحيحان) .

قبول الفرض العدمي وهو خطأ ويجب رفضه .

رفض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله . وهو ما يسمى المستوى المعنوي (الفا α)

مايهمنا بالقرارت الاربع هو القرار الاخير وهو رفض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله والذي سميناه مستوى المعنويه وسميناه خطأ من النوع الاول والذي ترجمناه بيانياً بمنطقة الرفض تحت المنحنى او المنطقه الحرجه الذي اعطيناه الرمز (الفا α) .

خطوات الاختبار الاحصائي :

تحديد الفرض العدمي ومن ثم الفرض البديل ، تحديد وسيلة الاختبار , (القانون) ، تحديد نسبة خطأ معين , مستوى خطأ معين اسمه مستوى المعنويه وهذا يقابله قيمه جدوليه ومن ثم اقارن بين القيمه الجدوليه و وسيلة الاختبار , ومن ثم اخذ القرار برفض او قبول الفرض العدمي .

اختبار متوسط المجتمع (ميو μ) واختبار النسبه في المجتمع (ل) :

اختبار متوسط المجتمع μ :

مثال : اذا كان متوسط انتاجية العامل هي 80 وحده , جرب نظام للحوافز المادية على عينه من 100 عامل لمدة معينة ، وفي نهاية العام وجد ان متوسط انتاجية العامل في هذه العينه اصبح 85 وحده بأنحراف معياري 7 وحدات ، اريد اختبار أثر الحوافز المادية علي انتاجية العامل ؟ استخجم مستوى معنوية ($\alpha = 5\%$)

الحل :

المعطيات

متوسط انتاجية العامل $80 = \mu$ ، ن حجم العنيه = 100 ، سَ متوسط العينه = 85 ، ع الانحراف المعياري = 7

α مستوى المعنويه = 5% (يعني نسبة الخطأ المسموح فيه) .

خطوات الاختبار : نضع انواع الفروض (العدمي والبديل) :

1/ الفرض العدمي : $\mu = 80$.

2/ الفرض البديل : $\mu \neq 80$

3/ وسيلة الاختبار الاحصائي : هي قانون (يجب حفظه) نضع فيه كل ماتوفر لدينا من بيانات ، والقانون :

$$ي = \frac{(سَ - \mu) \times ن}{ع} = \frac{(85 - 80) \times 100}{7} = 7,14$$

4/ تحديد القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$

الرقم 7,14 اما ان يقع في منطقة القبول او منطقة الرفض ، واختبار الطرفين (مستوى المعنويه هو احتمال ان القيمه الجدوليه عند مستوى المعنويه 5% يصبح (ي = 1.95).

5/ المقارنة (اتخاذ القرار الاحصائي) : هنا نقارن القيمة المحسوبة من وسيلة الاختبار الاحصائي ، وتسمى عادة (ي) المحسوبة ، مع القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية وتسمى عادة (ي) الجدولية ، فإذا وقعت ي المحسوبة في منطقة القبول ، كان القرار قبول الفرض العدمي ، وإذا وقعت ي المحسوبة في منطقة الرفض كان القرار رفض الفرض العدمي ، وفي هذا المثال نجد أن ي المحسوبة = 7,14 وهي تتعدى القيمة الجدولية أي تقع في منطة الرفض ، (اذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من الجدولية نرفض فرض العدم).

6/ القرار الاحصائي : هو رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل

مثال : اذا كان متوسط الدرجه الطالب في مادة الاحصاء هو 75 درجه استخدمت طريقه حديثه في تدريس هذه الماده على عينه من الطلبه حجمها 100 طالب فوجد ان متوسط درجة الطالب 70 درجه بانحراف معياري 5 درجات ، هل تدل هذه البيانات على ان المستوى التحصيل للطالب قد انخفض نتيجه لأستخدام هذه الطريقه الحديثه ؟ $\alpha = 1\%$

الحل : بينات هذا المثل هي : (μ = 75) , (ن= 100) , (سَ =70) , (ع =5) (α = 1 %) .

بما أنه ذكر في السؤال كلمة انخفض فيعني استخدم اختبار الطرف الأيسر (أصغر من) .

خطوات الاختبار :

1/ الفرض العدمي : $\mu = 75$.

2/ الفرض البديل : $\mu < 75$ (اختبار الطرف الايسر)

3/ وسيلة الاختبار الاحصائي هي :

$$ي = \frac{(\bar{س} - \mu) \times \sqrt{ن}}{ع} = \frac{(70 - 75) \times \sqrt{100}}{5} = -10$$

(ي المحسوبة = -10) .

4 / القيمه الجدوليه عند مستوى المعنويه 0,01 :

في هذا المثال وطبقاً للفرض البديل نجد ان منطقة الرفض تقع كلها في الطرف الايسر تحت المنحنى الاحتمالي ، وعلى ذلك عند مستوى المعنويه 1 % , اختبار طرف ايسر نجد ان قيمة ي الجدوليه = - 2,33

5 - المقارنه : يوضع القيمه المحسوبه على المنحنى الاحتمالي (-10) تجد انها في منطقة الرفض .

6.القرار : رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل أي ان الطريقه الحديثه في التدريس ادت الى انخفاض مستوى للطالب , وهذا القرار صحيح بنسبة 99% وعرضه ليكون خطأ بنسبة 1% .

اختبار النسبة في المجتمع :

أختبار النسبه في المجتمع لا يختلف اطلاقاً عن اختبار المتوسط في المجتمع نفس خطوات الاختبار لا تتغير 6 خطوات

تمارين التقدير واختبارات الفروض :

اختر الاجابة الصحيحة :

1 / إذاكانت : μ = $\bar{س}$ ± ى × [ع ÷ $\sqrt{ن}$] ، فان هذا يسمى :

الإجابة :

أ . تقدير المتوسط بفترة ثقة . ب . تقدير النسبة بفترة ثقة .

2/ إذاكانت: ل = ل ^ ± ى× [$\sqrt{ل^ (1 - ل^) ÷ ن}$] ، فان هذا يسمى:

الإجابة :

أ . تقدير المتوسط بفترة ثقة . ب . تقدير النسبة بفترة ثقة .

---

3 / في فترة الثقة 95% ، فان قيمة الدرجة المعيارية ى هي: ....

الإجابة :

أ . ى = 1, 96 ب . ى = 2, 58 ج . ى = صفر

4/ في فترة الثقة 99% ، فان قيمة الدرجة المعيارية ى : ....

الإجابة :

أ . ى = 1, 96 ب . ى = 2, 58 ج . ى = صفر

5/ في احدي الشركات ، سحبت عينة من 100 موظف ،كان متوسط عمر الموظف فيها

= 32 سنة بانحراف معياري = 5 سنة . قدر متوسط عمر الموظف في هذه الشركة بدرجة ثقة 95 %.

الإجابة :

أ . متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين : 27 ، 37 سنة

ب . متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين : 02,31 ، 98,32 سنة

ج . متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين : 30 ، 40 سنة

---

6 / القانون المستخدم في تقدير حجم العينة في حالة المتوسط هو :

الإجابة :

أ . ن = [ى2 × 2 σ] ÷ ع   ب . ن = [ى2 + 2 σ] ÷ ل

ج . ن = [ى2 × 2 σ] ÷ د2

---

7 / القانون المستخدم في تقدير حجم العينة في حالة النسبة هو :

الإجابة :

أ . ن = [ى2 × ل × (1- ل)] ÷ د2   ب . ن = [ى2 × ل2] ÷ د2

ج . ن = [ى2 × (1- ل)] ÷ د2

8/ ما هو حجم العينة الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد لتقدير متوسط عمر الدارس بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 3 سنوات وبدرجة ثقة95% ، على فرض أن الانحراف المعياري للأعمار = 8 سنوات .

الإجابة :

أ . ن = 70 طالب تقريبا   ب . ن = 50 طالب تقريبا

ج . ن = 27 طالب تقريبا

---

9 / ما هو حجم العينة الواجب سحبها من العاملين بإحدى الشركات لتقدير متوسط دخل الفرد فيها بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 100 ريال وبدرجة ثقة 95% على فرض أن الانحراف المعياري للرواتب 250ريال .

الإجابة :

أ . ن = 10 موظف تقريبا   ب . ن = 24 موظف تقريبا

ج . ن = 50 موظف تقريبا

.

10/ الفروض الإحصائية نوعان : فرض عدمي وفرض بديل .

الإجابة :

أ . صح .   ب . خطأ .

11/ يتعرض القرار الإحصائي إلى نوعين من الأخطاء :

الإجابة :

أ . صح . ب . خطأ .

12/ يرمز لمستوي المعنوية بالرمز α .

الإجابة :

أ . صح . ب . خطأ .

---

13 / إذا كانت قيمة وسيلة الاختبار (ى) المحسوبة = 6 والقيمة الجدولية ى = 96,1 ،

فان القرار يكون :............................

الإجابة :

أ . قبول الفرض ألعدمي . ب . رفض الفرض ألعدمي .

---

14 / إذا كانت قيمة وسيلة الاختبار (ى) المحسوبة = 2.1 والقيمة الجدولية ى = 2.58

فان القرار يكون :......................

الإجابة :

أ . قبول الفرض ألعدمي . ب . رفض الفرض ألعدمي .

---

15 / إذا كانت قيمة وسيلة الاختبار (ى) المحسوبة = 5.1 والقيمة الجدولية ى= 1.96

فان القرار يكون :......................

الإجابة :

أ . قبول الفرض ألعدمي . ب . رفض الفرض ألعدمي .

16/ إذا كان متوسط إنتاجية العامل هي 30 وحدة في اليوم . جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة ، تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 37 وحدة بانحراف معياري4 وحدات. أريد اختبار اثر الحوافز المادية على إنتاجية العامل . في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض ألعدمي والفرض البديل هو :

الإجابة :

أ . الفرض ألعدمي 30 = μ ، الفرض البديل 30 ≠ μ

ب . الفرض ألعدمي 30 = μ ، الفرض البديل 30 > μ

ج . الفرض ألعدمي 37 = μ ، الفرض البديل 30 < μ

17/ إذا كان متوسط إنتاجية العامل هي 30 وحدة في اليوم .جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة، تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 37 وحدة بانحراف معياري4 وحدات. أريد اختبار الفرض القائل بأن الحوافز المادية تحسن من إنتاجية العامل . في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض ألعدمي والفرض البديل هو :

الإجابة :

أ . الفرض ألعدمي $\mu = 30$ ، الفرض البديل $\mu \neq 30$

ب . الفرض ألعدمي $\mu = 30$ ، الفرض البديل $\mu < 30$

ج . الفرض ألعدمي $\mu = 37$ ، الفرض البديل $\mu < 30$

18/ إذا كان متوسط إنتاجية العامل في احد المصانع هي 30 وحدة في اليوم.جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة ، تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 38 وحدة بانحراف معياري 4 وحدات. وفق هذه البيانات تكون القيمة المحسوبة ى هى :

الإجابة :

أ . ى = 10 ب . ى = 20 ج . ى = 30

19/ إذا كان متوسط إنتاجية العامل هي 30 وحدة في اليوم .جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة ، تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 38 وحدة بانحراف معياري 4 وحدات. وعلى فرض أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5% هي96,1. أريد اختبار اثر الحوافز المادية على إنتاجية العامل . وفق هذه المعلومات ،يكون القرار الإحصائي هو :...............

الإجابة :

أ . قبول الفرض ألعدمي . ب . رفض الفرض ألعدمي .

20/ بصفة عامة ، إذا كانت القيمة المحسوبة لوسيلة الاختبار(ى المحسوبة) اصغر من القيمة الجدولية (ى الجدولية)، فهذا يعني :

الإجابة :

أ . قبول الفرض ألعدمي . ب . رفض الفرض ألعدمي .

س143/ اجري اختبارا في مادة الإحصاء على عينتين من الطلبة ، وحصلنا على النتائج التالية : في العينة الأولى والتي تضم 50 طالب ، كان متوسط الدرجة = 18 بانحراف معياري = 2 درجة. أما في العينة الثانية والتي تضم أيضا 50 طالب ،كان متوسط الدرجة = 15 بانحراف معياري= 4 درجات .أريد اختبار الفرض القائل بعدم وجود اختلاف حقيقي بين العينتين عند مستوى المعنوية 5% ، حيث القيمة الجدولية = 96,1 . وفق هذه البيانات يكون الفرض ألعدمي والفرض البديل على الصورة :

الإجابة :

أ . الفرض ألعدمي : $\mu 1 = \mu 2$ ، الفرض البديل : $\mu 1 \neq \mu 2$

ب . الفرض ألعدمي : $\mu 1 = \mu 2$ ، الفرض البديل : $\mu 1 > \mu 2$

ج . الفرض ألعدمي : $\mu 1 = \mu 2$ ، الفرض البديل : $\mu 1 < \mu 2$

س144/ اجري اختبارا في مادة الإحصاء على عينتين من الطلبة ، وحصلنا علي النتائج التالية : في العينة الأولى والتي تضم 50 طالب ،كان متوسط الدرجة = 18 بانحراف معياري = 2 درجة. أما في العينة الثانية والتي تضم أيضا 50 طالب ،كان متوسط الدرجة = 15 بانحراف معياري= 4 درجات . أريد اختبار الفرض القائل بعدم وجود اختلاف حقيقي بين العينتين عند مستوى المعنوية 5% ، حيث القيمة الجدولية =

96,1. وفق هذه البيانات تكون قيمة وسيلة الاختبار ى:....

الإجابة :

أ . ى = 74, 4 ب . ى = - 14 ج . ى = 33

س145/ اجري اختبارا في مادة الإحصاء على عينتين من الطلبة ، وحصلنا على النتائج التالية : في العينة الأولى والتي تضم 50 طالب ، كان متوسط الدرجة = 18 بانحراف معياري = 2 درجة. أما في العينة الثانية والتي تضم أيضا 50 طالب ،كان متوسط الدرجة = 15 بانحراف معياري= 4 درجات . أريد اختبار الفرض القائل بعدم وجود اختلاف حقيقي بين العينتين عند مستوى المعنوية 5% ، حيث القيمة الجد ولية = 96,1. وفق هذه البيانات يكون القرار الإحصائي هو : ....

الإجابة :

أ . قبول الفرض ألعدمي . ب . رفض الفرض ألعدمي .