الوحدة الخامسة: التابع

الدرس الأول: مفهوم التابع

تعريف التابع:

هو كل إجرائية تربط بكل عدد x عدداً وحيداً y وهذه الإجرائية تُعطى في نص السؤال. وتُسمى صيغة أو علاقة أو قاعدة ربط.

ملاحظة (1): نرمز للتابع بالرمز $f, h, k, g, \ldots$ أو أي رمز آخر.

ملاحظة (2): لكل لدينا التابع المعرف بالصيغة: $f(x) = ax$

1) التابع السابق يمكن أن نرمز له بـ:

$$x \longmapsto ax$$

مثلاً: التابع $f(x) = x^2$ نرمز له بـ:

$$x \longmapsto x^2$$

2) نسمي التابع $f(x) = ax$ بقاعدة ربط التابع (أو صيغته). ونسمي x متحول التابع وهو متحول صامت أي رمزه المعطى غير مهم، ممكن أن يكون $x, t, u, \ldots$

ملاحظة:

◆ **الصورة $f(x)$:** هي القيمة التي نوجدها بتعويض قيم x في العلاقة حيث أن $f(x)$ هي صورة العدد x وفق التابع f.

وعندئذٍ نسمي مجموعة الصور $f(x)$ بـ: مجموعة قيم التابع. وتُمثَّل بيانياً على محور التراتيب

◆ **السلف x:** هو قيمة x التي بيه فحسب وفق التابع f أي أنّه إذا أعطيت قيمة $y = f(x)$ و طلب x عندئذٍ ندعو x سلف $f(x)$.

وعندئذٍ نسمي مجموعة القيم التي تسمح للمتحول الصامت أن يأخذها مجموعة تعريف f ((مجال التعريف)) أو ((منطلق التابع)) وتُمثَّل بيانياً على محور الفواصل.

مثال:

$$f(2) = 3$$

صورة العدد 2 هي 3 أو سلف العدد 3 هو 2.

ملاحظة:

♥ في برد سؤال إيجاد صورة عدد ما بعدة صيغ:

مثلاً: $f(a) = b$ ممكن أن يرد:

1- أوجد صورة العدد a فتكون b.

2- أوجد $f(a)$ فتكون أيضاً b.

(أي في الحالتين لهما نفس الجواب)

♥ في برد سؤال إيجاد سلف عدد ما بعدة صيغ:

مثلاً: $f(a) = b$ ممكن أن يرد:

1- أوجد سلف العدد b.

2- ما هي الأعداد التي صورتها b.

3- حل المعادلة $f(x) = b$.

4- ما هي قيمة x التي تحقق $f(x) = b$

الدرس الثاني: طرائق تعريف التابع

يمكننا تعريف التابع من خلال آلات إنتاج أعداد((وهي عبارات جبرية كلما أعطينا فيها قيمة لـ x تعطينا قيمة وحيدة لـ y))

ملاحظة: نقول عن تابعين f, g أنهما متساويين

إذا كان: $f(x) = g(x)$

مهما كانت قيم x.

مثال: ليكن g التابع الذي يربط بكل عدد t العدد $g(t) = (t-1)^2 + 2t$

و h التابع الذي يربط بكل عدد t العدد $h(t) = t^2 + 1$

- ارسم مخطط الآلة التي تنتج الأعداد وفق التابع g.
- احسب $g(0)$ و $g(1)$ و $g(-1)$
- تحقق أن $g(-1) = h(-1)$
- أثبت أن: $g = h$

الحل:

1). $t \rightarrow (t-1)^2 \rightarrow +2t \rightarrow y$

2) $g(0) = (0-1)^2 + 2(0) = 1$

$g(1) = (1-1)^2 + 2(1) = 2$

$g(-1) = (-1-1)^2 + 2(-1) = 2$

3) $h(-1) = (-1)^2 + 1 = 2 = g(-1)$

4) $g(t) = (t-1)^2 + 2t = t^2 - 2t + 1 + 2t$

$= t^2 + 1 = h(t)$

ملاحظة: ممكن أن تكون لدينا قيمة واحدة لـ x وتعطينا قيمة واحدة لـ y (بمعنى آخر سلف واحد يعطي صورة واحدة).

أو ممكن أن تكون لدينا قيمتين لـ x وتعطينا قيمة واحدة لـ y (بمعنى آخر سلفان يعطيان قيمة واحدة).

ولكن العكس غير صحيح أي (لا يمكن أن تكن قيمة واحدة لـ x وتعطينا قيمتين لـ y) (بمعنى آخر سلف واحد لا يعطي صورتين)، وفي هذه الحالة تكون العلاقة المعرفة ليست تابع

مثال: ليكن لدينا التابع: $f(x) = x^2$

① إذا أردنا إيجاد صورة العدد (2) فإننا نعوض العدد 2 بدلاً من x فتكون النتيجة: $f(2) = (2)^2 = 4$

نلاحظ أن قيمة واحدة لـ x وهي العدد (2) أعطتنا قيمة واحدة لـ y وهي العدد 4 وهذا محقق ضمن مفهوم التابع.

② الآن نريد صورة العدد (3) والعدد (-3) ولإيجادهما نعوّض (3) بدلاً من x فتكون النتيجة:

$f(3) = (3)^2 = 9$

ونعوّض (-3) بدلاً من x فتكون النتيجة:

$f(-3) = (-3)^2 = 9$

فنجد أن: سلف العدد 9 هو3 و -3

وصورة العددين 3 و -3 هو العدد 9

نلاحظ أنّ قيمتين لـ x وهما العددين (3) و (-3) أعطونا قيمة واحدة لـ y وهي العدد 9

وهذا محقق ضمن مفهوم التابع.

طرائق تعيين التابع:

- عن طريق الخط البياني.
- عن طريق الجدول.
- عن طريق الصيغة.

أي أنه ممكن أن يكون لدينا شكل بياني مرسوم ويطلب إيجاد الصورة والسلف ومجموعة التعريف.

وممكن أن يأتي جدول ويطلب إيجاد الصورة والسلف ومجموعة التعريف.

وممكن أن يأتي صيغة ويطلب إيجاد الصورة والسلف.

1. الخط البياني:

إيجاد مجموعة التعريف من الخط البياني (مجموعة قيم x):

1- ننظر إلى طرفي الخط البياني ونسقط من كل طرف عمود على محور الفواصل (أي أننا نأخذ فاصلة نقطة بداية الخط البياني وفاصلة نقطة نهاية الخط البياني).

2- نتتبع قيمتيه لـ x.

3- ستكون مجموعة التعريف محصورة بين القيمتين ونكتب $[a, b]$ حيث القيمة الكبيرة لـ x تقع على يمين الفاصلة والصغيرة على يسارها.

إيجاد الصورة من الخط البياني:

عندما يطلب إيجاد صورة عنصر ما أو $f(a)$ من الخط البياني:

1- نقوم بتعيين a على محور الفواصل.

2- نرسم من a عمود يقطع الخط البياني وهو يوازي محور التراتيب.

3- من نقطة التقاطع نسقط عموداً على محور التراتيب.

4- القيمة التي يقطعها العمود مع محور الترتيب هي الصورة المطلوبة $f(a)$.

ملاحظة هامة

يجب أن تكون نقطة تقاطع المستقيم مع الخط البياني هي نقطة وحيدة لأنّ لكل عنصر صورة وحيدة $f(x)$.

إيجاد السلف من الخط البياني:

عندما يطلب إيجاد سلف b أو الأعداد التي صورتها b:

1- نقوم بتعيين b على محور التراتيب.

2- نرسم من b عمود يقطع الخط البياني وهو يوازي محور الفواصل.

3- من نقطة التقاطع نسقط عمود على محور الفواصل.

4- القيمة التي يقطعها العمود مع محور الفواصل هي السلف المطلوب.

الحل:

1) مجموعة التعريف هي من أصغر قيمة لـ x إلى أكبر قيمة $[-2,4]$

2) $-1, 1$

3) $f(-1) = 4$

4) أكبر قيمة للتابع هي أكبر قيمة لـ $f(x)$ وهي الـ7

5) الصورة أصغر ما يمكن عندما $f(x) = 3$ أي العدد الذي صورته أصغر ما يمكن هو الـ 4

3. **الصيغة :** مجموعة التعريف غير مطالبين فيها حالياً.

نعوّض القيمة التي يعطيني إياها مكان x ثمّ نقوم بالعمليات الحسابية فننتج الصورة.

نكتب كالتالي: مثلاً لو جاء أحد الأسئلة:

1- أوجد سلف العدد b.

2- ما هي الأعداد التي صورتها b.

3- حل المعادلة $f(x) = b$.

4- ما هي قيم x التي تحقق $f(x) = b$.

فجميعها تحمل نفس المعنى ولها نفس الإجابة ولحلها نضع: $f(x) = b$

ونعوّض عوضاً عن $f(x)$ بالقيمة المعطاة ثمّ نقوم بحل المعادلة كما تعلمنا في حل المعادلات .

ملاحظة:

كثيراً ما نستخدم النشر والتحليل وطرق حل المعادلات في دراسة التابع.

أمثلة:

1- (الحسكة 2019) إذا كان التابع $f: x \to \sqrt{x}$ فإن صورة العدد 8 وفق f تساوي:

$2\sqrt{2}$	C	$2\sqrt{3}$	B	4	A

2- (درعا 2019) f تابع معرف بالعلاقة $f(x) = x^2 + 7$ فإن $f(\sqrt{3})$ يساوي:

10	C	$\sqrt{10}$	B	$2\sqrt{5}$	A

3- (حماه 2019) إذا كان $f(x) = \frac{1}{x}$ فإن $f\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$ يساوي:

$2\sqrt{2}$	C	8	B	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	A

لا يزال في الروح أنفاسٌ لنبقى ..

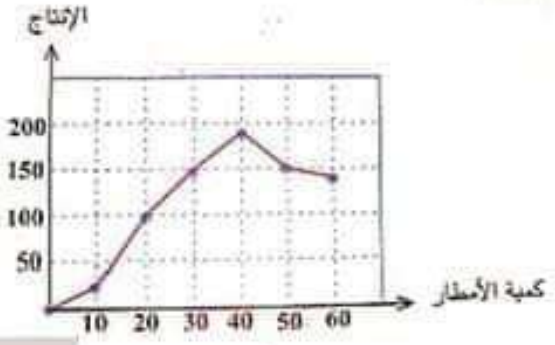
كل جرح سوف يبرى..

إننا بالله أقوى ..☺

تعيين المتحول (الأسلاف) من الخط البياني:

المتحول يكون على محور الفواصل والصورة على محور التراتيب.

مثلاً: في الشكل المجاور يكون:



المتحول (السلف) هو كمية الأمطار، والصورة هي الإنتاج.

2. الجدول:

في هذه الطريقة نُعطى معلومات التابع ضمن جدول مكون من عمودين:

أحدهما قيم x (مجموعة التعريف) والآخر قيم $f(x)$ (مجموعة قيم التابع) ويُطلب هنا تمثيل الخط البياني في معلم.

إيجاد مجموعة تعريف تابع من الجدول:

نكتب $[a,b]$ حيث a أصغر قيمة في عمود المتحول وb أكبر قيمة فيه

عندما يذكر عبارة " يقرن ..... بـــ " يكون بعدها مباشرة المتحول (الكلمة التي بعد يقرن هي الصورة التي بعد بـــ هي المتحول (الأسلاف))

ملاحظة: قيم المتحول هي نفسها (السلف).

بما أننا عيّنا المتحول فتكون الصورة هي القيمة التي تحته.

كما قلنا قيم المتحول هي الأسلاف.

1- نعيّن المتحول أي الأسلاف على محور الفواصل.

2- نعيّن الصورة على محور التراتيب.

3- نصل بين النقاط.

مثال: في الجدول الآتي :

x	$f(x)$
-2	7
-1	4
4	3
1	4
2	7

1) أوجد مجموعة تعريف التابع

2) أوجد أسلاف العدد 4

3) أوجد صورة العدد -1

4) أوجد أكبر قيمة للتابع f

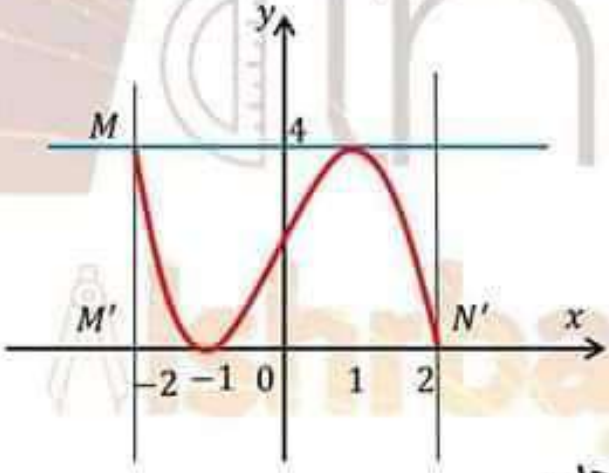
5) ما هو العدد الذي صورته أصغر ما يمكن

ملاحظة هامة

هنا يمكن أن يتقاطع المستقيم المرسوم من $f(x)$ مع الخط البياني بأكثر من نقطة لأنه كما نعلم ممكن للصورة أن تكون صورة لأكثر من عدد.

مثال: في الشكل المرافق ، f هو التابع المعرف بخطه البياني (C) المحدد بالنقطتين M ،

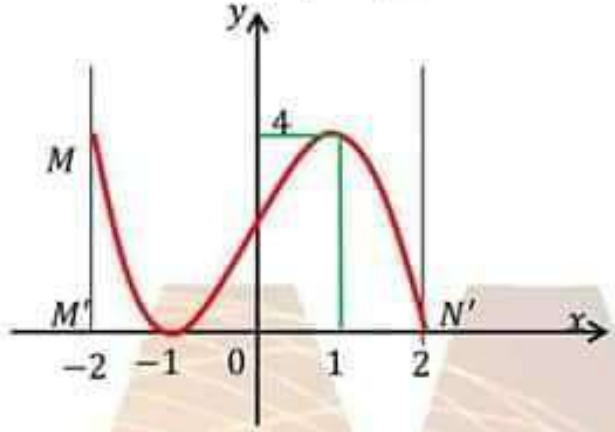
1. ما مجموعة تعريف f ؟
2. ما هي صورة العدد 1 ؟
3. ما الأعداد التي صورتها 4 ؟



الحل:

1. لتعيين مجموعة تعريف f نرسم من M و N طرفي الخط C عموديين على محور الفواصل فيقطعانه على التوالي في N', M' (N, N' منطبقان) ، فاصلة M' هي -2 وفاصلة N' هي 2 ، فمجموعة تعريف f هي المجال $[-2,2]$.
2. لإيجاد صورة العدد 1 :

1) نرفع من النقطة التي فاصلتها 1 على الفواصل عموداً على هذا المحور، فيقطع الخط البياني C في نقطة A .

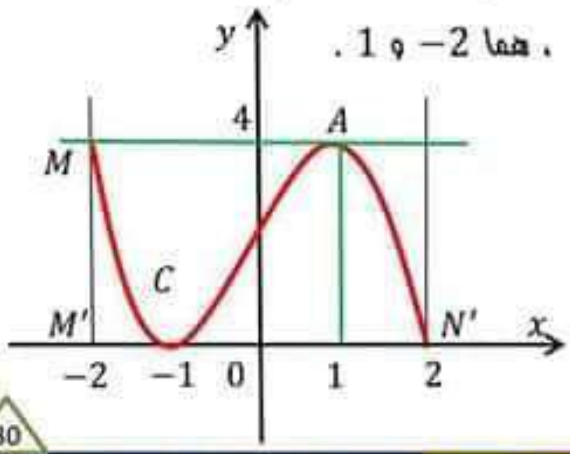


2) نسقط من A العمود على محور التراتيب فيقطعه في نقطة ترتيبها 4 فيكون العدد 4 صورة العدد 1 ونكتب $f(1) = 4$.

3. لإيجاد أسلاف العدد 4:

1) من النقطة التي ترتيبها 4 على محور التراتيب نقيم عموداً على هذا المحور ، فيقطع الخط البياني C في النقطتين A و M.

2) نسقط من A و M العموديين على محور الفواصل فيقطعانه في النقطتين A' (فاصلتها 1) و M' (فاصلتها -2) ، فثمة سلفان للعدد 4 ، هما -2 و 1 .



أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة، اكتبها:

1- (نماذج وزارية) h هو التابع المعطى وفق $h(x)=x^2+2x$، أحد أسلاف العدد 0 وفق هذا التابع هو:

2	C	3	B	0	A

2- (الرقة 2018) f هو التابع المعطى وفق $f(x)=x^2-5x$ أحد أسلاف العدد 0 وفق التابع هو:

1	C	5	B	-5	A

3- (القنيطرة 2018) f تابع معرف بالصيغة $f(x)=(x-1)^2$ فإن أسلاف العدد 9 هي:

$\{4,-2\}$	C	$\{2,-3\}$	B	$\{3,-3\}$	A

4- (اللاذقية 2018) إذا كان f تابعاً معطى بالصيغة $f(x)=2x-\sqrt{8}$ فإن $f(\sqrt{2})$ يساوي:

0	C	$4\sqrt{2}$	B	$\sqrt{2}$	A

5- (حلب 2018) التابع f معرف بالصيغة $f(x)=x^2$ فإن أسلاف العدد 4 هي:

$\{2,-2\}$	C	$\{1,3\}$	B	$\{1,-3\}$	A

6- (دمشق 2018) إذا كان f تابع معرف وفق الصيغة $f(x)=3x^2+2x+8$ فإن f(1) تساوي:

13	C	12	B	11	A

7- (طرطوس 2019) إذا كان $f(x)=(x-1)^2$ فإن $f(0)$ يساوي:

-1	C	1	B	0	A

8- (حماة 2019) إذا كان $f(x)=\frac{1}{x}$ فإن $f\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$ يساوي:

$2\sqrt{2}$	C	8	B	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	A

9- (الحسكة 2019) إذا كان التابع $f:x\to\sqrt{x}$ فإن صورة العدد 8 وفق f تساوي:

$2\sqrt{2}$	C	$2\sqrt{3}$	B	4	A

10- (درعا 2019) f تابع معرف بالعلاقة $f(x)=x^2+7$ فإن $f(\sqrt{3})$ يساوي:

10	C	$\sqrt{10}$	B	$2\sqrt{5}$	A

11- (دمشق 2019) f تابع معرف بالعلاقة $f(x)=(x-5)^2$ فإن $f(3)$ يساوي:

2	C	4	B	-4	A

12- (ادلب 2019) f تابع معرف بالعلاقة $f(x)=(x-1)^2$ فإن $f(\sqrt{3}+1)$ يساوي:

2	C	$\sqrt{3}-1$	B	3	A

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

1- (الحسكة 2018) إذا كان $f(x)=x^2+4$ فإن $f(\sqrt{2})=7$ خطأ

2- (ريف دمشق 2018) f تابع معرف بالصيغة $f(x)=(x-1)(x+5)$ فإن $f(2)=-6$ خطأ

ثانياً: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: (الدورة التكميلية) f معرف بالصيغة $f(x)=4x^2-3x+1$ والمطلوب:

1- احسب $f(\sqrt{2}),f(1)$

2- أوجد قيم x التي تحقق $f(x)=1$

التمرين الثاني: (الرقة 2018) ليكن التابع المعرف بالصيغة $f(x)=2x^2-3x+5$ والمطلوب:

1- احسب كلاً من $f(0),f(-1),f(3)$

2- جد أسلاف العدد 5

التمرين الثالث: (درعا 2018) التابع f معرف بالعلاقة $f(x)=(x-2)^2-4x+8$ والتابع h معرف بالعلاقة $h(x)=(x-2)(x-6)$ والمطلوب:

1- أثبت أن $f(x)=h(x)$

2- حل المعادلة $f(x)=0$

التمرين الرابع: (طرطوس 2018) إذا كان التابع f المعرف بالصيغة: $f(x)=(x-2)^2-3x+6$ والمطلوب:

1- أوجد $f(0), f(2)$

2- حلل $f(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

3- حل المعادلة $f(x)=0$

التمرين الخامس: (حمص 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة: $f(x)=\frac{4x+1}{3}$ والمطلوب:

1- جد $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ، هل العدد $\frac{1}{2}$ حل للمتراجحة بالعلاقة $\frac{4x+1}{3}<3$ ؟؟

2- حل المتراجحة $\frac{4x+1}{3}<3$ ومثل حلولها على مستقيم الأعداد.

التمرين السادس: (اللاذقية 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة:

$f(x)=(x-1)(2x+1)-(x-1)^2$

والمطلوب:

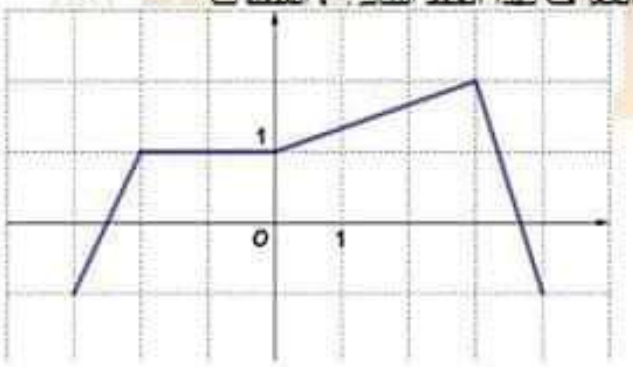
1- انشر $f(x)$ واختزله.

2- حلل $f(x)$ على شكل عاملين من الدرجة الأولى

3- احسب $f(2)$ ثم حل المعادلة $f(x)=0$

ثالثاً: حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: (نماذج وزارية) ليكن f التابع المعرف بهذا الخط البياني، والمطلوب:



1- ما صورة العدد -2 وفق f ؟

2- ما هي أسلاف العدد -1 وفق f ؟

3- ماهي مجموعة التعريف للتابع f .

4- عين نقطتين من المستقيم (d) الذي معادلته $y=x-1$

5- ارسم المستقيم (d) على الشكل المجاور ثم عين نقطة تقاطع مع الخط البياني للتابع f .

المسألة الثانية: (ريف دمشق 2019 وحلب 2019)

ليكن f التابع المعرف بالعلاقة $f(x)=2x+3$ خطه البياني Δ والمطلوب:

1- جد $f(0), f(-1)$

2- جد قيم x التي تجعل $f(x)=-1$

3- حل جبرياً جملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\Delta:\ y=2x+3\\ d:\ y-x=1\end{cases}$$

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم (d) وأوجد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta), (d)$.

المسألة الثالثة: (السويداء 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة: $f(x)=2x-4$ خطه البياني Δ والمطلوب:

1- جد $f(2)$ ، حل المعادلة $f(x)=0$

2- حل جبرياً جملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\Delta:\ y=2x-4\\ d:\ y=x\end{cases}$$

3- في معلم متجانس ارسم كل من المستقيمين $(\Delta), (d)$ و أوجد احداثيات N نقطة تقاطع $(d), (\Delta)$.

4- تحقق أن النقطة $B(0,-4)$ تنتمي للمستقيم (Δ) ثم احسب مساحة المثلث ONB .

المسألة الرابعة: (القنيطرة 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ والمطلوب:

1- جد $f(1)$ ، حل المعادلة $f(x)=0$

2- ليكن $(\Delta), (d)$ مستقيمان معادلتيهما على التوالي:

$$\begin{cases}\Delta:\ y=2x+4\\ d:\ y-x=1\end{cases}$$

والمطلوب:

a- حل جملة المعادلتين جبرياً

b- تحقق أن $B(-2,0), A(0,4)$ تنتميان للمستقيم (Δ) .

c- في معلم متجانس ارسم كل من المستقيمين $(\Delta), (d)$ ثم اكتب احداثيات N نقطة تقاطعهما.

d- من المثلث OAB احسب $\tan\widehat{OAB}$.

المسألة الخامسة: (الرقة 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة $f(x)=2x-3$ خطه البياني Δ والمطلوب:

1- جد $f(1), f(\frac{1}{2})$

2- جد قيم x التي تجعل $f(x)=0$

3- في معلم متجانس ارسم المستقيم (Δ) المعطى بالعلاقة $\Delta: y=2x-3$

4- إذا كان (d) مستقيماً معادلته $d: y=-x$ ارسم (d) في نفس المعلم المتجانس واستنتج الحل لمشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} d: y=-x \\ \Delta: y=2x-3 \end{cases}$$

وتحقق من الحل جبرياً.

المسألة السادسة: (دير الزور 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة $f(x)=2x-3$ والمطلوب:

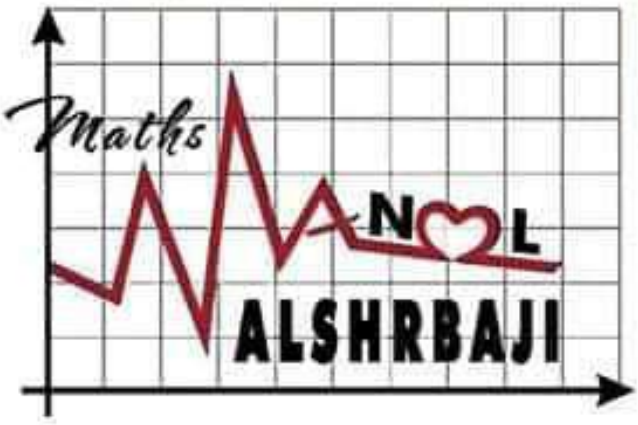
1- جد $f(0), f(4)$ ثم احسب قيمة x إذا كانت $f(x)=-2$.

2- حل جبرياً جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} d: y=2x-3 \\ \Delta: y=x \end{cases}$$

3- في معلم متجانس ارسم كل من المستقيمين $(d), (\Delta)$ ثم أوجد احداثيات نقطة تقاطعهما.

4- حل المتراجحة $2x-3 \geq x$.



حلول التمارين

التمرين الأول:

-1

$$f(x)=4x^2-3x+1$$
$$f(1)=4(1)^2-3(1)+1=4-3+1$$
$$f(1)=2$$
$$f(\sqrt{2})=4(\sqrt{2})^2-3(\sqrt{2})+1$$
$$f(\sqrt{2})=8-3\sqrt{2}+1$$
$$f(\sqrt{2})=9-3\sqrt{2}$$

-2

$$f(x)=1$$
$$4x^2-3x+1=1$$
$$4x^2-3x=0 \text{ ومنه } x(4x-3)=0$$
$$\text{إما: } x=0 \quad ، \quad \text{أو } x=\frac{3}{4}$$

التمرين الثاني:

-1

$$f(x)=2x^2-3x+5$$
$$f(0)=2(0)^2-3(0)+5$$
$$f(0)=2(0)-3(0)+5=5$$
$$f(-1)=2(-1)^2-3(-1)+5$$
$$f(-1)=2+3+5=10$$
$$f(3)=2(3)^2-3(3)+5$$
$$f(3)=18-9+5=14$$

-2 أسلاف العدد 5 :

$$2x^2-3x+5=5$$
$$\text{ومنه: } 2x^2-3x=0$$
$$\text{ومنه: } x(2x-3)=0$$
$$\text{إما: } 2x-3=0 \text{ ومنه: } x=\frac{3}{2}$$
$$\text{أو: } x=0$$

للعدد سلفان هما $0, \frac{3}{2}$

التمرين الثالث:

-1 $f(x)=(x-2)^2-4x+8$

وبالنشر نجد:

$$f(x)=x^2-4x+4-4x+8$$
$$f(x)=x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$$
$$h(x)=x^2-6x-2x+12$$
$$h(x)==x^2-8x+12$$

بالموازنة نجد $f(x)=h(x)$

المسألة الرابعة:

1- $f(1) = -\frac{1}{2}(1) + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$f(x) = 0$ ومنه $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$

نضرب الطرفين بـ -2

نجد $-x + 3 = 0$ ومنه $x = 3$

2- $\begin{cases} \Delta: y = 2x + 4 \\ d: y - x = 1 \end{cases}$ (a)

من معادلة Δ نعوض في d :

$2x + 4 - x = 1$ ومنه $x = -3$

نعوض في معادلة d :

نجد $y = 2(-3) + 4$ ومنه $y = 2$

الحل المشترك جبرياً هو الثنائية $(-3, 2)$

(b) $4 = 2(0) + 4$

$4 = 0 + 4 \rightarrow 4 = 4$ محققة

$0 = 2(-2) + 4$

$0 = -4 + 4 \rightarrow 0 = 0$ محققة

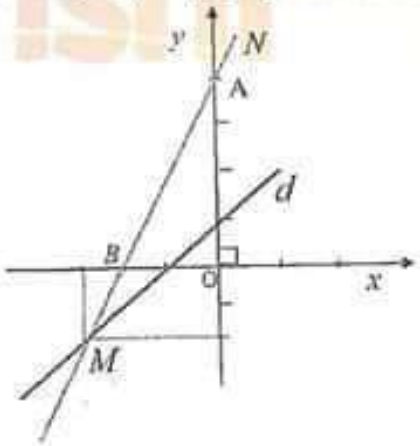
(c) $\Delta: y = 2x + 4$

x	0	-2
y	4	0

$d: y - x = 1$

x	0	-1
y	1	0

احداثيات نقطة التقاطع هي $M(-3, -2)$:



(d) $\tan(OAB) = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

المسألة الخامسة:

1- $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 3$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - 3 = -2$

$f(1) = 2(1) - 3$

$f(1) = 2 - 3 = -1$

2- $f(x) = 0$

ومنه: $2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

3- $\Delta: y = 2x - 3$

x	0	$\frac{3}{2}$
y	-3	0

$d: y = -x$

x	0	2
y	0	-2

من الرسم نستنتج أن الحل المشترك بيانياً $N(1, -1)$

التحقق:

$\begin{cases} d: y = -x & (1) \\ \Delta: y = 2x - 3 & (2) \end{cases}$

من المعادلة (1) نعوض في (2) :

$-x = 2x - 3 \rightarrow x = 1$

نعوض في (1): $y = -(1) = -1$

فالثنائية $(1, -1)$ حل مشترك لجملة المعادلتين

أو التحقق بالتعويض $\Delta: y = 2x - 3$

ومنه: $-1 = 2(1) - 3$

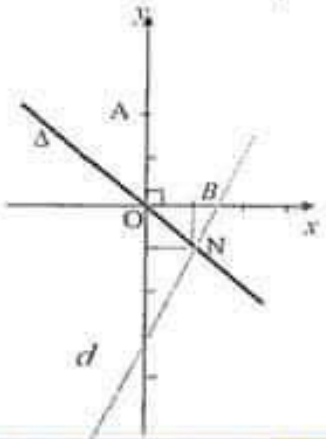
ومنه: $-1 = 2 - 3$

ومنه: $-1 = -1$ محققة

$d: y = -x$

ومنه: $-1 = -1$ محققة

فالثنائية $(1, -1)$ حل مشترك لجملة المعادلتين .



$f(0) = 0 + 3 = +3$

-2 $f(x) = -1$

ومنه: $2x + 3 = -1$

ومنه: $2x = -1 - 3$

ومنه: $2x = -4$

ومنه: $x = -\frac{4}{2}$

ومنه: $x = -2$

-3
$$\begin{cases} \Delta: y = 2x + 3 & (1) \\ d: y - x = 1 & (2) \end{cases}$$

من (1) نعوض في (2) نجد: $2x + 3 - x = 1$

ومنه: $x = 1 - 3$ ومنه $x = -2$

نعوض في (1) نجد: $y = 2(-2) + 3$ ومنه:

$y = -1$

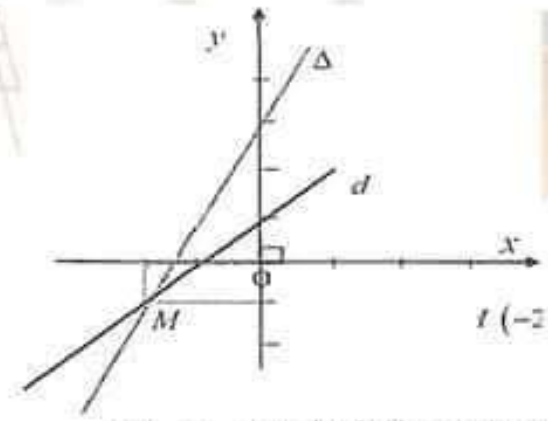
ومنه الحل المشترك للجملة هو: $(-2, -1)$

-4 $y = 2x + 3$

x	0	$x = -\frac{3}{2}$
y	3	0

$y - x = 1$

x	0	-1
y	1	0



إحداثيات نقطة التقاطع $M(-2, -1)$

المسألة الثالثة:

-1 $f(2) = 2(2) - 4 = 4 - 4 = 0$

$f(x) = 0$ ومنه $2x - 4 = 0$

$2x = 4 \rightarrow x = 2$

-2 الحل جبرياً:

$$\begin{cases} \Delta: y = 2x - 4 & (1) \\ d: y = x & (2) \end{cases}$$

من (2) نعوض في (1):

$x = 2x - 4$

$x - 2x = -4$

$-x = -4 \rightarrow x = 4$

نعوض في (2): $y = 4$

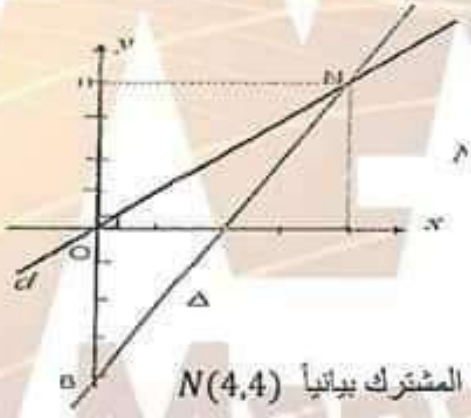
الحل المشترك جبرياً: $(x = 4, y = 4)$

-3 $\Delta: y = 2x - 4$

x	0	2
y	-4	0

$d: y = x$

x	0	4
y	0	4



الحل المشترك بيانياً $N(4,4)$

$(-4$

$B(0, -4)$

نعوض في Δ :

$-4 \stackrel{?}{=} 2(0) - 4$

$-4 = -4$

$B \Leftarrow$ تنتمي لـ Δ

(4 $S_{ONB} = S_{BHN} - S_{OHN}$

حيث كلا من BHN و OHN مثلثين قائمين

$$S_{BHN} = \frac{HN \times HB}{2} = \frac{4 \times 8}{2} = 16cm^2$$

$$S_{OHN} = \frac{OH \times HN}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

$$\Rightarrow S_{ONB} = 16 - 8 = 8cm^2$$

2- حل المعادلة $f(x)=0$
يؤول إلى حل المعادلة $h(x)=0$
ومنه: $(x-2)(x-6)=0$
إما: $(x-6)=0$ أو $(x-2)=0$
ومنه: $x=6$ ومنه: $x=2$

التمرين الرابع:

1- $f(x)=(x-2)^2-3x+6$
$f(0)=(0-2)^2-3(0)+6$
ومنه: $f(0)=4-0+6=10$
$f(2)=(2-2)^2-3(2)+6$
ومنه: $f(2)=0-6+6=0$

2- التحليل: $f(x)=(x-2)^2-3(x-2)$
ومنه:
$f(x)=(x-2)[(x-2)-3]$
ومنه: $f(x)=(x-2)(x-5)$

3- حل المعادلة $f(x)=0$ يؤول إلى
$(x-2)(x-5)=0$
إما: $(x-5)=0$ أو $(x-2)=0$
ومنه: $x=5$ ومنه: $x=2$

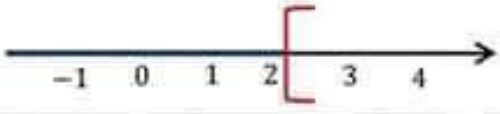
التمرين الخامس:

1- $f(x)=\frac{4x+1}{3}$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4\left(\frac{1}{2}\right)+1}{3}=\frac{2+1}{3}$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$ نعوض في المتراجحة $\frac{4x+1}{3}<3$
$1<3$ متراجحة صحيحة فهو حلاً للمتراجحة.

2- $\frac{4x+1}{3}<3$
$4x<9-1$
$4x<8$
$x<\frac{8}{4}$
$x<2$



التمرين السادس:

1- النشر:
$f(x)=(x-1)(2x+1)-(x-1)^2$
$f(x)=2x^2+x-2x-1-(x^2-2x+1)$
$f(x)=2x^2+x-2x-1-x^2+2x-1$
$f(x)=x^2+x-2$

2- التحليل:
$f(x)=(x-1)(2x+1)-(x-1)^2$
$f(x)=(x-1)[(2x+1)-(x-1)]$
$f(x)=(x-1)(x+2)$

3- $f(2)=(2-1)(2+2)$
$f(2)=1\times 4=4$

$f(x)=0$
ومنه: $(x-1)(x+2)=0$
إما: $x+2=0$ ومنه: $x=-2$
أو: $x-1=0$ ومنه: $x=1$

ثالثاً : حل المسائل:

المسألة الأولى:

المسألة الأولى :

1) $f(-2)=1$
2) $\{-3,4\}$
3) $D_f=[-3,4]$
4)

x	0	1
y	-1	0
النقطة	$A(0,-1)$	$B(1,0)$

النقطتان هما : $(0,-1)$ ، $(1,0)$

5)
نقطة التقاطع مع الخط البياني هي $(3,2)$

المسألة الثانية:

1- $f(x)=2x+3$
$f(-1)=2(-1)+3$
$f(-1)=-2+3=-1$
$f(0)=2(0)+3$

المسألة السادسة:

-1

$$f(0) = 2(0) - 3$$
$$f(0) = 0 - 3 = -3$$
$$f(4) = 2(4) - 3$$
$$f(4) = 8 - 3 = 5$$
$$f(x) = -2$$

ومنه: $2x - 3 = -2$

ومنه: $2x = -2 + 3 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

-2

$$\begin{cases} d: y = 2x - 3 & (1) \\ \Delta: y = x & (2) \end{cases}$$

من (2) نعوض في (1) :

$$x = 2x - 3 \rightarrow x = 3$$

نعوض في (2) : $y = 3$

الحل المشترك جبرياً: $(x = 3, y = 3)$

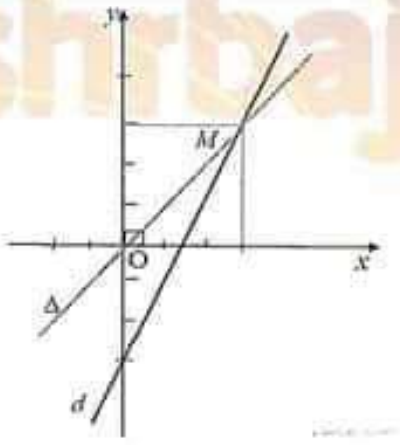
-3

$d: y = 2x - 3$

x	0	$\frac{3}{2}$
y	-3	0

$\Delta: y = x$

x	0	3
y	0	3



الحل المشترك بيانياً $M(3,3)$

-4

$$2x - 3 \geq x$$
$$2x - x \geq 3$$
$$x \geq 3$$

كن صبحاً لا يحمل على عاتقه إلا النور .. كن الاشراق أينما حللت ..

Manal Ishrbaji