



اسهل عن بعد

الموقع الرسمي:

<http://www.easyel.net>



جامعة الإمام محمد بن سعود
تخصص إدارة أعمال
تفريغ الرياضيات المالية (118 مال)

د. ربيع تركي القحطاني

إعداد/ ماجد الحايطي & أم ريتاج

محتوى المقرر :

<p>الفصل الرابع : متتاليات الاعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> تعريف المتتالية المتتالية الحسابية المتتالية الهندسية 	<p>الفصل الثالث : الاساس والقوة واللوغاريثم</p> <ul style="list-style-type: none"> الاساس والقوة خصائص الاساسية للقوة اللوغاريثم خصائص اللوغاريثم اللوغاريثم العشري 	<p>الفصل الثاني العلاقات والدوال</p> <ul style="list-style-type: none"> مفهوم العلاقة. مفهوم الدالة. مجال والمجال المقابل الدالة الدالة العكسية 	<p>الفصل الاول مفاهيم اساسية في الجبر</p> <ul style="list-style-type: none"> مفهوم المجموعة . العمليات على المجموعات. مجموعات الاعداد.
<p>الفصل الثامن : التفاضل والتكامل</p> <ul style="list-style-type: none"> التفاضل وخواصه التكامل 	<p>الفصل السابع: المصفوفات والمحددات</p> <ul style="list-style-type: none"> مفهوم المصفوفة العمليات على المصفوفات المحددات وخواصها استخدام المحددات في حل المعادلات 	<p>الفصل السادس: المعادلات والمتباينات</p> <ul style="list-style-type: none"> المعادلات الجبرية في متغير واحد المعادلات من الدرجة الثانية نظام من المعادلات المتباينات 	<p>الفصل الخامس : ضرب وتحليل المقادير الجبرية</p> <ul style="list-style-type: none"> ضرب المقادير الجبرية القاسم المشترك الأكبر المضاعف المشترك الأصغر طرق التحليل

[الفصل الاول مفاهيم اساسية في الجبر]

الدرس الأول :

تعريف المجموعة:

تجمع أية أشياء يسمى مجموعة، ونسوي هذه الأشياء بعناصر المجموعة ، مثلاً:
السبت، الأحد، الاثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس. الجمعة
هذه العناصر تشكل مجموعة، يمكن تسميتها بمجموعة أيام الاسبوع.

كتابة المجموعة : تكتب المجموعة بطريقتين :

١- طريقة رصد (سرد) العناصر:

في الطريقة تقوم بكتابة عناصر المجموعة
يتم ذلك ب وضع عناصر المجموعة بين القوسين " { } " ونفصل بين كل عنصر والآخر بالفاصلة " ، " .

نلاحظ ترتيب العناصر لا يؤثر على المجموعة كذلك التكرار .
مثلاً : نكتب مجموعة أيام الاسبوع كالآتي : {الجمعه , الخميس ، الأربعاء ، الثلاثاء، الاثنين ، الاحد ، السبت} الترتيب هنا لا يؤثر

٢- طريقة الصفة المميزة :

في هذه الطريقة نذكر الخاصية (الخواص) المشتركة بين عناصر المجموعة

يتم ذلك ب نكتب داخل القوسين " { } " من اليسار متغير (اعادة x) ونضع الرمز " | " ويقرا "حيث ان" ثم نكتب x متبوعاً بالخاصية المشتركة للعناصر مثلاً :

{ x من أيام الاسبوع | x } نقول "مجموعة العناصر x حيث ان x من ايام الاسبوع"

قد تستخدم ثلاث نقاط " ... " للدلالة على نمط تسلسل العناصر فمثلاً يمكن كتابة مجموعة أحرف اللغة العربية كما يلي :

{ ا ، و ، ... ، ث ، ت ، ب ، أ }

مثال

لتكن { 1,2,3,...,7 } كم عدد عناصر هذه المجموعة ؟

الحل :

عناصر هذه المجموعة هي 1،2،3،4،5،6،7 (اي أن عددها سبعة) .

المجموعة المنتهية والمجموعة غير المنتهية :

المجموعة قد تكون منتهية أي قابلة للعد (عدد عناصرها محدد) مثلا:
 $\{x \text{ طالب في جامعة الأمام} | x\}$ لاحظ كل الأمثلة السابقة لمجموعة منتهية

وقد تكون مجموعة غير منتهية مثل :

$\{x \text{ عدد زوجي} | x\} \leftarrow \{2,4,6,8,\dots\}$

تسمية المجموعة (عنوان المجموعة) :

نسمي المجموعة بحرف كبير مثل A, B, X وغيرها فمثلا نقول:

أن A هي مجموعة الصلوات المفروضة ، B هي مجموعة ايام الأسبوع ، X هي مجموعة أحرف اللغة العربية

$A = \{x \text{ من الصلوات المفروضة} | x\}$

$B = \{ \text{الخميس ، الأربعاء ، الثلاثاء ، الإثنين ، الأحد ، السبت} \}$

$X = \{ \text{ي ، و ، ... ، ث ، ت ، ب ، أ} \}$

٢- كتابة المجموعة بطريقة الصفة المميزة	١- كتابة المجموعة بطريقة رصد (سرد) العناصر
$A = \{x \text{ من الصلوات المفروضة} x\}$ $B = \{x \text{ من أيام الأسبوع} x\}$ $X = \{x \text{ من أحرف اللغة العربية} x\}$	$A = \{ \text{الفجر ، الظهر ، العصر ، المغرب ، العشاء} \}$ $B = \{ \text{الخميس ، الأربعاء ، الثلاثاء ، الإثنين ، الأحد ، السبت} \}$ $X = \{ \text{ي ، و ، ... ، ث ، ت ، ب ، أ} \}$

انتماء عنصر لمجموعة

عندما يكون عنصر موجود في مجموعة (ضمن عناصرها) نقول أن هذا العنصر ينتمي لهذه المجموعة

مثلا صلاة الفجر ضمن الصلوات المفروضة فنقول الفجر ينتمي للمجموعة A ، نكتب ذلك $A \ni \text{الفجر}$

إذا كان العنصر غير موجود في المجموعة قلنا انه لا ينتمي إليها فمثلاً صلاة العيد لا تنتمي للمجموعة A ، نكتب ذلك $A \notin \text{صلاة العيد}$

مثال : إذا كانت $C = \{2,4\}$ أي العبارات التالية خاطئة.

$a-2 \in c$ $b-7 \notin c$ $c-4 \in c$ $d-4 \notin c$

س/ اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت $\{x \text{ من أيام العطلة الأسبوعية في السعودية} | x\}$ فنكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر كالآتي:

(a) $A = \{ \text{الخميس ، السبت} \}$

(b) $A = \{ \text{الجمعة ، السبت} \}$

(c) $A = \{ \text{الجمعة ، السبت و الأحد} \}$

(d) $A = \{ \text{الجمعة ، السبت ، الإثنين} \}$

س/ اختر الإجابة الصحيحة:

المجموعة الأولى في نهائيات كأس العالم 2018 بروسيا ضمت منتخبات السعودية ومصر والاورجواي وروسيا ، نكتب هذه المجموعة بطريقة الصفة المميزة كالآتي:

(a) $\{x \text{ من منتخبات المجموعة الأولى في نهائيات كأس العالم} | x\}$

(b) $\{ \text{السعودية ومصر والاورجواي وروسيا} \}$

(c) $\{x \text{ من منتخبات المشاركة في نهائيات كأس العالم} | x\}$

(d) $\{ \text{السعودية والاورجواي وروسيا} \}$

الدرس الثاني :

المجموعة الجزئية

إذا كانت كل عناصر مجموعة موجودة ضمن عناصر مجموعة أخرى، نقول إن المجموعة الأولى جزئية من المجموعة الثانية، ونرمز لذلك

بالرمز " \subset " ويقرأ "جزئية من"

$\{ \text{السبت ، الجمعة ، الخميس ، الأربعاء ، الثلاثاء ، الإثنين ، الأحد} \} \subset \{ \text{السبت ، الجمعة} \}$

$\{ \text{ج ، د ، ي} \} \subset \{x \text{ من حروف فكلمة جديدا} | x\}$

لاحظ في المثال الثاني المجموعتان متساويتان، في هذه الحالة يمكن استخدام الرمز "C" ويقرأ جزئية أو تساوي

{ج، د، ي} C {x من حروف فكلمة جديدا x}

أو استخدام رمز المساواة {ج، د، ي} =, ⊆ {x من حروف فكلمة جديدا x}

المجموعة غير الجزئية

إذا وجد على الأقل عنصر في المجموعة الأولى لا يوجد في المجموعة الثانية نقول إن المجموعة الأولى ليست جزئية من المجموعة الثانية
فمثلاً: {1,2,3,5,7,9} ⊄ {1,2,4,5}

المعنى	العبرة
العنصر a ينتمي A	$a \in A$
العنصر b لا ينتمي B	$b \notin B$
المجموعة A جزئية فعلية من المجموعة C	$A \subset C$
المجموعة C ليست جزئية من المجموعة B	$C \not\subset B$
المجموعة A جزئية أو تساوي B	$A \subseteq B$

المجموعة الشاملة

إذا كانت هنالك دراسة ما تحوي عدد من المجموعات وكانت هنالك مجموعة تحوي عناصر كل هذه المجموعات فإننا نسميها المجموعة الشاملة، نرسم للمجموعة الشاملة بالرمز U.

فمثلاً: ليكن اهتمامنا بالمجموعات التالية: مجموعة طلاب كلية العلوم الاجتماعية بجامعة الإمام، مجموعة طلاب كلية الشريعة بجامعة الإمام، مجموعة طلاب كلية الاقتصاد بجامعة الإمام ومجموعة طلاب جامعة الإمام. نلاحظ أن مجموعة طلاب جامعة الإمام تحوي عناصر المجموعات الثلاثة، بالتالي فهي المجموعة الشاملة

المجموعة الخالية

المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا تحوي أية عنصر، نرسم لها بالرمز \emptyset أو {}

المجموعة	الرمز	مثال	الخصائص
مجموعة (1) الأعداد الطبيعية	\mathbb{N}	$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	<ul style="list-style-type: none"> مجموعة غير منتهية. الصفير لا ينتمي للمجموعة $\mathbb{N} \notin 0$ N محدودة من أسفل بالعدد 1 (تبدأ من العدد 1) لا تحوي أعداد سالبة لا تحوي أعداد كسرية
مجموعة (2) الأعداد الصحيحة	\mathbb{Z}	$\mathbb{Z} = \{, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +\dots\}$	<ul style="list-style-type: none"> مجموعة غير منتهية تحتوي اعداد سالبة وأعداد موجبة وتحتوي اعداد سالبة وأعداد موجبة $0 \in \mathbb{Z}$ الصفير ينتمي للمجموعة الأعداد الطبيعية مجموعة جزئية من الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$
مجموعة (3) الأعداد النسبية (الكسرية)	\mathbb{Q}	$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$	<ul style="list-style-type: none"> مثلاً: $3\frac{1}{9} \in \mathbb{Q}, -5 \in \mathbb{Q}, 0 \in \mathbb{Q}, 4 \in \mathbb{Q}, \frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ 1 ينتمي للأعداد النسبية لأن $-1 = \frac{1}{1}$ 4 ينتمي للأعداد النسبية لأن $4 = \frac{4}{1}$ نلاحظ: Q تكتب بطريقة الصفة المميزة. يسمى العدد a البسط والعدد b المقام، b لا يمكن أن يكون صفراً. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ و $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N}$ ، لندمج هاتين العبارتين معا $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{N}$
مجموعة (4) الأعداد غير النسبية	\mathbb{Q}^c أو $\bar{\mathbb{Q}}$	هناك أعداد لا يمكن كتابتها في الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $a, b \in \mathbb{Z}$ مثل الجذور $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ (تسمى جنورصماء)، تسمى مجموعة مثل هذه الأعداد بمجموعة الأعداد غير النسبية	

ونعني بها كل الأعداد (الطبيعية مع الصحيحة مع النسبية مع غير النسبية) مجموعة الأعداد النسبية مع مجموعة الأعداد غير النسبية تشكل مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية ، $N \subset Z \subset Q \subset R$	ترمز لها ب R	مجموعة الأعداد الحقيقية
--	-----------------	----------------------------

فمثلاً: $A = \{x \mid x \text{ من طلاب مال 118 يدرس علم الشغير } x\}$

$$A = \emptyset$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

- إذا كانت $A = \{1,2,3,4,5\}$ فإن $C = \{2,4\}$:
 (a) $C \notin A$ (b) $C \in A$ (c) $C \subset A$ (d) $C \in B$

الدرس الثالث:

مجموعات الأعداد الرئيسية :

لقد تعرفنا على مجموعات الأعداد الرئيسية وهي:

الرمز	المجموعة
N	مجموعة الأعداد الطبيعية
Z	مجموعة الأعداد الصحيحة
Q	مجموعة الأعداد النسبية
Q^c	مجموعة الأعداد غير النسبية
R	مجموعة الأعداد الحقيقية

هنالك مجموعات ثانوية مثل:

- **مجموعة الأعداد الكلية:** وهي عبارة عن الأعداد الطبيعية بالإضافة إلى الصفر تبدأ من صفر إلى ما لا نهاية أي أن الأعداد الكلية هي $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$
- **مجموعة الأعداد الزوجية:** أي عدد يقبل القسمة على 2 هو عدد زوجي $\{2, 4, 6, \dots\}$
- **مجموعة الأعداد الفردية:** أي عدد لا يقبل القسمة على 2 $\{1, 3, 5, \dots\}$
- **مجموعة الأعداد الأولية:** هو العدد الذي يقبل القسمة على نفسه وواحد $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$

الرمز	المعني
<	"أصغر من" $3 < 5$
≤	"أصغر من أو يساوي" مثلاً: $3 \leq 5$ مثال آخر $3 \leq 5$
>	"أكبر من" مثلاً: $2 > 8$
≥	"أكبر من أو يساوي" مثلاً $2 \geq 8$ مثال آخر $2 \geq 2$
=	"يساوي" مثلاً $10 = 10$
≠	"لا يساوي" مثلاً $3 \neq 5$

نسترجع بعض الرموز الأساسية:

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

- س/ لتكن المجموعة $A = \{x \in Z \mid 2 \leq x < 5\}$ تكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر بالصورة:
 (a) $A = \{3, 4, 5\}$ (b) $A = \{2, 3, 4, 5\}$
 (c) $A = \{2, 3, 4\}$ (d) $A = \{3, 4\}$

لحل: نبدأ من رقم 2 لأنه أكبر من أو يساوي واصغر من 5

$$(c) A = \{2, 3, 4\}$$

س/ لتكن المجموعة ، $A = \{ X \in N | X < 4 \}$ تكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر بالصورة:

(a) $A = \{0,1,2,3\}$ (b) $A = \{1,2,3,4\}$

(c) $A = \{1,2,3\}$ (d) $A = \{0,1,2,3,4\}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: س/ يعد العدد 20 عدد :

(a) زوجي (b) أولي (c) فردي (d) غير نسبي

الحل: (a) زوجي

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: س/ يصنف العدد $\sqrt{3}$ على أنه عدد :

(a) طبيعي (b) غير نسبي (c) صحيح (d) نسبي الحل: غير نسبي

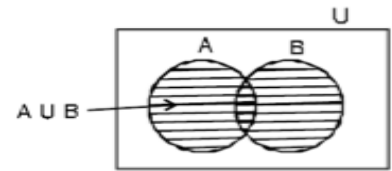
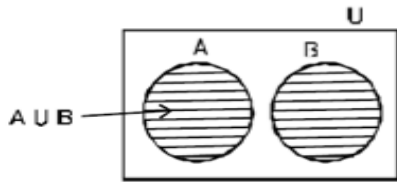
الدرس الرابع

العمليات على المجموعات

لتكن A و B مجموعتان ولتكن 0 المجموعة الشاملة، هنالك عمليات يمكن إجراؤها على هذه المجموعات:

(1) الإتحاد:

إتحاد المجموعتين ، يمكن تمثيل اتحاد U هو المجموعة التي تضم عناصر المجموعتين معا ، نرمز للاتحاد بالرمز $A \cup B$ المجموعتين A و B بالشكلين أدناه (تسمى أشكال فن (Wen diagram



مثال:

لتكن $A = \{1,3,4,5\}$

$B = \{2,3,4,6\}$

أوجد BAU الحل:

$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$

الشرح : الإتحاد هو U هو اتحاد اجتماع عناصر مجموعتين في مجموعه جديدة مثال $A = \{$

$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$ $A = \{1,3,4,5\}$ $B = \{2,3,4,6\}$

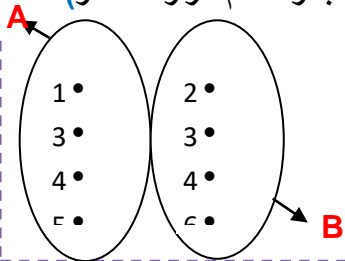
(ذكرنا جميع العناصر من المجموعتين في مجموعة واحدة بشرط عدم تكرار العناصر)

إذا كان A و B مجموعتين فان :

$B \cup A = A \cup B$ ✓

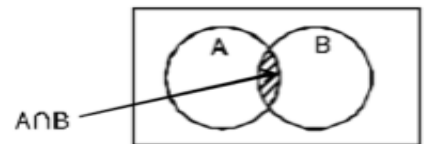
$A \cup A = A$ ✓

$A \cup \emptyset = A$ ✓



(2) التقاطع:

تقاطع المجموعتين A و B هو المجموعة التي تضم العناصر المشتركة بين المجموعتين ، نرمز للتقاطع بالرمز \cap .



إذا لم تكن هنالك عناصر مشتركة بين المجموعتين قلنا أن التقاطع يساوي مجموعة خالية $A \cap B = \emptyset$

لتكن $A = \{1,3,4,5\}$ و $B = \{2,3,4,6\}$ أوجد $A \cap B$

الحل: $A \cap B = \{3,4\}$

خصائص التقاطع

إذا كان A و B مجموعتين فان :

1. $B \cap A = A \cap B$

2. $A \cap A = A$

3. $A \cap \emptyset = \emptyset$

الشرح: التقاطع هو \cap هو مجموعة جديد تحوي العناصر المشتركة

بين المجموعتين دون تكرار العناصر المكررة في المجموعات

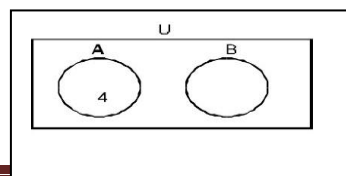
السابقة مثال آخر

$A = \{1, 3, 4, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 6, 8\}$

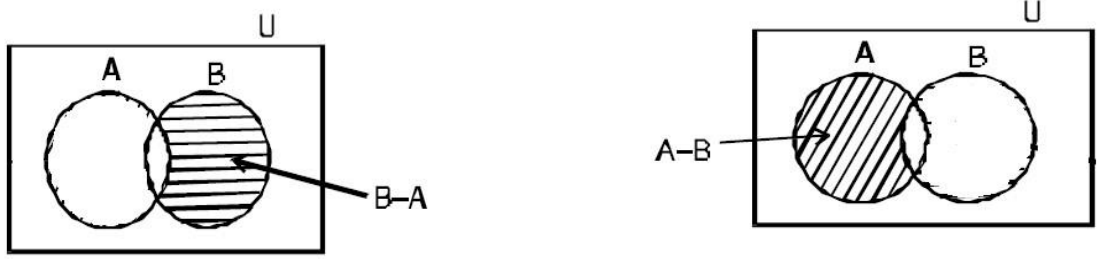
أوجد قيمة $A \cap B$ الحل : نأخذ الأعداد المتكررة بين المجموعتين

$A \cap B = \{3, 6\}$



(3) الفرق

المجموعة A **فرق المجموعة** B هي المجموعة التي تضم عناصر المجموعة A التي لا تنتمي إلى المجموعة B ، نرمز لهذا الفرق بالرمز $A-B$



مثال:

لتكن $A=\{1,3,4,5\}$ و $B=\{2,3,4,6\}$ اوجد

$A-B$

$B-A$

الحل:

$A-B=\{1,5\}$ (أي العنصر الذي لا ينتمي وغير موجود في B نذكره)

$B-A=\{2,6\}$ (أي العنصر الذي لا ينتمي وغير موجود في A نذكره)

نلاحظ أن $A-B \neq B-A$ (لا إذا كان $A=B$)

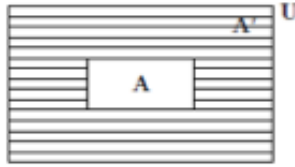
لاحظ

$$A-A=\emptyset$$

$$A-\emptyset=A$$

(4) متممة المجموعة :

لنفرض ان مجموعة طلاب جامعة الإمام هي **المجموعة الشاملة** U ، ولتكن A هي مجموعة طلاب كلية العلوم الاجتماعية، نسمي المجموعة التي تحوي كل طلاب الجامعة الذين لا ينتمون لكلية العلوم الاجتماعية بالمجموعة المتممة للمجموعة A ، ونرمز لها بالرمز A^C أو \bar{A} .



مثال:

لتكن $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ المجموعة الشاملة ولتكن $A=\{2,3,4,6\}$ اوجد A^C

الحل: نبحث عن عناصر U التي لا تنتمي إلى A فبالتالي $A^C = \{1,5\}$

لاحظ:

$$U^C = \emptyset$$

$$\emptyset^C = U$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن $A=\{1,-3,4,5\}$ و $B=\{2,-3,4,6\}$ فإن $B \cap A$ يساوي: (هنا رمز التقاطع)

الحل: $\{-3,4\}$ (c)

(a) $\{1,2,-3,4,5,6,5\}$

(b) \emptyset

(c) $\{-3,4\}$

(d) $\{3,4\}$

مثال: لتكن $A=\{1,-1,2,-2\}$ و $B=\{2,-3,4\}$ فإن $B \cup A$ يساوي: (هنا رمز الاتحاد)

(a) $\{1,-1,2,-2,2,-3,4\}$

(b) \emptyset

(c) $\{1,2,3,4\}$

(d) $\{2\}$

الحل: $\{1,-1,2,-2,2,-3,4\}$ (a)

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

لتكن $A = \{-1, 1, 2, -2\}$ و $B = \{2, -3, 4\}$ فإن $A - B$ يساوي:

- (a) $\{2, -3\}$ (b) $\{-3, 4\}$ (c) $\{1, -1, 2\}$ (d) $\{1, -1, -2\}$
الحل: (d) $\{1, -1, -2\}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

لتكن $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ المجموعة الشاملة لتكن $A = \{4, 6\}$ فإن A^c

- (a) $\{2, 4, 8, 10\}$ (b) $\{2, 10\}$ (c) $\{2, 8, 10\}$ (d) $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 1\}$
الحل: (c) $\{2, 8, 10\}$

الفصل الثاني العلاقات والدوال

الدرس الأول

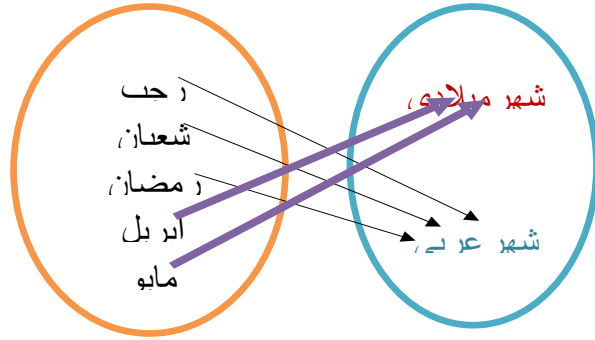
العلاقة

العلاقة / هي ارتباط بين عناصر مجموعتي تسمى المجموعة الأولى بمجال العلاقة وتسمى (المجموعة الثانية بالمجال المقابل) أو المجال المصاحب. تأمل المجموعتين:

$A = \{\text{رجب، شعبان، رمضان، أبريل، مايو}\}$

$B = \{\text{شهر ميلادي، شهر عربي}\}$

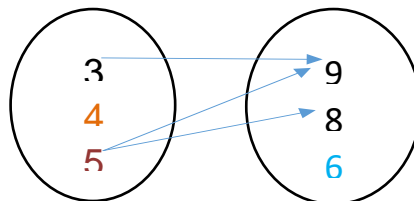
لاحظ أن رجب، شعبان، ورمضان من الشهور العربية، أما أبريل ومايو من الشهور الميلادية، يمكن عمل علاقة بين عناصر المجموعة A وعناصر المجموعة B بحيث ترتبط العناصر "رجب، شعبان، ورمضان" بالعنصر "شهر عربي"، ويرتبط العنصران "أبريل ومايو" بالعنصر "شهر ميلادي". لنعبر عن هذه العلاقة بالمخطط السهني التالي:



يمكن أن نكتب هذه العلاقة في صورة أزواج مرتبة كالآتي:

{(أبريل شهر ميلادي)، (رمضان شهر عربي)، (شعبان شهر عربي)، (رجب شهر عربي)}
 {(مايو شهر ميلادي) هنا نسميها أزواج مرتبة (,)}

هذه علاقة بين المجموعة A و المجموعة B ، مجال العلاقة هو المجموعة A ومجالها المقابل هو المجموعة B . ليس بالضرورة أن ترتبط كل عناصر المجال وأن ترتبط كل عناصر المجال المقابل، مثلاً: لتكن R علاقة من المجموعة A إلى المجموعة B ، معرفة بالمخطط السهني التالي:



لاحظ مثلاً :

- العنصر "4" في المجموعة A لم يرتبط بأي عنصر في المجموعة B .
- العنصر "6" في المجموعة B لم يرتبط بأي عنصر في المجموعة A .
- العنصر "5" في المجموعة A ارتبط بعنصرين في المجموعة B .

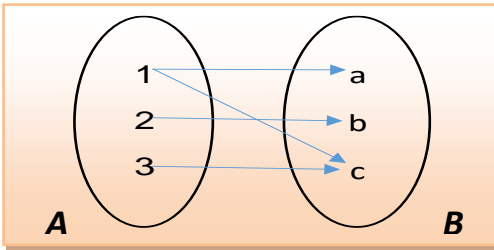
الدالة: (مهم)

الدالة هي علاقة تربط **كل** عنصر من عناصر المجال **بعنصر وحيد** من عناصر المجال المقابل .
نرمز للدالة عادة بالرمز f ، فإذا كان لدينا دالة **مجالها المجموعة A ومجالها المقابل المجموعة B** نقول أن f دالة من المجموعة A إلى المجموعة B ونكتب ذلك كالآتي:

$$f : A \rightarrow B$$

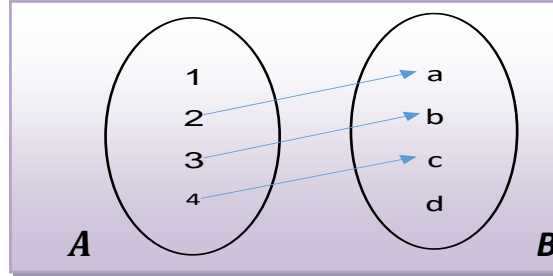
تأمل العلاقات التالية:

المثال الثاني :



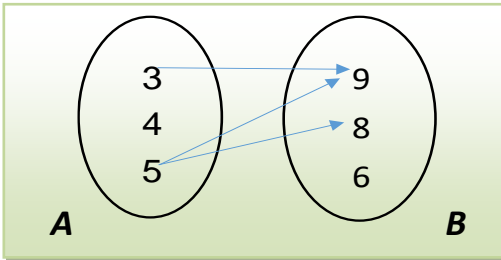
لاحظ العنصر "1" في المجموعة A **ارتبط بأكثر** من عنصر في المجموعة B . هذه العلاقة **ليست دالة**.

المثال الاول :



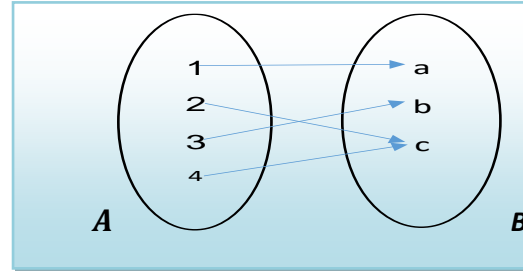
العنصر "1" في المجموعة A **لم يرتبط** بأي عنصر في المجموعة B . هذه العلاقة **ليست دالة**.

المثال الرابع :



لاحظ العنصر "5" في المجموعة A **ارتبط بأكثر** من عنصر في المجموعة B . هذه العلاقة **ليست دالة**.

المثال الثالث :



لاحظ **كل عنصر** في المجموعة A **ارتبط بعنصر وحيد** في المجموعة B .

هذه العلاقة **دالة**.

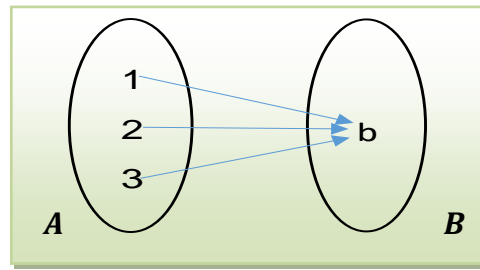
نكتب هذه الدالة في صورة أزواج مرتبة كالآتي:

$$f = \{(1, c), (2, a), (3, b), (4, c)\}$$

المجال $A = (1, 2, 3, 4)$

المجال المقابل $B = (a, b, c, d)$

المثال الخامس:



لاحظ **كل عنصر** في المجموعة A **ارتبط بعنصر وحيد** في المجموعة B .

هذه العلاقة دالة.

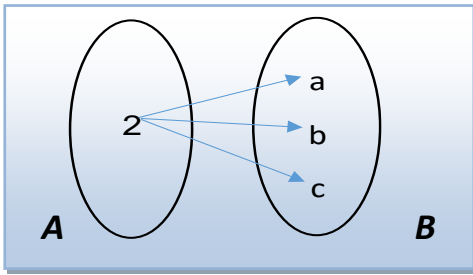
نكتب هذه الدالة في صورة أزواج مرتبة كالآتي:

$$f = \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$$

المجال $A = (1, 2, 3)$

المجال المقابل $B = (b)$

المثال السادس:



لاحظ **كل عنصر** في المجموعة A **ارتبط بعنصر وحيد** في المجموعة B .

هذه العلاقة ليست دالة.

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: مهم

الدالة $f = \{(1, a), (5, b), (7, d), (4, c)\}$ مجالها هو:

a. دالة مجالها $\{1, 5, 6, 7\}$

b. دالة مجالها $\{1, 5, 7, 4\}$

c. دالة مجالها $\{a, b, c\}$

d. دالة مجالها $\{1, a, 5, b, 7, d, 4, c\}$

الحل:

(b) دالة مجالها $\{1, 5, 7, 4\}$

الدرس الثاني

لأمثلة التوضيحية للمجال والمدى في الأزواج المرتبة

الأزواج المرتبة:

$$\{(3, 2), (6, 6), (1, -3), (6, 4), (3, -2)\}$$

المجال هو العدد الأول في الأزواج المرتبة

وهو

$$\{6, 4, 3, 2\}$$

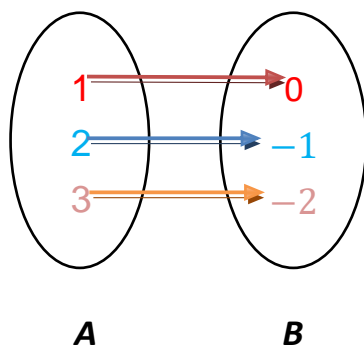
المدى هو العدد الثاني

وهو

$$\{6, 3, 1, -3\}$$

صورة العنصر

الدالة $f: A \rightarrow B$ معرفة كالآتي:



نلاحظ أن العنصر "1" اقترن ارتباطاً بالعنصر 0 ، نقول ان **صورة العنصر 1 هي 0** ونكتب ذلك: $f(1) = 0$.

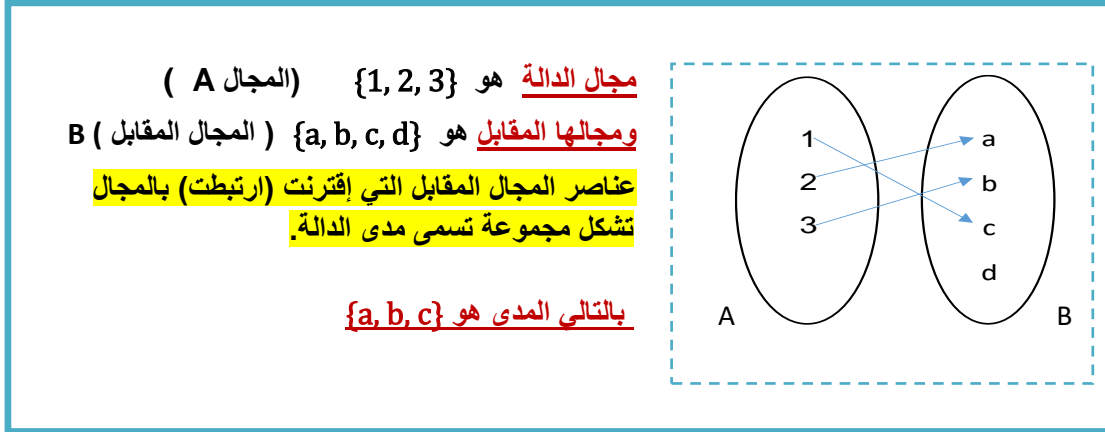
لاحظ:

$$f(2) = -1$$

$$f(3) = -2$$

مدى الدالة

تأمل الدالة:



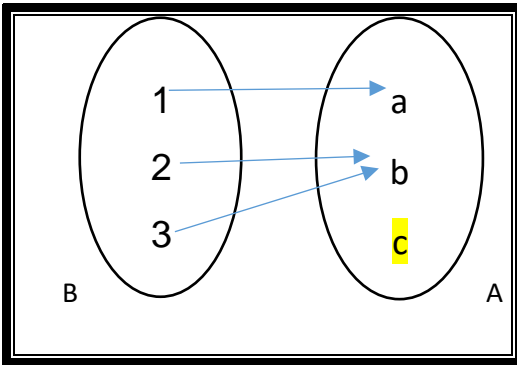
لاحظ: المدى مجموعة جزئية المجال المقابل. (مهم)

الدالة الشاملة

نقول أن f دالة شاملة إذا كان مداها مساويا لمجالها المقابل.
 مثلا: الدالة

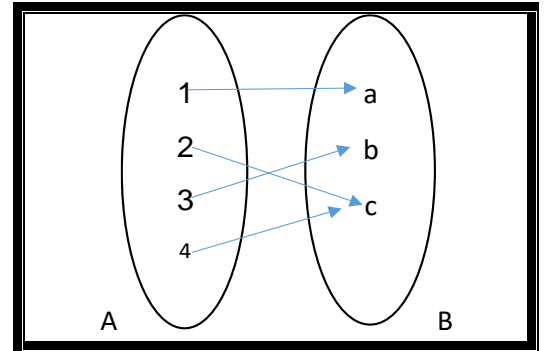
فالدالة الشاملة هي التي يصل إلى كل عنصر في المجال المقابل سهم واحد على الأقل. أو هي دالة يكون فيها كل عنصر من المجال صورة لعنصر واحد على الأقل من المجال المقابل (أي كل عنصر من المجال هو صورة لعنصر أو أكثر من المجال المقابل)

المثال الثاني



ليست شاملة لاحظ: مداها لا يساوي مجالها المقابل.

المثال الأول:

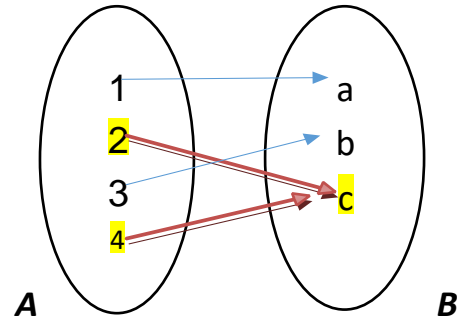


دالة شاملة. لان مداها = المجال المقابل

الدالة واحد لواحد:

نقول أن f دالة واحد لواحد إذا كان كل عنصر في المدى هو صورة لعنصر واحد فقط من المجال.
 مثلا: الدالة

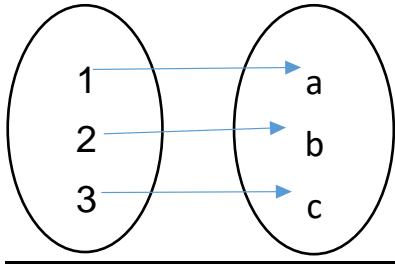
المثال الأول :



ليست دالة واحد لواحد

لأن العنصر c هو صورة للعنصر 3 وأيضا صورة للعنصر 4

المثال الثاني :



دالة واحد لواحد.

الدالة العكسية

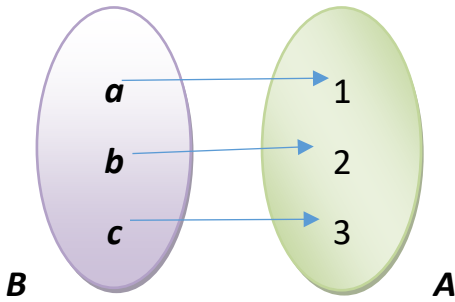
إذا كانت الدالة شاملة وأيضا واحد لواحد فإنه توجد لها دالة عكسية نركز لها بالرمز f^{-1} ونقرأ "الدالة العكسية"

مثلا: الدالة $f: A \rightarrow B$

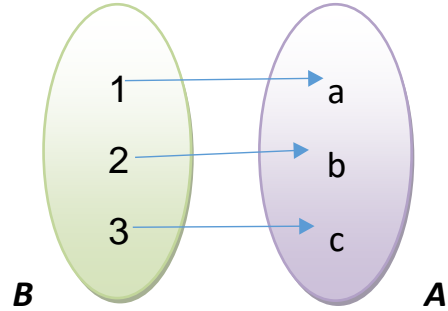
معرفة كالآتي:

دالتها العكسية

بالتالي الدالة العكسية موجوده وهي:
الدالة $f^{-1}: B \rightarrow A$ معرفة كالآتي:

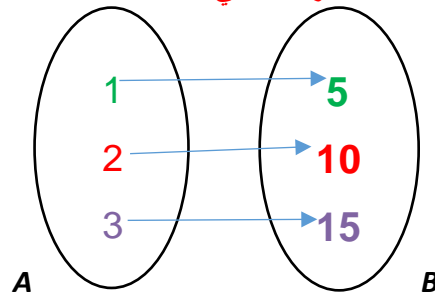


لاحظ: مجال f هو المجال المقابل لـ f^{-1} .
والمجال المقابل لـ f هو مجال f^{-1} .



دالة شاملة ودالة واحد لواحد

مثال: اختر الإجابة الصحيحة معطى الدالة $f: A \rightarrow B$ معرفة كالآتي:



$f^{-1}(10)$ تساوي (هنا طالب عكس العنصر 10)

$f^{-1}(5)$ تساوي (هنا طالب عكس العنصر 5)

$f(3)$ تساوي (هنا طالب دالة 3 وليس العكس)

(1) a (0) b (3) c (2) d

(1) e (0) f (3) g)h

(1) I (0) j (15) k (5) l

المتغيرات والثوابت

المتغير هو رمز (عادة يكون حرف) يستخدم للتعبير عن عدد

مثلاً إذا كان لدينا علبة بها عدد غير معلوم من الأقلام وهناك قلمان خارج العلبة فالمجموع الكلي للأقلام يكون عدد الأقلام المجهول إضافة للقلمين، لنعبر عن عدد الأقلام المجهول بالحرف x بالتالي يمكن التعبير عن المجموع الكلي للأقلام بـ $x + 2$

نسمي ($x + 2$ بتعبير) أو مقدار، فإننا نسمي $x + 2$ بتعبير جبري ونسمي x متغير، يمكن استخدام أي حرف للدلالة على متغير ولكن عادة ما نستخدم الحرف x .

المتغير في المقدار يمكن استبداله بأي عدد، ومتى ما استبدلنا المتغير بعدد يمكن إيجاد قيمة المقدار، مثلاً لنأخذ

فإن

مثال 1/

$$\begin{aligned} &x + 2 \\ &x = 8 \quad \text{إذا كانت} \\ &\text{/الحل/} \\ &x + 2 \\ &(\text{نعوض 8 بدل } x) \\ &= 8 + 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

مثال 2: (مهم)

$$\begin{aligned} &\text{احسب قيمة } 3x + 4 \\ &\text{إذا كان } x = 5 \\ &\text{/الحل/} \\ &3x + 4 \\ &= 3(5) + 4 \\ &= 15 + 4 \\ &= 19 \end{aligned}$$

مثال 3:

$$\begin{aligned} &\text{إذا كان } x = 2 \text{ و } y = 3 \\ &\text{احسب } 6x - 3 + 5(y - 1) \\ &\text{/الحل/} \\ &6x - 3 + 5(y - 1) \\ &= 6(2) - 3 + 5(3 - 1) \\ &= 12 - 3 + 5(2) \\ &= 9 + 10 \\ &= 19 \end{aligned}$$

الصورة الرياضية للدالة

لنفرض لدينا دالة f مجالها N (الأعداد الطبيعية من 1 إلى ما لي نهايه بدون السالب) ومجالها المقابل N ، تربط كل عنصر مع نفسه ، بالتالي العنصر 1 سيرتبط بالعنصر 1 العنصر 5 سيرتبط بالعنصر 5 وهكذا. يمكن التعبير عن ذلك رياضياً كالتالي:

$$f: N \rightarrow N$$

$$f(x) = x \quad \text{معرفة بالقانون:}$$

لاحظ:

$$f(1) = 1 \quad , \quad f(2) = 2 \quad , \quad f(10) = 10$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة :

$$\begin{aligned} &\text{إذا كانت } f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \text{ معرفة بالقانون: } f(x) = x + 1 \\ &f(1) = 1 \text{ تساوي } 2 = 1 + 1 \text{ طريقة الحل} \end{aligned}$$

$$(2)a \quad (3)b \quad (0)c \quad (1)d$$

$$f(5) = 2 \text{ تساوي } 6 = 5 + 1 \text{ طريقة الحل}$$

$$(9)a \quad (5)b \quad (6)c \quad (7)d$$

$$f(3) = 3 \text{ تساوي } 4 = 3 + 1 \text{ طريقة الحل}$$

$$(4)a \quad (5)b \quad (0)c \quad (3)d$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

إذا كانت $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ معرفة بالقانون: $f(x) = 4x - 2$

1. $f(1)$ تساوي $2 = 4 - 2 = 4 \times 1 - 2$ طريقة الحل

- (1)d (3)b (0)c (2)a

2. $f(5)$ تساوي $18 = 20 - 2 = 4 \times 5 - 2$ طريقة الحل

- (7)d (5)b (18)c (9)a

3. $f(3)$ تساوي $10 = 12 - 2 = 4 \times 3 - 2$ طريقة الحل

- (3)d (5)b (0)c (10)a

الفصل الثالث الأساس والقوة واللوغاريثم

الدرس الأول

الأساس والقوة

نعلم ان حاصل الضرب $2 \times 2 \times 2$ هو 8 ، يمكن كتابته كالتالي:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لقد حصلنا على العدد 8 بضرب العدد 2 في نفسه 3 مرات، نكتب ذلك $8 = 2^3$ ونسمي العدد 2 الأساس والعدد 3 الأس أو القوة ، ونقرأ **2 أس 3**.

المقدار 5^4 يقرأ 5 أس 4 أو العدد 5 مرفوع للقوة 4 .

لاحظ:

إذا كانت القوة 2 قلنا العدد أس 2 أو العدد تربيع وإذا كانت القوة 3 قلنا العدد أس 3 أو العدد تكعيب.

بصورة عامة: نسمي x^n القوة رقم n للعدد x ، نسمي x الأساس ونسمي العدد n الأس.

لاحظ:



$$3^4 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

بصورة عامة:

لأي عدد حقيقي a فإن a^n تعني أن العدد a مضروباً في نفسه n مرة

ضرب المقادير ذات الأساس الموحد

عندما نضرب أعداداً ذات أساس موحد **نجمع القوى**

$$x^n x^m = x^{n+m}$$

الشرح: $6 = 3 \times 2$

$$3 = 2 + 1 = a$$

$$7 = 4 + 3 = b$$

$$6a^3 b^7 = \text{الحل}$$

مثال 2:

$$(2x)(x^5)(3x^2)$$

$$2 \times 3 \times x^{5+2+1}$$

$$= 6x^8$$

مثال 1:

$$3^5 \times 3^2$$

$$= 3^{5+2}$$

$$= 3^7$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

نتاج الضرب : $(2a b^3)(3a^2 b^3)$ هو :

- (5a³b⁷)a (6a³b)c (6a³b⁷)b (6ab⁴)d

قسمة المقادير ذات الأساس الموحد

عندما نقسم أعداداً ذات أساس موحد نطرح القوى

$$x^{n-m} = \frac{x^n}{x^m}$$

التوضيح هنا قسمه نطرح الاسس ($4 = 2 \times 2 = 2^2$)
توضيح (الاس ان لم يذكر يعنى واحد)

$$\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$$

$$\frac{a^3 b^2}{a b} = a^{3-1} b^{2-1} = a^2 b$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة
المقدار $\frac{x^3 x^2}{x^4}$ يساوي

(الشرح / البسط عملية ضرب فنجمع الاسس $\frac{x^{3+2}}{x^4}$ = ثم نقسم البسط على المقام فنطرح الاسس $x^1 = x^{5-4}$)

(x ⁹)d	(x ³)c	(x)b	(1)a
--------------------	--------------------	------	------

(لان $4 = 2 \times 2$)

$$\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

$$\frac{(a-b)^7}{(a-b)^4} = (a-b)^{7-4} = (a-b)^3$$

رفع قوة العدد إلى قوة أخرى

عندما نرفع قوة العدد إلى قوة أخرى نضرب القوتين

$$= (x^n)^m x^{nm}$$

$$(3^2)^5 = 3^{2 \times 5} = 3^{10}$$

$$(x^3)^4 = x^{3 \times 4} = x^{12}$$

$$(x^4)^{-3} = x^{-3 \times 4} = x^{-12}$$

$$(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6 = 64$$

حاصل ضرب المقادير ذات القوة المشتركة

حاصل ضرب مقادير ذات قوة واحدة (مشتركة) يعني أن المقدار الأول مرفوعاً لهذه القوة مضروباً في المقدار الثاني مرفوعاً لهذه القوة.

$$(xy)^n = x^n y^n$$

مثلاً:

$$(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $(xy^2)^4$ يساوي $2^4 \times y^4 \times x^4$ ($16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$)

(16x⁴y⁴)d

(16xy⁴)c

(16x⁴y)b

(2x⁴y⁴)a

اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $(x^4y)^3$ يساوي $y^3 \times x^{4 \times 3}$

(x⁴y³)d

(x⁴y⁴)c

(x⁴y)b

(x¹²y³)a

المقدار ذو قوة سالب

$$n^{-1} = \frac{1}{n^1}$$

$$\frac{1}{n^{-1}} = n^{-1}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{1}\right)^2 = 7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$\rightarrow \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{-3}{2}\right)^3 = \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{-27}{8}$$

$$\rightarrow (0.1)^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = \left(\frac{10}{1}\right)^4 = 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

مثلاً/

التوضيح اساس العدد البسط و3 والمقام 1 (الكسر السالب $\frac{3^{-2}}{1}$ معكوسة الموجب $\frac{1}{3^2}$) $3 \times 3 = 9$ $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

هنا العدد السالب بالمقام-2 والبسط 1 (نعكس) $\frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9$

$\frac{1}{10} = 10^{-1}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: لمقدار 5^{-2} يساوي $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

(25) d	$\frac{1}{25}$ c	(10) b	(1) a
--------	------------------	--------	-------

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: المقدار $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$ يساوي (التوضيح بما انها اس سالب نعكس الكسر والاس بالموجب)

d- $\frac{x^3}{y^3}$	c- $\frac{yx^3}{y}$	b- $\frac{x}{y^3}$	a- $\frac{y^3}{x^3}$
----------------------	---------------------	--------------------	----------------------

المقدار مرفوعاً للقوة صفر

$$1 = (3)^{-0}$$

$$x^0 = 1$$

العدد مرفوع للصفر يساوي 1.

$$2^0 = 1$$

مثلاً: $(3x)^0 = 1$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: المقدار $\left(\frac{-4}{2}\right)^0$ يساوي

(-4) d	(1) c	(-2) b	(2) a
--------	-------	--------	-------

التوضيح	الأمثلة	
أي عدد الأس صفر = 1	$1 = (-2)^{-0}$	$1^0 = 1$
للمعلومية قاعدة الاشارات بالضرب $(+) \times (+) = +$ $(-) \times (-) = +$ $(+) \times (-) = -$ $(-) \times (+) = -$	$(x^{-3} y)^4$ $= x^{-3 \times 4} y^4$ $= x^{-12} y^4$ $\frac{y^4}{x^{12}}$	$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$
إذا اتفق العددين في الاشارة فاننا نضرب العددين ونضع الاشارة الموجبه. إذا كان العددين مختلفين في الاشارة فاننا نضرب العددين ونضع الاشارة السالبة.		$(x^2 y^{-3})^4$ $(x^2)^4 (y^{-3})^4$ $x^8 y^{12}$
بالقسمة $(+) \div (+) = +$ $(-) \div (-) = +$ $(+) \div (-) = -$ $(-) \div (+) = -$	$= (-3)^{-0}$ $\frac{1}{(-3)(-3)(-3)^{-0}}$ $\frac{1}{-27} =$	$\frac{5^2}{2^4} = \frac{2^{-4}}{5^{-2}}$ $\frac{25}{8} =$
إذا اتفق العددين في الاشارة فاننا نقسم العددين ونضع الاشارة الموجبه. إذا كان العددين مختلفين في الاشارة فاننا نقسم العددين ونضع الاشارة السالبة.	$= \left(\frac{-x}{y} \right)^4$ $\frac{(-x)^4}{y^4}$ $\frac{x^4}{y^4} =$	$= \left(\frac{9x^5 y^4}{3x^4 y} \right)^2 =$ $(3x^2 y^3)^2$ $3^2 x^4 y^6$ $9 x^4 y^6$

الدرس الثاني

اللوغريثم

عرفنا أن

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لنحل المسألة التالية: 2

أوجد قيمة المتغير x حيث $2^3 = 8$

نريد أن نعرف عدد مرات ضرب العدد 2 في نفسه للحصول على 8، بالطبع 3 مرات. في هذه الحالة نقول أن لوغريثم العدد 8 للأساس 2 هو 3.

$$\log_2 8 = 3$$

ونكتب ذلك:

حيث أن لوغريثم العدد لأي أساس هو عدد مرات ضرب هذا الأساس في نفسه للحصول على هذا العدد.

مثلاً: لوغريثم العدد 27 للأساس 3 هو عدد مرات ضرب العدد 3 في نفسه للحصول على 27، ثلاث مرات (أي أن لوغريثم العدد 27 للأساس 3 هو 3)، نكتب ذلك كما يلي: $\log_3 27 = 3$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

$\log_4 16$ يساوي يعني (4×4) يساوي 16 يعني ال4 تكرر مرتين او الحل عن طريق الآلة

4(d)	1(c)	3(b)	2 (a)
------	------	------	-------

اختر الإجابة الصحيحة $\log_2 32$ يساوي

5(d)	1(c)	4(b)	2(a)
------	------	------	------

لاحظ: عندما يتساوى العدد والأساس يكون ناتج اللوغاريتم 1
مثلاً: لنحسب $\log_5 5$ ، عدد مرات ضرب الأساس 5 في نفسه للحصول على 5 هي مرة واحدة، بالتالي:

$$\log_5 5 = 1$$

بصورة عامة: (a عدد حقيقي موجب)

$$\log_a a = 1$$

لاحظ: 2^3 يعني أن العدد 2 مضروب في نفسه ثلاث مرات.

بالتالي فإن: $\log_4 2^3 = 3$

بصورة عامة: $\log_a a^n = n$

نعلم أن $3^0 = 1$

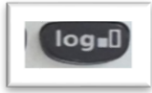
$\log_0 = 0$ بصورة عامة (a ≠ 1)

$$\log_0 1 = 0$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_7 49$$

طريقة الحل بالآلة:



نضغط الزر \log ثم نكتب الأساس وهو الرقم 7 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 49 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 2 إذن الحل

$$\log_7 49 = 2$$

شرح اللوغاريتمات

- ✓ يمكن أن تكون قيمة اللوغاريتم عدد سالب أو موجب أو صفر لكن أساس اللوغاريتم والعدد داخل اللوغاريتم موجب دائماً.
- ✓ اللوغاريتم للأساس 1 غير معرف دائماً [لانكتب لوغاريتم أساسه 1]
- ✓ إذا كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب

ما هو أساس اللوغاريتم وما هو العدد داخل اللوغاريتم وما هو قيمة اللوغاريتم؟

- ✚ أساس اللوغاريتم هو العدد الصغير المكتوب تحت الكلمة \log_x
- ✚ العدد داخل اللوغاريتم هو العدد بجانب الكلمة $\log x$
- ✚ قيمة اللوغاريتم هو ناتج هذه العملية وهذا رمزها بالآلة



اللوغاريتم العشري

الدرس الثالث

اللوغاريتم الذي أساسه 10 يسمى اللوغاريتم العشري وعادة نعبر عنه بدون كتابة الأساس، **فمثلاً:**

$$\log x$$

تعني لوغاريتم العدد x للأساس 10 (أي عدد مرات ضرب الأساس 10 في نفسه للحصول على x)

لنوجد $\log 100$ **مثلاً:**

نريد عدد مرات ضرب العدد 10 في نفسه للحصول على 100 (هي مرتان) بالتالي:

$$\log 100 = \log 10^2 = 2$$

$$\log 0.1$$

$$0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$$

$$\log 0.1 = \log 10^{-1} = -1$$

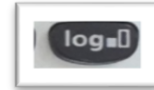
وبالتالي :

ملاحظة /

كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

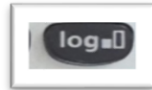
$\log 10000$ يساوي $10 \times 10 \times 10 \times 10$



أو باستخدام الآلة / نضغط الزر
نكتب الأساس وهو الرقم 10 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم
100 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 2 إذن الحل $\log 10000 = 4$

<u>4(d)</u>	1(c)	3(b)	2(a)
-------------	------	------	------

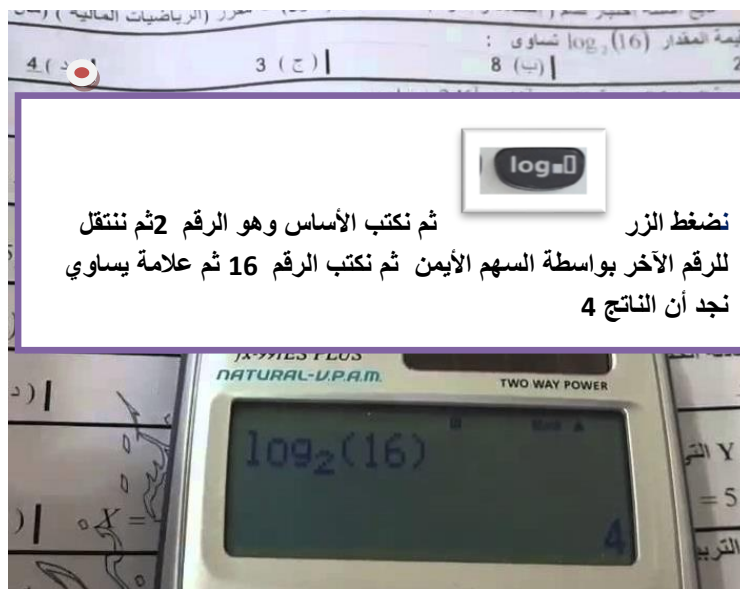
مثال: اختر الإجابة الصحيحة



$\log 0.001$ يساوي $\frac{1}{1000}$ (الحل بالآلة / نضغط الزر
نكتب الأساس وهو الرقم 10 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة
السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 0,001 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج -3 إذن الحل $\log 0,001 = -3$

-4(d)	3(c)	<u>-3(b)</u>	-2(a)
-------	------	--------------	-------

مثال للتوضيح وحلها بالآلة :



الفصل الرابع متتاليات (متواليات) الأعداد

الدرس الأول المتتاليات

المتتالية هي تتالي أعداد بترتيب معين، كل عدد يسمى **حد للمتتالية** مثلا **متتالية الأعداد: 1, 3, 5, 7, ...** حدها الأول هو 1 وحدها الثاني 3 **يعني اضفنا 2** وهذه 2 نضيفها ل 3 يصبح 5 ونضيفها ل 5 يصبح 7 و... وهكذا،

من خصائص المتتالية :

- ❖ أن الفرق بين حد وحد ثابت
- ❖ قد تكون متتالية منتهية أو غير منتهية
- ❖ كل عدد يعتبر حد (مثلا الرقم الأول نقول الحد الاول , والرقم الثاني نقول الحد الثاني وهكذا)

1, 3, 5, 7, ... **لاحظ:** هذه المتتالية غير منتهية

نرمز للحد الأول بـ a_1 والحد الثاني بـ a_2 وهكذا...

(المتتالية تعني هي مجموعة أو سلسلة أرقام بينها فواصل تربط بينها صيغة رياضية أو قاعدة)

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 3 \quad a_3 = 5 \quad a_4 = 7$$

نرمز للحد العام بـ a_n

A_n هي الحد النوني أي رقم الحد وتسمى الحد العام فنعوضها بالحد المطلوب مثلا الحد العاشر تصبح a_{10} الحد الخامس a_5 الحد التاسع a_9 وهكذا

ماهي قاعدة إنشاء هذه المتتالية؟

تم تكوين المتتالية السابقة بإضافة 2 لحدها الأول للحصول على حدها الثاني، وهكذا في كل مرة يضاف 2 للحد السابق للحصول على الحد التالي.

مثال معطى المتتالية: 5, 9, 13, ...

ماهي قاعدة إنشاء هذه المتتالية؟ أوجد حدها الرابع.

الحل القاعدة: إضافة 4 للحد السابق (توضيح الحد الاول 5 والحد الثاني 9 نلاحظ ماهي العملية التي بينهم هنا إضافة 4 $9=4+5$) وهكذا كل حد اضيف 4 ليعطيني الحد اللي بعده **فإضافة 4 هنا هي قاعدة المتتالية**)

. **بالتالي حدها الرابع هو:**

$$a_4 = a_3 + 4 = 13 + 4 = 17$$

احسب الحد السادس : a_6 الحل = 25 **التوضيح :**

هنا اجيب الحد الخامس واضيف عليه اربعة ثم اضيف على الحد الخامس 4 يعطيني الحد $(a_6 \ 21 + 4 = 25)$ $(a_5 \ 17 + 4 = 21)$ السادس

احسب حدها 100 هنا الامر صعب ويحتاج لقاعدة وسوف يتم شرحها لايجاد قاعدة معينة .

أنواع المتتاليات

(2) المتتالية الهندسية

(1) المتتالية الحسابية

المتتالية الحسابية

المتتالية الحسابية هي المتتالية التي قاعدة إنشائها هي: إضافة (طرح) عدد معين للحد السابق ، للحصول على الحد التالي. نسمي هذا العدد الثابت بأساس المتتالية ونرمز له بـ d .

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

وهكذا ، ...

كيف نوجد أساس المتتالية الحسابية؟ أساس المتتالية الحسابية يكون:

$$d = a_2 - a_1$$

أو

$$d = a_3 - a_2$$

بصورة عامة فإن الأساس هو: $d = a_n - a_{n-1}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

1. أساس المتتالية: 1, 3, 5, 7, هو

التوضيح / نطرح الاول من الثاني والثاني من الثالث وهكذا

$$1-3=2$$

$$5-3=2$$

7-5=2 نلاحظ جميع الاجابات = 2 اذا هي متتالية حسابية

1	(d)	4 (c)	<u>2 (b)</u>	3(a)
---	-----	-------	--------------	------

2. أساس المتتالية 8,3,-2,-7 هو :

$$\text{التوضيح/ } 3 - 8 = -5$$

$$3 - (-2) = -5$$

$$-2 - (-7) = -5$$

-3 (d)	<u>-5(c)</u>	5 (b)	3(a)
--------	--------------	-------	------

3. الحد المفقود في المتتالية : 4,.....10, 13, ... هو

$$10 - 4 = 7 \text{ (نتأكد } 4+3=7 \text{ و } 7+3=10 \text{ و } 10+3=13)$$

-3 (d)	5(c)	16(b)	<u>7(a)</u>
--------	------	-------	-------------

4. متتالية حسابية حدها الأول 5 وأساسها 4

يكون حدها الثالث هو

20 (d)	<u>13(c)</u>	1 (b)	9 (a)
--------	--------------	-------	-------

$$\text{الحد الثالث} = 4 + 9 = 13$$

$$\text{الشرح / نجيب الحد الثاني} = 4 + 5 = 9$$

الحد العام للمتتالية الحسابية:

الحد a_n يسمى الحد العام أو الحد النوني وهو القاعدة المتبعة في تكوين المتتالية، لنوجد صيغة الحد العام للمتتالية

الحسابية: عرفنا أن:

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$$

$$\text{بالتالي فإن الحد العام هو } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

تمكنا هذه الصيغة من إيجاد الحد الذي نريد.

مثلا لنوجد الحد السابع للمتتالية ... 3, 5, 7, في هذه المتتالية: $d=2$, $a_1=1$

الشرح /

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_7 = a_1 + (7-1)d$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_7 = 1 + 6(2)$$

$$a_7 = 1 + 12$$

$$a_7 = 13$$

الشرح / هذا القانون العام نعوض فيه

معطيات السؤال $a_1=1$ والأساس : $d=2$ (لأنه $5-3=2$ و $7-5=2$ وهكذا) $n=7$ أولا

نضع قانون الحد العام وهو

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

نحن نريد إيجاد الحد السابع الطريقة تعويض إذن

$$a_7 = 1 + (7 - 1)2$$

أولا نجري العملية الحسابية داخل القوس $6 = (7-1)$ ثم نجري عملية الضرب $2 \times 6 = 12$ ثم

$$13 = 1 + 12$$

وأخيرا الجمع يكون ناتج الحد السابع هو

$$a_7 = 13$$

س/ أوجد الحد العشرين للمتتالية نفسها :

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{20} = a_1 + (20-1)d$$

$$a_{20} = a_1 + 19d$$

$$a_{20} = 1 + 19(2)$$

$$a_{20} = 1 + 38$$

$$a_{20} = 39$$

الشرح/ معطيات السؤال $a_1=1$ والأساس : $d=2$ $n=20$ أولا نضع قانون الحد العام وهو

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

نحن نريد إيجاد الحد السابع الطريقة تعويض إذن

$$a_7 = 1 + (20 - 1)2$$

أولا نجري العملية الحسابية داخل القوس $19 = (20-1)$ ثم نجري عملية الضرب $2 \times 19 =$

$$38 = 1 + 12$$

وأخيرا الجمع يكون ناتج الحد العشرين هو

$$a_{20} = 39$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة / الحد الحادي عشر في المتتالية : $3, 6, 9, 12, \dots$ هو

30(d)

21 (c)

23 (b)

33(a)

الشرح / ($12-9=3$ و $6-9=3$ و $3-6=3$) اذا $d=3$

لها قانون وهو $a_n = a_1 + (n - 1)d$

A_n هو الحد العام أو يسمى الحد النوني

لأي عدد n تعوض برقم الحد وهو العدد

الذي يذكر بالسؤال

A_1 هو الحد الأول للعدد

و d هو أساس المتتالية هذا قانون الحد

العام للمتتالية الحسابية

$$a_{11} = a_1 + (11-1)d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_{11} = 3 + 10(3)$$

$$a_{11} = 3 + 30$$

$$a_{11} = 33$$

مجموع المتتالية الحسابية

ما هو مجموع الأعداد من 1 إلى 5؟

لاحظ للمتتالية:

1, 2, 3, 4, 5

متتالية حسابية حدها الأول 1 وأساسها 1 وعدد حدودها 5 (أي حدها الأخير 5).

مجموع المتتالية الحسابية التي حدها الأول a وحدها الأخير L وعدد حدودها n

$$\frac{n(a+L)}{2}$$

يساوي

س/ أوجد مجموع المتتالية التالية :

1, 2, 3, 4, 5 (مجموع المتتالية هو 15 و الحد الاول هو 1 والحد الأخير 5

$$\frac{n(a+L)}{2} = \frac{5(1+5)}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

هو

س/ أوجد مجموع المتتالية التالية : 1,2,3,4,5,6,7,8

$$\frac{n(a_1 + l)}{2} = \frac{8(1+8)}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة مجموع حدود المتتالية: 1, 3, 5, 7, 9, 11 هو

36 (d)	30 (c)	23 (b)	72 (a)
---------------	---------------	---------------	---------------

$$\frac{n(a_1 + l)}{2} = \frac{6(1+11)}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

لاحظ: لحساب مجموع متتالية نحتاج لمعرفة قيمة الحد الأخير.

فمثلا لحساب مجموع العشرة حدود الأولى من المتتالية: 1,5,9,...

الخطوات /

1- نحتاج أولا لإيجاد الحد العاشر: نعوض بالقانون التالي $a_n = a_1 + (n - 1)d$ و $d=4$ ($1-5=4$, $5-9=4$)

$$a_n = a_1 + (10 - 1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$= 1 + 9(4)$$

$$= 37$$

2- الآن أصبح لدينا الحد الأخير (العاشر) وهو 28 ولدينا الحد الأول وهو 1 نستطيع حساب المجموع :

$$\frac{n(a_1 + l)}{2} = \frac{10(1+37)}{2} = \frac{380}{2} = 190$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

مجموع العشرة حدود الأولى من المتتالية : 2, 4, 6, هو

120(d)	110 (c)	100 (b)	90 (a)
--------	----------------	---------	--------

الشرح / اولا: نجد الحد العاشر

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{10} = 2 + (10-1) d$$

$$a_{10} = 2 + 9(2)$$

$$= 20$$

ثانيا : نحسب المجموع باستخدام القانون :

$$= \frac{n(a_1 + l)}{2}$$

$$\frac{10(2+20)}{2} = \frac{220}{2} = 110$$

المتتالية الهندسية

المتتالية الهندسية هي المتتالية التي قاعدة إنشائها هي: ضرب الحد السابق بعدد معين، للحصول على الحد التالي. نسمي هذا العدد المعين بأساس المتتالية ونرمز له بـ r.

$$a_2 = a_1(r)$$

$$a_3 = a_2(r) \text{ وهكذا،}$$

أساس المتتالية الحسابية يكون:

$$r = \frac{a_3}{a_2} \quad \text{أو} \quad r = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

بصورة عامة: نقسم الحد الأخير على الذي قبله وهكذا حتى نهاية الحدود ولا بد أن تكون جميعها نفس الناتج

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

2	(d)	12 (c)	9 (b)	<u>3(a)</u>
---	-----	--------	-------	-------------

1. أساس المتتالية: 1, 3, 9, 27, ...

$$\frac{3}{1} = 3, \quad \frac{9}{3} = 3, \quad \frac{27}{9} = 3$$

2. أوجد أساس المتتالية... 2, 10, 50, 250, ...

20(d)	10(c)	<u>5(b)</u>	2 (a)
-------	-------	-------------	-------

$$\frac{10}{2} = 5, \quad \frac{50}{10} = 5, \quad \frac{250}{50} = 5$$

3. الحد المفقود في المتتالية الهندسية: 4, 8, ..., 32, ...

(هنا مطلوب الرقم المفقود لتكملة المتتالية

اولاً نوجد الأساس هو $2 = 4 \div 8$

$$16 = 2 \times 8$$

4. متتالية هندسية حدها الأول 1 وأساسها 4

يكون حدها الثالث هو:

$$\text{الحد الثاني} = 4 = 4 \times 1, \quad \text{الحد الثالث} = 16 = 4 \times 4$$

الحد العام للمتتالية الهندسية

لنوجد صيغة الحد العام للمتتالية الهندسية. عرفنا أن: $a_2 = a_1(r)$, $a_3 = a_2(r) = a_1(r)(r) = a_1(r^2)$, $a_4 = a_3(r) = a_1(r^2)(r) = a_1(r^3)$

$$\text{بالتالي فإن الحد العام هو: } a_n = a_1(r^{n-1})$$

وهذه الصيغة تمكنا من إيجاد الحد الذي نريد. A_n هو الحد العام لأي رقم أو الحد النوني a_1 هو الحد الأول r هو أساس المتتالية الهندسية n الموجودة

في الأس هي رقم الحد مثلاً لنوجد الحد السادس للمتتالية: 3, 6, 12, ...

الحد السادس هو: $a_6 = a_1(r^5)$ **في هذه المتتالية:** $r = 2$ (بقسمت الأخير على اللي قبله) **و** $a_1 = 3$ **بالتعويض نجد:**

$$a_6 = 3(2^{6-1})$$

$$= 3(2^5)$$

$$= 3(32)$$

$$= 96$$

التوضيح/ نعوض بدل كل n بالرقم 6 بالقانون فنقول $(2)^{6-1}$ $a_6 = 3$ أولاً نجري عملية الطرح بالأس فتصبح $a_6 = 3(2^5)$ نرفع العدد

2 للأس 5 فتصبح $a_6 = 3(32)$ ثم نجري عملية الضرب بين الرقمين فيصبح الجواب $a_6 = 96$ بالتالي الحد السادس يساوي 96.

مثال: اختر الإجابة الصحيحة الحد الخامس في المتتالية: 1, 3, 9, ... هو

<u>3⁴(d)</u>	2 ⁴ (c)	2 ⁵ (b)	3 ⁵ (a)
-------------------------	--------------------	--------------------	--------------------

$$a_5 = 1(3^{5-1}) = 3^4$$