Al sham University
Faculty of Informatic

جامعة الشام الخاصة
كلية الهندسة المعلوماتية

أسس الهندسة الكهربائية

لطلاب السنة الثانية

2020-2021

Dr. Ghada Aldahim
ghadadhem@gmail.com

References

1. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku, "Fundamentals of Electric Circuits", 2nd Ed, McGraw Hill, 2009.
   ISBN 978–0–07–352955–4

Chapter 6
Circuit Theorems
الفصل ٦
نظريات الدارات

6. Circuit Theorems

6.1 Introduction مقدمة

6.2 Linear Circuits الدارات الخطية

6.3 Superposition التراكم

6.4 Source Transformation تحويل المنابع

6.5 Thevenin's Theorem نظرية ثيفينين

6.6 Norton's Theorem نظرية نورتون

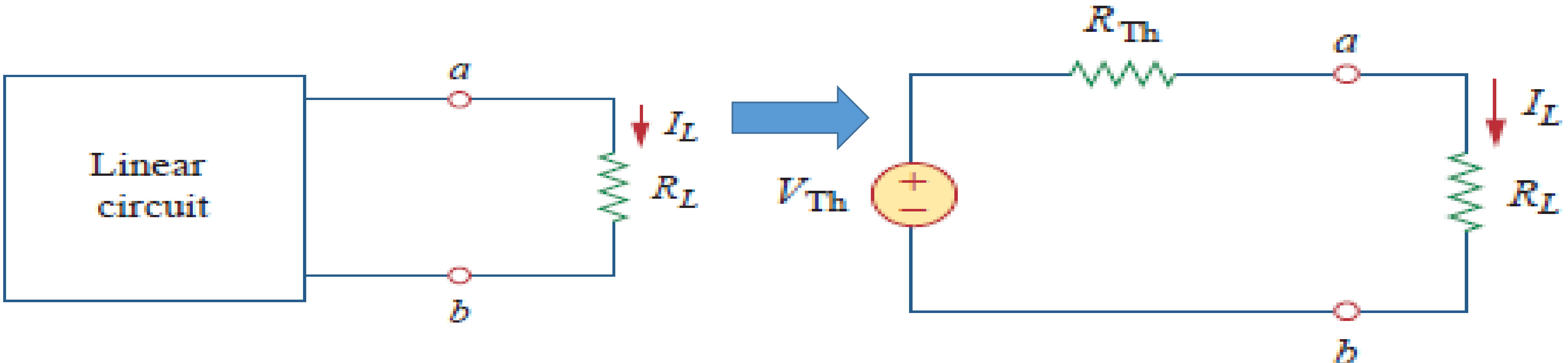
6.7 Maximum Power Transfer نقل الإستطاعة العظمى

5.6 نظرية ثيفينين Thevenin's Theorem

تنص نظرية ثيفينين على أنه يمكن استبدال دارة خطية ذات طرفين بدارة مكافئة مؤلفة من منبع توتر V_{th} على التسلسل مع مقاومة R_{th} حيث:

V_{th} : هو توتر الدارة **المفتوحة** عند النهايات

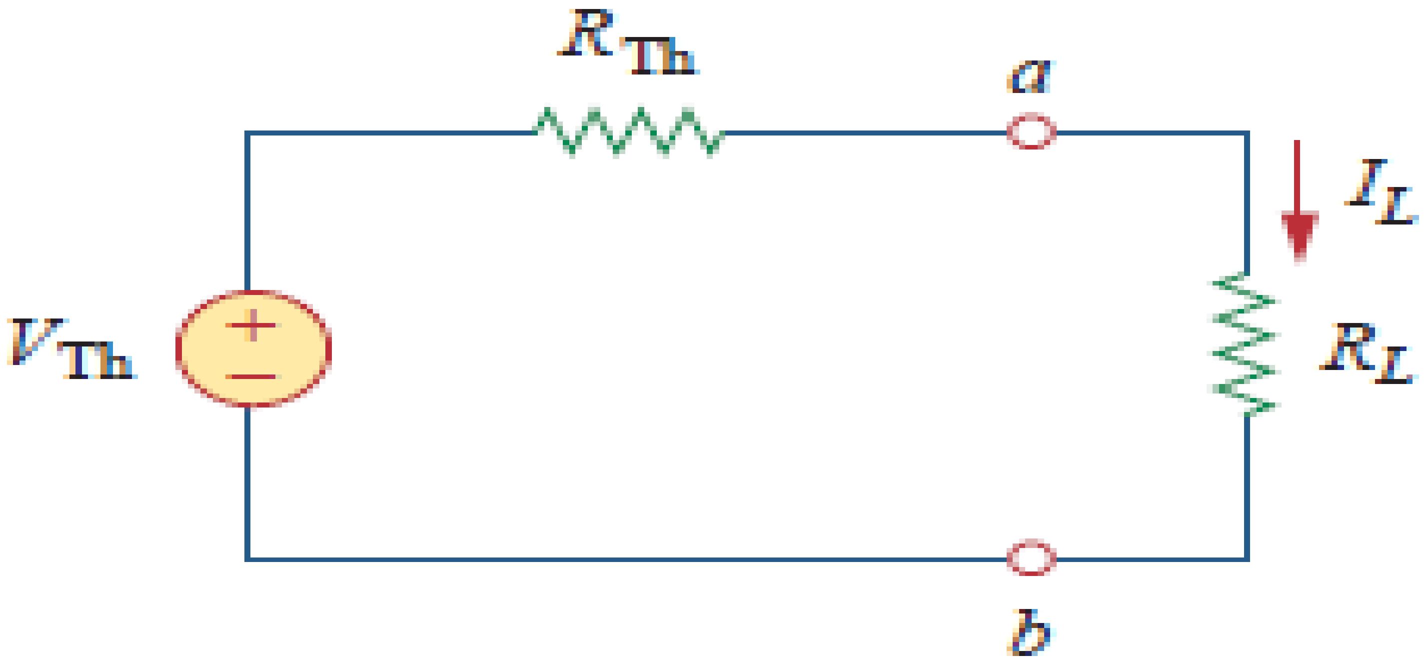
و R_{th} : هي مقاومة الدخل المكافئة عند المرابط بعد أن **تفصل المنابع المستقلة**.



(a) original circuit.

(b) Thevenin equivalent.

Thevenin's Theorem نظرية ثيفينين



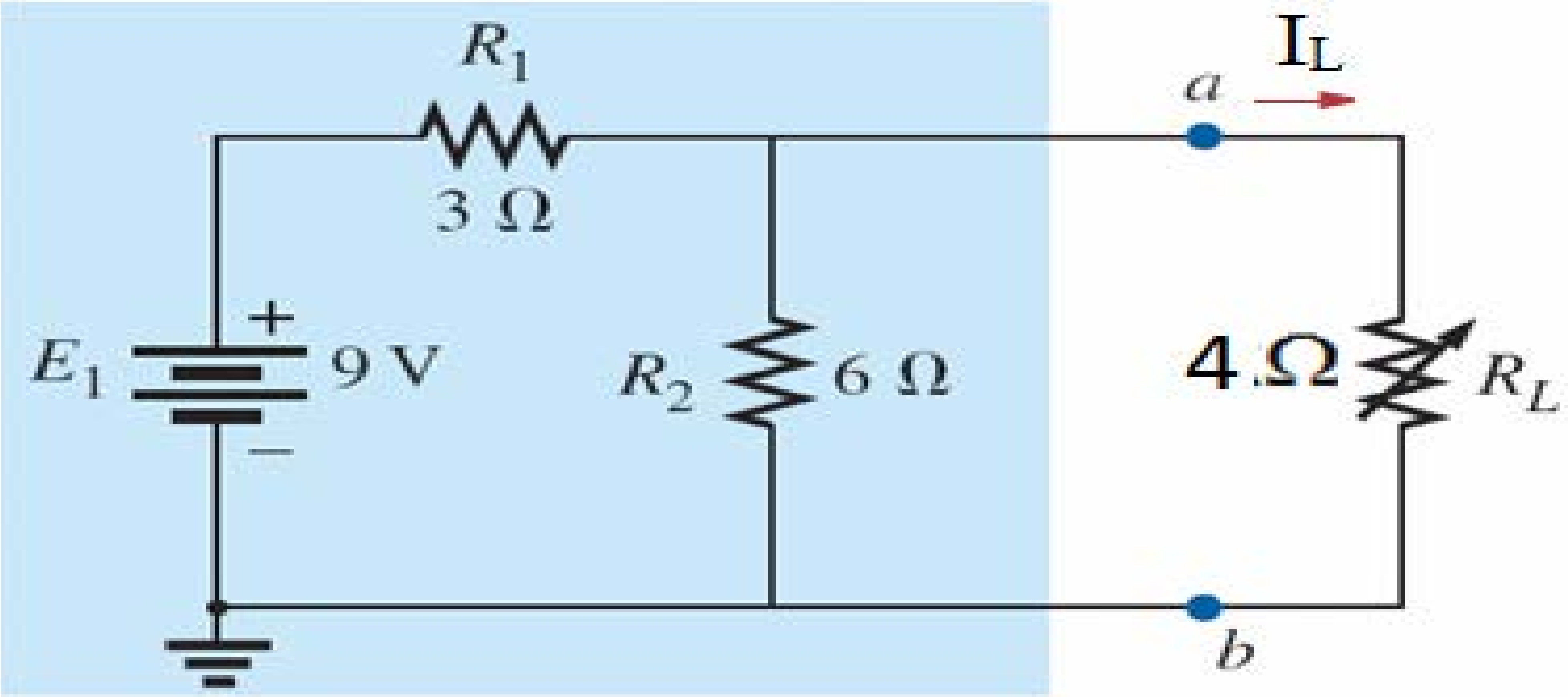
(b)
Thevenin equivalent.

$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$V_L = R_L I_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} V_{Th}$$

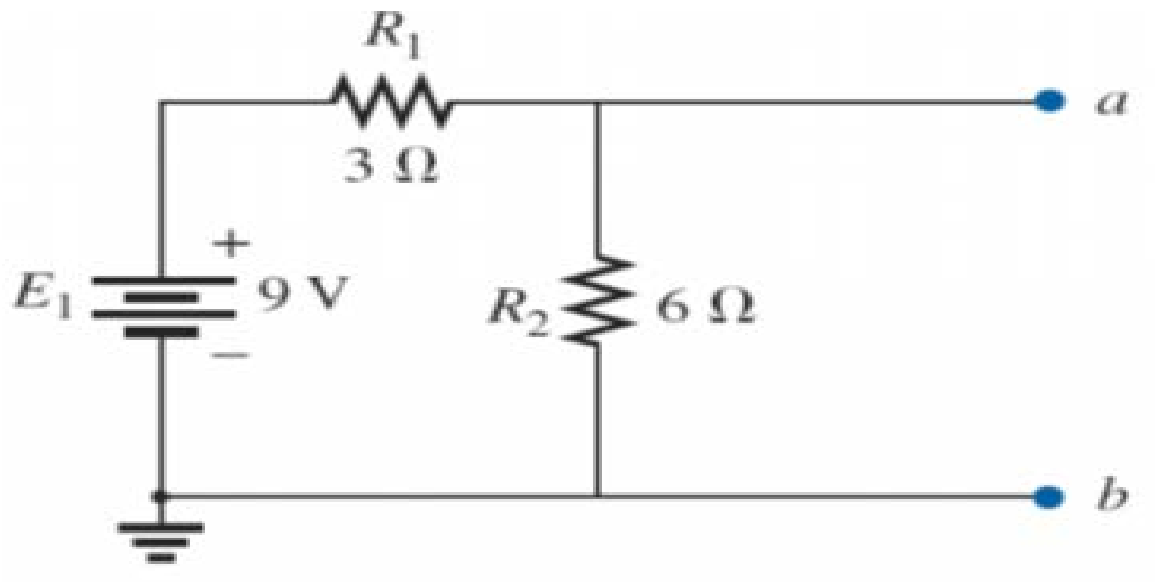
Example 6.7

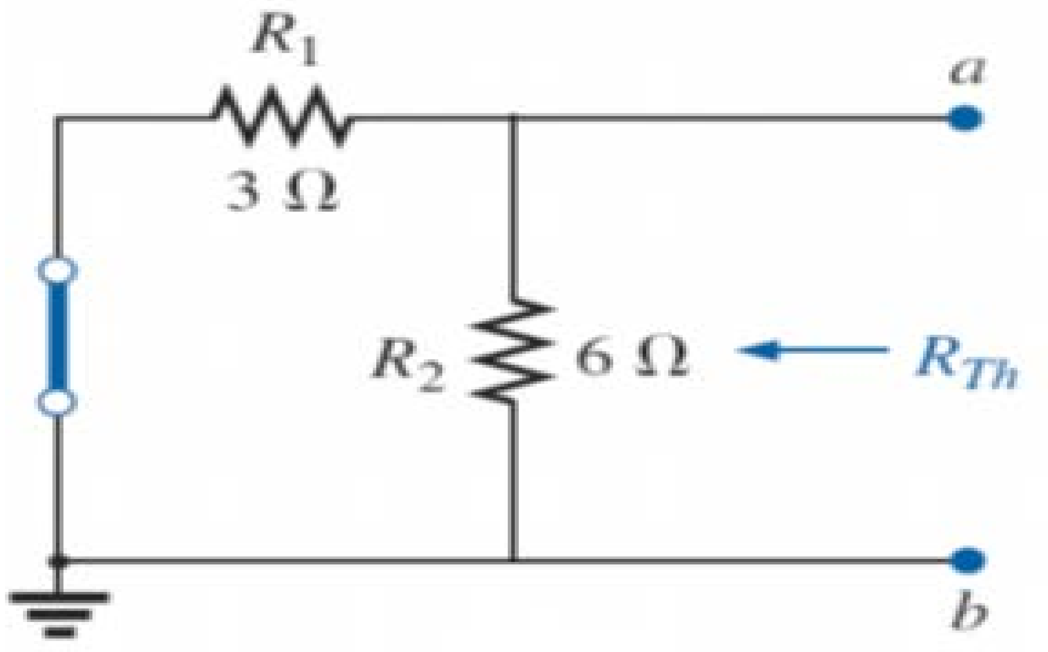
أوجد I_L مستخدماً نظرية ثيفينين .



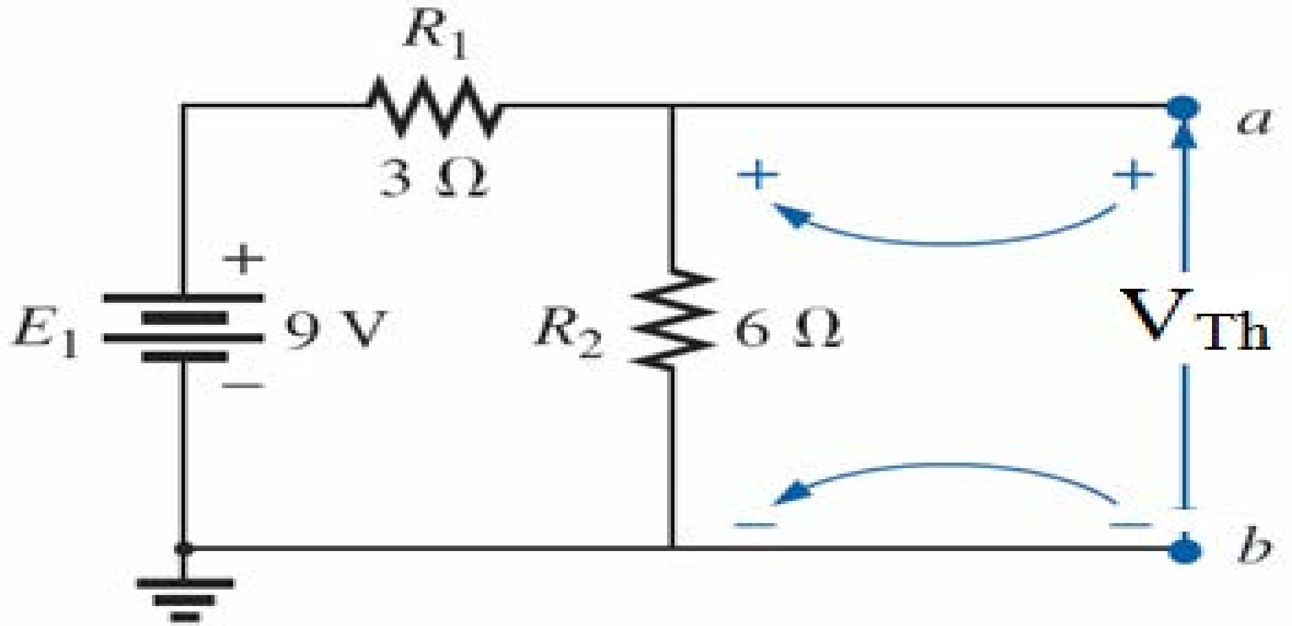
Solution

١- حساب R_{th}:



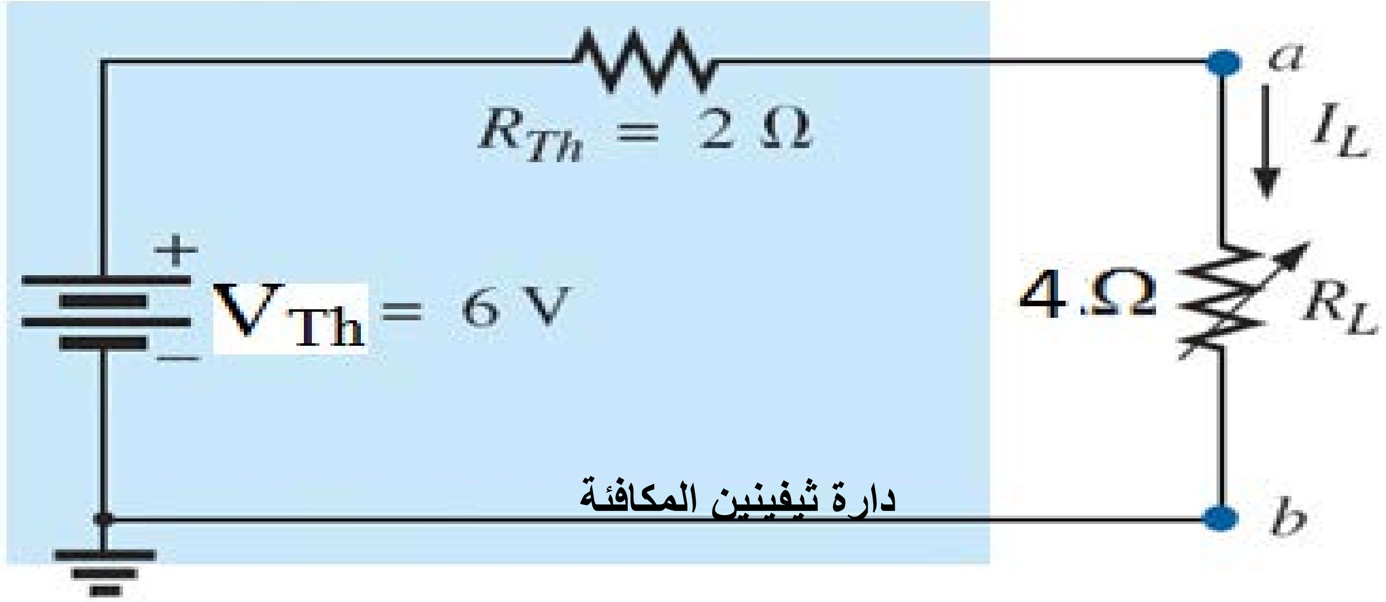


$$R_{Th} = 6//3 = \frac{6*3}{6+3} = 2\Omega$$



٢- حساب V_{th}:

$$V_{Th} = 9 * \frac{6}{6+3} = 6V$$

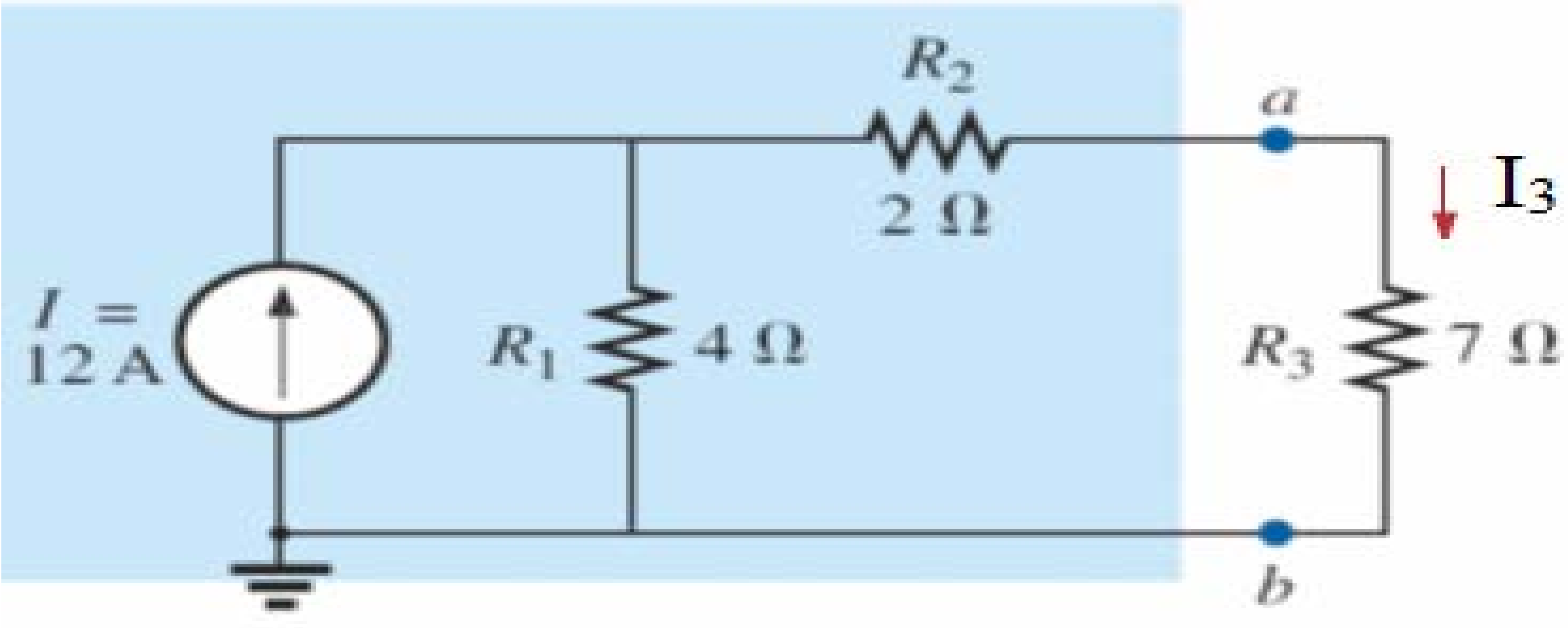


حساب I_L:

$$I_L = \frac{6}{2+4} = 1A$$

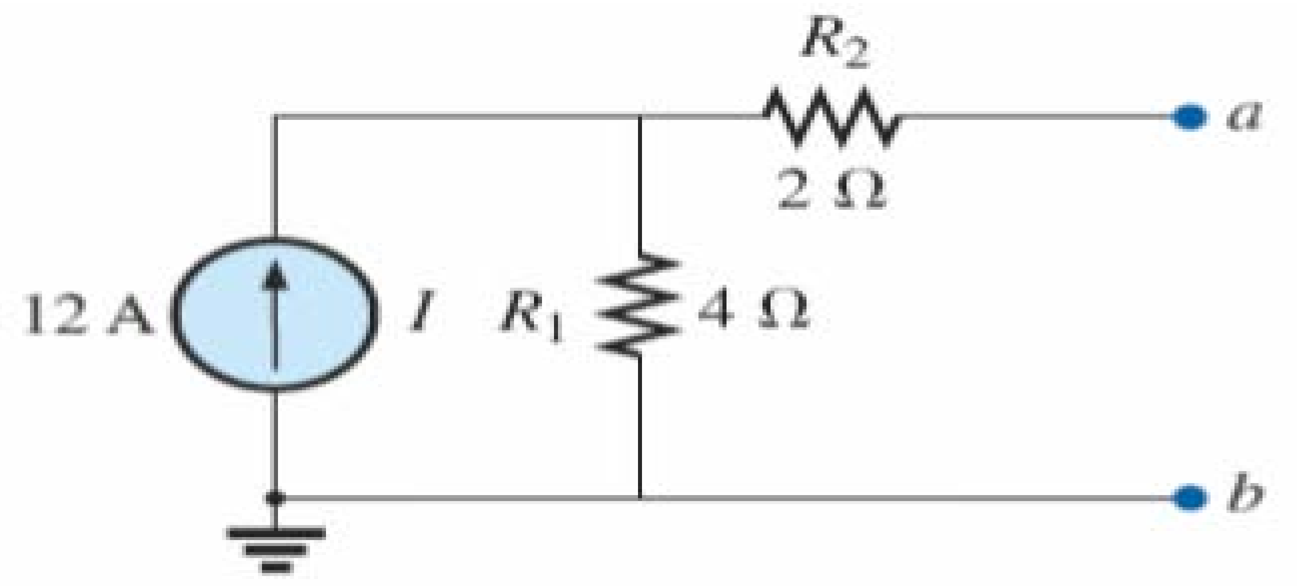
Example 6.8

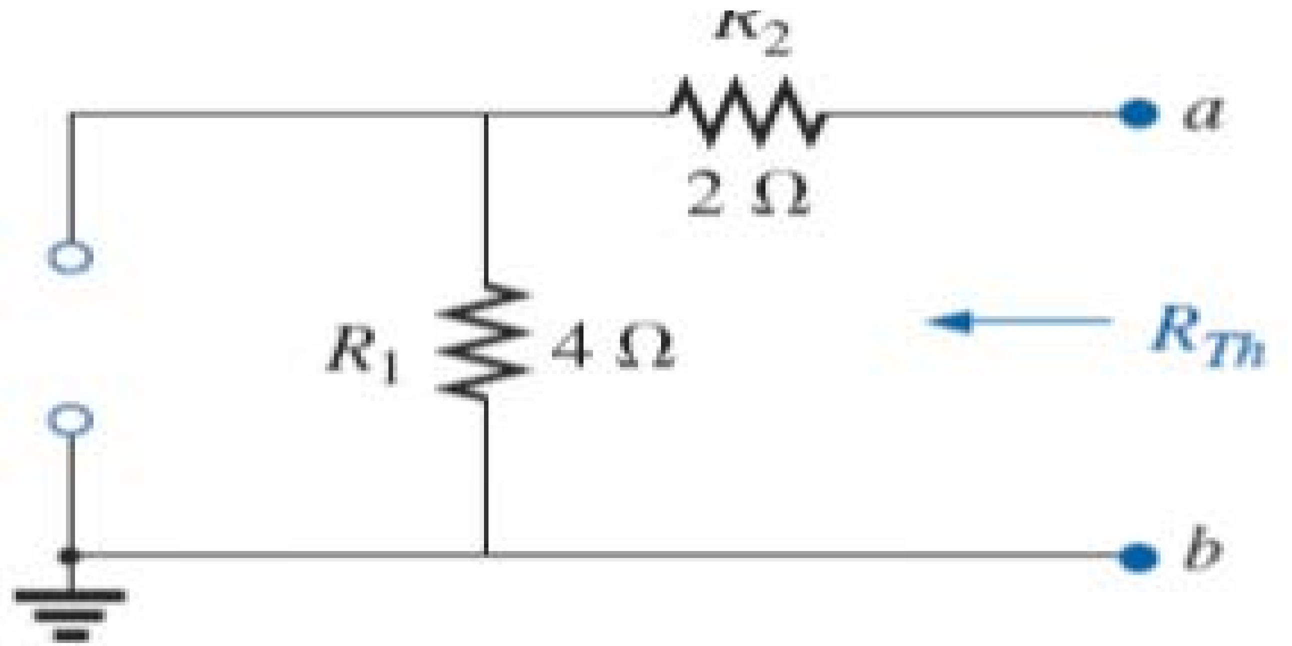
أوجد I_3 مستخدماً نظرية ثيفينين .



Solution

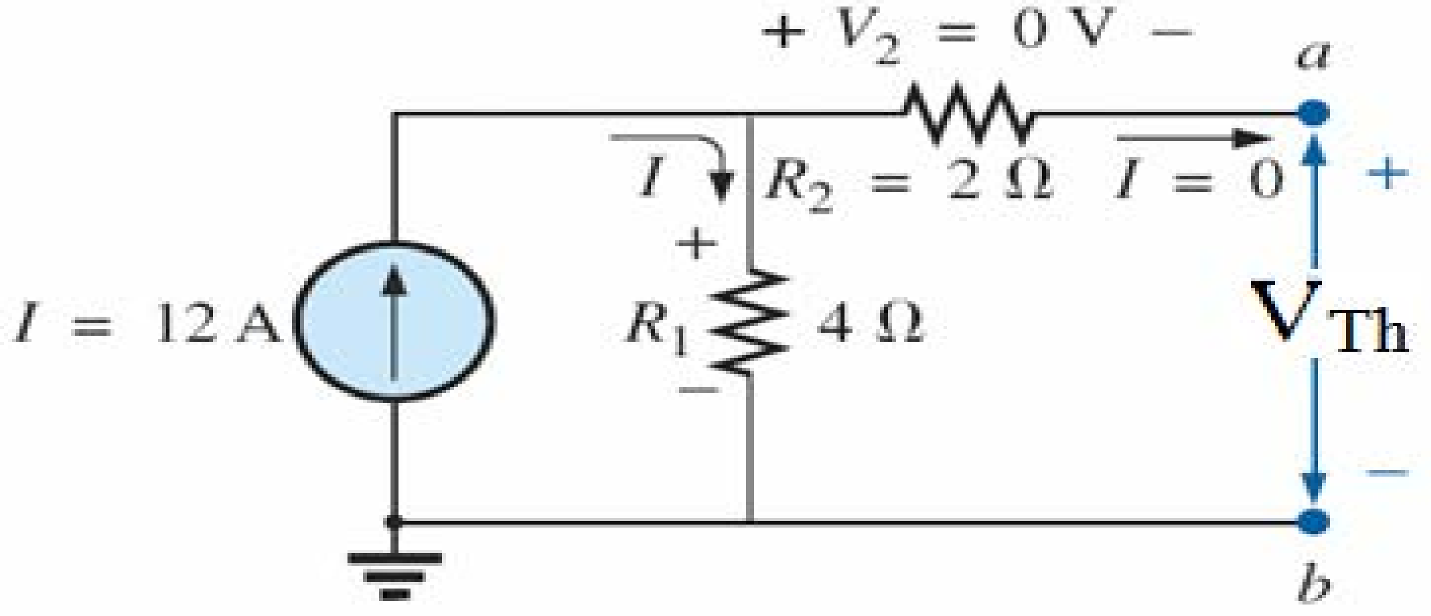
١- حساب R_{th}:





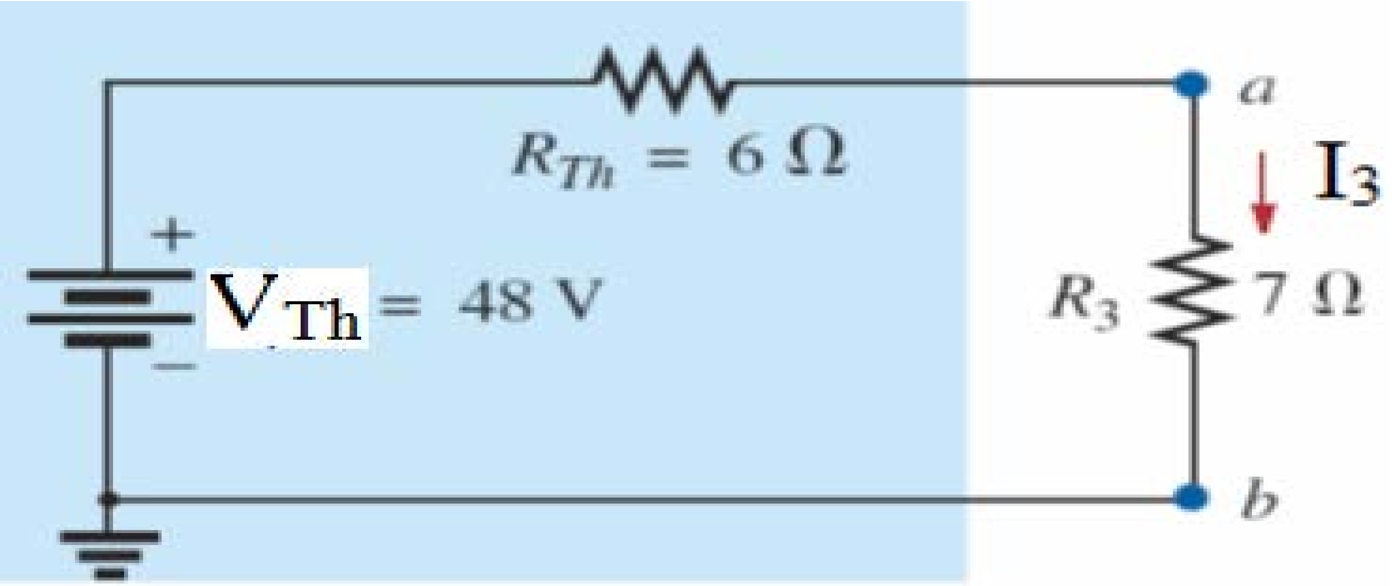
$$R_{Th} = 2 + 4 = 6\Omega$$

٢- حساب V_{th}:



$$V_{Th} = 12 * 4 = 48V$$

حساب I_L:



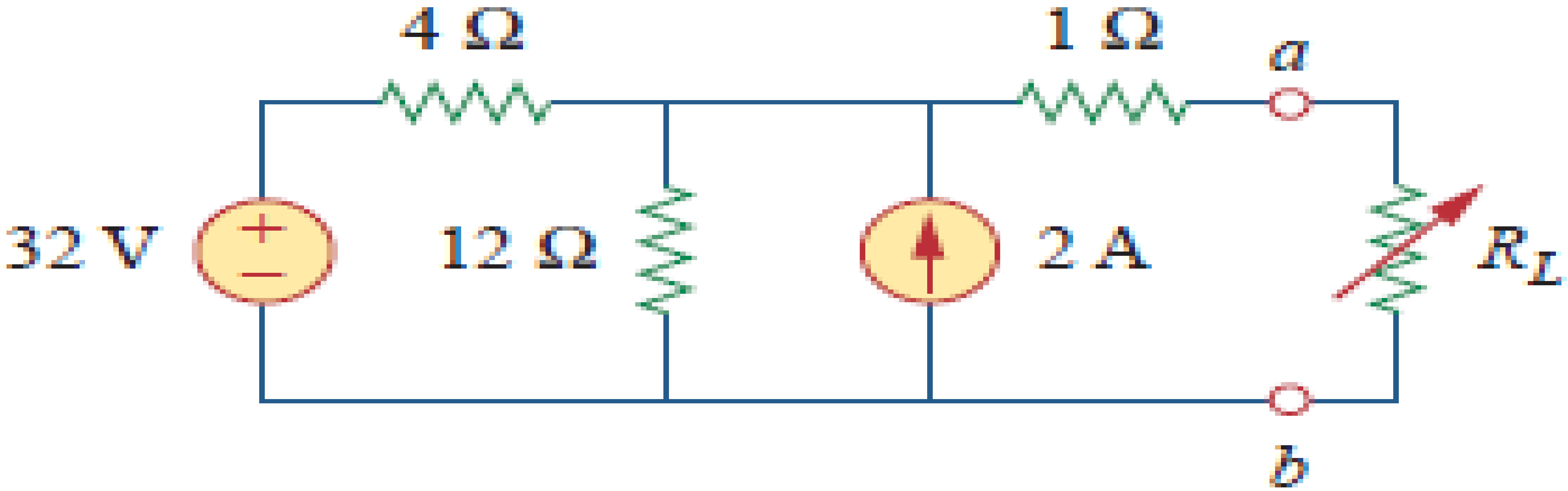
دارة ثيفينين المكافئة

$$I_3 = \frac{48}{6+7} = 3.692A$$

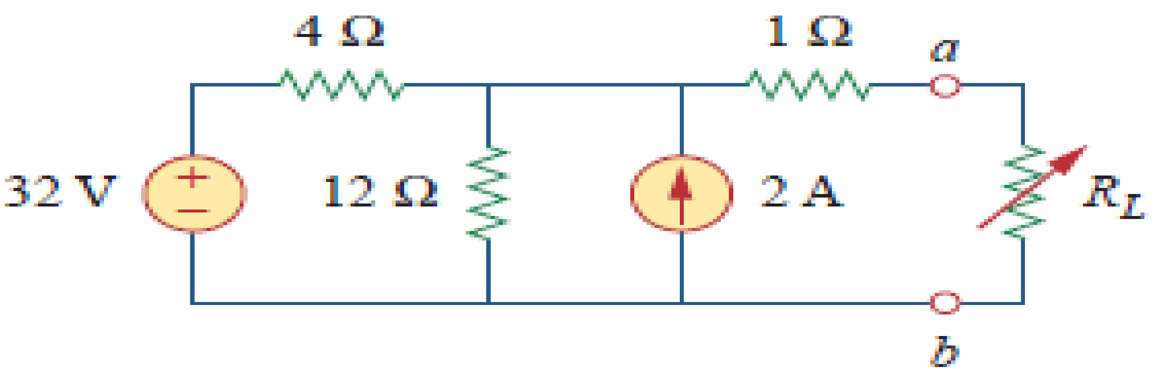
Example 6.9

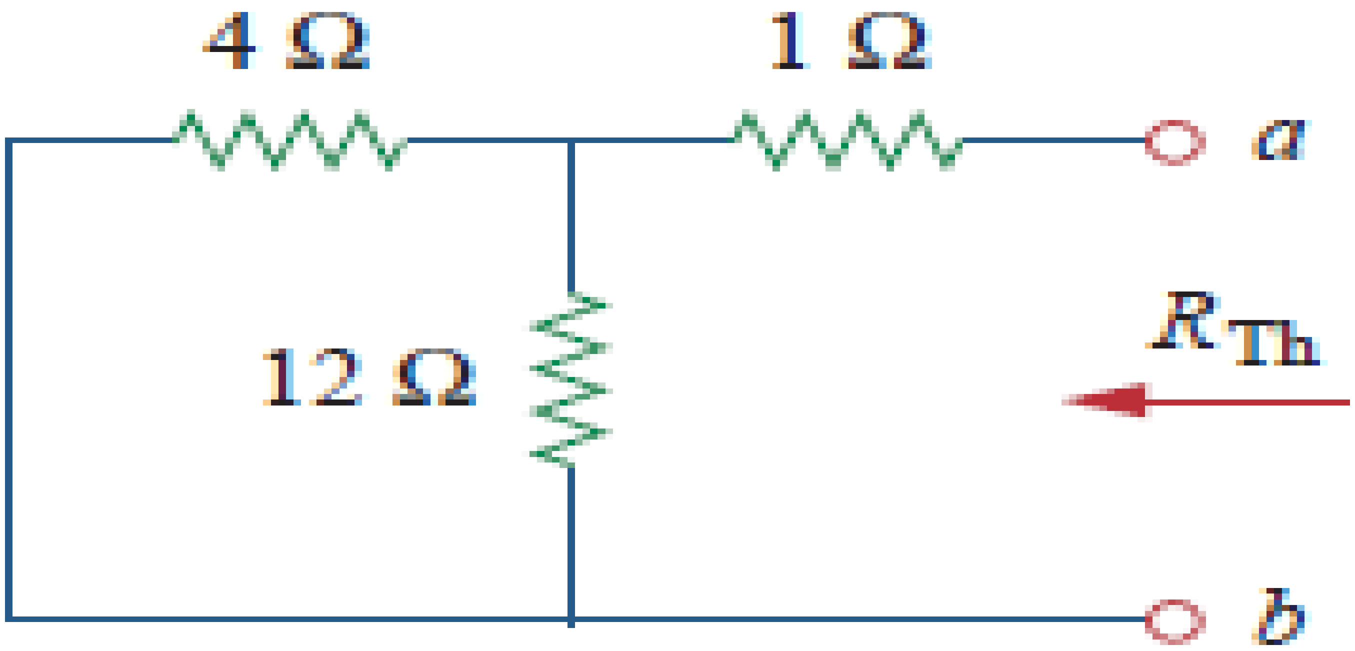
باستخدام نظرية ثيفينين، أوجد التيار المار خلال المقاومة

$R_L = 6, 16, 36\ \Omega$.



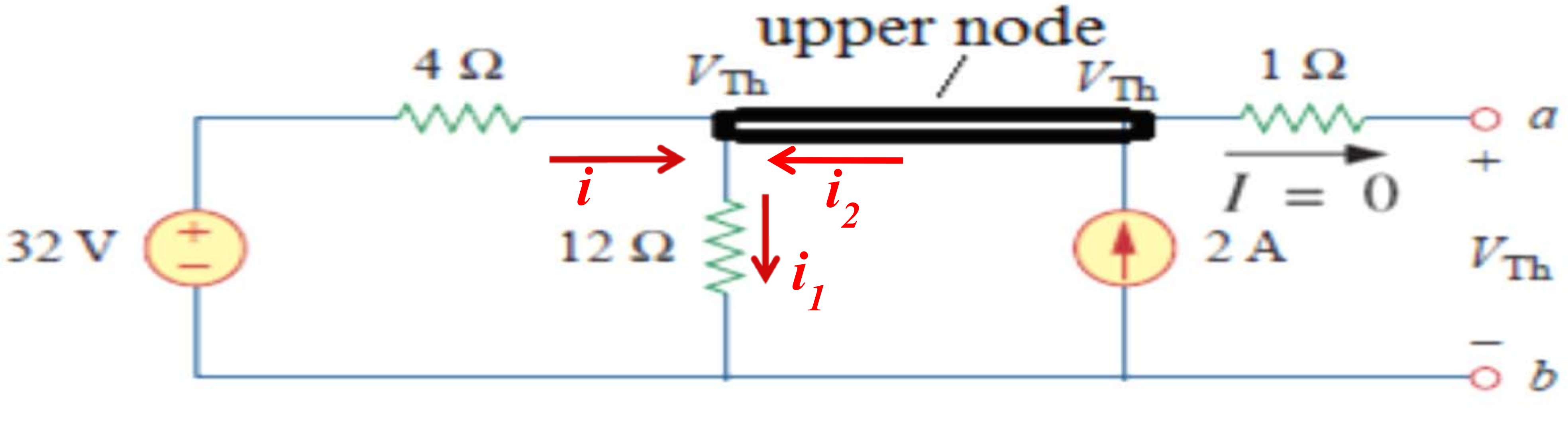
Solution





(a)

$$R_{Th} = 4 \parallel 12 + 1 = \frac{4 \times 12}{16} + 1 = 4\ \Omega$$



(b)

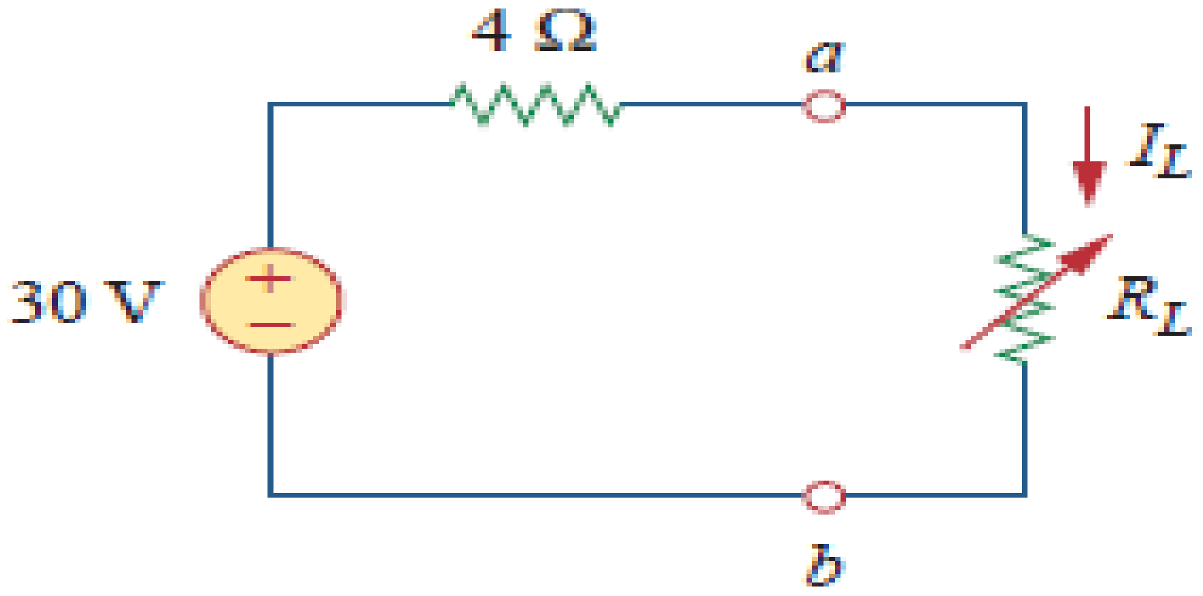
نحسب V_{th} بطريقة تحليل العقد:

KCL at upper node gives

$$i + i_2 = i_1$$

$$\frac{32 - V_{Th}}{4} + 2 = \frac{V_{Th}}{12}$$

$$96 - 3V_{Th} + 24 = V_{Th} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{Th} = 30 \text{ V}}$$



دارة ثيفينين المكافئة

$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{30}{4 + R_L}$$

$R_L = 6$

$$I_L = \frac{30}{10} = 3\ \text{A}$$

$R_L = 16$

$$I_L = \frac{30}{20} = 1.5\ \text{A}$$

$R_L = 36$

$$I_L = \frac{30}{40} = 0.75\ \text{A}$$

Practice Problem 6.8

Using Thevenin's theorem, find the equivalent circuit to the left of the terminals in the circuit of Fig. 4.30. Then find I.

Answer: $V_{Th} = 9$ V, $R_{Th} = 3\ \Omega$, $I = 2.25$ A.

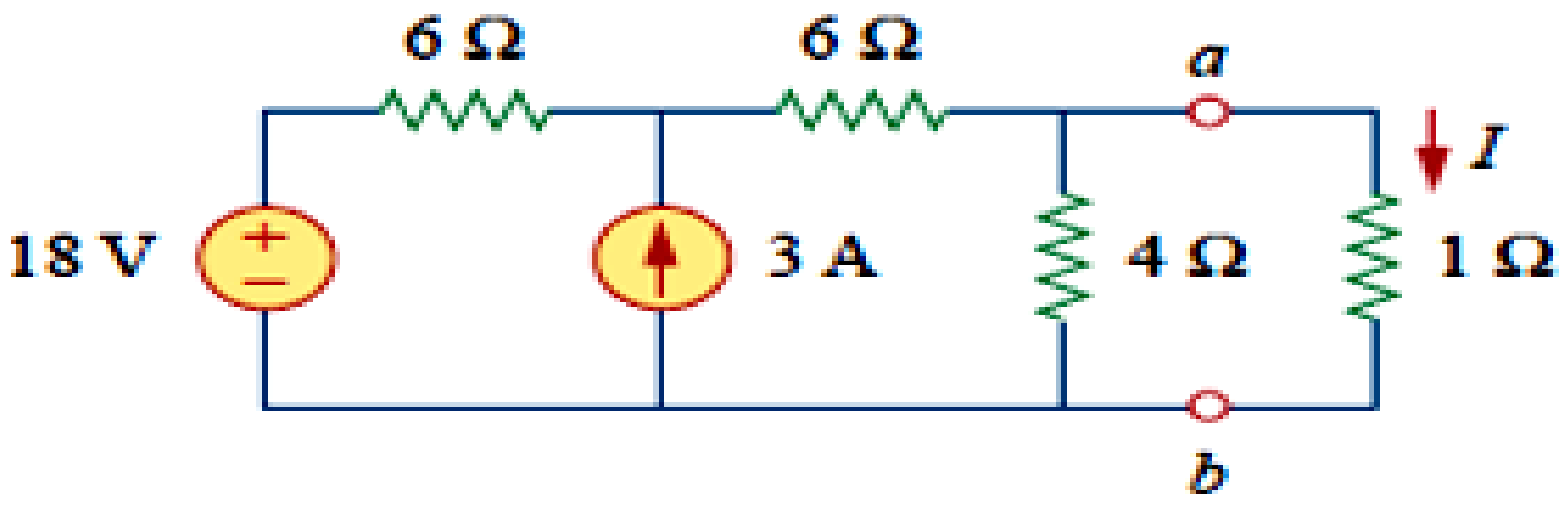
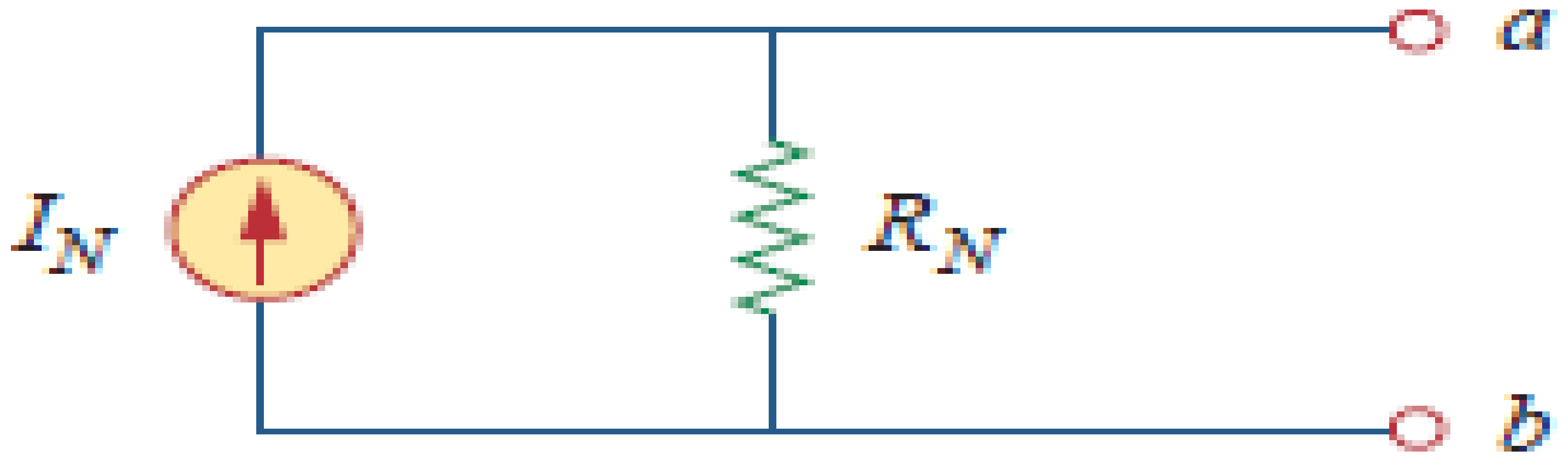


Figure 4.30

٦,٦ نظرية نورتن Norton’s Theorem

تنص نظرية نورتون على أنه يمكن استبدال دارة خطية ذات نهايتين بدارة مكافئة مؤلفة من منبع تيار I_N على التفرع مع مقاومة R_N . حيث $\mathbf{I_N}$ هو **<u>تيار الدارة القصرى</u>** المار في النهايتين و $\mathbf{R_N}$ هي مقاومة الدخل المكافئة في النهايتين بعد أن **<u>نلغى المنابع المستقلة</u>** في الدارة.

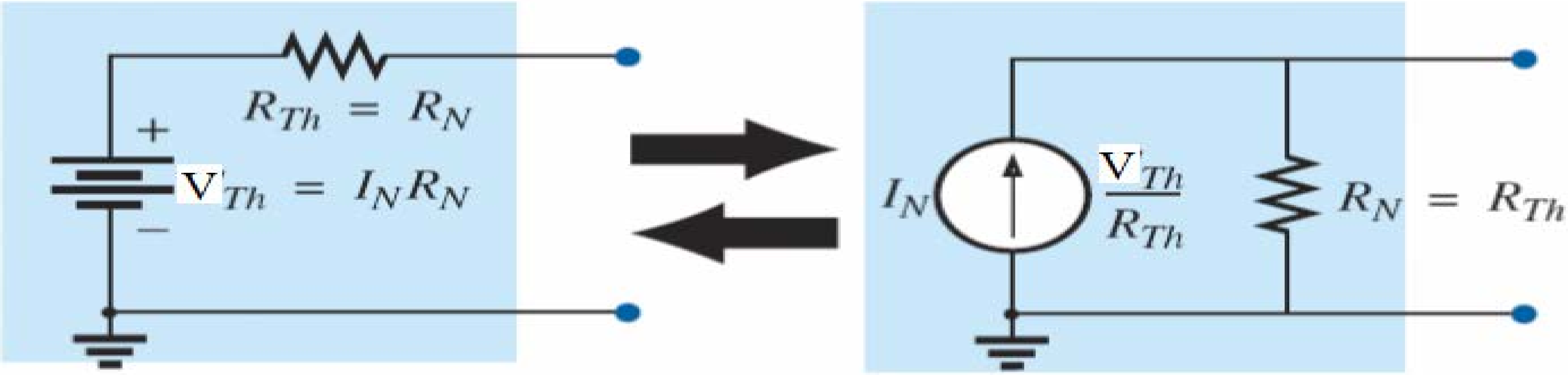
(a)



(b)

$$\boxed{R_N = R_{\mathrm{Th}}}$$

$$\boxed{I_N = \frac{V_{\mathrm{Th}}}{R_{\mathrm{Th}}}}$$

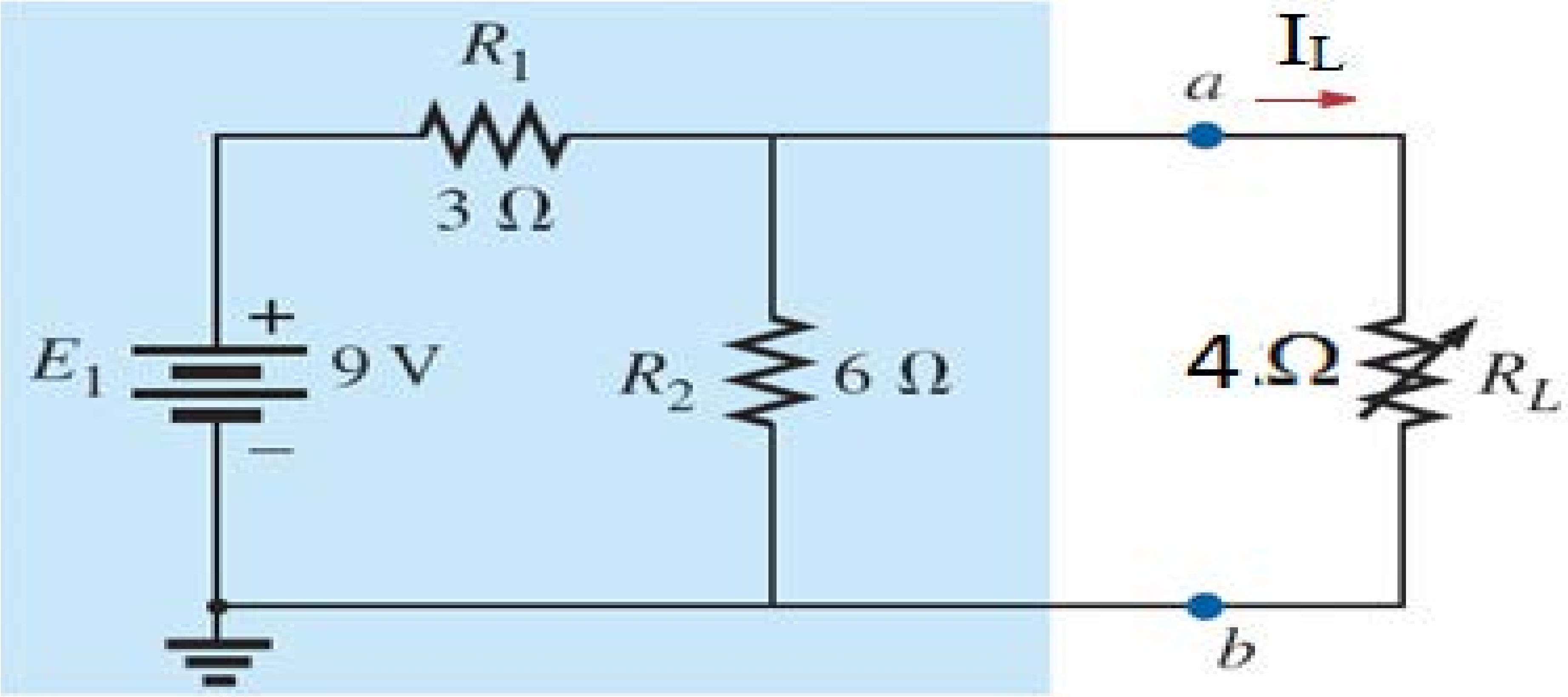


Converting between Thévenin and Norton equivalent circuits.

نلاحظ أن هذا التحويل هو عبارة عن تحويل المنابع. لهذا السبب فإن تحويل المنابع غالبا ما يدعى تحويل ثيفينين - نورتن.

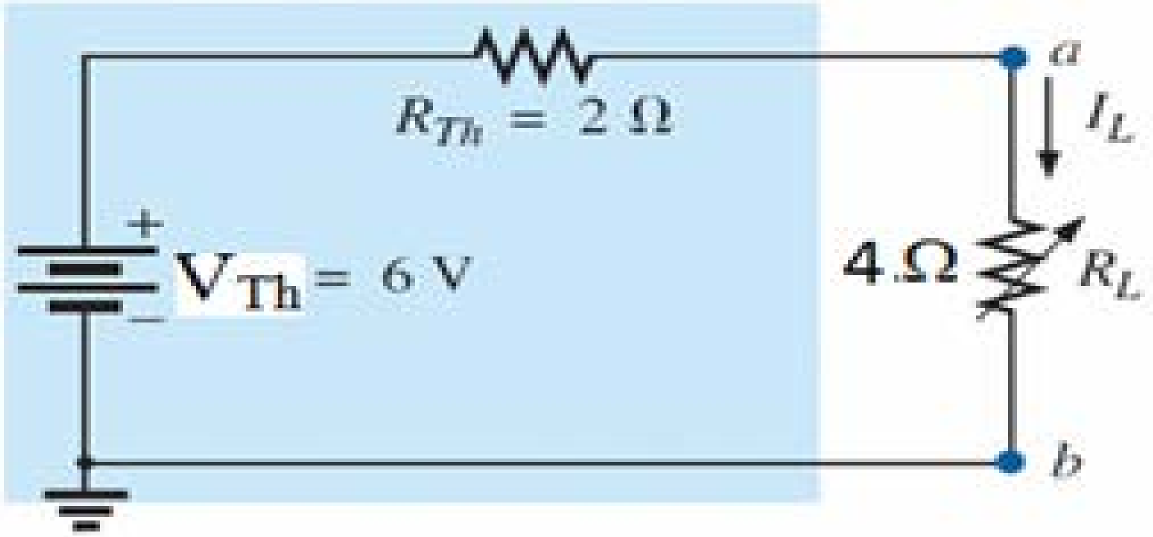
Example 6.10

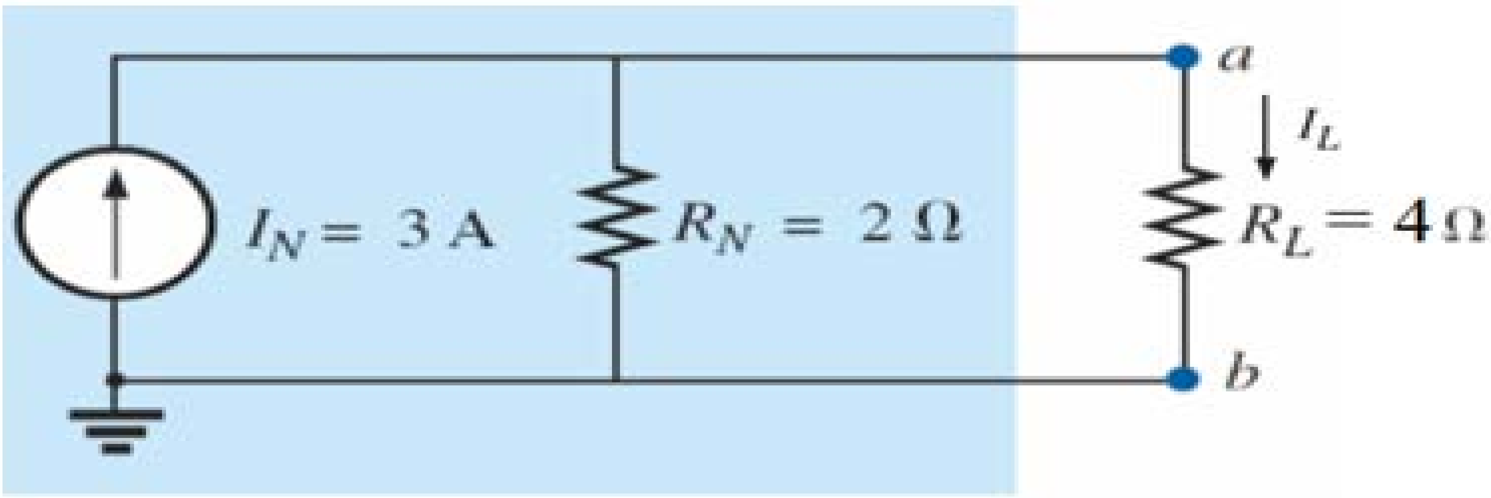
من أجل الدارة في (Example 6.7) ، أوجد I_L مستخدما نظرية نورتن .استخدم النتائج الحاصلة من Example 6.7



الحل:

سنحول دارة ثيفينين التي حصلنا عليها في المثال ٦,٧ إلى دارة نورتن المكافئة عن طريق تحويل المنابع:





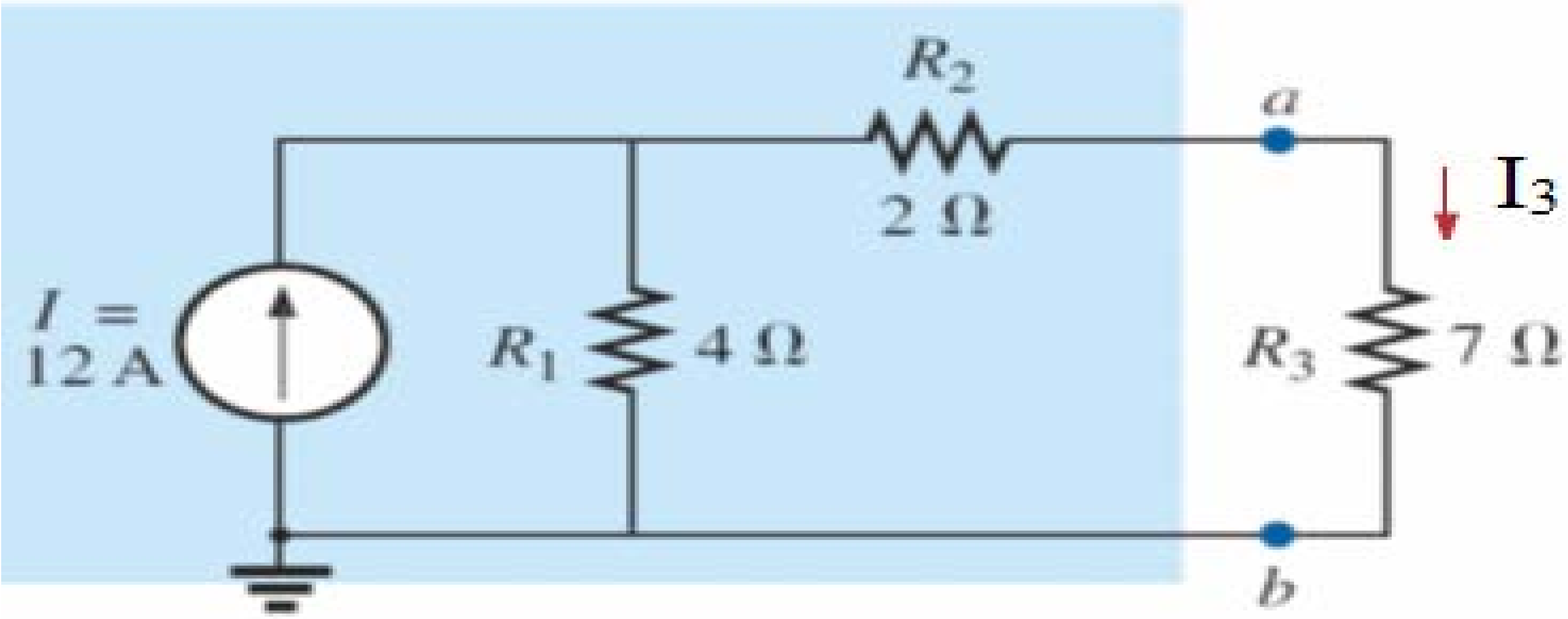
$$R_N = R_{Th} = 2\Omega$$

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{6}{2} = 3A$$

$$I_L = 3 * \frac{2}{2+4} = 1A$$

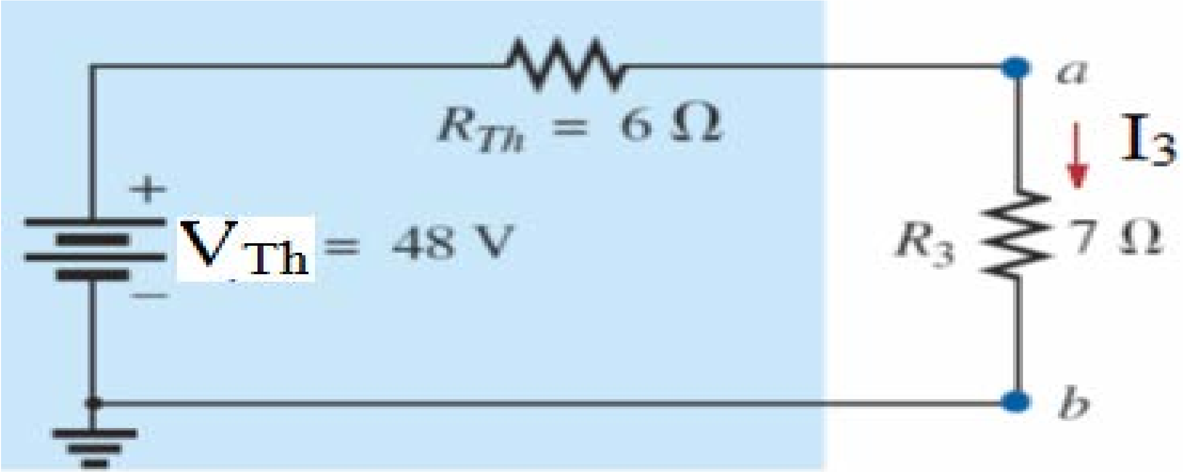
Example 6.11

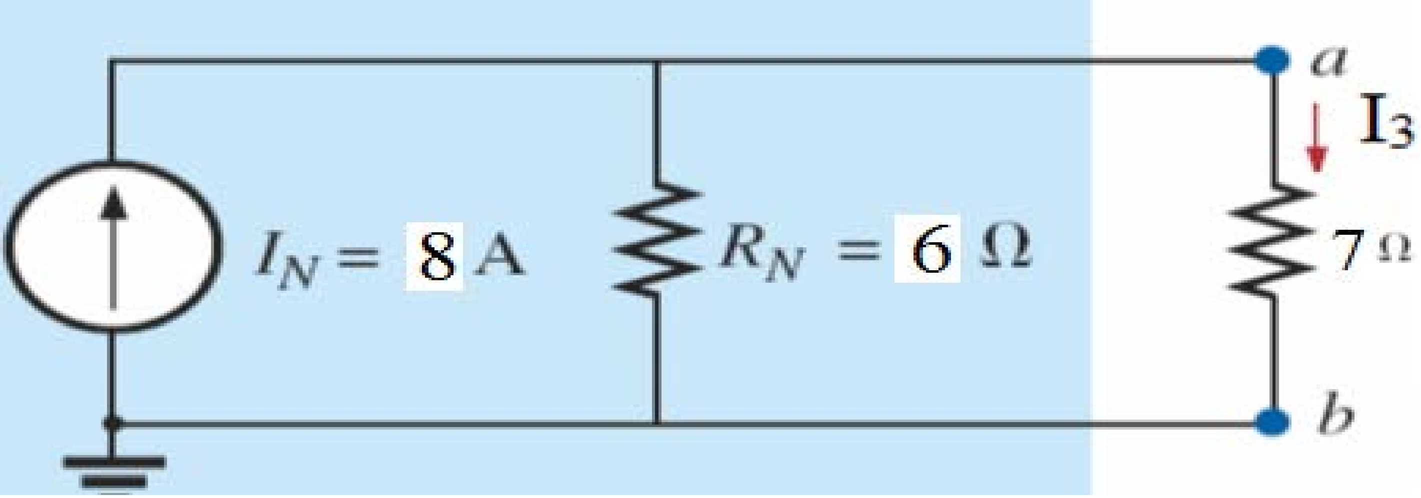
من أجل الدارة في (Example 6.8) ، أوجد التيار I_3 مستخدماً نظرية نورتن. استخدم النتائج الحاصلة من المثال ٦,٨.



الحل:

يمكن تحويل دارة ثيفينين التي حصلنا عليها في المثال ٤,٨ إلى دارة نورتن المكافئة عن طريق تحويل المنابع.





$$R_N = R_{Th} = 6\Omega$$

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{48}{6} = 8A$$

$$I_3 = 8 * \frac{6}{6+7} = 3.692A$$

Example 6.12

أوجد دارة نورتن المكافئة للدارة في Fig. 4.39 عند النهايتين a- b .

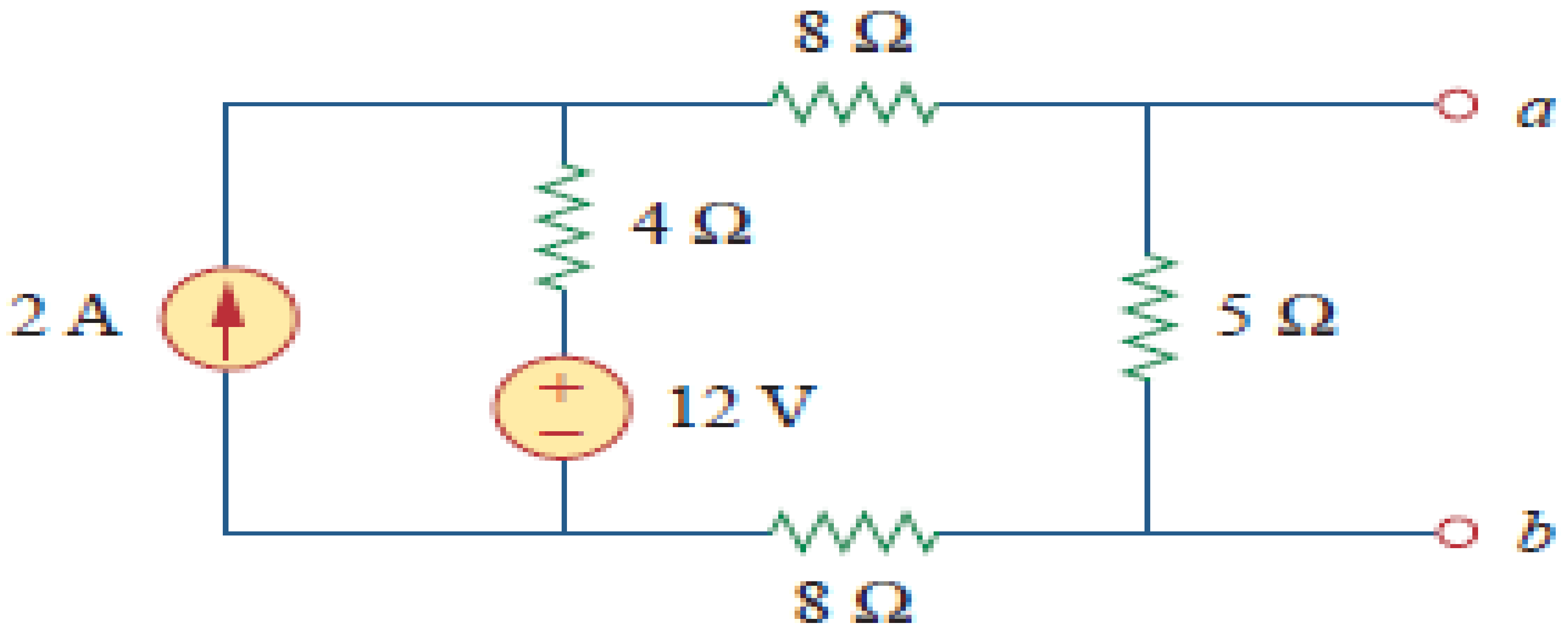
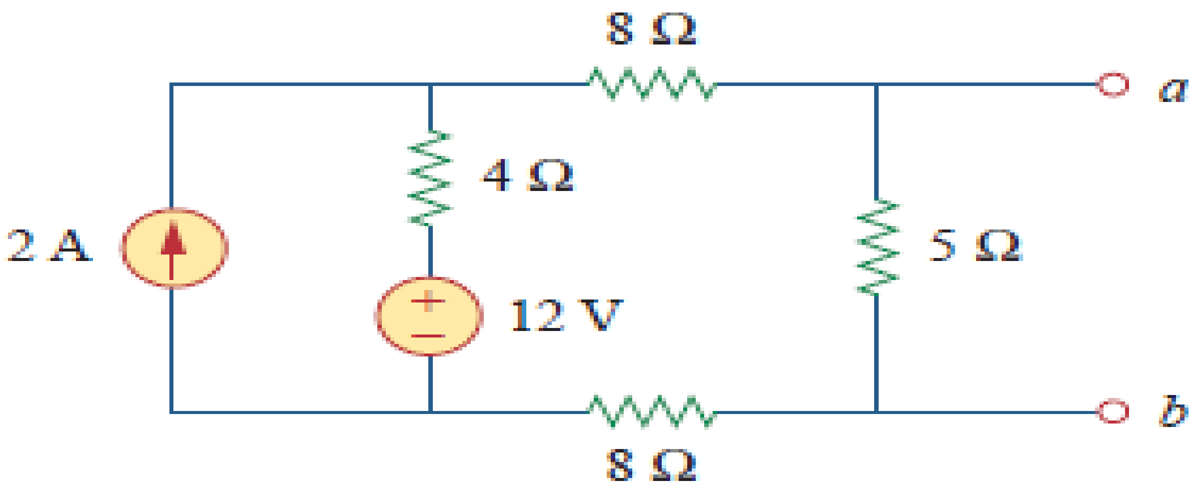
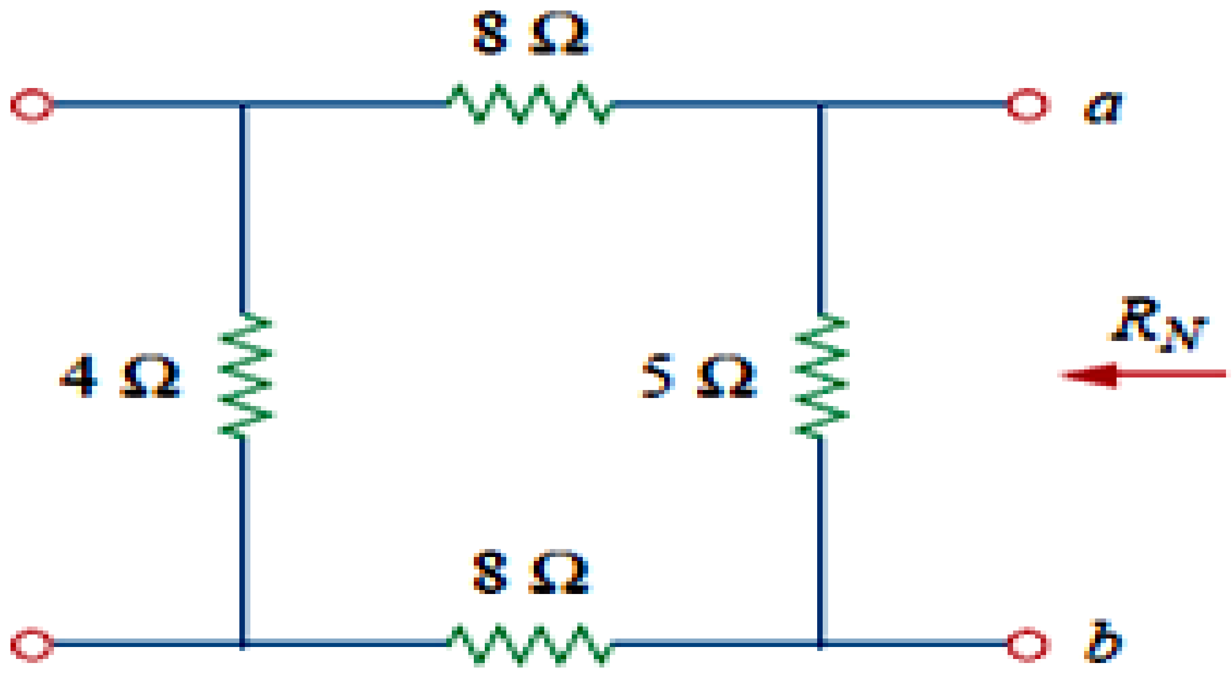


Figure 4.39

Solution





R_N = ?

$$R_N = 5 \parallel (8 + 4 + 8) = 5 \parallel 20 = \frac{20 \times 5}{25} = 4\ \Omega$$

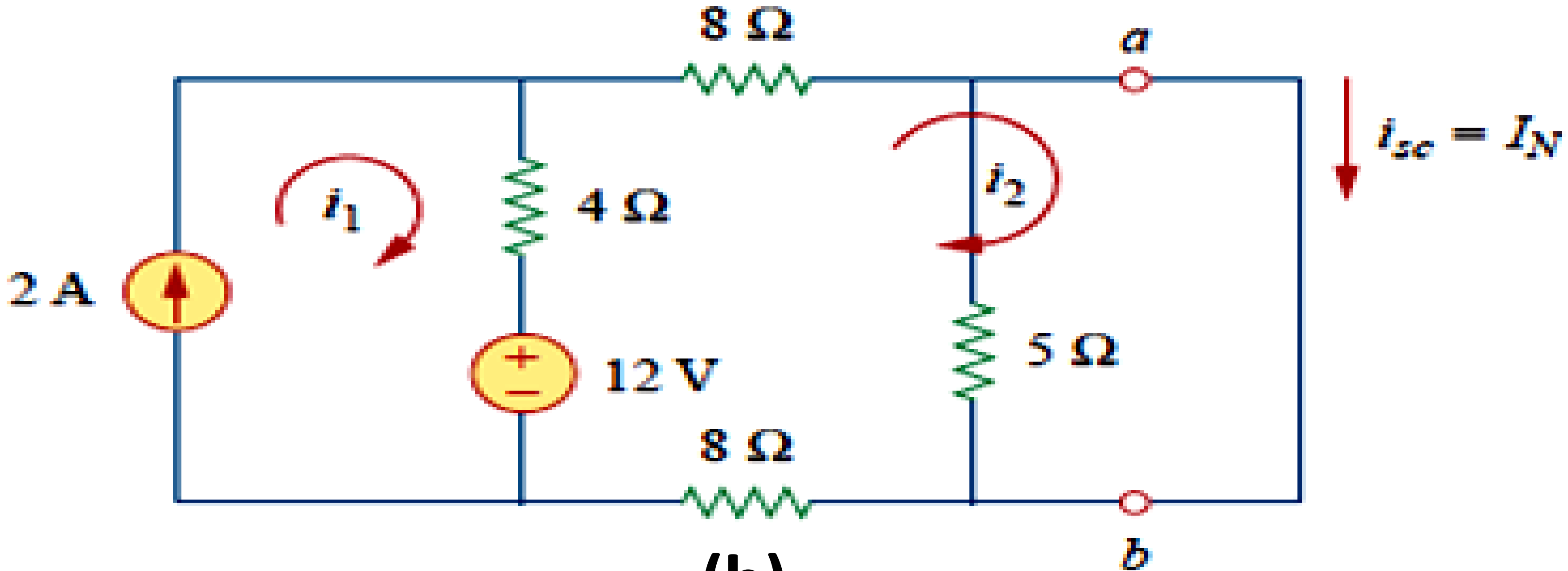
To find I_N, we short-circuit terminals a and b, as shown in Fig. 4.40(b).

We ignore the 5-Ω resistor because it has been short-circuited. Applying mesh analysis, we obtain

$$i_1 = 2\text{ A}, \qquad 20i_2 - 4i_1 - 12 = 0$$

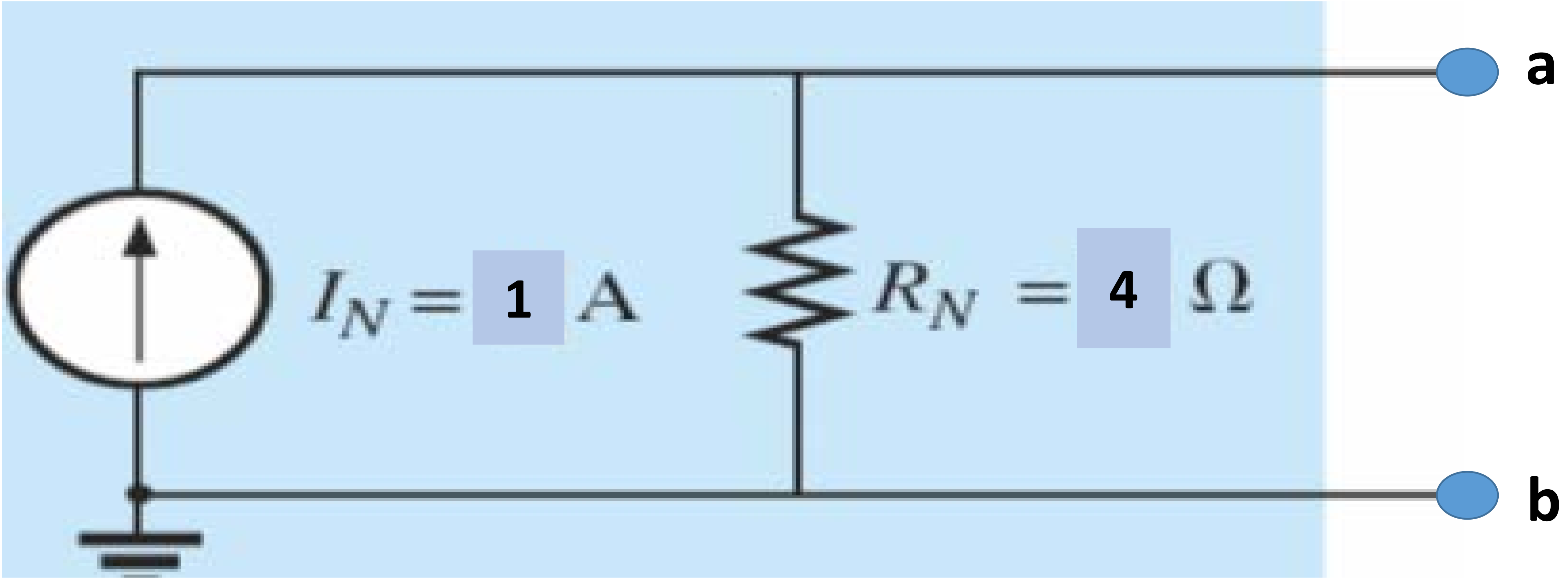
From these equations, we obtain

$$i_2 = 1\text{ A} = i_{sc} = I_N$$



(b)

ومنه دارة نورتن المكافئة:



Practice Problem 6.11

Find the Norton equivalent circuit for the circuit in Fig. 4.42, at terminals *a*-*b*.

Answer: $R_N = 3\ \Omega$, $I_N = 4.5$ A.

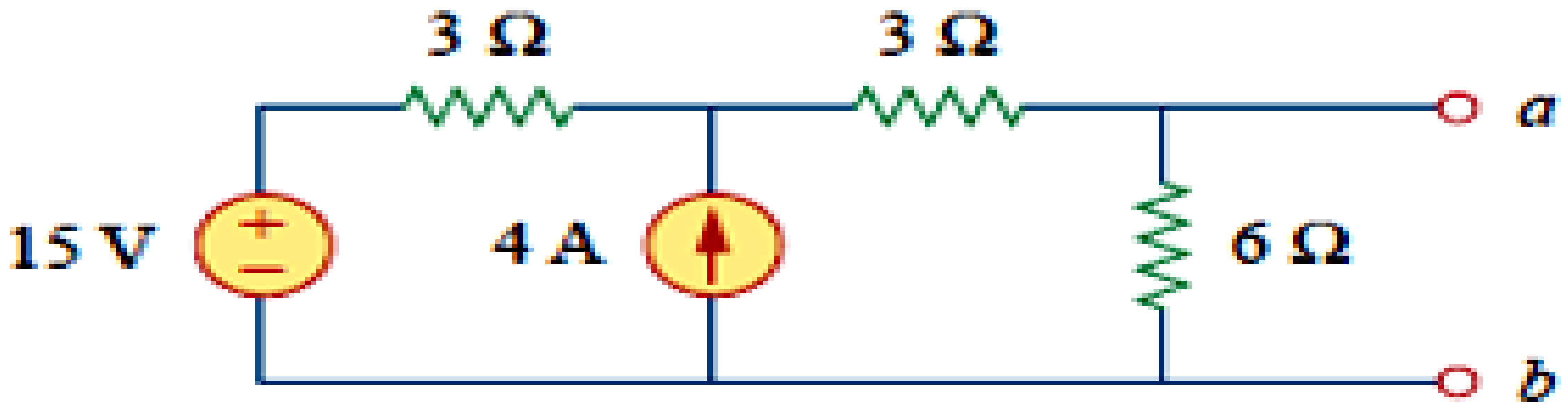
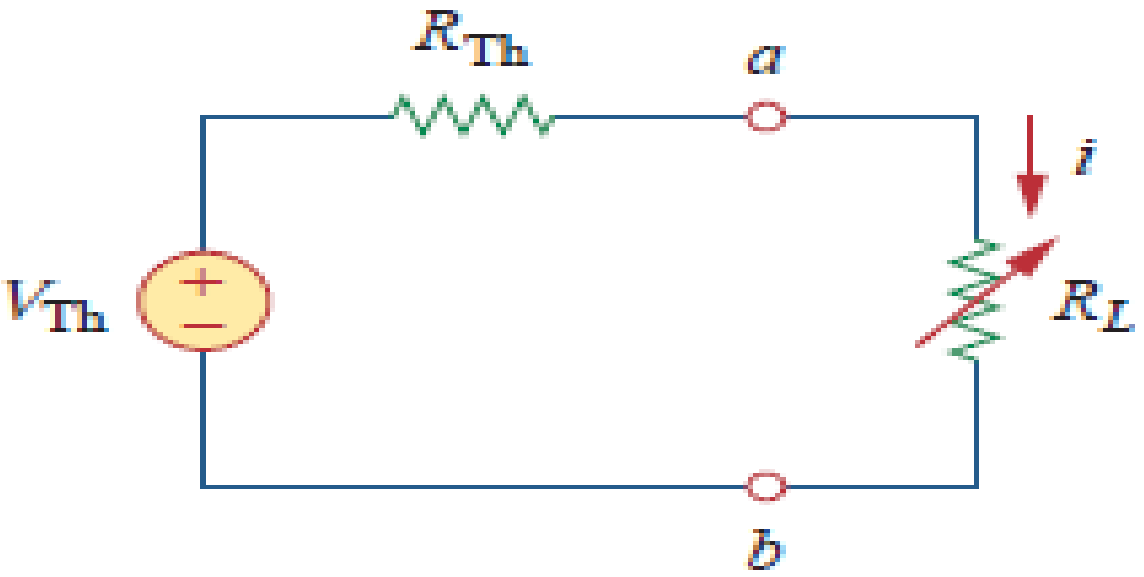


Figure 4.42

٧,٦ نقل الإستطاعة العظمى Maximum Power Transfer

تفيد نظرية ثيفينين المكافئة في إيجاد الإستطاعة العظمى الممكن نقلها إلى الحمل في دارة خطية، حيث افترضنا أنه يمكن ضبط مقاومة الحمل R_L . إذا استبدلنا الدارة بأكملها بدارة ثيفينين المكافئة لها باستثناء مقاومة الحمل، كما هو مبين في الشكل أدناه ، تكون الاستطاعة الواصلة للحمل:



$$p = i^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}\right)^2 R_L$$

Maximum power is transferred to the load when the load resistance equals the Thevenin resistance as seen from the load ($R_L = R_{Th}$).

$$p = i^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}\right)^2 R_L$$

Proof

$$\frac{dp}{dR_L} = V_{Th}^2 \left[\frac{(R_{Th} + R_L)^2 - 2R_L(R_{Th} + R_L)}{(R_{Th} + R_L)^4}\right]$$

$$= V_{Th}^2 \left[\frac{(R_{Th} + R_L - 2R_L)}{(R_{Th} + R_L)^3}\right] = 0$$

$$0 = (R_{Th} + R_L - 2R_L) = (R_{Th} - R_L) \rightarrow \boxed{R_L = R_{Th}}$$

إذاً: **تكون الاستطاعة المنقولة للحمل** **أعظمية** عندما تكون مقاومة الحمل مساوية لمقاومة ثيفينين $R_L = R_{Th}$

ومنه الإستطاعة العظمى :

$$\boxed{p_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}}$$

Example 6.13

أوجد قيمة R_L من أجل نقل استطاعة عظمى في كل من الدارتين في المثالين Example 6.7 و Example 6.8 . ثم أوجد قيمة الإستطاعة العظمى.

الحل:

Example 6.7

$$R_L = R_{Th} = 2\Omega$$

$$P_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{6^2}{4*2} = 4.5\,W$$

Example 6.8

$$R_L = R_{Th} = 6\Omega$$

$$P_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{48^2}{4*6} = 96\,W$$

END OF LECTURE