مدونة المناهج السعودية

https://eduschool40.blog

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

للتحصيلي Ghasham22
للقدرات Ghasham23
أ. غشام
قدرات وتحصيلي Ghasham_22

قوانين الرياضيات

أ. غشام

وسيتم حل جميع الاسئلة على قناة التجميعات والاختبار المقنن

قناة التجميعات والاختبار المقنن

قناة التحصيلي أ. غشام https://t.me/Ghasham22

رابط تجميع أ. غشام https://t.me/Ghasham22/521

قناة التحصيلي أ. غشام

قناة القدرات أ. غشام

أ. غشام قدرات وتحصيلي

قناة أ. غشام يوتيوب

العبارات المنطقية

- عبارة الوصل $(p \wedge q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط " و "
- عبارة الفصل $(p \vee q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط " أو "
- العبارة الشرطية $(p \rightarrow q)$: عبارة تكتب على الصورة إذا كان ..... فإن.....

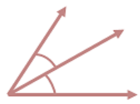
قيم الصواب للعبارات

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

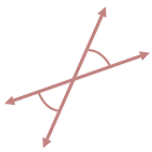
▪ العبارات الشرطية المرتبطة :

العبارة الشرطية	العكس	المعكوس	المعاكس الايجابي
$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$

- الزوايتان المتتامتان : مجموع قياسيهما 90°
- الزوايتان المتجاورتان : لهما الرأس نفسه ، وبينهما ضلع مشترك ، وعلى جهتي الضلع المشترك

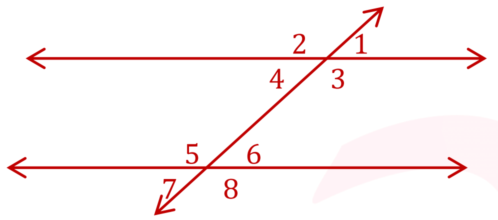


- الزوايتان المتكاملتان : مجموع قياسيهما 180°
- الزوايتان المتقابلتان بالرأس : لهما الرأس نفسه ، وكل ضلع من أحدهما هو امتداد لضلع من الأخرى ، ومتطابقتان



التوازي والتعامد

- إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن
- كل زاويتين متناظرتين متطابقتين
- كل زاويتين متبادلتين داخليا أو خارجياَ متطابقتين
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتين

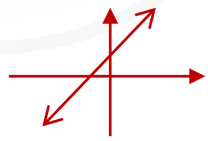


زاويتان متناظرتان	زاويتان متبادلتان داخليا	زاويتان متبادلتان خارجيا	زاويتان متحالفتان
$\angle 1, \angle 6$	$\angle 3, \angle 5$	$\angle 2, \angle 8$	$\angle 3, \angle 6$
داخلية و خارجية في جهة واحدة من القاطع	داخليتان في جهتين من القاطع	خارجيتان في جهتين من القاطع	داخليتان أو خارجيتان في جهة واحدة من القاطع

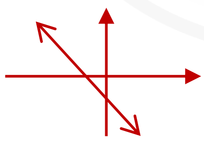
- ميل المستقيم الذي يحوي النقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ هو نسبة الإرتفاع الرأسي إلى المسافة الأفقية

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

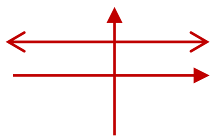
الميل موجب



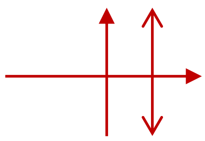
الميل سالب



الميل يساوي صفر



الميل غير معروف



- يتوازى المستقيمان ⟸⟹ الميل نفسة $(m_1 = m_2)$
- يتعامد المستقيمان ⟸⟹ حاصل ضرب ميليهما $= -1$

▪ معادلة الخط المستقيم :

▪ صيغة الميل والمقطع الصادي	▪ صيغة الميل ونقطة	▪ صيغة المقطعين السيني والصادي	▪ المستقيم الرأسي $x = a$
$y = mx + b$	$y - y_1 = m(x - x_1)$	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	▪ المستقيم الأفقي $y = b$
m الميل b المقطع الصادي	m الميل (x_1, y_1) أي نقطة على المستقيم	a المقطع السيني b، المقطع الصادي	

▪ صيغ البعد :

▪ البعد بين نقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$	▪ البعد بين نقطة (x_1, y_1) ومستقيم $ax + by + c = 0$	▪ البعد بين مستقيمين متوازيين $ax + by + c = 0$ $ax + by + d = 0$	▪ منتصف قطعة مستقيم
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d = \frac{\lvert ax_1 + by_1 + c \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$d = \frac{\lvert c - d \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$M = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

الأشكال الرباعية

▪ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب = $(n - 2) \times 180$ حيث n هي عدد الأضلاع

▪ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب (زاوية واحدة عند كل رأس) يساوي $360°$

▪ خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين :-

▪ القطران متطابقان ▪ زاويتا كل قاعدة متطابقان

▪ قياس زاوية داخلية في المضلع المنتظم = $\frac{(n-2)\times 180}{n}$

▪ في مضلع منتظم عدد أضلاعه n قياس الزاوية الخارجية = $\frac{360}{n}$

=

عدد الأضلاع = $\frac{360+\theta}{180}$ ، θ مجموع قياسات الزوايا الداخلية

عدد الأضلاع = $\frac{360}{180-\theta}$ ، θ قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم

النسبة والتشابه

- **مفهوم أساسي : التناسب**

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow a.d = c.b$

- **مقياس الرسم** = $\frac{\text{المسافة على الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$
- **التغير الطردي :** $y = kx$ ويكون $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$
- **التغير المشترك :** إذا كانت (y تتغير طردياً مع $x \cdot z$) فإن $y = kx \cdot z$ ويكون $\frac{y_1}{x_1 \cdot z_1} = \frac{y_2}{x_2 \cdot z_2}$

- **في التمدد**

الطول في الصورة = معامل التمدد × الطول في الأصــل

معامل التمدد = $\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصــل}}$

- **التغير العكسي:** $y \cdot x = k$ ويكون $y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2$
- **التغير المركب : لتكن (y تتغير طردياً مع x وعكسياً مع z) إذا** $y \cdot z = kx$ ويكون $\frac{y_1 \cdot z_1}{x_1} = \frac{y_2 \cdot z_2}{x_2}$

- **إذا تشابه مثلثين فإن**
- **النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أضلاعهما المتناظرة**
- **النسبة بين مساحتيهما تساوي مربع النسبة بين الأضلاع المتناظرة**

- **حالات تشابه مثلثين :-**

إذا تناسبت اطوال الاضلاع المتناظرة لمثلثين. (SSS).

إذا تناسب ضلعين وتطابقت الزاوية المحصورة (SAS)

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث اخر (AA)

- **الدوران :**

الدوران	النقطة	الصورة
زاوية 90°	(x, y)	$(-y, x)$
زاوية 180°	(x, y)	$(-x, -y)$
زاوية 270°	(x, y)	$(y, -x)$

دوران بزاوية -90° **يساوي دوران بزاوية** 270°

دوران بزاوية -270° **يساوي دوران بزاوية** 90°

دوران بزاوية -180° **يساوي دوران بزاوية** 180°

- **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين هو دوران زاويته ضعف الزاوية التي بين المستقيمين**

- **الانعكاسات في المستوى :-**

الإنعكاس	النقطة	صورتها
حول محور x	(a, b)	$(a, -b)$
حول محور y	(a, b)	$(-a, b)$
حول نقطة الأصل	(a, b)	$(-a, -b)$
حول المستقيم $y = x$	(a, b)	(b, a) نبدل الاحداثيات

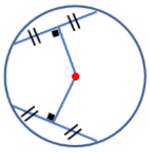
- **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هو انسحاب ومقداره ضعف المسافة بين المتوازيين**

الدائرة

▪ الوتران المتطابقين في دائرة
• لهما البعد نفسه عن المركز

• يتطابق قوساهما.

▪ إذا عامد نصف القطر وترا في دائرة فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه ايضا



▪ محيط الدائـرة = $C = 2\,\pi\,r$ أو $C = \pi\,d$

حيث r نصف القطر حيث d هي القطر

قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم $= \frac{360}{\text{عدد الأضلاع}}$

طول القوس: $\frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{L}{2\pi r} \Leftarrow L = r\cdot\theta$

L طول القوس r نصف قطر الدائرة

x° قياس الزاوية θ قياس الزاوية بالراديان

▪ معادلة دائرة مركزها $(h\,,k)$ ونصف قطرها r هي

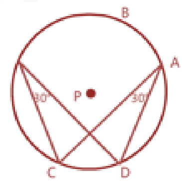
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

▪ منتصف قطعة المستقيم $\overline{AB}$ حيث

هو $M = \left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$

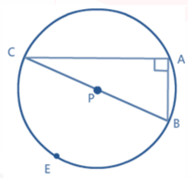
الزوايا المحيطية : هي زاوية راسها على الدائرة ، وضلعيها وتران في الدائرة ، وقياسها = نصف قياس القوس المقابل لها

▪الزوايتان المحيطيتان المرسومتان في قوس واحد متطابقتان



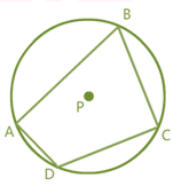
$m\ \widehat{CD} = 60^\circ$

▪الزاويةالمحيطية المرسومة على القطر قائمة.



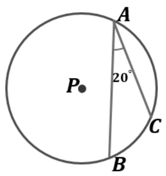
$m\ \widehat{BEC} = 180^\circ$

▪ في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



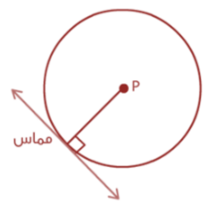
$m\angle B + m\angle D\ = 180^\circ$

▪ زوايا محيطية



$m\angle CPB = 40$

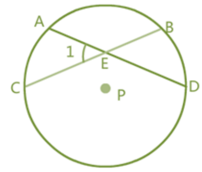
▪المماس لدائرة عمودي على نصف القطر المار بنقطة التماس



▪ تقاطع وترين في دائرة

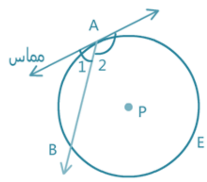
$m\angle 1 = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD})$

$AE\cdot ED = BE\cdot EC$



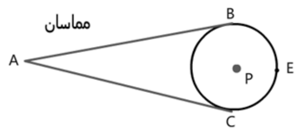
▪ تقاطع مماس وقاطع في دائرة(زاوية مماسية)

$m\angle 1 = \frac{1}{2}\angle APB$

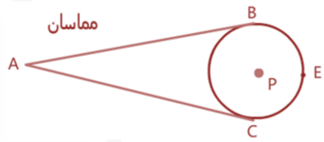


▪ المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متطابقان.

AB =AC

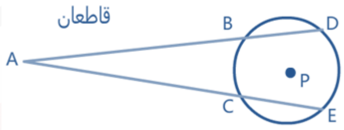


▪ تقاطع مماسين خارج الدائرة



$$m\angle A = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BEC} - \overset{\frown}{BC})$$

▪تقاطع قاطعين خارج الدائرة



$$m\angle A = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC})$$

$$AB \cdot AD = AC \cdot AE$$

▪تقاطع مماس و قاطع خارج الدائرة

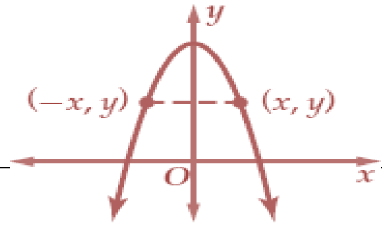
$$m\angle A = \frac{1}{2}[\overset{\frown}{DB} - \overset{\frown}{BC}]$$

$$AB^2 = AC \cdot AD$$

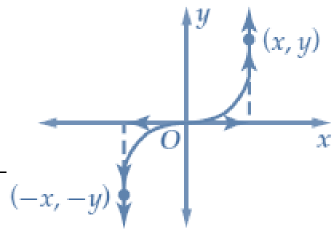
الدوال والمتباينات

تناظر الدوال

▪ **الدالة الزوجية**
متماثلة حول محور y
$f(-x) = f(x)$

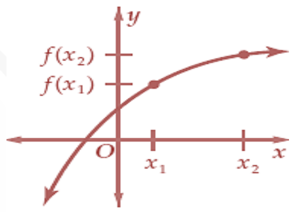


▪ **الدالة الفردية**
متماثلة حول نقطة الأصل
$f(-x) = -f(x)$

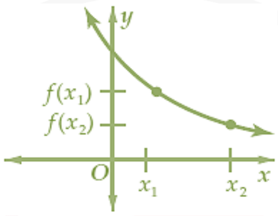


▪ **إطراد الدوال**

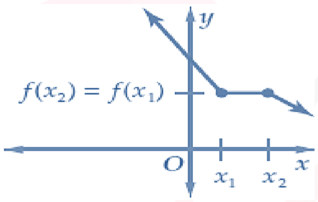
متزايدة



متناقصة



ثابتة



▪ **مجال دالة الجذر التربيعي** $\sqrt{h(x)}$ **هـو** $h(x) \geq 0$

▪ **يوجد للدالة** f **دالة عكسية** f^{-1} **إذا وفقط إذا كانت** f **متباينة**

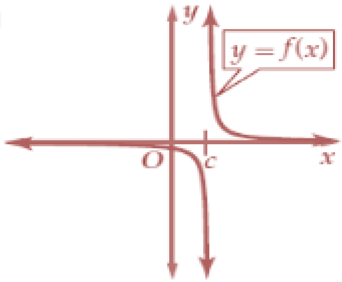
▪ **الاتصال :**

تكون الدالة $f(x)$ **متصلة عند** $x = c$ **إذا تحقق؛**

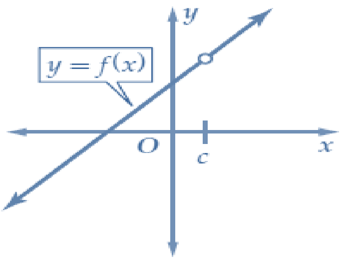
▪ $f(c)$ **موجودة**
▪ $\lim_{x \to c} f(x)$ **موجودة**
▪ $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

▪ **أنواع عدم الاتصال**

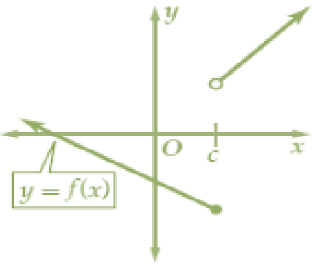
▪ **عدم اتصال لا نهائي وتظهر قيمة الدالة على الصورة** $\frac{c}{0}$



▪ **نقطي (قابل للإزالة) تظهر قيمة الدالة بالشكل** $\frac{0}{0}$



▪**عدم اتصال قفزي وتظهر قيمتين مختلفتين عند نقطةعدم الإتصال**



الدوال الرئيسة (الأم)

الدالة الثابتة	الدالةالمحايدة	الدالةالتربيعية	الدالةالتكعيبية
$f(x) = c$ ، $c \in R$	$f(x) = x$	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$
دالة الجذر التربيعي	**دالة المقلوب**	**الدالة القيمة الطلقة**	**الدالة الدرجية**
$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \frac{1}{x}$	$f(x) = \lvert x \rvert$	$f(x) = [x]$

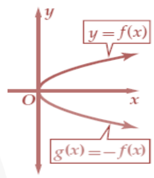
- متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو $m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

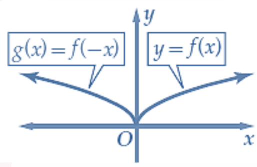
الإنعكاس حول محوري الإحداثيات

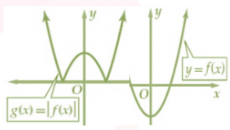
- الإنعكاس حول محور x: $g(x) = -f(x)$
- الإنعكاس حول محور y: $g(x) = f(-x)$

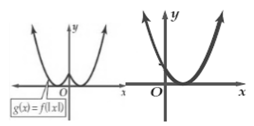
التحويلات على دوال القيمة المطلقة

- $g(x) = \lvert f(x) \rvert$ انعكاس اي جزء تحت محور x ليصبح فوقه
- $g(x) = f(\lvert x \rvert)$ يحذف الجزءاليسار y ويضع مكانه صورة الجزء الواقع يمين y بالإنعكاس حول y









- خطوط التقارب للدوال الكسرية : $y = \frac{h(x)}{g(x)}$ في أبسط شكل
- يوجد خط تقارب رأسي عندما $g(x) = 0, h(x) \neq 0$
- إذا كانت درجة البسط تساوي درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو (المعامل الرئيسي للمقام)/(المعامل الرئيسي للبسط) $= y$
- إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو $y = 0$

الدالة الأسية

- لتكن $a \neq 0\ , b > 0\ , b \neq 1$
- الدالة الأسية $y = a \cdot b^x$
- مجال الدالة الأسية هو R ومداها هو R^+
- خط التقارب للدالة الأسية $y = b^x + c$ هو $y = c$

الدالة اللوغارتمية

- لتكن $x > 0\ , b > 0\ , b \neq 1$
- الدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$
- الصورة الأسية $x = b^y$
- مجال الدالة اللوغارتمية هو R^+ ومداها هو R

• خصائص اللوغارتمات الأساسية

- لوغارتم الواحد $\log_b 1 = 0$
- لوغارتم عدد لنفس الأساس $\log_b b = 1$
- لوغارتم قوة لنفس الأساس $\log_b b^x = x$
- قوة لوغارتم لنفس الأساس $b^{\log_b x} = x$
- $e^{\ln x} = x$
- خاصية المساواة $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

- خط التقارب للدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$ هو $x = 0$
- $\log_b x \cdot y = \log_b x + \log_b y$
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
- $\log_b x^n = n \cdot \log_b x$
- $\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- اللوغارتم العشري : هو اللوغارتم الذي أساسه العدد 10
- اللوغارتم الطبيعي : وأساسه العدد النيبيري e ويكتب $\log_e x$ أو $\ln x$
- مجال الدالة للوغارتمية $y = \log_b f(x)$ هو مجموعة حل المتباينة $f(x) > 0$ ومداها هو R

كثيرات الحدود و دوالها

- **القانون العام لحل المعادلة التربيعية**

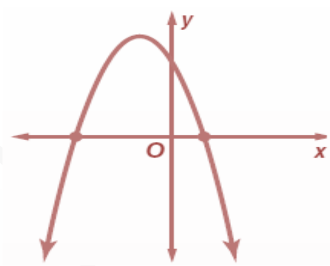
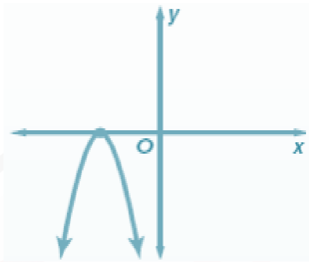
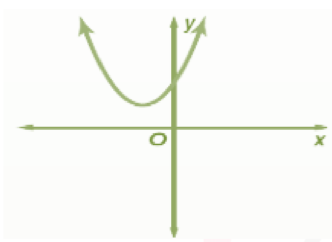
$ax^2+bx+c=0 \quad , a\neq 0$ هو :

- يمكن استعمال المميز لتحديد عدد ونوع جذور المعادلة التربيعية

المميز

$\Delta = b^2-4ac$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$b^2-4ac>0$	$b^2-4ac=0$	$b^2-4ac<0$
يوجد جذران حقيقيان	يوجد جذر حقيقي واحد	يوجد جذران مركبان
		

- إذا كان r_1 , r_2 جذري المعادلة

$ax^2+bx+c=0$

$$r_1+r_2=-\frac{b}{a}$$

$$, r_1\cdot r_2=\frac{c}{a}$$

فيمكن كتابة المعادلة بالصورة

$$x^2-(r_1+r_2)x+r_1\cdot r_2=0$$

- أصفار الدوال (نقاط التقاطع مع محور x)

- **خصائص الأسس**

ضرب القوى

$x^a\cdot x^b=x^{a+b}$

قوة القوة

$(x^a)^b=x^{a\cdot b}$

قوة ناتج الضرب

$(xy)^a=x^a\cdot y^a$

القوة الصفرية

$x^0=1 , x\neq 0$

$\left(\frac{x}{y}\right)^{-a}=\left(\frac{y}{x}\right)^a=\frac{y^a}{x^a}$

قسمة القوى

$\frac{x^a}{x^b}=x^{a-b}$

الاس السالب

$x^{-a}=\frac{1}{x^a} , \frac{1}{x^{-a}}=x^a$

قوة ناتج القسمة

$\left(\frac{x}{y}\right)^a=\frac{x^a}{y^a}$

- **تحليل كثيرات الحدود**

مجموع مكعبين

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

الفرق بين مكعبين

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

الفرق بين مربعين

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

المربع الكامل

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

- **نظرية الباقي :**

باقي قسمة كثيرة الحدود $P(x)$ على $(x-r)$ هو $P(r)$

- **نظرية العوامل :**

يكون $(x-r)$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r)=0$

- **قانون ديكارت للإشارات :**

- عددالأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(x)$ أو أقل بعدد زوجي

- عددالأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(-x)$ أو أقل منه بعدد زوجي

المتتابعات والمتسلسلات

▪ **المتتابعة الحسابية**

▪ أساس المتتابعة : $d = a_n - a_{n-1}$ ، $d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$

▪ الحد النوني $a_n = a_1 + (n-1)d$

حيث: a_1 الحدالأول، d أساس المتتابعة ، n عدد الحدود

▪ المجموع $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ أو

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

▪ **نظرية ذات الحدين :**

$$(a+b)^n = c_0^n a^n \cdot b^0 + c_1^n a^{n-1} \cdot b^1 + c_2^n a^{n-2} \cdot b^2 + \dots\dots\dots\dots\dots + c_n^n a^0 \cdot b^n$$

▪ **المتتابعة الهندسية**

▪ الحد النوني $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ حيث

a_1 الحدالأول، r أساس المتتابعة ، n عدد الحدود

▪ أساس المتتابعة : $r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ ، $r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$ ، مع مراعاة الإشارة

▪ المجموع $S_n = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^n}{1-r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_n \cdot r^1}{1-r}$

▪ مجموع حدود المتسلسلة الهندسية غير المنتهية يرمزله بالرمز S حيث $|r| < 1$

$S = \frac{a_1}{1-r}$ وإذا كان $|r| \geq 1$ فتكون متباعدة ولا يوجد مجموع

▪ الأعداد التخيلية :

▪ وتعرف الوحدة التخيلية i على أنها الجذر التربيعي الأساسي للعدد -1 أو $i = \sqrt{-1}$

▪ قوى الوحدة التخيلية i

$i^1 = i$ ، $i^2 = -1$ ، $i^3 = -i$ ، $i^4 = +1$

$$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

الاحتمال (١)

- **فضاء العينة** : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة في تجربة مبدأ العد
- يستخدم في التجارب ذات مرحلتين أو أكثر مثل
- الأحتمال باستعمال التباديل والتوافيق
- **التباديل** : هو تنظيم لمجموعة عناصر يكون فيها الترتيب مهم
- **المضروب** ($n!$)

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2\times 1$$
$$0! = 1$$

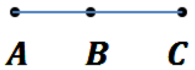
- عدد التباديل الخطية لمجموعة من العناصر المختلفة عددها n يساوي $n!$
- يرمزلعدد تباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nP_r$ ، $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

- **التباديل مع التكرار**: عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر يتكرر فيها عنصر r_1 من المرات و عنصر آخر r_2 من المرات... $\frac{n!}{r_1!\times r_2\times\ldots\times r_k}$
- **التباديل الدائرية** : عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة دون نقطة مرجع $\frac{n!}{n} = (n-1)!$
- إذا رتبت العناصر التي عددها n بالنسبة لنقطة مرجع نعاملها كتباديل خطية وعددها $n!$

$$n! = n\times(n-1)\times\ldots\ldots\times 2\times 1$$

- **التوافيق** : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون فيها الترتيب غير مهم
- يرمزلعدد توافيق n من العناصرالمختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nC_r$ ، $_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} = \frac{_nP_r}{r!}$

- **الإحتمال الهندسي**



$p(BC) = \frac{BC \text{ طول القطعة}}{AC \text{ طول القطعة}}$	$p(B) = \frac{B \text{ مساحةالمنطقة}}{A \text{ مساحةالمنطقة}}$

الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة

- الحوادث المستقلة : وقوع الأولى لايؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل:رمي قطعة نقد ثم إدارة قرص مؤشر احتمال وقوع حادثتين مستقلتين

$$P(A \text{ و } B) = p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$$

- **الحوادث غير المستقلة** : وقوع الأولى يؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل: سحب كرة من كيس ثم سحب كرة ثانية $p(A) = p(A/B)$

احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين

$$P(A \text{ و } B) = p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B/A)$$

- **الاحتمالات المشروطة** : إحتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع A مسبقا $p(B/A) = \frac{p(A\cap B)}{p(A)}$ ويكون لحادثتين غير مستقلتين.

الحوادث المتنافية و الحوادث غير المتنافية

- **الحوادث المتنافية** : لا يمكن وقوعها في الوقت نفسه $P(A \text{ أو } B) = p(A\cup B) = p(A) + p(B)$
- الحوادث غير المتنافية : يوجد بينها نواتج مشتركة $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$
- **الحادثة المتممة** : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

الأحتمال (٢) والإحصاء

التحليل الإحصائي و مقاييس النزعة المركزية

المتوسط	**قسمة مجموع القيم على عددها**
يستخدم:	**عندما لا يوجد قيم متطرفة**
الوسيط	**القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً**
يستخدم:	**عندما يوجد قيم متطرفة ولا توجد فراغات كبيرة في المنتصف**
المنوال	**القيم التي تظهر اكثر من غيرها**

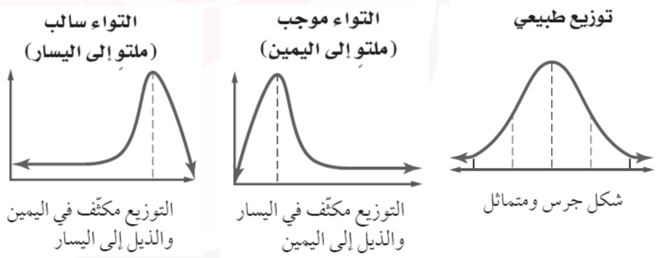
هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\mp\frac{1}{\sqrt{n}}$

▪ **توزيع ذات الحدين وتحقق :**

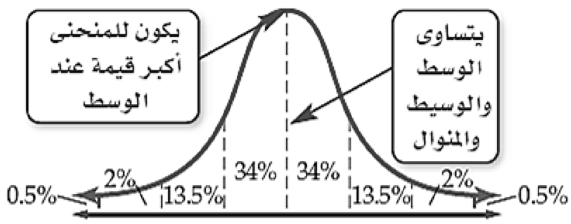
- **يعاد إجراء التجربة لعدد محدد n من المحاولات المستقلة**
- **لكل محاولة نتيجتان متوقعتان : نجاح S ، فشل F**
- **احتمال النجاح $P(S)$ أو P**

واحتمال الفشل $P(F)$ أو q ، $P = 1 - q$

- **يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات**



▪ **القانون التجريبي : يصف التوزيع الطبيعي الذي متوسطه μ وانحرافه σ بالتالي**



▪ **قانونا الإنحراف المعياري**

عينة عدد قيمها (حجمها) n

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$$

مجتمع عدد قيمه (حجمه) n

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$$

▪ **التوزيع الإحتمالي المنفصل : يجب أن يحقق شرطين**

□ $0 \le P(X) \le 1$ □ $\sum P(X) = 1$

▪ **صيغة احتمال ذات الحدين :**

احتمال النجاح في x مرة من n من المحاولات المستقلة

في تجربة ذات الحدين هو :

$$P(x) = C_x^n p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}$$

▪ **المتوسط والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين :**

المتوسط $\mu = np$

التباين $\sigma^2 = npq$

والانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$

▪ **تقريب توزيع ذات الحدين إلى التوزيع الطبيعي**

$np \ge 5\,, nq \ge 5$

يمكن تقريب توزيع ذات الحدين إلى توزيع طبيعي

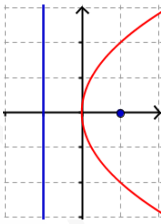
بمتوسط $\bar{x} = np$ وانحراف معياري $\sigma = \sqrt{npq}$

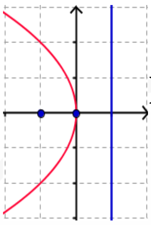
القطوع المخروطية

▪ القطوع المكافئة :-

الصورة القياسية $(y-k)^2 = 4c(x-h)$

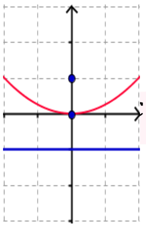
إشارة c موجبة	إشارة c سالبة
الإتجاه : افقي	الإتجاه : افقي
الرأس: $(h\,,k\,)$	الرأس: $(h\,,k\,)$
البؤرة: $(h+c\,,k\,)$	البؤرة: $(h+c\,,k\,)$
الدليل: $x=h-c$	الدليل: $x=h-c$
طول الوترالبؤري $\lvert 4c\rvert$	محور التماثل $y=k$

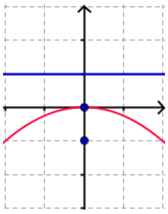




الصورة القياسية $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

إشارة c موجبة	إشارة c سالبة
الإتجاه : راسي	الإتجاه : راسي
الرأس: $(h\,,k\,)$	الرأس: $(h\,,k\,)$
البؤرة: $(h\,,k+c\,)$	البؤرة: $(h\,,k+c\,)$
الدليل: $y=k-c$	الدليل: $y=k-c$
محور التماثل $x=h$	محور التماثل $x=h$





معادلة الدائرة التي مركزها (h,k) ونصف قطرها r

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

▪ معادلة المماس عند النقطة (x_1,y_1) هي $(y-y_1)=m(x-x_1)$ حيث $m=f'(x_1)$

القطوع الناقصة :-

الإتجاه : اخترنا المحور الاكبر افقي (سيني)

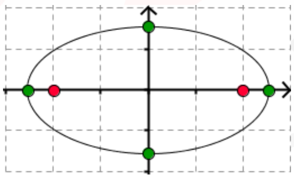
الصورة القياسية :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

طول المحور الأكبر $2a$

طول المحور الاصغر $2b$

والبعد البؤري $2c$



الراسان	البؤرتان	الراسان المرافقان
$(h\mp a\,,k\,)$	$(h\mp c\,,k\,)$	$(h\,,k\mp b\,)$

$c^2=a^2-b^2$

الإختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}$

القطوع الزائدة :-

الإتجاه : اخترنا حالة المحور القاطع راسي (صادي)

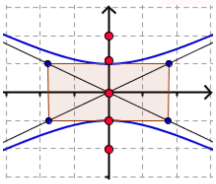
الصورة القياسية :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

طول المحور القاطع $2a$

طول المحور غيرالمرافق $2b$

والبعد البؤري $2c$



الراسان	البؤرتان	الراسان المرافقان
$(h\,,k\mp a\,)$	$(h\,,k\mp c)$	$(h\mp b\,,k\,)$

خطوط التقارب $(y-k)=\mp\frac{a}{b}(x-h)$

$c^2=a^2+b^2$

نوع القطع المخروطي		الشرط
قطع مكافئ	$A \cdot C = 0$	$B = 0$
قطع ناقص	$A \cdot C > 0$	$B = 0, A \neq C$
دائرة	$A \cdot C > 0$	$B = 0, A = C$
قطع زائد	$AC < 0$	$B = 0$

تحديد أنواع القطوع المخروطية

- **الصورة القياسية لمعادلات القطوع المخروطية**

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2 - 4AC = 0$
قطع ناقص	$B^2 - 4AC < 0 , B \neq 0 , A \neq C$
دائرة	$B^2 - 4AC = 0 \ , B = 0 , A = C$
قطع زائد	$B^2 - 4AC > 0$

حساب المثلثات (١)

▪ إذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم فإن :

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $\quad$ $\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ $\quad$ $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\quad$ $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ $\quad$ $\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

▪ **تحويل قياس الزوايا :**

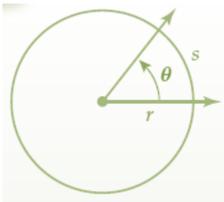
▪ للتحويل من درجات إلى راديان ، نضرب في $\frac{\pi \text{راديان}}{180^\circ}$

▪ للتحويل من راديان إلى درجات، نضرب في $\frac{180^\circ}{\pi \text{راديان}}$

▪ **طول القوس** من الدائرة (S) ، المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) يساوي

$S = r \cdot \theta$

حيث (θ) بالراديان



▪ **مساحة المثلث :**
يساوي نصف حاصل ضرب طولي أي ضلعين متجاورين في جيب الزاوية بينهما

المساحة = $\frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

▪ **قانون الجيوب :**
يستعمل إذاأعطي ضلعين وزاوية غير محصورة أو زاويتين وضلع غير محصور

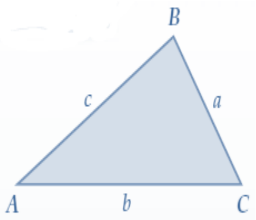
$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

▪ **قانون جيوب التمام :**
يستعمل إذا اعطي ضلعين وزاوية محصورة

$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cos B$

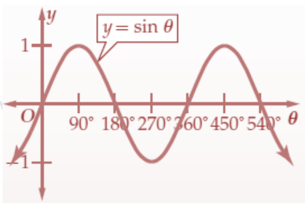
$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cos C$

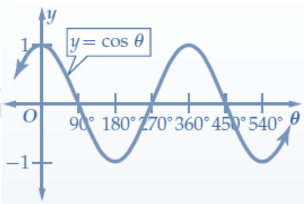
$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cos A$

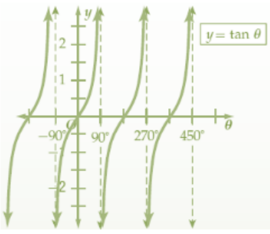


▪ **تمثيل الدوال المثلثية** بيانيا في المستوى الإحداثي

الدالة	$y = a \cdot \sin b\theta$	$y = a \cdot \cos b\theta$	$y = a \cdot \tan b\theta$
السعة	$\lvert a \rvert$	$\lvert a \rvert$	ليس لها سعة
طول الدورة	$\frac{360^\circ}{b}$	$\frac{360^\circ}{b}$	$\frac{180^\circ}{b}$
	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$	$y = \tan\theta$







حساب المثلثات (٢) (المتطابقات المثلثية)

المتطابقات النسبية		$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
متطابقات المقلوب	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$ $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
متطابقات فيثاغورس	$1+\cot^2\theta = \csc^2\theta$	$1+\tan^2\theta = \sec^2\theta$	$\cos^2\theta+\sin^2\theta = 1$
متطابقات الزاويتين المتتامتين	$\tan\ (90-\theta) = \cot\theta$	$\cos(90-\theta) = \sin\theta$	$\sin(90-\theta) = \cos\theta$
متطابقات الدوال الزوجية والفردية	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

متطابقات المجموع والفرق

$$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$$
$$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$
$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1-\tan A\tan B}$$

$$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$$
$$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$$
$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1+\tan A\tan B}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$\cos 2\theta = 1-2\sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\tan(2\theta) = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$$
$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\cos\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$
$$\sin\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$
$$\tan\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$
$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}$$

حل المعادلات المثلثية

المعادلة	$\sin\theta = a$	$\cos\theta = a$	$\tan\theta = a$
الحلول	$\theta\,, 180-\ \theta$	$\theta\ ,\ -\theta$	$\theta\,, 180+\ \theta$
الحل العام	$\theta + 360n\ \ , n\in Z$		$\theta+\pi n\ \ , n\in Z$

تطابق المثلثات والعلاقات في مثلث ٣

- **نظرية فيثاغورس :** في مثلث قائم الزاوية ، مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين
- مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية $180°$
- قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزوايتين الداخليتين البعيدتين .
- **مسلمات تطابق المثلثات**

بثلاثة أضــلاع SSS	بضلع-زاوية-ضلع SAS	بزاوية-ضلع -زاوية ASA	بزاوية-زاوية-ضلع AAS

- **نظريات متباينة المثلث :**
  - مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أطول من الضلع الثالث
  - الضلع الأكبر في مثلث يقابل الزاوية التي لها أكبر قياس
  - قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

الأعداد القطبية

▪ إذا كان n عدداً صحيحاً ، فإنه يمكن تمثيل النقطة (r,θ) بالإحداثيات

$$(-r,\theta+(2n+1)180)\ ,\qquad (r,\theta+360n)$$

▪ **تحويل الإحداثيات القطبية إلى ديكارتية :**

إذا كانت $P(r.\theta)$ فإن الإحداثيات الديكارتية للنقطة P :

أي أن $x = r\cos\theta\ ,\ y = r\sin\theta$

$$(x,y) = (\,r\cos\theta\ ,\quad r\sin\theta\,)$$

▪ **القيمة المطلقة للعدد المركب $z=a+bi$ هي :**

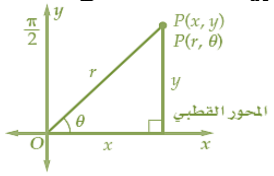
$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

▪ **المسافة بين النقطتين في المستوى القطبي هي :**

$$P_1P_2 = \sqrt{{r_1}^2+{r_2}^2-2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$$

▪ **تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية :**

إذا كانت $P(x,y)$ فإن الإحداثيات القطبية للنقطة P هي



$P(r,\theta)$ ؛ حيث $r=\sqrt{x^2+y^2}$

$$\theta = \begin{cases} tan^{-1}\frac{y}{x} & ,x>0 \\ tan^{-1}\frac{y}{x}+180 & ,x<0 \end{cases}$$

أما إذا كانت $a=0$ فإن

$\theta=\frac{\pi}{2}$ عندما $b>0$ $\qquad$ $\theta=-\frac{\pi}{2}$ عندما $b<0$

▪ **ضرب وقسمة الأعداد المركبة على الصورة القطبية:**

$$z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\theta_1+\theta_2)+\ i\sin(\theta_1+\theta_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1-\theta_2)+\ i\sin(\theta_1-\theta_2))$$

▪ **الجذور النونية :** $z = r(\cos\theta+\ i\sin\theta)$

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+\ i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

حيث $k = 0,1,2,\ldots\ldots,(n-1)$

▪ **الصورة القطبية للعدد المركب $z=a+bi$ هي :**

$z = r(\ \cos\theta+\ i\sin\theta\,)$ حيث

▪ **نظرية دي موافر**

$$z^n = r^n(\ \cos n\theta+\ i\sin n\theta\,)$$

المتجهات

▪ اتجاه المتجه : يحدد اتجاه المتجه باستعمال

1/ **الإتجاه الأفقي** ويبدأ من نقطة الأصل مع محور x الموجب وعكس عقارب الساعة مثل (30° مع الأفقي)

2/ **الإتجاه الربعي** وزاويته φ فاي ، $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ شرق أو غرب الخط الرأسي مثل ($E\ 30^\circ\ S$)

3/ **الإتجاه الحقيقي** ويبدأ الشمال مع عقارب الساعة ويقاس بثلاثة أرقام مثل 025^0

▪ إذا كان لدينا المتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي بدايته $A(x_1, y_1)$ ونهايته $B(x_2, y_2)$ فإن

▪ الصورة الإحداثية للمتجه هي

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

▪ متجه الوحدة u في إتجاه متجه v هو المتجه على طول المتجه $|u| = 1$ حيث $u = \frac{v}{|v|} = \frac{1}{|v|}v$

▪ إذا كان المتجه v في الصورة الإحداثية $v = \langle a , b \rangle$ فإن **طول** المتجه $|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$

كتابة المتجه باستعمال متجهي الوحدة i , j هي

$$v = ai + bj$$

لإيجاد زاوية اتجاه المتجه مع الإتجاه الموجب لمحور x

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1}\frac{y}{x} & , x > 0 \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + 180 & , x < 0 \end{cases}$$

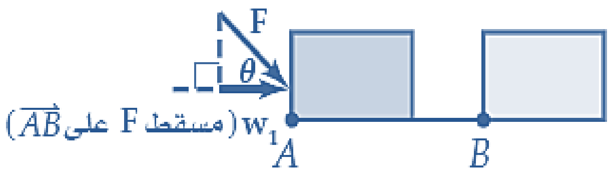
▪ إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير الصفريين u , v

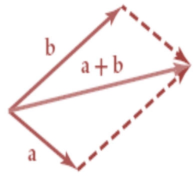
1/ $\cos\theta = \frac{v \bullet u}{|u| \times |v|}$

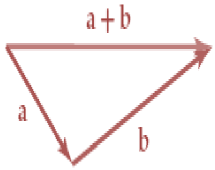
2/ $u \bullet v = |u| \times |v| \cos\theta$

▪ الشغل= القوة المؤثرة × المسافة التي تحركها الجسم

$$w = |w_1| \bullet |\overrightarrow{AB}|$$





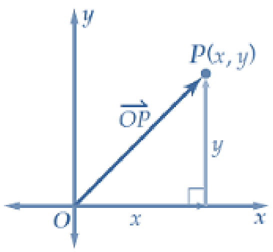


▪ إذا ضرب متجه في عدد سالب فإنه يعكس اتجاهه ، فمثلا $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

▪ مركبتي متجه :

1/ المركبة الرأسية $|y| = r\sin\theta$

2/ المركبة الأفقية $|x| = r\cos\theta$



▪ طول المتجه هو

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

الضرب الداخلي للمتجهين

$$a \bullet b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

▪ يكون المتجهين **متعامدين** ، إذا وفقط إذا كان $a \bullet b = 0$

▪ وتعطى نقطة المنتصف M لـِ $\overrightarrow{AB}$ بالقانون

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

$a \times b$ ويكون عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين .

▪ الضرب الإتجاهي للمتجهين a, b هو $a \times b =$

▪ **مساحة سطح متوازي** الأضلاع الذي a, b ضلعان متجاوران فيه $|a \times b| =$

▪ **حجم متوازي السطوح** هو

$$c \bullet (a \times b) = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \qquad a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

النهايات والإشتقاق

- تكون نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c موجودة إذا وفقط إذا كانت النهايتان من اليمين واليسار موجودتين ومتساويتين اي

$$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L$$

ويكون $\lim_{x\to c} f(x) = L$

- **نهاية دالة المقلوب** عند موجب أو سالب ما لا نهاية هي الصفر

أي $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$

- **نهاية الدوال الكسرية** عند موجب أو سالب ما لا نهاية هو نهاية أكبر قوة في البسط و أكبر قوة في المقام

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \cdots + b_1 x + b_0} = \lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$$

حساب النهايات عند المالانهاية

- إذا كان n عدد صحيح موجب فإن

- $\lim_{x\to\infty} x^n = \infty$
- $\lim_{x\to-\infty} x^n = \infty$ إذا كان n عدد زوجي
- $\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ إذا كان n عدد فردي

- **نهاية دالة كثيرة حدود**

هي $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n$$

ناخذ النهاية للحد الذي له الاس الاكبر

- **السرعة المتوسطة :**

في الفترة الزمنية من a إلى b

$$v_{avg} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

- **السرعة المتجهة اللحظية :**

$$v(t) = \lim_{h\to 0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h} = f`(t)$$

المشتقات والتكامل

- يرمز لمشتقة $y = f(x)$ بالرموز $\frac{dy}{dx}$, $f'(x)$, y'

- **مشتقة الضرب**

$$\frac{d}{dx}\big(f(x)\cdot g(x)\big) = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$$

- **مشتقة القسمة**

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$m = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f`(x)$$

- إذا كانت $v(t)$ تمثل دالة السرعة المتجهة اللحظية فإن دالة المسافة $s(t)$ عند الزمن t هي $s(t) = \int v(t)\,dt$

- **الشغل** اللازم لشد نابض مسافة ما (a متر) ، من موضعه الطبيعي بالتكامل = $\int_0^a cx\,dx$ حيث c عدد ثابت