

سلسلة رفعة تقدم

الشمامل في خرائط الرياضيات الذهنية

لنخبة من معلمين الرياضيات

المرحلة الثانوية



تطوير - إنتاج - توثيق

نسخة مجانية إلكترونية لاتباع

المؤلفين

أ. غادة محمد الفضلي أ. جواهر علي البيشي أ. ابتسام عاتق الطاهري	رياضيات ٢-١
أ. بدرية يحيى الزهراني أ. هند علي العديني أ. نادية عبدالله السلطان	رياضيات ٣ - ٤
أ. بندر رأفت بوقري أ. خوله حميد العمراني أ. هدى عبدالله الغفيص	رياضيات ٥ - ٦

الردمك	التاريخ	رقم الإيداع
978-603-03-7027-6	1442/07/21هـ	1442/6233
978-603-03-7603-2	1442/08/18هـ	1442/7227
978-603-03-7613-1	1442/08/19هـ	1442/7396

رؤية مجموعة رفعة

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين
أما بعد :

مجموعة رفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام.



حسابات مجموعة رفعة

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع...

نتطلع بكم ونرى بكم الحياة كلنا أمل بأن تكونوا عباقرة، فلاسفة، أصحاب فكر رقمي ، أنتم فعلاً تستحقون هذا الكتاب الذي أعد لكم من قبل مجموعة أضافة سنوات من الخبرات والمعلومات والمعارف والمهارات حتى تكون بين أيديكم الآن هي قيّمة جداً وأنتم من يستحقها

كيف لا نضع بكم الأمل ! والمستقبل أنتم ، والرؤية أنتم، والتكنولوجيا أنتم، والعلم أنتم ، وأصحاب القدرة في التحمل العقلي أنتم ، أصحاب التفكير الناقد أنتم

الذكاء الاصطناعي ليس سحرًا. إنها مجرد رياضيات ، الأفكار الكامنة وراء آلات التفكير وإمكانية تقليد السلوك البشري إنها مجرد رياضيات .

لذلك فكن صديقاً للرياضيات محب لاكتشاف هذا الصديق فهو لن يخذلك وسيقف معك دائماً بصورة لم تتوقعها ابداً

سائلين الله بأن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم...خادماً لوطننا، لمجتمعنا، لمعلمينا، لطلابنا...بالعلم والتعلم والتطور ...

هيا أيها الصديق الرائع لتتعمق أكثر في عالمنا الآن!

الأقسام

٦

٥

٤

٣

٢

١

للذهاب إلى الفهرس اضغط هنا

للذهاب إلى أحد الأقسام اضغط على الرقم

رياضيات 1

ماهو التبرير؟

هو فرض أمثلة محددة للوصول الى نتيجة ما .

التبرير الاستقرائي والتخمين

المثال المضاد :

يستخدم لاثبات عدم صحة التخمين التي تم التوصل اليه بفرض مثال معاكس لذلك التخمين .

مثال :

اذا كانت مساحة مستطيل تساوي 20 m^2 فان

طوله 10 m وعرضه 2 m ؟

الحل :

تخمين خاطئ يمكن ان يكون الطول 5 m و العرض 4 m .

عندما يتم استمرار الأمثلة على نفس النمط فإن هذه العملية تسمى **تبرير استقرائي**

مثال :

$0, 2, 4, 6, 8, \dots$

نتيجة التخمين : 10

التخمين : كل حد يزيد بمقدار $+2$ عن الحد الذي يسبقه

العبرة النهائية التي يتم التوصل اليها
باستعمال التبرير تسمى **تخمينا** .

المنطق

عند الاجابة على اسئلة من نوع صح أو خطأ فإنك تستعمل مبدأ أساسي في المنطق

العبرة :
هي جملة خبرية لها حالتان فقط اما تكون صائبة أو خاطئة . ويرمز للعبرة رياضيا بـ P أو q

نفي العبرة

ويفيد معنى مضاد لمعنى العبرة ، وهو عكس قيمة الصواب للعبرة .

مثال:

نفي العبرة p هو $\sim p$ أو " ليس p "

نفي العبرة	
p	$\sim p$
T	F
F	T

العبرة المركبة

عبرة الفصل :

وهي عبرة يتم فيها ربط عبارتين أو اكثر باستعمال اداة الربط (أو) ويرمز لها رياضيا بالرمز \vee وتكتب عبرة الفصل $p \vee q$

قيمة الصواب لعبرة الفصل :

تكون عبرة الفصل صائبة عندما تكون احدى العبارات المكونة لها صائبة . وتكون خاطئة اذا كانت العبارات المكونة لها خاطئة

عبرة الفصل		
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

عبرة الوصل :

وهي عبرة يتم فيها ربط عبارتين أو اكثر باستعمال اداة الربط (و) ويرمز لها رياضيا بالرمز \wedge وتكتب عبرة الوصل $p \wedge q$

قيمة الصواب لعبرة الوصل :

تكون عبرة الوصل صائبة عندما تكون العبارتين المكونه لها صائبة

عبرة الوصل		
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

قيمة الصواب للعبرة

خاطئة
False (F)

صائبة
True (T)

العبارات الشرطية

العبارات الشرطية المرتبطة

المعكوس الإيجابي

وهو نفي وتبديل كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

المعكوس

وهو نفي كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

العكس

و هو تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية .

قيمة الصواب في العبارة الشرطية

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ماهي العبارة الشرطية؟

هي عبارة يمكن كتابتها على صورة
إذا ... فإن
ويرمز لها رياضياً $p \rightarrow q$
وتقرأ إذا كان p فإن q

العبارة التي
تكتب بعد كلمة
فإن تسمى
النتيجة

العبارة التي
تكتب بعد كلمة
إذا تسمى
الفرض

تطوير - إنتاج - توليف

التبرير الاستنتاجي

قانون القياس المنطقي

إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \rightarrow q$ ، $q \rightarrow r$ صائبتين
فإن العبارة الشرطية $p \rightarrow r$ صائبة أيضاً .
و ذلك عندما يكون نتيجة العبارة الشرطية الأولى هي
فرض العبارة الشرطية الثانية .

مقارنة بين التبرير الإستنتاجي و التبرير الإستقرائي

التبرير الإستقرائي	التبرير الإستنتاجي
يستعمل أنماط من الأمثلة أو المشاهدات لعمل تخمين .	يستعمل حقائق و قواعد و تعريفات و خصائص من أجل الوصول الى نتيجة منطقية

قوانين التبرير الإستنتاجي

قانون الفصل المنطقي

يتم استعماله لإثبات صحة التخمين .
فإذا كانت $p \rightarrow q$ صائبة و الفرض p صائباً فإن
النتيجة q صائبة أيضاً .
فإنه :
عندما تكون المعطيات صائبة فإن النتائج التي تتوصل إليها
بتطبيق التبرير الإستنتاجي ستكون صائبة .


المسلمات والبراهين الحرة

نظرية 1.1 نظرية نقطة المنتصف

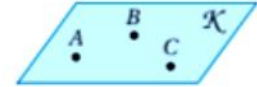
إذا كانت M نقطة منتصف AB ، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.



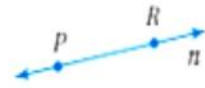
كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.



أي ثلاث نقاط لاتقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.



أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.



المسلمة:
هي عبارة تقبل على انها صحيحة دون برهان

كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامه واحده



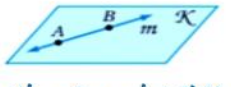
يتقاطع مستويان في مستقيم واحد



يتقاطع مستقيمان في نقطه واحده فقط



إذا وقعت نقطتين في مستوى فإن المستقيم المار بهما يقع كلياً في هذا المستوى



البرهان الحر

تعريفه : هو أحد أنواع البراهين ويتم فيه تفسير اسباب صحة التخمين في موقف معطى

مفهوم أساسي خطوات كتابة البرهان

- الخطوة 1: اكتب المعطيات، وارسم شكلاً يوضحها إن أمكن.
- الخطوة 2: اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.
- الخطوة 3: استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.
- الخطوة 4: بزر كل عبارة مستعملاً تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.
- الخطوة 5: اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

المعطيات (الفرض)

العبارات والمجربات

المطلوب (النتيجة)

البرهان

البرهان الهندسي

يستعمل البرهان الهندسي خصائص الاعداد الحقيقية و أيضا

الزايا	القطع المستقيمة	الخاصية
$m\angle 1 = m\angle 1$	$AB = AB$	الانعكاس
إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.	إذا كان $AB = CD$ ، فإن $CD = AB$.	التماثل
إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.	إذا كانت $AB = CD$ ، فإن $AB = EF$ ، $CD = EF$.	التعدي

البرهان ذو عمودين

هو برهان يكتب على صورة جدول بحيث تكتب العبارات في عمود و المبررات في عمود موازي له

المبررات	العبارات
(1) معطيات	$-4(x-3) + 5x = 24$ (1)
(2) خاصية التوزيع	$-4x + 12 + 5x = 24$ (2)
(3) بالتبسيط	$x + 12 = 24$ (3)
(4) خاصية الطرح للمساواة	$x = 12$ (4)

البرهان الجبري

خصائص الاعداد الحقيقية في كتابة البرهان الجبري الخصائص التالية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ ، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a .
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

تطوير - إنتاج - توليف

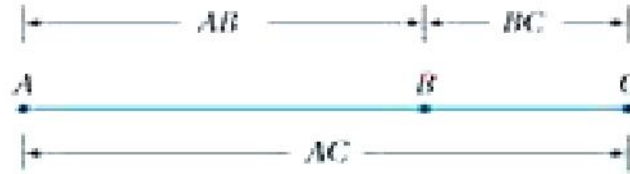
اثبات علاقات بين القطع المستقيمة

تطابق القطع المستقيمة

اضداد الى	نظرية 1.2	خصائص تطابق القطع المستقيمة
مطابقك		
		خاصية الانعكاس للتطابق $\overline{AB} \cong \overline{AB}$
		خاصية التماثل للتطابق إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
		خاصية التعدي للتطابق إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

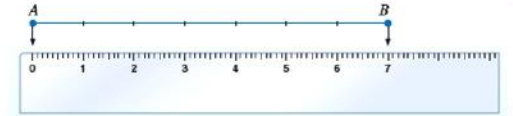
مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة

إذا كانت النقاط A, B, C تقع على استقامة واحدة و كانت النقطة B تقع بين A و C فإن $AB + BC = AC$



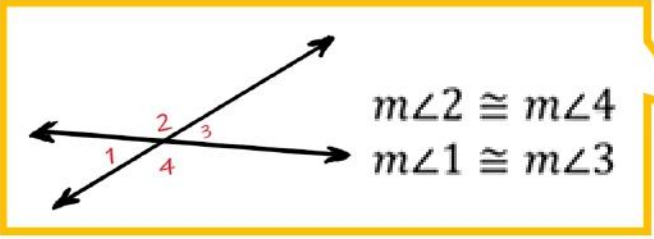
مسلمة أطوال القطع المستقيمة (مسلمة المسطرة)

النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية.





نظرية تطابق المتممات



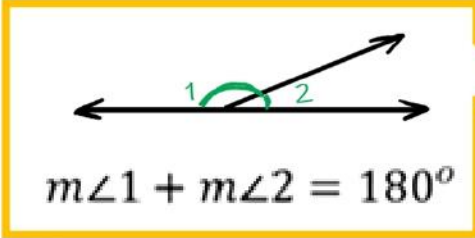
نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس



نظرية تطابق المكملات

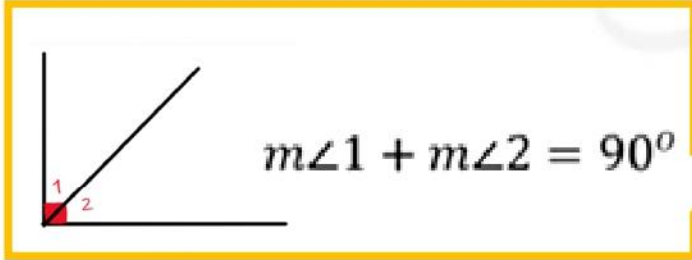
اثباتات علاقات بين الزوايا

نظرية الزاويتين المتكاملتين



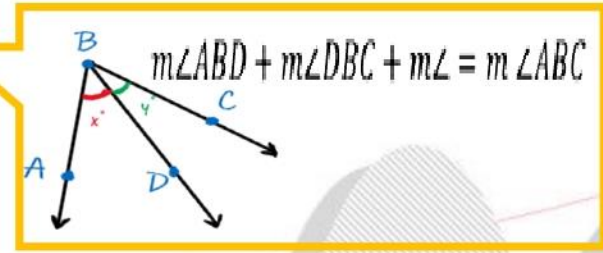
مسلمة المنقلة

تستعمل المنقلة للربط بين قياس زاوية و عدد حقيقي يقع بين 0 , 360

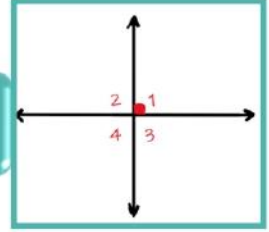
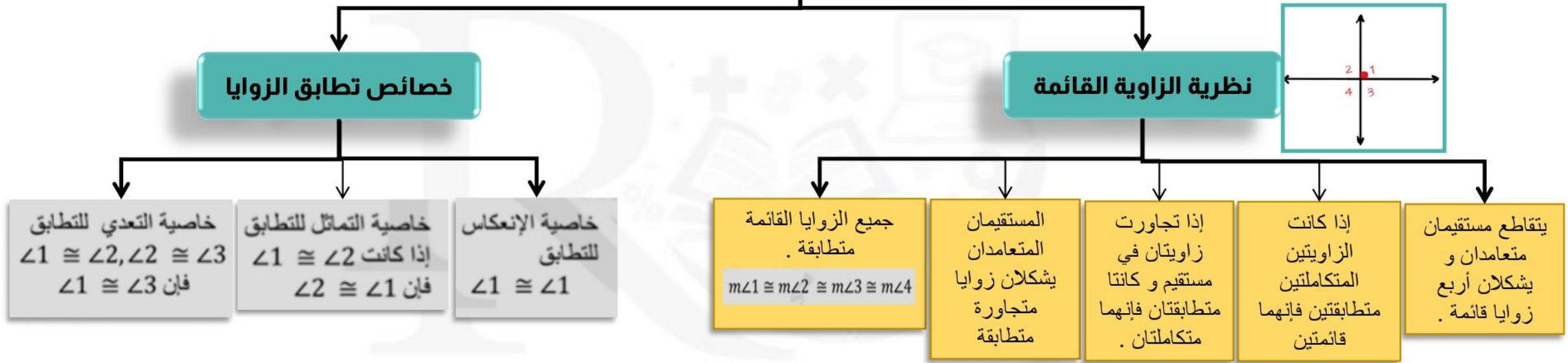


نظرية الزاويتين المتتامتين

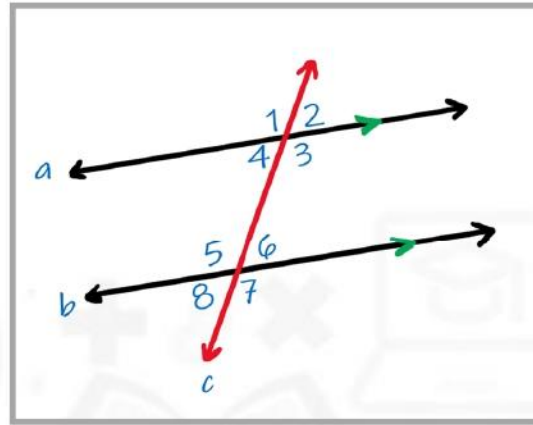
مسلمة جمع قياسات الزوايا



اثبات علاقات بين الزوايا



تطوير - إنتاج - توليف



<p>زوايا متبادله خارجياً هي زوايا خارجيه تكون في جهتين مختلفه من القاطع $\angle 1$ و $\angle 7$ $\angle 2$ و $\angle 8$</p>	<p>زوايا متبادله داخلياً هي زوايا داخلية تكون في جهتين مختلفه من القاطع $\angle 3$ و $\angle 5$ $\angle 4$ و $\angle 6$</p>	<p>زوايا متناظره هي زوايا تكون في جهه واحده من القاطع واحده داخلية و الأخرى خارجيه $\angle 3$ و $\angle 7$ ، $\angle 4$ و $\angle 8$ ، $\angle 1$ و $\angle 5$ ، $\angle 2$ و $\angle 6$ ، $\angle 4$</p>
--	--	---

المستقيمان والقاطع

المستقيمان المتوازيان
هما مستقيمان لا يتقاطعان و يقعان في المستوى نفسه

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمان متوازيان وقاطع

<p>زوايا المتخالفة هي زوايا داخلية تكون في جهه واحده من القاطع $\angle 4$ و $\angle 5$ $\angle 3$ و $\angle 6$</p>	<p>زوايا خارجيه هي زوايا تكون في منطقتين خارج المستقيمين المتوازيين $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 7$ و $\angle 8$</p>	<p>زوايا داخلية هي زوايا تكون في المنطقه داخل المستقيمين المتوازيين $\angle 3$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ و $\angle 6$</p>
---	--	--

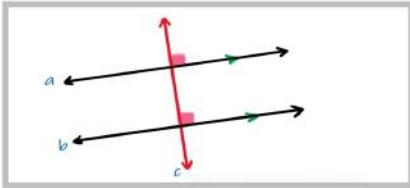
العلاقة بين المستقيمت والمستويات

المستويان المتوازيان
هما مستويان غير متقاطعين

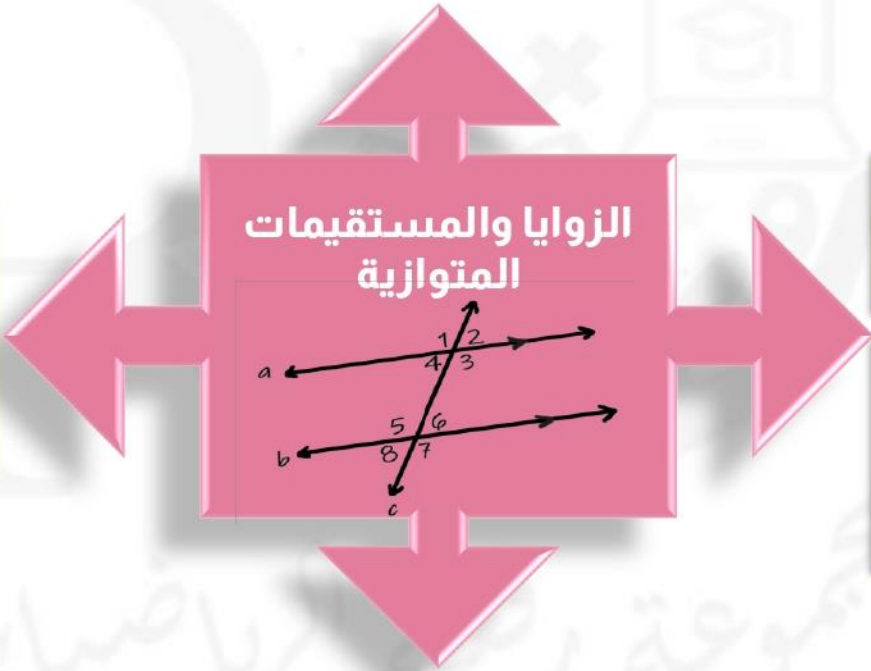
المستقيمان المتخالفتان
هما مستقيمان لا يتقاطعان و لا يقعان في المستوى نفسه

تطوير - إنتاج - توليف

نظرية القاطع العمودي
إذا كان $a \parallel b$ و $c \perp a$
فإن $c \perp b$



نظرية الزاويتين المتحالفتين
إذا كان $a \parallel b$ فإن
• $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$
• $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$
متكاملتين



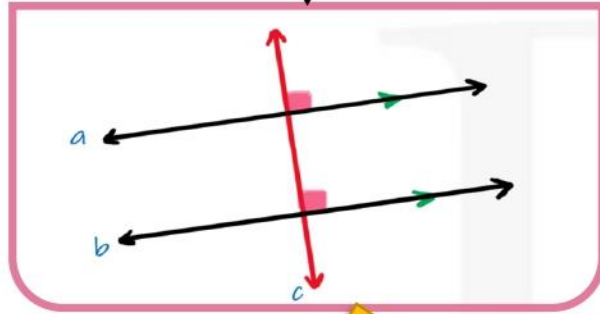
الزوايا والمستقيمات المتوازية

نظرية الزاويتين المتبادلة داخلياً
إذا كان $a \parallel b$ فإن $\angle 3 \cong \angle 5$ ، $\angle 4 \cong \angle 6$

نظرية الزاويتين المتبادلة خارجياً
إذا كان $a \parallel b$ فإن
• $\angle 1 \cong \angle 7$ ، $\angle 2 \cong \angle 8$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين
إذا كان $a \parallel b$ فإن.
 $\angle 1 \cong \angle 5$ ، $\angle 2$
 $\cong \angle 6$ ، $\angle 4 \cong \angle 8$ ، $\angle 3$
 $\cong \angle 7$

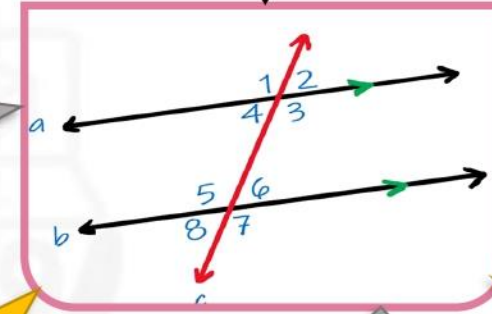
اثبات توازي مستقيمين



**عكس نظرية القاطع
العامودي**

إذا كان $c \perp a, c \perp b$
فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً
إذا كان
 $\angle 2 \cong \angle 8, \angle 1 \cong \angle 7$
فإن $a \parallel b$



**عكس نظرية الزاويتين
المتحالفتين**

إذا كان
 $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$
 $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$
فإن $a \parallel b$

**عكس مسلمة الزاويتين
المتناظرتين**

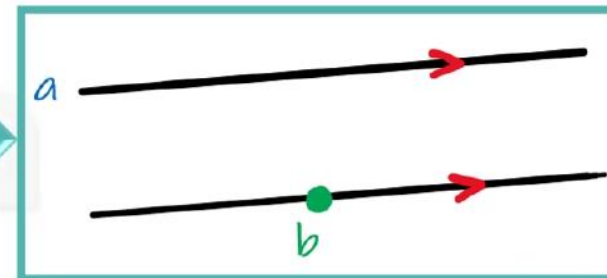
إذا كان
 $\angle 1 \cong \angle 5, \angle 2$
 $\cong \angle 6, \angle 4 \cong \angle 8, \angle 3$
 $\cong \angle 7$
فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

إذا كان
 $\angle 4 \cong \angle 6, \angle 3 \cong \angle 5$
فإن $a \parallel b$

مسلمة التوازي

إذا علم مستقيم و نقطه لاتقع عليه فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر
بتلك النقطه و يوازي المستقيم المعلوم .



ميل المستقيم

تحديد المستقيمات المتوازية
و المتعامده من خلال الميل :

المستقيمين المتوازيين
غير الرأسيين :
يكون لهما الميل نفسه .

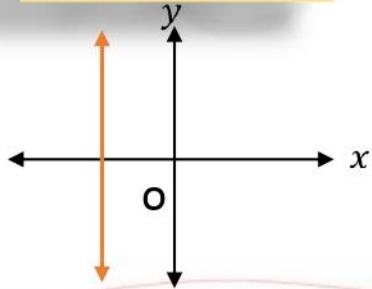
المستقيمين المتعامدين
غير الرأسيين :
إذا كان حاصل ضرب
ميليها يساوي -1 .

حالات الميل

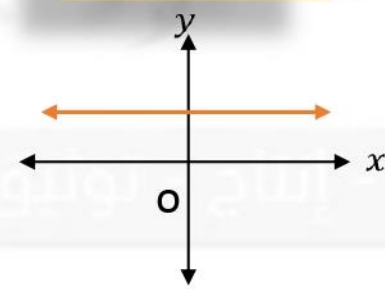
قانون ايجاد الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_1 \neq x_2$$

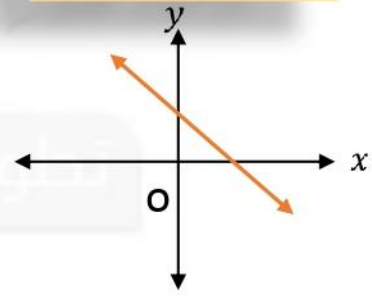
الميل غير معرف
مستقيم رأسي



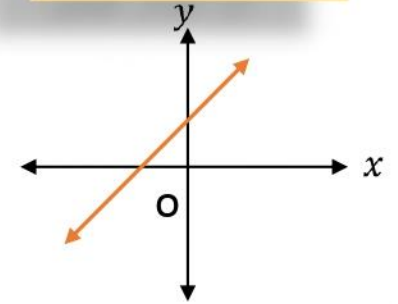
الميل = صفر
مستقيم أفقي



الميل السالب
إتجاه المستقيم لأسفل
من اليسار لليمين



الميل الموجب
إتجاه المستقيم لأعلى
من اليسار لليمين



صيغ معادلة المستقيم

معادلات المستقيمين الرأسيين و الأفقيين

معادلة المستقيم الأفقي

$$X = a$$

حيث a مقطع المحور x

معادلة المستقيم الرأسي

$$y = b$$

حيث b مقطع المحور y

معادلات المستقيمين غير الرأسيين

صيغة الميل و نقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

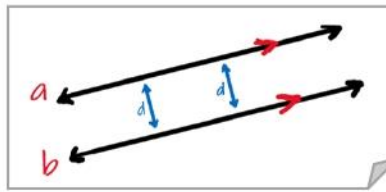
حيث (x_1, y_1) أي نقطه على المستقيم

صيغة الميل و المقطع

$$y = m x + b$$

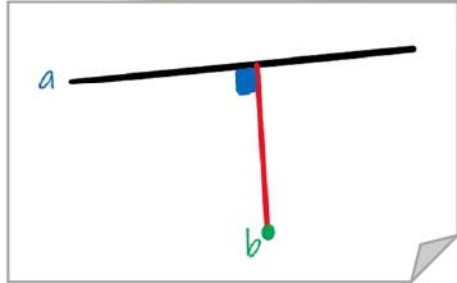
حيث b مقطع المحور y

تطوير - إنتاج - توليف

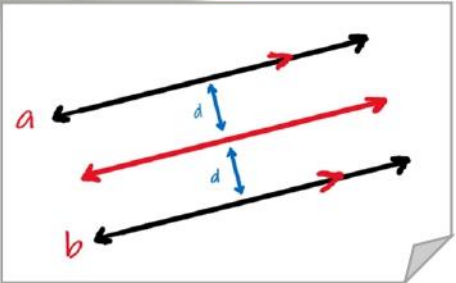


البعد بين مستقيمين متوازيين
البعد بين مستقيمين متوازيين هو المسافة العمودية بين احد المستقيمين و أي نقطة على المستقيم الآخر .

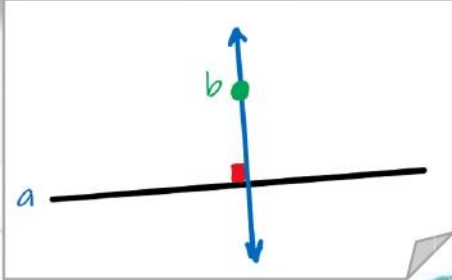
البعد بين نقطة و مستقيم
يكون البعد هو المسافة العمودية التي تصل بين نقطة و مستقيم



المستقيما المتساويا البعد عن مستقيم ثالث
إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.



مسلمة التعامد
لأي مستقيم ونقطة لاتقع عليه مستقيم واحد فقط يمر في النقطة و يكون عمودياً عليه .



الاعمدة والمسافة

من حيث الاضلاع

تصنيف الزوايا

من حيث الزوايا

مثلث مختلف الأضلاع

جميع قياسات أضلاعه مختلفه



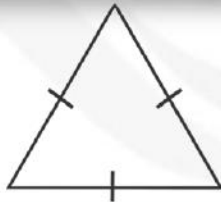
مثلث متطابق الضلعين

فيه ضلعين فقط متطابقين



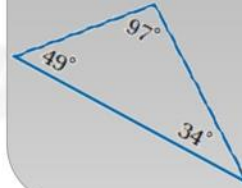
مثلث متطابق الأضلاع

جميع قياسات أضلاعه متطابقه



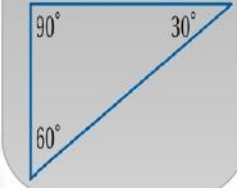
مثلث منفرج الزاوية

قياس إحدى زواياه أكبر 90°



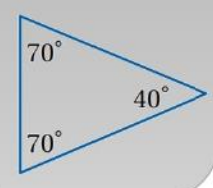
مثلث قائم الزاوية

قياس إحدى زواياه يساوي 90°



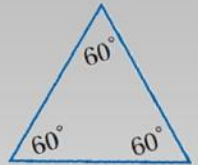
مثلث حاد الزوايا

جميع زواياه أقل من 90°



مثلث متطابق

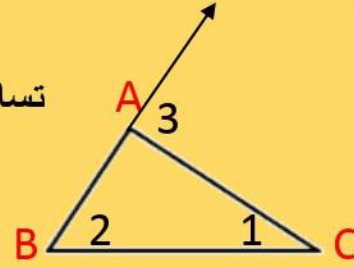
الزوايا: هو مثلث حاد قياس جميع زواياه يساوي 60°



تطوير - إنتاج - توليف

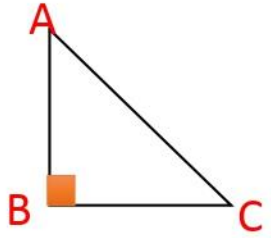
الزاوية الخارجية في المثلث
تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعديتين
عنها

$$m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2$$



الزاويتان الحادتان في
أي مثلث قائم الزاوية
متتامتان. (أي
مجموعهم $90^\circ =$

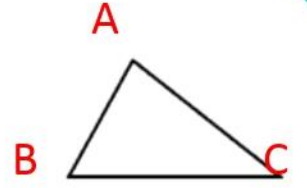
$$m\angle A + m\angle C = 90^\circ$$



مجموع زوايا المثلث

مجموع زوايا المثلث
 $180^\circ =$

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$



زوايا المثلثات

توجد زاوية قائمة واحدة أو
زاوية منفرجة على الأكثر في أي
مثلث

المثلثات المتطابقة

خصائص تطابق المثلثات

خاصية التعدي
للتطابق

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle JKL$
 $\triangle ABC \cong \triangle EFG$
فإن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$

خاصية الإنعكاس
للتطابق

$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية التماثل
للتطابق

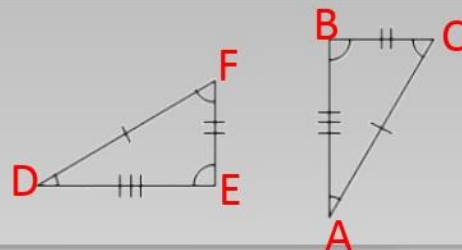
إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$
فإن $\triangle EFG \cong \triangle ABC$

نظرية الزاوية الثالثة

إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في
مثلث آخر فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول
تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني .

إذا كانت الزاويتان

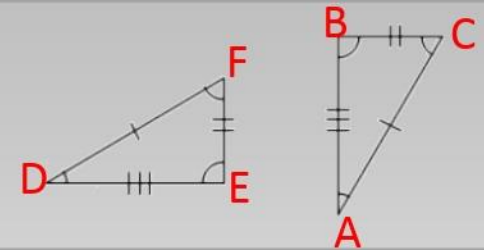
$\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$,
فإن $\angle C \cong \angle F$



تطابق المضلعات

تكون المضلعات بشكل عام متطابقة
إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة .

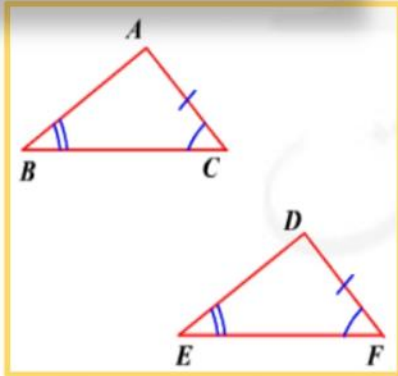
$\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$
 $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{CA} \cong \overline{FD}$



حالات تطابق المثلثات

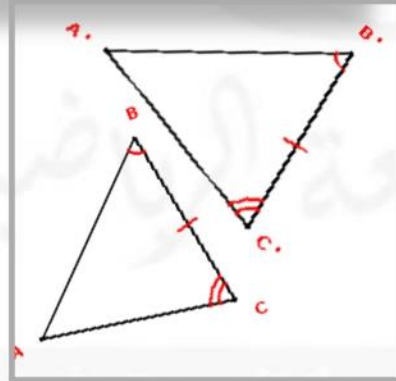
AAS

إذا تطابقت زاويتان و ضلع غير محصور بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



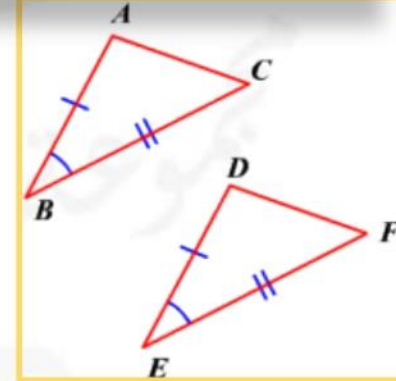
ASA

إذا تطابقت زاويتان و ضلع محصور بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين .



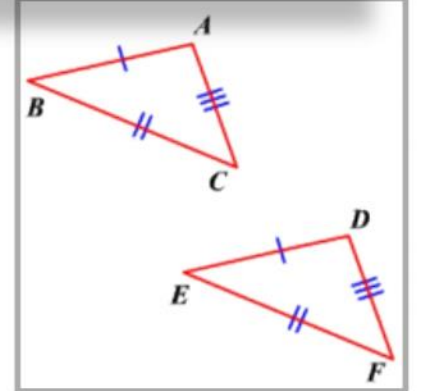
SAS

إذا تطابق ضلعان و زاوية محصورة بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



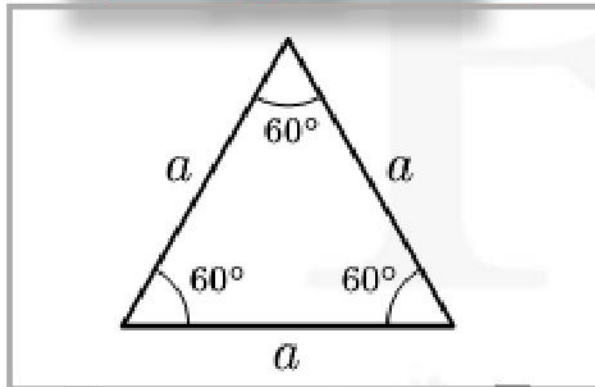
SSS

إذا تطابقت ثلاثه أضلاع في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

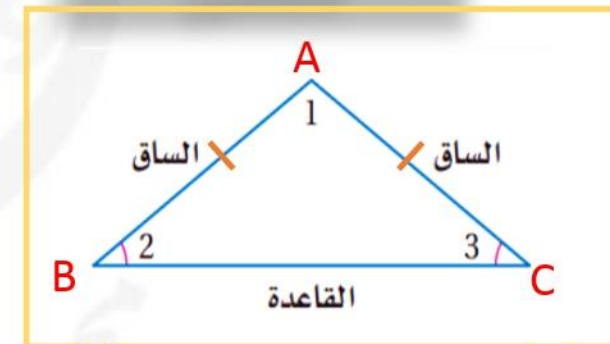
المثلث المتطابق الأضلاع



قياس كل زاوية في
المثلث المتطابق
الأضلاع يساوي 60°

يكون المثلث متطابق
الأضلاع إذا و فقط إذا
كان متطابق الزوايا

المثلث المتطابق الضلعين



عكس نظرية المثلث المتطابق
الضلعين

إذا تطابقت زاويتين في مثلث مع
نظائرها في مثلث فإن الضلعين
المقابلين لهما متطابقان

$$\overline{AB} \cong \overline{AC}$$

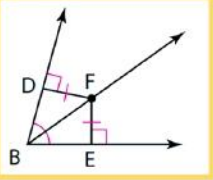
نظرية المثلث المتطابق الضلعين
إذا تطابق ضلعان في مثلث مع
نظائرها في مثلث فإن
الزاويتين المقابلتين لهما
متطابقتان

$$\angle B \cong \angle C$$

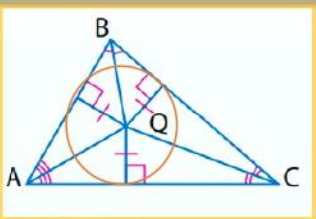
قطع مستقيمة خاصة في المثلث

منصف الزاوية

هو قطعة مستقيمة تنصف الزاوية الى زاويتين متطابقتين .
أي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعي الزاوية



نقطة تلاقي منصفات الزوايا :
تلتقي عند مركز الدائرة الداخلية للمثلث ، تبعد بمسافات متساوية عن أضلاع المثلث .

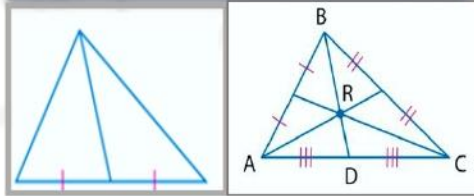


القطع المتوسطة

هي قطعة مستقيمة طرفها أحد رؤوس المثلث و الطرف الآخر منتصف الضلع المقابل .

نقطة تلاقي القطع المتوسطة :
تلتقي في مركز المثلث .
و البعد بين المركز و كل رأس من رؤوس المثلث

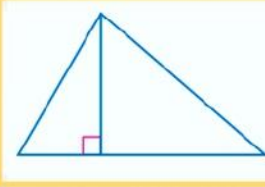
ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس المثلث و منتصف الضلع المقابل له .



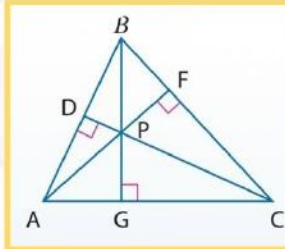
الارتفاع

هو قطعة مستقيمة عمودية نازله من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل لهذا الرأس .

نقطة تلاقي الارتفاعات :
في نقطة تسمى ملتقى الارتفاعات

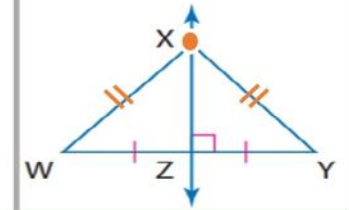


ملتقى الارتفاعات

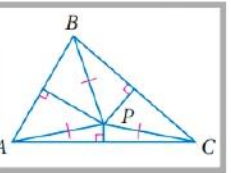


الأعمدة المنصفة

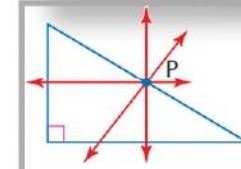
الاعمدة المنصفة هي قطعة مستقيمة تنصف مستقيم آخر و تكون عمودية عليه و أي نقطة تقع على العمود المنصف تبعد بمسافة متساوية عن طرفي القطعة المستقيمة .



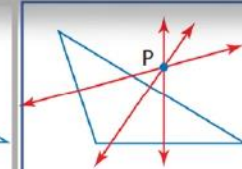
نقطة تلاقي الاعمدة المنصفة للمثلث ،
مركز الدائرة الخارجية للمثلث ،



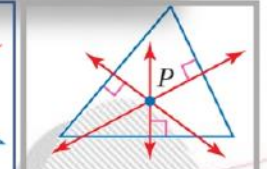
موقع مركز الدائرة الخارجيه للمثلث



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية

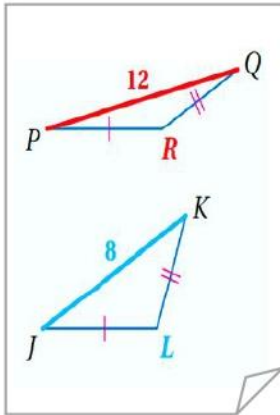


مثلث حاد الزوايا

المتباينات في المثلثات

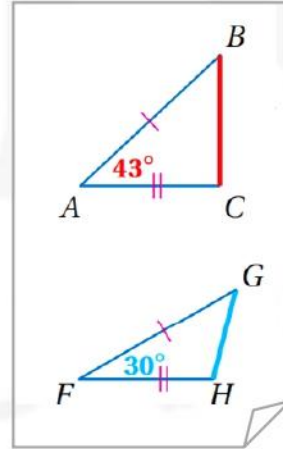
المتباينة في مثلثين

متباينة SSS



إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $PQ > JK$,
فإن $m\angle R > m\angle L$.

متباينة SAS



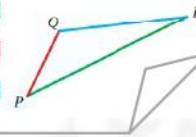
إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$,
فإن $BC > GH$.

المتباينة في مثلث

متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين
في مثلث يكون أكبر من
طول الضلع الثالث.

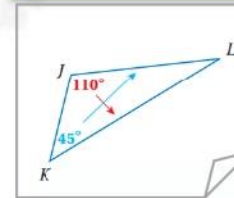
$$\begin{aligned} PQ + QR &> PR \\ QR + PR &> PQ \\ PR + PQ &> QR \end{aligned}$$



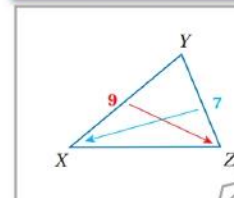
بما أن $m\angle J > m\angle K$, فإن $KL > JL$.

العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه

متباينة زاوية - ضلع



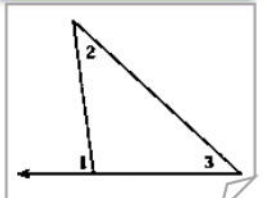
متباينة ضلع - زاوية



بما أن $XY > YZ$, فإن $m\angle Z > m\angle X$.

متباينة الزاوية الخارجية

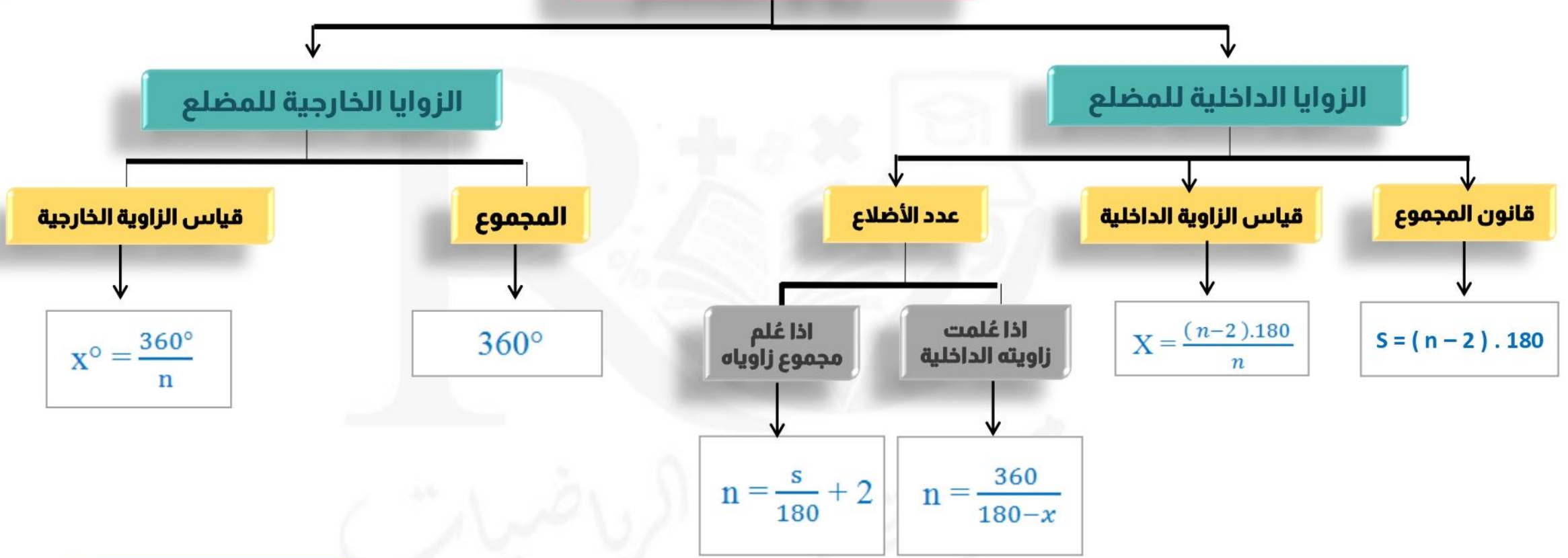
الزاوية الخارجية
في المثلث أكبر
من الزاويتين
الداخليتين
البعيدتين عنها



$m\angle 1 > m\angle 2$
 $m\angle 1 > m\angle 3$

رياضيات 2

زوايا المضلع

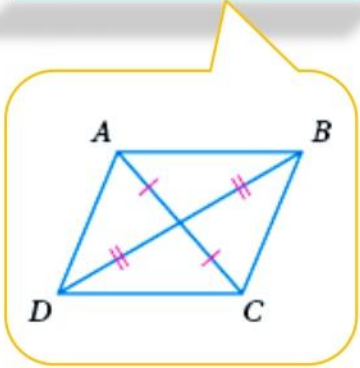


حيث ان :
 n هي عدد الأضلاع
 X هي الزاوية

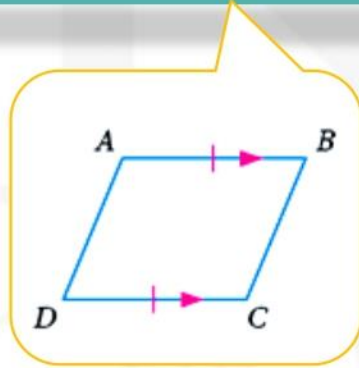
تطوير - إنتاج - توليف

تمييز متوازي الأضلاع

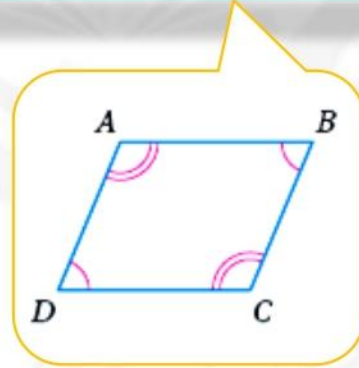
إذا كان قطراه ينصف كلا
منهما الآخر



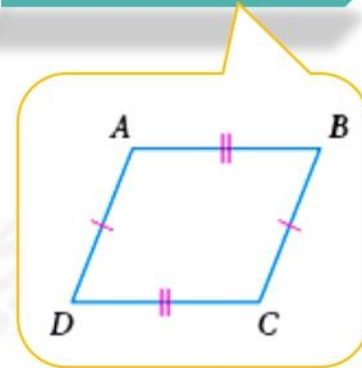
إذا كان فيه ضلعين متقابلين
متوازيين ومتطابقين



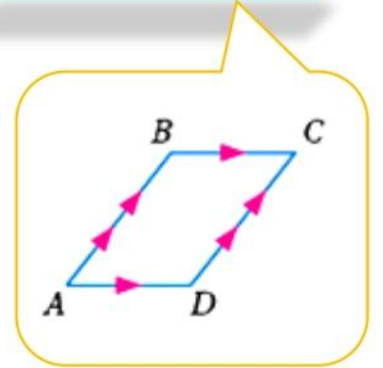
إذا كانت كل زاويتين
متقابلتين فيه متطابقتين



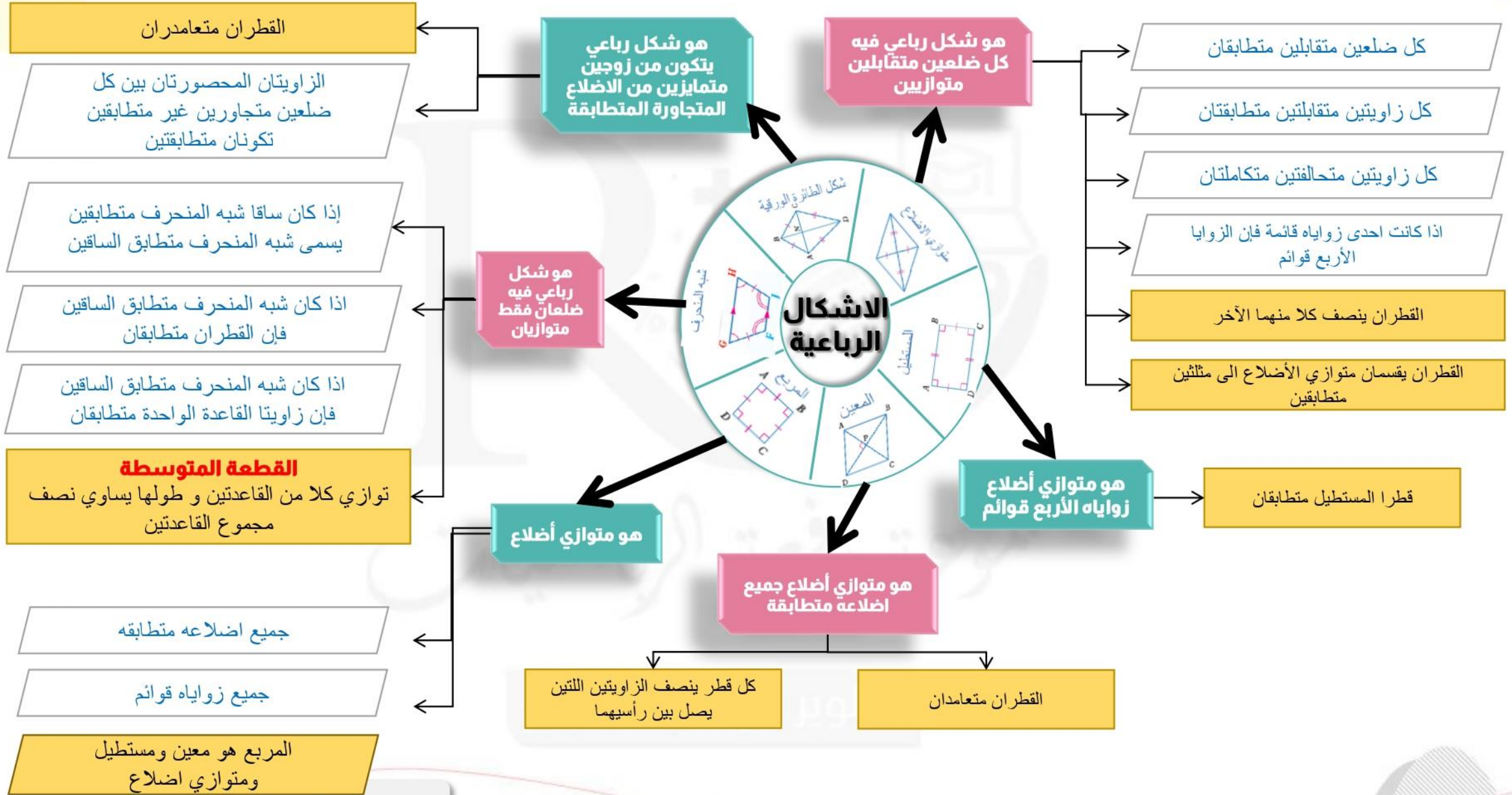
إذا كان كل ضلعين
متقابلين فيه متطابقين



إذا كان كل ضلعين
متقابلين فيه
متوازيين



تطوير - إنتاج - توليف



الهندسة الاحداثية في الاشكال الرباعية

قانون نقطة المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

يستخدم لاثبات أن القطران ينصف كلا منهما الآخر في متوازي الأضلاع

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

تعامد الاقطار في المعين

نوجد ميل كل قطر في المعين إذا كان حاصل ضرب الميلين $= -1$ فان القطران متعامدان وإذا كان غير ذلك فانهما غير متعامدان

توازي الاضلاع في متوازي الاضلاع

نوجد ميل كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي ونقارن بين النتائج إذا كان الضلعان لهما الميل نفسه فهما متوازيان وإذا اختلفت النتائج فانهما غير متوازيان

تعامد الاضلاع المتجاوره في المستطيل

نوجد ميل أي ضلعين متجاورين فإذا كان ضرب ميلهما يساوي **سالب واحد** فهما متعامدان و الشكل مستطيل

تطابق الاقطار في المستطيل

إذا كان القطران لهما نفس الطول فانهما متطابقان والشكل مستطيل

تطابق الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع

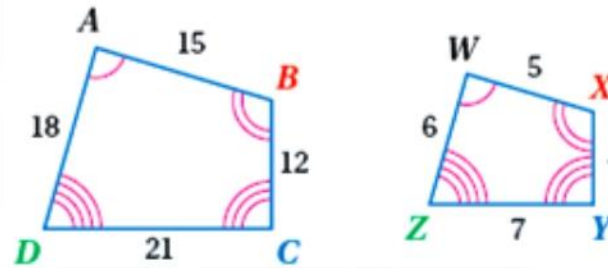
نوجد طول كل ضلعين متقابلين في متوازي الاضلاع وإذا كان لهما نفس الطول فهما متطابقان والشكل متوازي اضلاع

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

المثلثات المتشابهة شروط تشابه مضلعين

اطوال الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$



الزوايا المتناظرة متطابقة

$$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$$

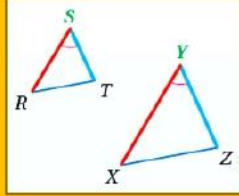
معامل التشابه يساوي

$\frac{\text{طول الضلع في المضلع الاول}}{\text{طول الضلع في المضلع الثاني}}$

المحيط : هو مجموع اطوال أضلاع
المضلع

$\frac{\text{محيط المضلع الاول}}{\text{محيط المضلع الثاني}}$

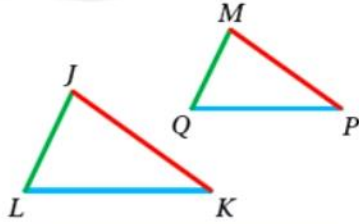
المثلثات المتشابهة



$$\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}, \angle S \cong \angle Y$$

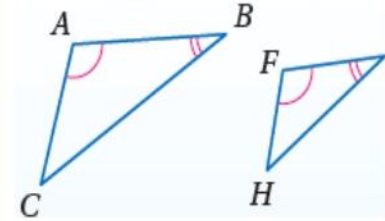
التشابه بضلعين
وزاوية محصورة SAS

التشابه بثلاثة أضلاع
SSS



$$\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$$

التشابه بزائويتين AA



$$\angle A \cong \angle F, \angle B \cong \angle G$$

حالات تشابه
المثلثات

S ← يرمز للضلع

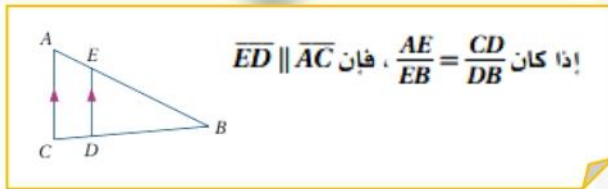
A ← يرمز للزاوية

القياس غير المباشر

$$\frac{\text{طول ظل 1}}{\text{طول 1}} = \frac{\text{طول ظل 2}}{\text{طول 2}}$$

المستقيمات المتوازية والاجزاء المتناسبة

عكس نظرية التاسب في المثلث



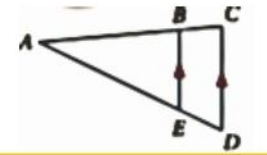
نظرية القطعة المنصفة في المثلث

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.



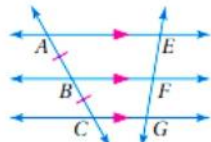
نظرية التاسب في المثلث

إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$



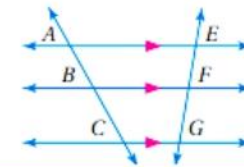
الاجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان \overline{AC} ، \overline{EG} قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



الاجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان \overline{AC} ، \overline{EG} قاطعين لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

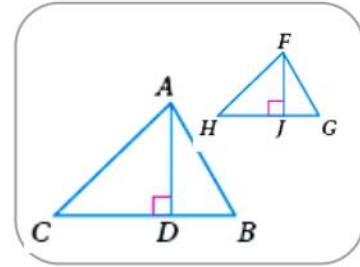


عناصر المثلثات المتشابهة

إذا تشابه مثلثان فإن :

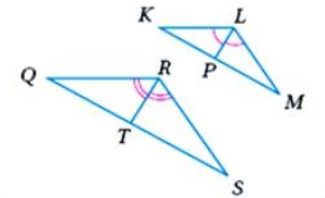
مثال : إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta FGH$ ، ارتفاعين \overline{AD} ، \overline{FJ} ارتفاعين
فإن $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$

$$\frac{\text{طول ارتفاع المثلث 1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث 2}} = \frac{\text{طول ارتفاع المثلث 1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث 2}}$$



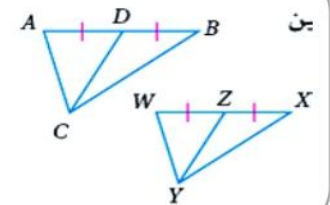
مثال : إذا كان $\Delta KLM \sim \Delta QRS$ ، قطعتين \overline{LP} ، \overline{RT} منصفتين
فإن $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$

$$\frac{\text{طول منصف زاوية المثلث 1}}{\text{طول منصف الزاوية المناظرة له في المثلث 2}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث 1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث 2}}$$



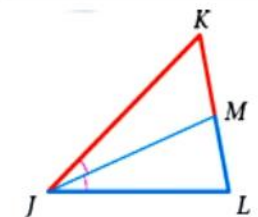
مثال : إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta WXY$ ، \overline{CD} ، \overline{YZ} قطعتين
متوسطتين فإن $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$

$$\frac{\text{طول القطعة المتوسطة في المثلث 1}}{\text{طول القطعة المتوسطة المناظرة له في المثلث 2}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث 1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث 2}}$$



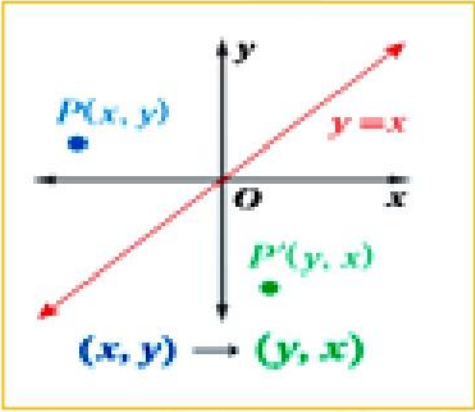
مثال : إذا كانت \overline{JM} منصف زاوية في المثلث ΔJKL

القضبتان المشتركتان بالرأس K $\rightarrow \frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$ فإن
القضبتان المشتركتان بالرأس L \rightarrow

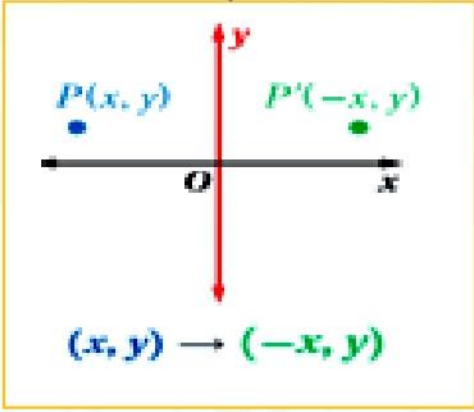


الانعكاس في المستوى الاحداثي

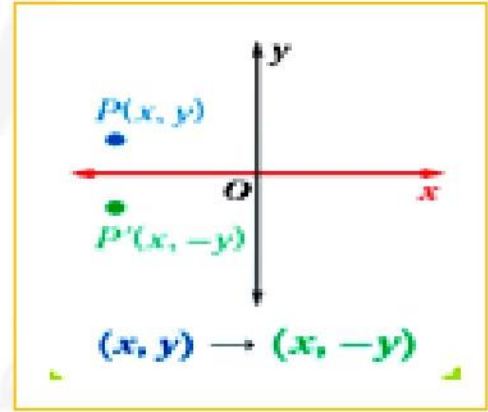
حول محور $y = x$



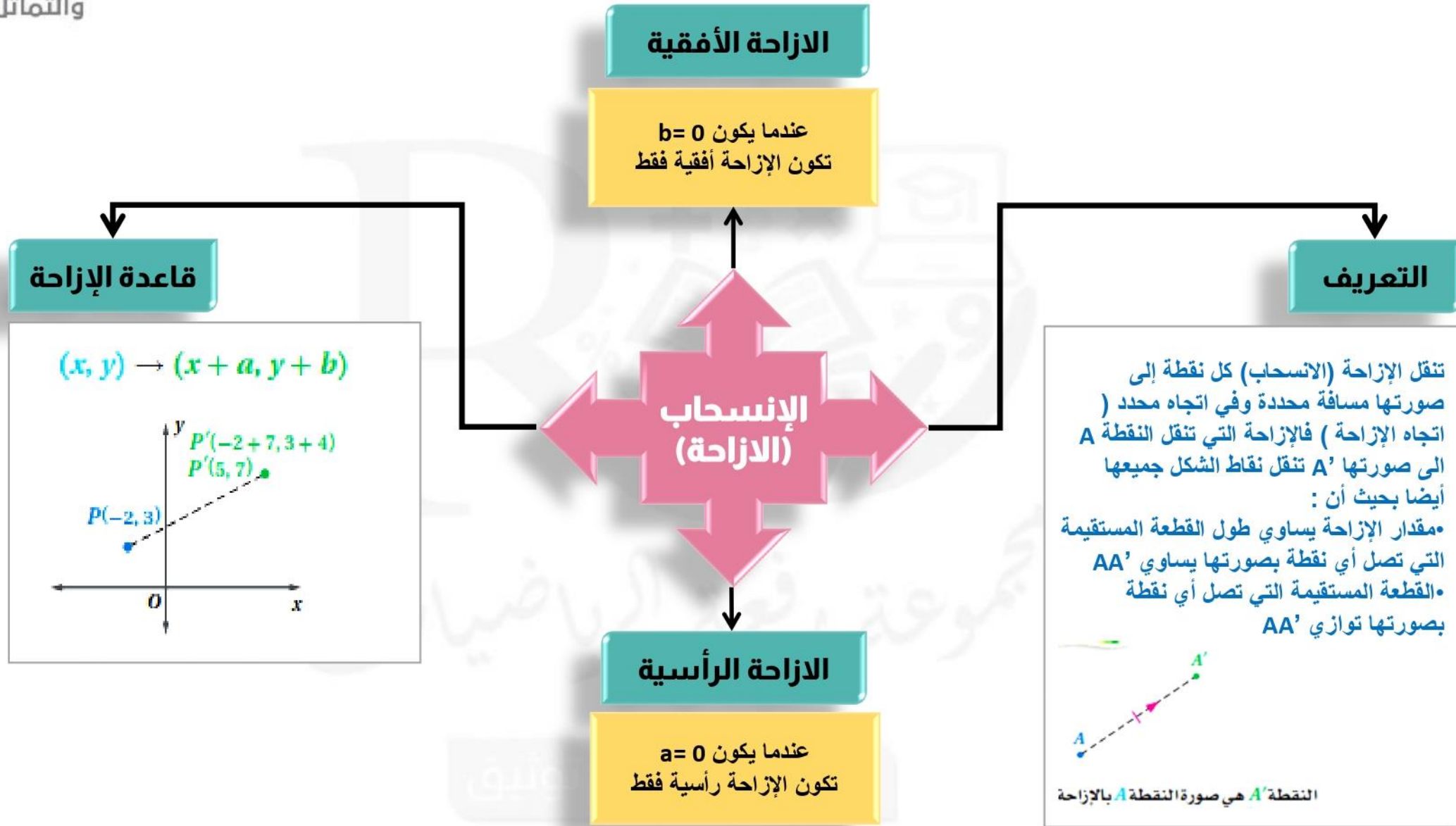
حول محور y



حول محور x



تطوير - إنتاج - توليف



الدوران في المستوى الاحداثي

الدوران بزواية 360

يعود الشكل الى موقعه الاصلي

الدوران بزواية 270

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال،

الدوران بزواية 180

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

مثال،

الدوران بزواية 90

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

مثال،

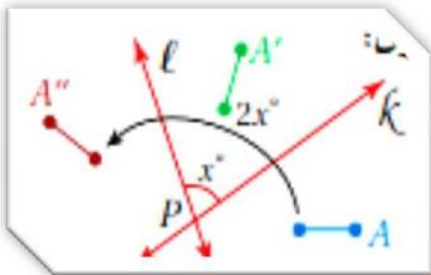
تطوير - إنتاج - توليف

تركيب التحويلات الهندسية

الدوران

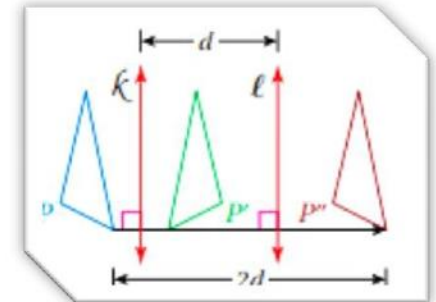
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين.

- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين
- قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين .



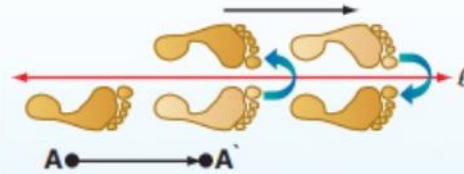
الإزاحة

- تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين
- اتجاهها عموديا على كل من المستقيمين.
- مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين .



تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خط مستقيم مواز لخط اتجاه الإزاحة.

مثال:



تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' مع انعكاس حول المستقيم l.

تطوير - إنتاج - توليف

التماثل

رتبة التماثل

إرشادات للدراسة

مستوى التماثل،
هو المستوى الذي يقسم
الشكل إلى نصفين
متطابقين تماماً، بحيث
يكون كل منهما صورة
للاخر .

عدد المرات التي
تنطبق فيها صورة
الشكل على الشكل
نفسه في أثناء
دورانه من 0 الى
360

مقدار التماثل

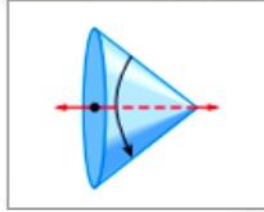
360

رتبة التماثل

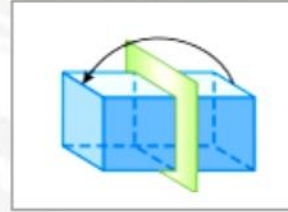
يمكن تدوير الشكل
حول المحور بزاوية
بين 0 و 360

التماثلات في الاشكال الثلاثية الأبعاد

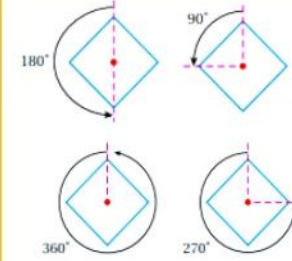
التماثل حول محور



التماثل حول مستوى



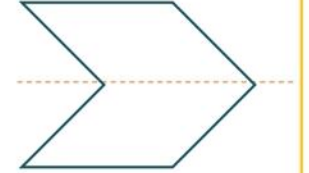
التماثل الدوراني



إذا كانت صورة الشكل
الناجمة عن دورانه بين 0
و 360 حول مركزه هي
الشكل نفسه

**مركز الدوران يسمى
مركز التماثل**

التماثل حول محور



يكون الشكل الثنائي الأبعاد
متماثلاً حول محور اذا
كانت صورته الناتجة عن
انعكاس حول مستقيم ما
هي الشكل نفسه

**يسمى المستقيم محور
تماثل**

تطوير - إنتاج - توليف

التمدد

تصغير

$$0 < k < 1$$

إذا كان معامل التمدد k
قيمه تقع بين الصفر والواحد

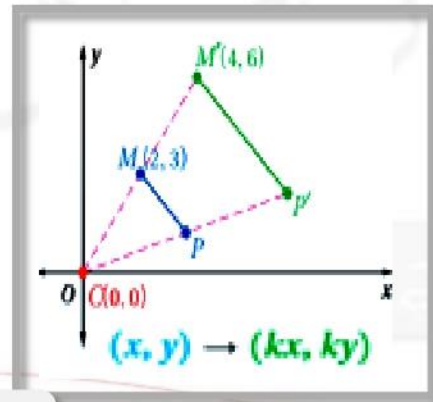
تطابق

إذا كان معامل التمدد k يساوي
واحد

تكبير

إذا كان معامل التمدد k أكبر من
الواحد

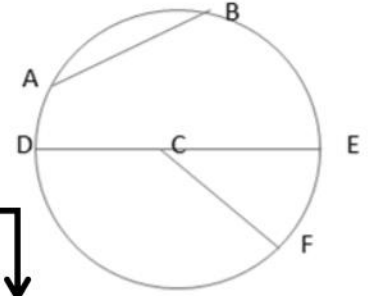
التمدد في المستوى الإحداثي



معامل التمدد

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} \\ = \frac{X'Y'}{XY}$$

الدائرة ومحيطها



الدائرتان المتحدتان في المركز

هنا الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



مثال،
 A التي نصف قطرها AB
 و A التي نصف قطرها AC
 الدائرتان متحدتان في المركز.

الدائرتان متطابقتين

تكون الدائرتان متطابقتين إذا وفقط إذا كان نصف القطر لهما متطابقين.



مثال،
 $\odot G \cong \odot J$ ، إذن $\overline{GH} \cong \overline{JK}$

محيط الدائرة

هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ويرمز له بالرمز C

العلاقة بين القطر ونصف القطر

نصف القطر /
 $r = \frac{1}{2}d$ أو $R = \frac{d}{2}$

القطر
 $d = 2r$

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

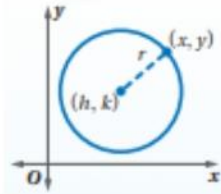
القطر : هو وتر يمر بمركز الدائرة ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة مثال / DE

نصف القطر
 هو قطعة مستقيمة يقع احد طرفيها على المركز والطرف الاخر على الدائرة مثال / CE / DC / CF

الوتر
 هو قطعة مستقيمة يقع طرفاهما على الدائرة مثال / AB / DE

التي مركزها (h , k) وطول نصف قطرها r هي :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

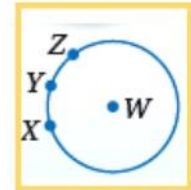


الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

$$c = \pi d$$

$$c = 2 \pi r$$

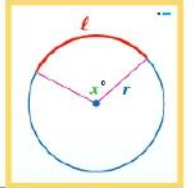
قانون محيط الدائرة



مسلمة جمع الأقواس
قياس القوس المتكون من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين

$$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$$

مجموع قياسات الزوايا المركزية يساوي 360

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$$


طول القوس

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} * 2\pi r$$

$$\frac{l}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

قياس الزوايا والأقواس

أقواس الدائرة

قياس نصف الدائرة يساوي 180

نصف الدائرة \widehat{ADB} :

القوس الأكبر قياسه أكبر من 180

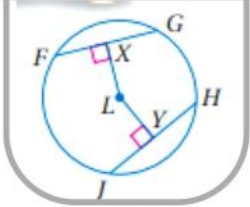
قوس أكبر \widehat{ADB}

القوس الأصغر قياسه أقل من 180

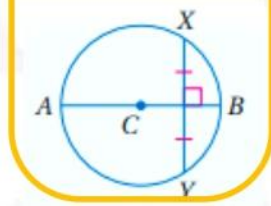
قوس أصغر \widehat{AB}

الاقواس والوتر

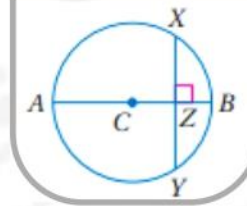
في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين



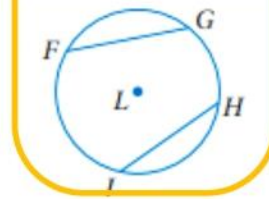
العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر أو نصف قطر لها



إذا كان قطر أو نصف قطر الدائرة عمودياً على وتر فيها فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه

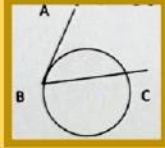


في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين يكون القوسان الأصغران متطابقين إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين



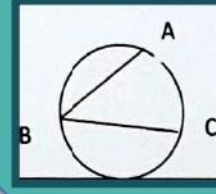
تطوير - إنتاج - توليف

قياس زاوية تقاطع مماس وقاطع =
نصف قياس القوس المقابل لها



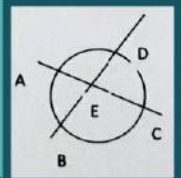
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$$

قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس
القوس المقابل لها



$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$$

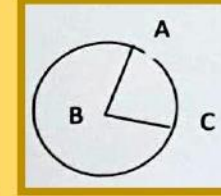
قياس زاوية تقاطع داخل الدائرة = نصف
قياس حاصل جمع القوس المقابل لها
والمقابل للزاوية



$$m\angle AED = \frac{1}{2} (m\widehat{BC} + m\widehat{AD})$$

الزوايا والدائرة

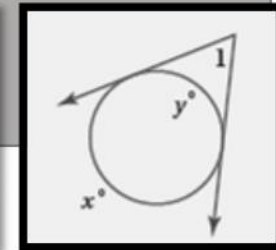
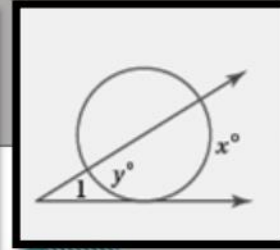
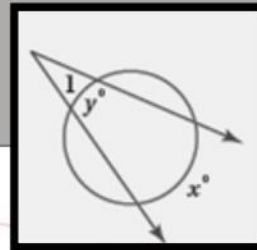
قياس الزاوية المركزية = قياس القوس
المقابل لها



$$m\angle ABC = m\widehat{AC}$$

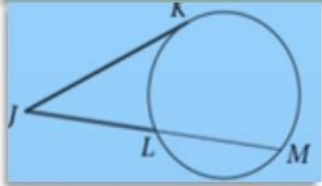
قياس زاوية تقاطع قاطعين او قاطع ومماس او مماسين خارج الدائرة = نصف
الفرق الموجب بين قياس القوسين المقابلين لها

$$m\angle 1 = \frac{1}{2} (x^\circ - y^\circ)$$

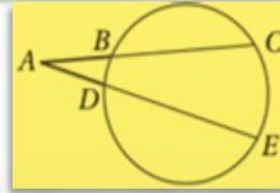


قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

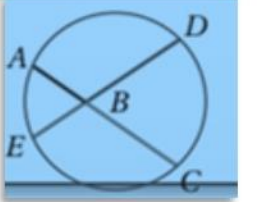
إذا رُسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.
مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$



إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.
مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$

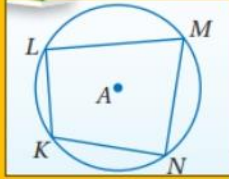


إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني.
مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$



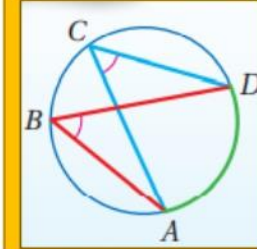
نظريات متفرقة في الدائرة

إذا كان الشكل الرباعي محاطاً بدائرة
فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطاً بـ $\odot A$ ،
فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضاً

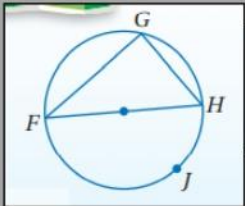
إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة
القوس نفسه أو قوسين متطابقين فإن
الزاويتين تكونان متطابقتين



$\angle B, \angle C$ تقابلان \widehat{AD} ،

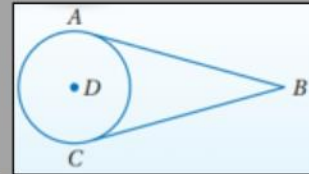
إذن $\angle B \cong \angle C$

تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطراً أو نصف
دائرة إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة



إذا كانت \widehat{FJH} نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90^\circ$.
إذا كان $m\angle G = 90^\circ$ ، فإن \widehat{FJH} هي نصف دائرة،
ويكون \widehat{FH} قطراً فيها.

إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان
لدائرة من نقطة خارجها فإنهما
متطابقتان



إذا كان $\overline{AB}, \overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

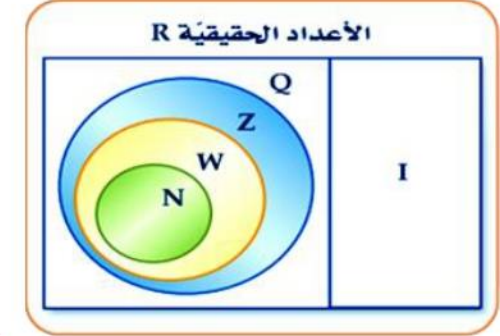
رياضيات 3

الأعداد الحقيقية

خواص الأعداد الحقيقية لكل $a, b, c \in \mathbb{R}$ فإن

الخاصية	عملية الجمع	عملية الضرب
الانغلاق	$a + b \in \mathbb{R}$	$a \cdot b \in \mathbb{R}$
الإبدال	$A + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
النظير	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$
التوزيع		$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$

مجموعة الأعداد الحقيقية



$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

Q = كسور عشرية منتهية أو دورية

I = كسور عشرية غير منتهية وغير دورية (الجذور الصماء) + العددان

π g e

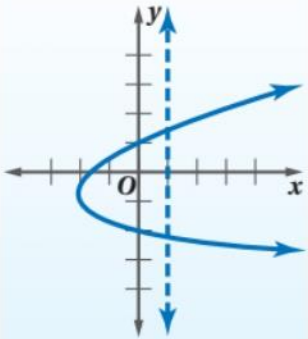
تبسيط العبارات الجبرية:

(١) فك الأقواس (التوزيع).
(٢) تجميع الحدود المناسبة (تجميع وأبدال).
(٣) تبسيط.

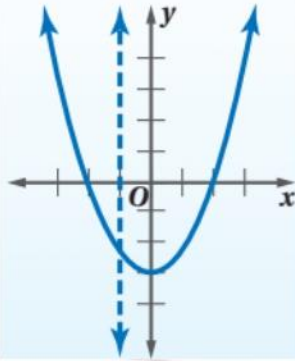
العلاقات و الدوال

اختبار الخط الرأسي

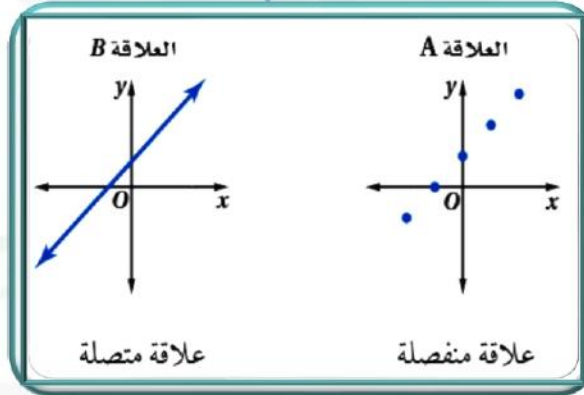
إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة فالعلاقة دالة.



أنواع العلاقات

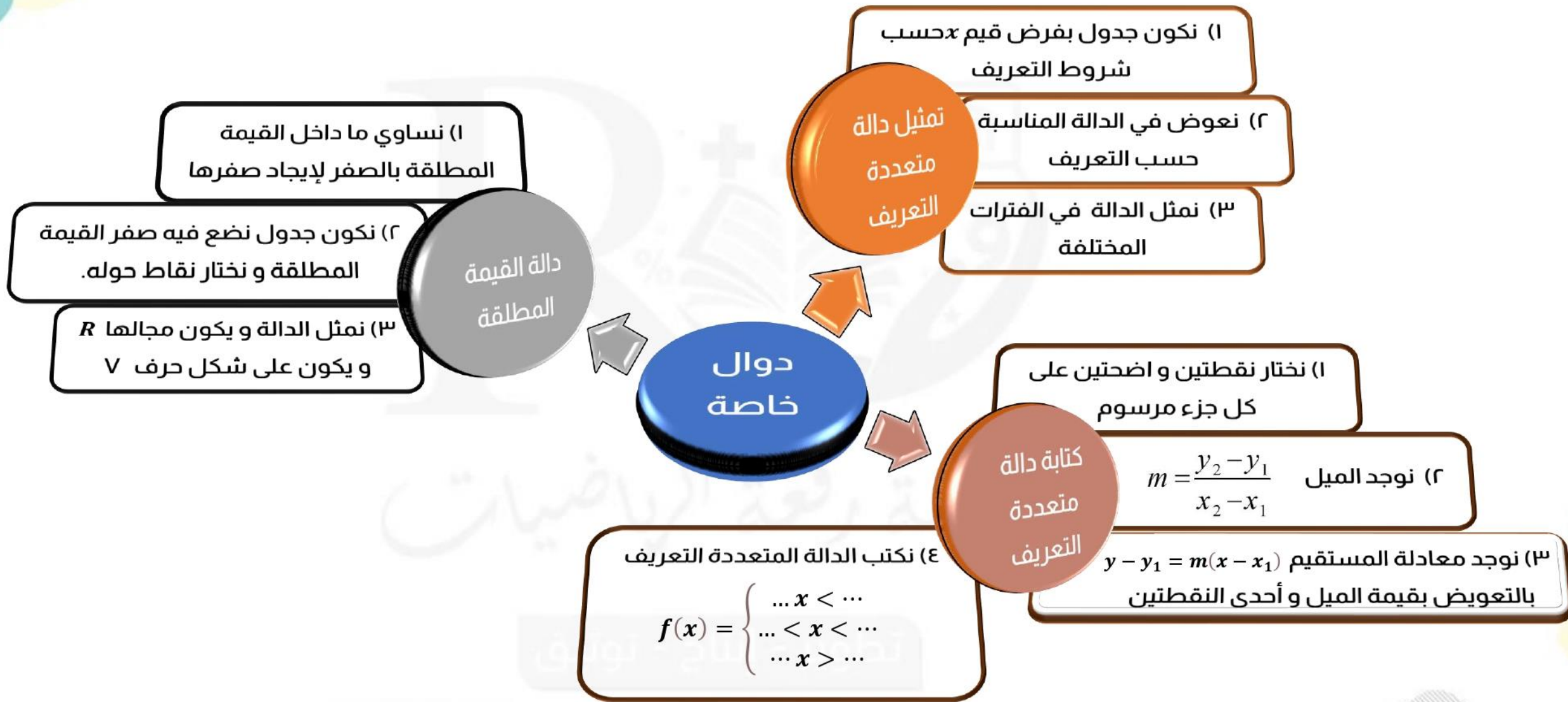


المجال

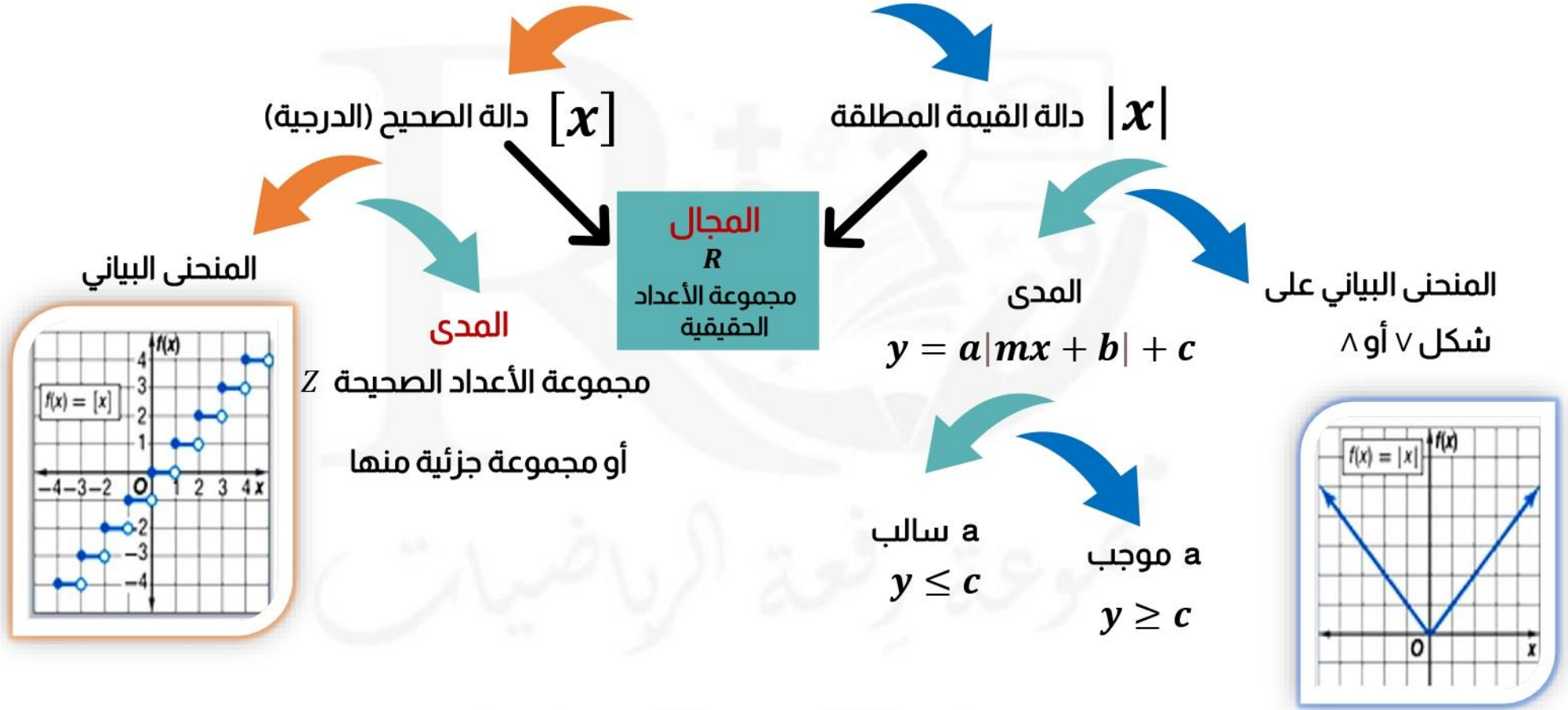
مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى

مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.



دوال خاصة



تطوير - إنتاج - توثيق

تمثيل متباينات القيمة المطلقة

نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي

نكون جدولاً بعد تحديد صفر القيمة المطلقة و اختيار نقاط حوله

نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد

نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجباً ثم نظل منطقة الحل.

تمثيل المتباينات الخطية

نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي

نكون جدول و نختار قيم x ويفضل اختيار المقاطع مع المحورين ثم نمثل النقاط

نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد

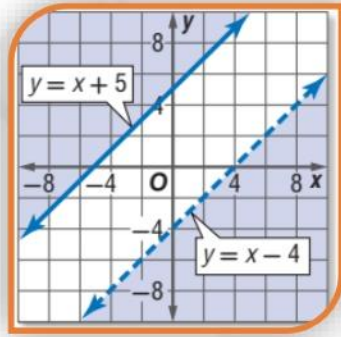
نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجباً ثم نظل منطقة الحل.

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

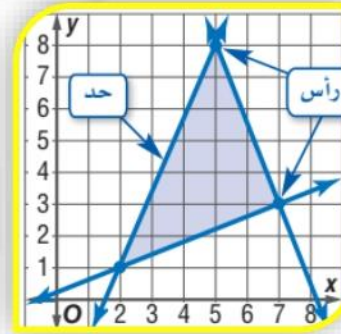
نمثل كل متباينة بيانيا و نظل منطقة حلها.

نحدد منطقة الحل المشتركة بين مناطق حل المتباينات و التي تمثل حل النظام.

منطقة حل غير متقاطعة
تعني أنه لا يوجد حل للنظام



منطقة مغلقة نحدد رؤوس
منطقة الحل و هي إحداثيات
نقط تقاطع المستقيمات
المحددة للمنطقة



البرمجة الخطية والحل الأمثل

إيجاد القيمة العظمى و الصغرى للدالة تحت قيود معينة

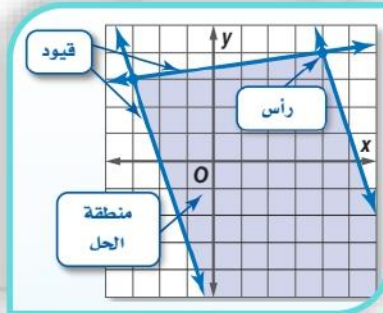
١) نمثل المتباينات و نحدد رؤوس منطقة الحل.
٢) نوجد قيمة الدالة عند كل رأس و أكبر قيمة هي القيمة العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى.

(x, y)	$4x - 2y$	$f(x, y)$
$(-3, 3)$	$4(-3) - 2(3)$	-18
$(1.5, 3)$	$4(1.5) - 2(3)$	0
$(0, 6)$	$4(0) - 2(6)$	-12
$(-2, 6)$	$4(-2) - 2(6)$	-20

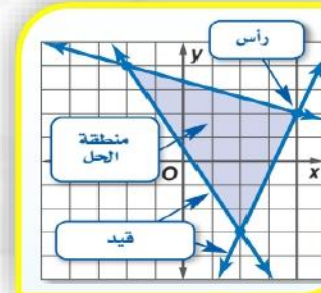
← قيمة عظمى

← قيمة صغرى

إذا كانت منطقة الحل غير محدودة يوجد أما قيمة عظمى فقط أو قيمة صغرى فقط

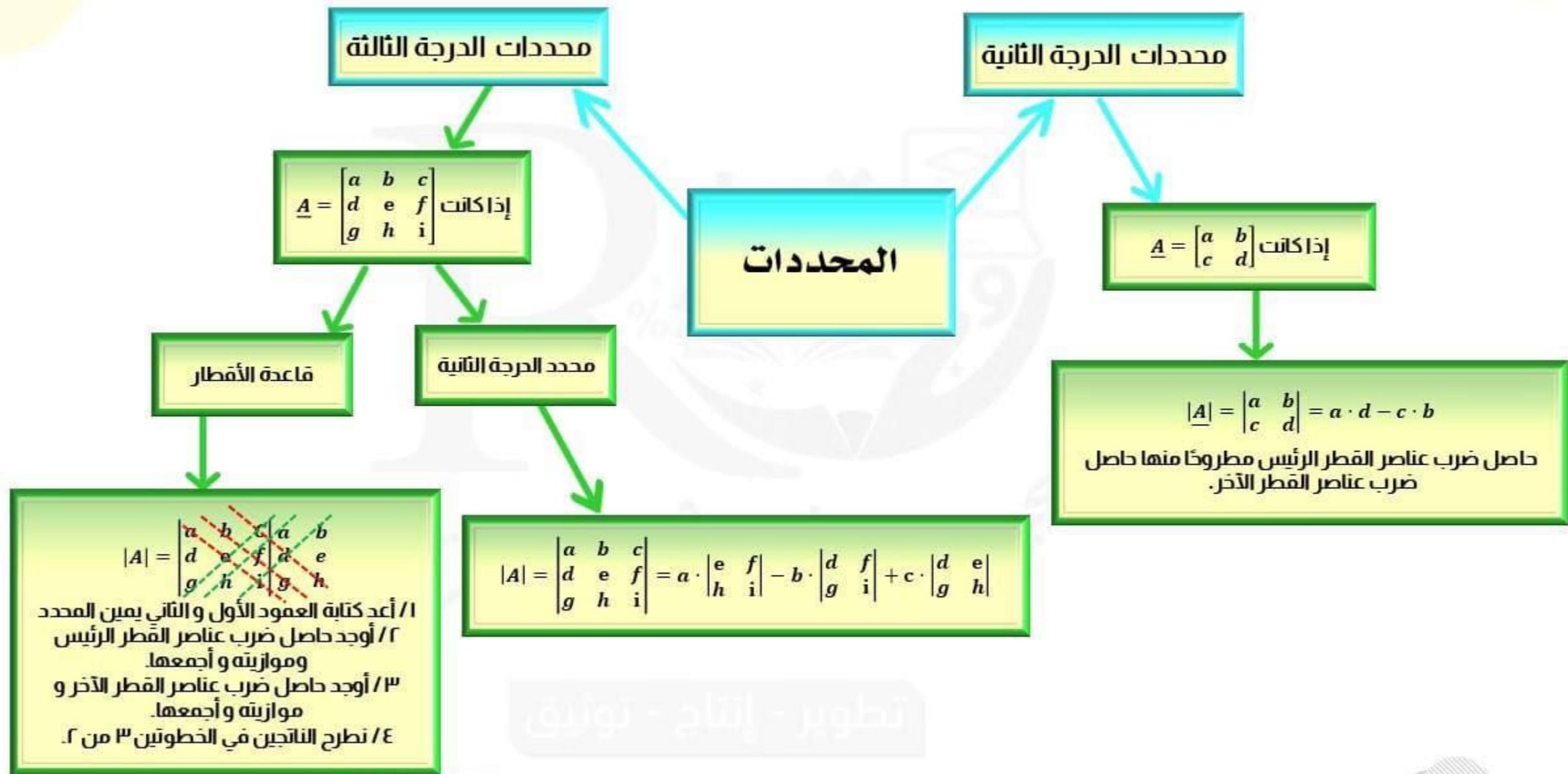


إذا كانت منطقة الحل محدودة يوجد قيمة عظمى و قيمة صغرى للدالة



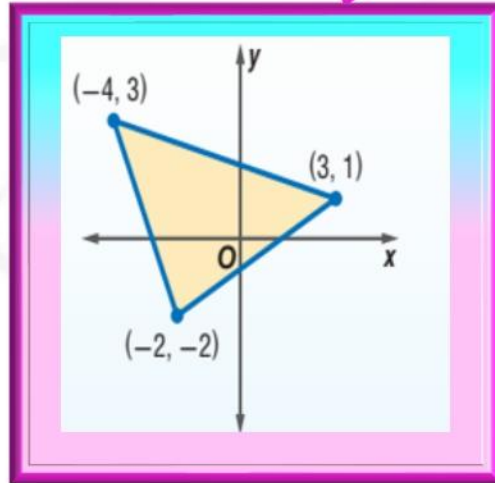
المصفوفات

<p>$\underline{A} = \begin{bmatrix} 8 & 22 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ثلاثة صفوف</p> <p>العنصر -1 موجود في الصف 2 والعمود 1. ويرمز له بالرمز a_{21}</p> <p>العنصر -8 موجود في الصف 3 والعمود 2. ويرمز له بالرمز a_{32}</p> <p>أربعة أعمدة</p>	<p>هي ترتيب للأعداد أو المتغيرات على شكل صفوف أفقية وأعمدة رأسية وتكتب بين القوسين [] أو (). ويرمز لها بأحرف كبيرة مثل: \underline{A}، \underline{B}، ...</p>	<p>تعريف المصفوفات</p>
	<p>عدد الصفوف وعدد الأعمدة على الترتيب. $\underline{A} = n \times m$ رتبة المصفوفة حيث n عدد الصفوف و m عدد الأعمدة</p>	<p>رتبة المصفوفة</p>
<p>مثال: $A_{1 \times 4} = [2 \ 0 \ 4 \ 6]$</p>	<p>مصفوفة صف: وتحتوي على صف واحد.</p>	
<p>مثال: $B_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$</p>	<p>مصفوفة عمود: وتحتوي على عمود واحد.</p>	
<p>مثال: $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$</p>	<p>مصفوفة صفرية: جميع عناصرها أصفار وهي المصفوفة المحايدة في عملية جمع المصفوفات.</p>	
<p>مثال: $E_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \end{bmatrix}$، $F_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$</p>	<p>مصفوفة مستطيلة: عدد صفوفها لا يساوي عدد أعمدها.</p>	
<p>مثال: $C_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$</p>	<p>مصفوفة مربعة: عدد صفوفها يساوي عدد أعمدها.</p>	
<p>مثال: $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</p>	<p>مصفوفة قطرية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ما عدا عناصر القطر الأساسي على الأقل أحدها لا يساوي صفر.</p>	
<p>مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$</p>	<p>مصفوفة وحدة: هي مصفوفة قطرية جميع عناصر قطرها الرئيسي تساوي واحد.</p>	



مساحة المثلث

مساحة المثلث الذي رؤوسه
 (a, b) ، (c, d) ، (e, f)
هي القيمة المطلقة للمقدار A .



$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{مثال:}$$

خطوات إيجاد
النظير الضربي للمصفوفة

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} \quad /3$$

/1 نوجد محدد:

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ويجب أن لا يساوي الصفر.

/2 نوجد النظير الضربي و يساوي $\frac{1}{|\underline{A}|}$ مضروب في المصفوفة الناتجة عن تبديل موضعي عناصر القطر الأساسي و تغيير إشارة القطر الآخر.

تطوير - إنتاج - توثيق

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كرامر

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

٢/ نوجد محدد المصفوفة.

$$\begin{aligned} ax + by &= n \\ cx + dy &= m \end{aligned}$$

$$\Delta = |\underline{c}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

٣/ لإيجاد x نستبدل معاملات x في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

٤/ لإيجاد y نستبدل معاملات y في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} n & b \\ m & d \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a & n \\ c & m \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين
باستخدام المعادلات المصفوفية

٣ / حل النظام.

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

٢ / المعادلة المصفوفية للنظام.

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

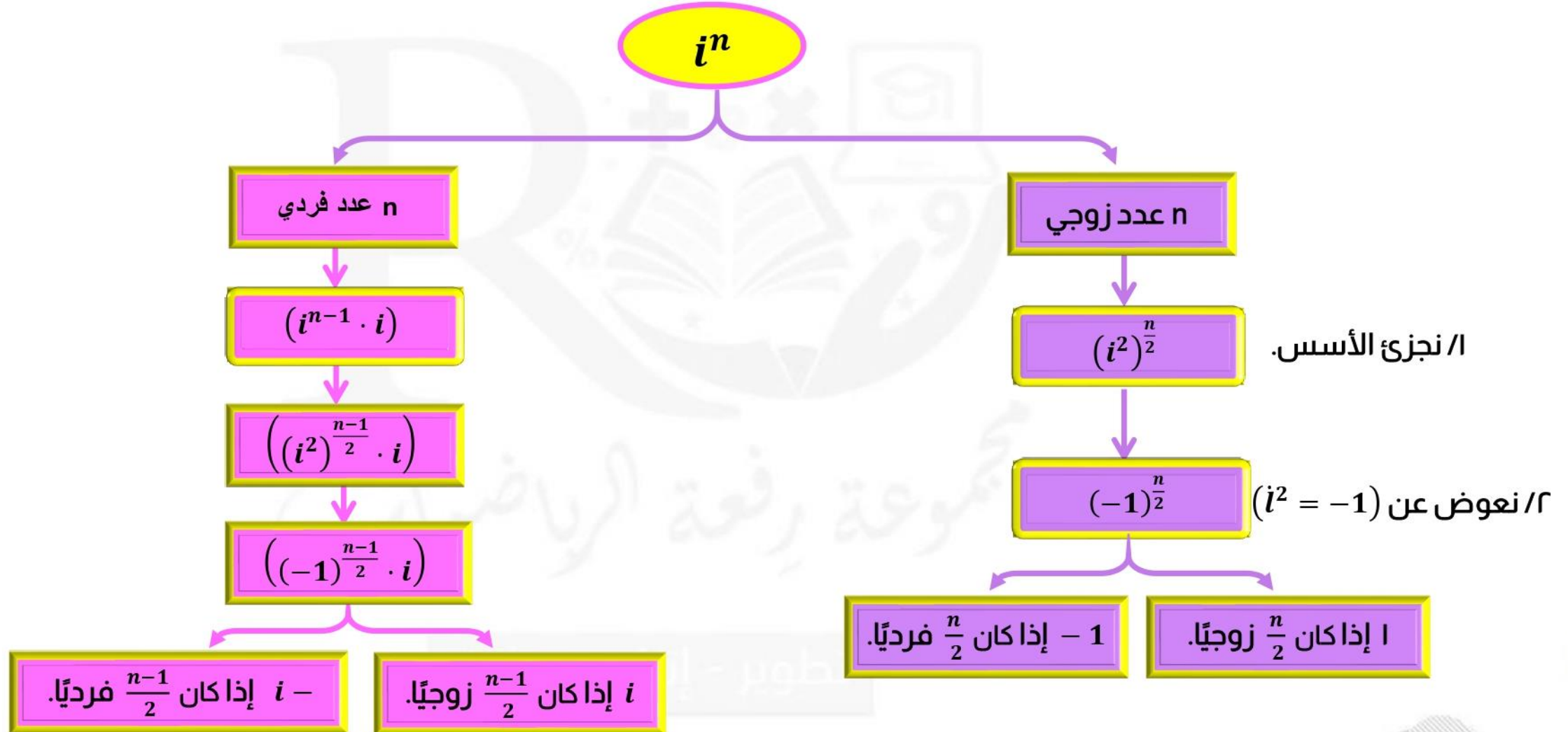
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

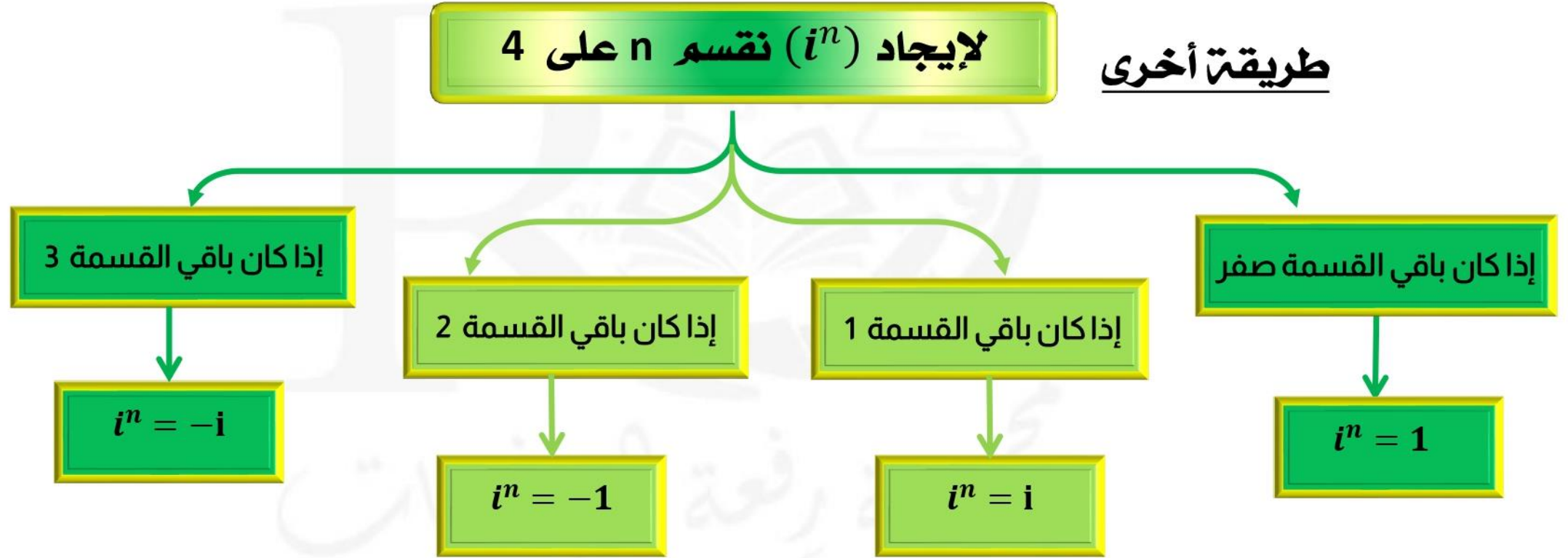
١ / لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$\begin{aligned} ax + by &= n \\ cx + dy &= m \end{aligned}$$

تطوير - إنتاج - توثيق

خطوات حساب قوى i (i^n)





تطوير - إنتاج - توثيق

الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد المركبة $(a + ib)$

العمليات على الأعداد التخيلية البحتة

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a}i, \quad \sqrt{-1} = i$$

القسمة

١/ نضرب في مرافق المقام.
٢/ في البسط ضرب عددين مركبين فك أقواس وفي المقام $(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$
٣/ نبسط ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.
٤/ نكتب الناتج على الصورة.

مثال على القسمة

$$\frac{3 + 4i}{2 - 3i} \cdot \frac{2 + 3i}{2 + 3i} = \frac{(3 + 4i)(2 + 3i)}{2^2 + 3^2} = \frac{6 + 9i + 8i + 12i^2}{13} = \frac{6 + 17i - 12}{13} = -\frac{6}{13} + \frac{17}{13}i$$

الضرب

توزيع وفك أقواس وعند ظهور i^2 نعوض عنها بـ -1 ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

مثال على الضرب

$$(-2 + 5i) \cdot (1 - 7i) = (-2 \times 1) + (-2 \times (-7i)) + (5i \times 1) + (5i \times (-7i)) = -2 + 14i + 5i + 35 = 33 + 19i$$

الجمع و الطرح

نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي وكذلك الطرح بالمثل.

مثال على الجمع

$$(-2 + 5i) + (1 - 7i) = (-2 + 1) + (5 - 7)i = -1 - 2i$$

$$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{ai} \cdot \sqrt{bi} = \sqrt{ab} \cdot i^2 = -\sqrt{ab}$$

مثال:

$$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = \sqrt{6}i \cdot \sqrt{15}i = \sqrt{6 \cdot 15} \cdot i^2 = -3\sqrt{10}$$

نضرب المتشابه

$$ai \cdot bi = ab \cdot i^2 = -ab$$

مثال:

$$3i \cdot 4i = 12i^2 = -12$$

القانون العام

لتحديد عدد جذور معادلة تربيعية

نوجد المميز: $b^2 - 4ac$

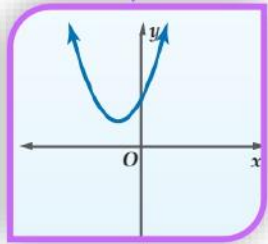
لحل المعادلة التربيعية

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

بالقانون العام لابد أن تكون في الصورة القياسية.

سالب $b^2 - 4ac < 0$

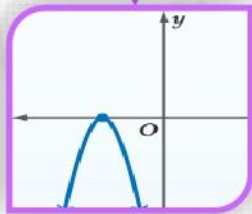
للمعادلة جذران مركبان مترافقان.



لا يقطع محور x.

$b^2 - 4ac = 0$

للمعادلة جذر حقيقي مكرر مرتين.



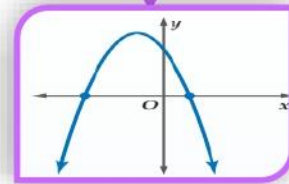
يمس محور x في نقطة..

موجب $b^2 - 4ac > 0$

للمعادلة جذران حقيقيان.

غير نسبيان إذا كان المميز ليس مربعاً كاملاً.

نسبيان إذا كان المميز مربعاً كاملاً.



يقطع محور x في نقطتين.

a معامل x^2 , b معامل x
c الحد الثابت

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: حل المعادلة الآتية باستعمال القانون العام:

$$x^2 - 6x = -10$$

$$\text{الحل: } x^2 - 6x + 10 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$x = 3 \pm i$$

إخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد

تحليل كثيرات الحدود

أربعة حدود أو أكثر

١/ تجميع مناسب للحدود.

٢/ إخراج العامل المشترك الأكبر.

٣/ إخراج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع.

ثلاثة حدود

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع كامل

تحليل مقدار ثلاثي.

الصورة العامة

حدان

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

الفرق بين مربعين

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

الفرق بين مكعبين

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

مجموع مكعبين

نظرية الباقي والعوامل

استعمال التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود.

/ نحدد ما إذا كان $(x - r)$ عاملاً بإجراء عملية القسمة ولابد أن يكون باقي القسمة يساوي صفر.
/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوات السابقة.

مثال: حدد ما إذا كان $x - 5$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود

$p(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

الحل: / يكون $(x - 5)$ عاملاً إذا كان $p(5) = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 1 & -7 & 7 & 15 \\ & & 5 & -10 & -15 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة.

$$\text{ناتج القسمة} = x^2 - 2x - 3$$

$$= (x + 1)(x - 3)$$

/ 3 عوامل كثيرة الحدود هي:

$$(x - 5), (x + 1), (x - 3)$$

إيجاد قيمة دالة باستعمال التعويض التركيبي.

باستخدام القسمة التركيبية

قيمة دالة عند عدد r تساوي باقي قسمة الدالة على $(x - r)$
نكتب معاملات $f(x)$ مع مراعاة ترتيب القوى وحفظ الخانة بالصفر في حالة عدم وجود الأس التالي ونضع العدد المطلوب حساب قيمة الدالة عنده في الصندوق r وبإجراء القسمة يكون باقي القسمة هو قيمة الدالة عند r

مثال: إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$

فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 4 & 3 & -2 & 0 & 5 & 2 \\ & & 12 & 40 & 160 & 660 \\ \hline & 3 & 10 & 40 & 165 & 662 \end{array}$$

$$f(4) = 662$$

الجذور والأصفار

كتابة كثيرة حدود بأقل درجة
بمعرفة أصفارها.

تحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة
و السالبة و التخيلية لكثيرة الحدود.

تحديد عدد جذور (أصفار)
كثيرة الحدود و أنواعها.

1/ من السؤال معطاه جذور أو أصفار كثيرة الحدود
لكل جذر نوجد العامل حيث **الجذر - x = العامل**
عامل $(x - r) \Rightarrow$ جذر r
2/ إذا كان أحد جذور كثيرة الحدود عدد مركب فإن
مرافقه أيضًا جذر لها.

عامل $(x - (a + ib)) \Rightarrow$ جذر $a + ib$
عامل $(x - (a - ib)) \Rightarrow$ جذر أيضًا $a - ib$
3/ نضرب العوامل لإيجاد كثيرة الحدود.
مثال: اكتب عوامل كثيرة الحدود التي جذورها $-1, -5 - i, -5 + i$
العوامل هي:
 $(x + 1), (x - (5 - i)), (x - (5 + i))$

1/ عدد الأصفار $n =$ (درجة كثيرة الحدود).
2/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة نحدد عدد مرات
تغير إشارة $f(x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
3/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية السالبة نوجد $f(-x)$ و
ذلك بعكس إشارة معاملات الحدود فردية الدرجة ثم
نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(-x)$ ثم نطرح منه 2 حتى
نصل للعدد 1 أو 0.
4/ لتحديد عدد الأصفار التخيلية نعمل جدول نوجد فيه
كل الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار الحقيقية ثم نطرح
مجموع عدد الأصفار الحقيقة من n (درجة كثيرة لحدود).

1/ عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود
يساوي درجتها أي أكبر أس فيها.
2/ لإيجاد الجذور نساوي الدالة
بالصفر ثم نحل المعادلة حسب
نوعها.

العمليات على الدوال

تركيب دالتين

$$f \circ g(x) = f[g(x)]$$

قاعدة معطاة

مثال:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x \\ g(x) &= x + 1 \\ f \circ g(x) &= f[g(x)] \\ &= 3(x + 1) \\ &= 3x + 3 \end{aligned}$$

أزواج مرتبة

مثال:

$$\begin{aligned} f(x) &= \{(6, 1), (2, 7)\} \\ g(x) &= \{(5, 6), (3, 2)\} \\ f \circ g(x) &= f[g(x)] \\ &= \{(5, 1), (3, 7)\} \end{aligned}$$

ضرب الدوال وقسمتها

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

القسمة قسمة كثيرات حدود

المجال يساوي تقاطع
مجال الدالتين مع
استبعاد أصفار المقام

الضرب فك أقواس وتوزيع

المجال يساوي تقاطع
مجال الدالتين

جمع الدوال وطرحها

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

نجمع الحدود المتشابهة

المجال يساوي تقاطع
مجال الدالتين

الدالة العكسية

لإيجاد الدالة العكسية نتبع
الخطوات التالية:

١/ نبدل بين كل من x ، y

نضع $f(x) = y$

٣/ نحل المعادلة بالنسبة y

٤/ نضع $y = f^{-1}(x)$
إذا كانت العلاقة دالة.

العلاقة العكسية

لإيجاد العلاقة العكسية نبدل
إحداثيات الأزواج المرتبة.

$(a,b) \rightarrow (b,a)$

$f(x) = \{(1, 2), (3, -1)\}$
 $f^{-1}(x) = \{(2, 1), (-1, 3)\}$

تحديد مجال ومدى دالة الجذر التربيعي

$$f(x) = a\sqrt{mx + b} + c$$

المدى

المجال

$$c \neq 0$$

$$c = 0$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$y \geq c$$

$$y \leq c$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq 0$$

في المقام:
معرفة بشرط
ما تحت الجذر < الصفر.

في البسط:
معرفة بشرط
ما تحت الجذر \leq الصفر.

تمثيل متباينة الجذر التربيعي

١/ نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاة.

٢/ نمثل دالة الجذر التربيعي بالخطوات المستخدمة عند تمثيل الدالة الجذرية.

٣/ نرسم الدالة بخط متصل إذا وجدت علامة المساواة في المتباينة ومتقطعة إذا لم توجد علامة تساوي فيها.

٤/ نختبر منطقة الحل أو نظل حسب إشارة المتباينة إذا كانت أكبر نظل أعلى المنحنى وإذا كانت أصغر نظل أسفل المنحنى.

تمثيل دالة الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة بشرط ما تحت الجذر \leq الصفر.

٢/ نكون جدول بفرض قيم تبدأ بصفر الجذر ثم قيم أكبر منه.

٣/ نعوض في الدالة المطلوب تمثيلها لإيجاد قيم y ثم نرسم النقاط في المستوى.

تبسيط الجذور

- ١/ حل العدد إلى عوامله الأولية.
- ٢/ اكتب العدد على صورة أسية.
- ٣/ اقسم الأس على دليل الجذر.

الجذر النوني الحقيقي

$$\begin{array}{ccc} a < 0 & a = 0 & a > 0 \\ \leftarrow \sqrt[n]{a} & \sqrt[n]{0} = 0 & \sqrt[n]{a} \rightarrow \end{array}$$

عدد زوجي n

\emptyset

عدد فردي n

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

عدد زوجي n

$$\pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$$

عدد فردي n

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

الجذر النوني

ما تحت الجذر $\leftarrow \sqrt[n]{81} \rightarrow$ دليل الجذر
رمز الجذر \nearrow

$$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

إرشادات للدراة

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا وأُس ما تحت الجذر عددًا زوجيًا، وكان أس الناتج عددًا فرديًا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب

ليس سالبًا

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

دليل الجذر إذا كان n عددًا فرديًا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة.

العمليات على العبارات الجذرية

١ / ضرب الجذور: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

٢ / قسمة الجذور: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$

فاضرب البسط والمقام في	إذا كان المقام
\sqrt{b}	\sqrt{b}
$\sqrt[n]{b^{n-x}}$	$\sqrt[n]{b^x}$

٣ / إنطاق المقام:

٤ / جمع العبارات الجذرية وطرحها:
نبسط الجذور ثم نجمع أو نطرح معاملات الجذور
المتشابهة.

الأسس النسبية

١ / التحويل من الصورة الجذرية إلى
الأسية والعكس $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

٢ $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$

٣ / نبسط الأسس السالبة باستخدام قوانين الأسس
السابق لنا دراستها ولا بد لنصل لأبسط صورة أن يكون
الأس في المقام عددًا صحيحًا وأن تكون الأسس
موجبة ودليل الجذر أصغر ما يمكن.

حل متباينات الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة الجذرية.

٢/ نحل المتباينة الجذرية بنفس طريقة حل المعادلة الجذرية.

٣/ نحل المتباينة الناتجة.

٤/ نحدد منطقة الحل على خط الأعداد اعتمادًا على الخطوتين السابقتين.

حل معادلات الجذرية

١/ نجعل الجذر في طرف وحده.

٢/ نرفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص من الجذر.

٣/ نحل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل.

رياضيات 4

العمليات على العبارات النسبية

تبسيط العبارات النسبية

تبسيط الكسور البسيطة

- تحليل كل من البسط و المقام
- نختصر العوامل المشتركة

تبسيط الكسور المركبة

- تبسط من خلال قسمة كسر البسط على كسر المقام

جمع العبارات النسبية و طرحها

- نوجد LCM للمقامات
- توحيد المقامات من خلال ضرب البسط و المقام فيما ينقص المقام حتى يصبح مساوياً لـ LCM
- بعد توحيد المقامات يجمع البسط و المقام يبقى كما هو
- تبسيط الناتج إن أمكن

ملاحظة

لايجاد LCM

- تحليل كل من الأعداد أو كثيرات الحدود إلى عوامل أولية
- ضرب جميع العوامل المختلفة أما العوامل المشتركة فيؤخذ منها ذا الأس الأكبر

ضرب العبارات النسبية وقسمتها

الضرب

- تحليل كل من البسط و المقام
- اختصار العوامل المشتركة
- إجراء عملية الضرب $\leftarrow \frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$
- تبسيط الناتج

ملاحظة:

- يمكن تقديم عملية الضرب على الاختصار

القسمة

- نحول عملية القسمة إلى ضرب في مقلوب الكسر الثاني
- نجرى عملية الضرب بنفس الخطوات السابقة في ضرب العبارات النسبية
- تبسيط الناتج

دوال المقلوب و الدوال النسبية

تحديد أصفارها، وخطوط التقارب لها

الأصفار

جميع قيم x التي يكون عندها
 $a(x) = 0$

خطوط التقارب

الدوال النسبية

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$$

دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x-b} + c$$

أفقي

رأسي

رأسي

أفقي

قيمة x التي تجعل
المقام = صفر

قيمة x التي تجعل
المقام = صفر

القيمة المضافة
للكسر النسبي

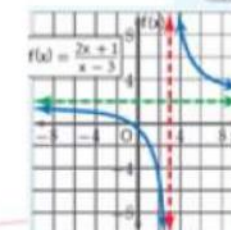
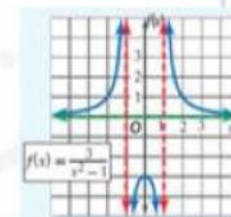
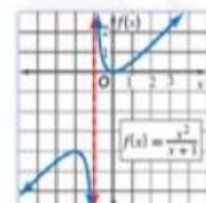
لا يوجد
درجة البسط < درجة المقام

$y = 0$
درجة البسط > درجة المقام

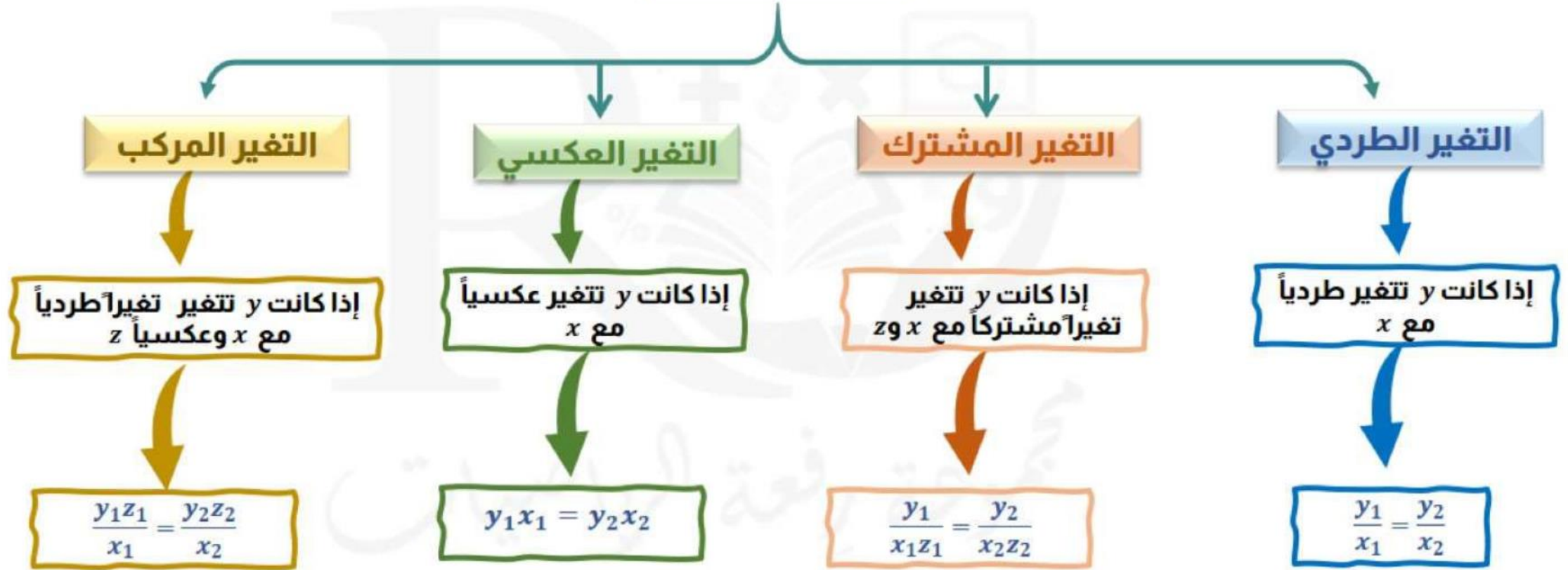
المعامل الرئيس للبسط
المعامل الرئيس للمقام
درجة البسط = درجة المقام

القيم المستتة من المجال

القيم المستتة من المدى



دوال التغير



تطوير - إنتاج - توثيق

حل المعادلات النسبية

المتباينات النسبية

- ١) نوجد القيم المستثناة بمساواة المقام بالصفر
- ٢) نحول المعادلة إلى متباينة
- ٣) حل المعادلة
- ٤) نتحقق برسم خط الأعداد و نحدد عليه الحلول و القيم المستثناة ثم نختار قيم بينها و نعوض في المتباينة في كل فترة لتحديد الفترات التي تحقق أعدادها المتباينة

المعادلات النسبية

- ١) نوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للمقام
- ٢) نضرب جميع حدود المعادلة في LCM (للتخلص من المقام)
- ٣) فك الأقواس (إما بالتوزيع أو التحليل)
- ٤) تجميع الحدود المتشابهة
- ٣) حل المعادلة وإيجاد قيمة المجهول
- ٤) التحقق من صحة الحل بالتعويض أو باستبعاد أصفار المقام

تطوير - إنتاج - توثيق

المتتابعات والمتسلسلات

هندسية

حسابية

متتابعة تكون فيها النسبة بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت

متتابعة يكون فيها الفرق بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت

النسبة الثابتة = الأساس = r

الفرق المشترك = الأساس = d

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

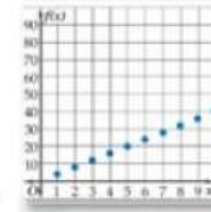
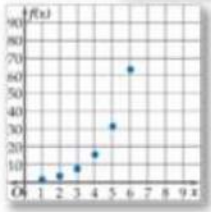
$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

نوجد أي حد بضرب r في الحد السابق

يمكن إيجاد أي حد بإضافة الأساس d للحد السابق

تمثل بدالة أسية

تمثل بخط مستقيم



مجموع حدود متتابعة هندسية

مجموع حدود متتابعة حسابية

غير منتهية

منتهية

رمز المجموع

$$\sum_{k=1}^n f(k)$$

صيغة حدود المتسلسلة

أول قيمة لـ k

آخر قيمة لـ k

$$S_n = \frac{n}{2} [a_n + a_1] \text{ الصيغة العامة}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \text{ الصيغة البديلة}$$

مقاربة و لها مجموع

$$|r| < 1$$

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

متباعدة وليس لها مجموع

$$|r| \geq 1$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$$

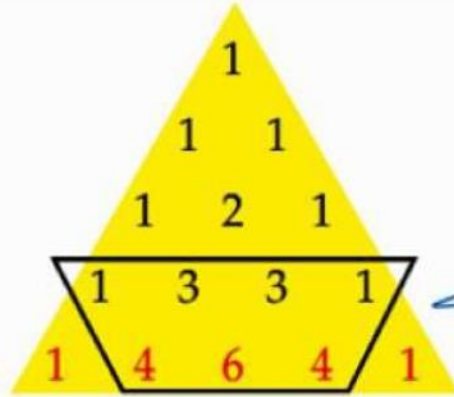
$$(a + b)^0$$

$$(a + b)^1$$

$$(a + b)^2$$

$$(a + b)^3$$

$$(a + b)^4$$



مثلث
باسكال

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$$

$$\downarrow + \downarrow \quad \downarrow + \downarrow \quad \downarrow + \downarrow$$

$$4 \quad 6 \quad 4$$

$$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_n a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

نظرية ذات الحدين

$$\text{أي حد} = {}_n C_k \cdot (\text{الحد الأول})^{n-k} \cdot (\text{الحد الثاني})^k$$

$$k = \text{ترتيب الحد} - 1$$

إيجاد حد معين من المفكوك

الاحتمال

عدد نواتج التجربة
جميع النواتج الممكنة

فضاء العينة

تعريفه : مجموعة جميع النواتج الممكنة

تمثيله:

- ✓ الرسم الشجري
- ✓ القائمة
- ✓ المنظمة
- ✓ الجدول

إيجاده من خلال:

- مبدأ العد الأساسي ضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة
- التباديل اختيار لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots \dots \dots \times 2 \times 1$$

$n!$ ← تباديل n من العناصر ← المضروب (حاصل ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة تنازلياً)

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

← تباديل n من العناصر مأخوذة منها r

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

← تباديل مع التكرار

بدون نقطة مرجعية $(n-1)!$

وفق نقطة مرجعية ثابتة $n!$

تحولت إلى خطية

$$nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- التوافيق اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب غير مهم

الحوادث المركبة

الحوادث المتنافية

مفهوم: حدثان لا توجد بينهما نواتج مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

الحوادث الغير متنافية

مفهوم: حدثان توجد بينهما نواتج مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الحوادث المتممة

مفهوم: جميع نواتج فضاء العينة التي ليست من نواتج الحادثة الأصلية

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

الحوادث المستقلة

مفهوم: وقوع الحادثة A لا يؤثر في وقوع الحادثة B

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

الحوادث الغير مستقلة

مفهوم: وقوع إحدى الحادثتين يؤثر في وقوع الأخرى

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

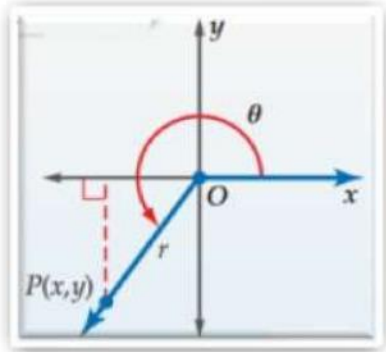
الحادثة المشروطة

مفهوم: احتمال وقوع الحادثة A بشرط أن B قد وقعت

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ بشرط } P(B) \neq 0$$

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

θ زاوية في وضع قياسي
و $P(x,y)$ نقطة على ضلع
الانتهاء



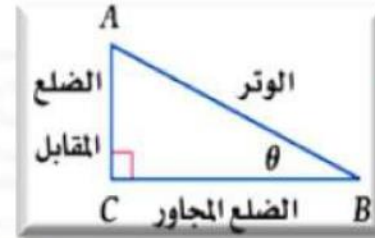
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

θ زاوية في مثلث قائم
الزاوية



المقلوبات

الدوال الأساسية

$$\sin\theta \text{ (جيب } \theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos\theta \text{ (جيب تمام } \theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan\theta \text{ (ظل } \theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

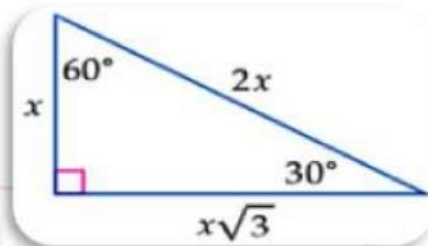
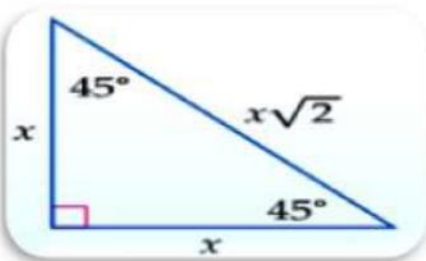
$$\csc\theta \text{ (قاطع تمام } \theta) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\sec\theta \text{ (قاطع } \theta) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\cot\theta \text{ (ظل تمام } \theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

θ	30	45	60
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$



إيجاد قيم الدوال المثلثية

s	الربع الثاني	الربع الأول	a
	$\sin \theta, \csc \theta: +$	$\sin \theta, \csc \theta: +$	
	$\cos \theta, \sec \theta: -$	$\cos \theta, \sec \theta: +$	
	$\tan \theta, \cot \theta: -$	$\tan \theta, \cot \theta: +$	
t	الربع الثالث	الربع الرابع	c
	$\sin \theta, \csc \theta: -$	$\sin \theta, \csc \theta: -$	
	$\cos \theta, \sec \theta: -$	$\cos \theta, \sec \theta: +$	
	$\tan \theta, \cot \theta: +$	$\tan \theta, \cot \theta: -$	

الدوال العكسية للدوال المثلثية

دالة الجيب العكسية

إذا كان $\sin A = x$ فإن $\sin^{-1}x = m\angle A$

دالة جيب التمام العكسية

إذا كان $\cos A = x$ فإن $\cos^{-1}x = m\angle A$

دالة الظل العكسية

إذا كان $\tan A = x$ فإن $\tan^{-1}x = m\angle A$

الزوايا وقياساتها

التحويل بين قياسات الزوايا

الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

الوضع القياسي للزاوية

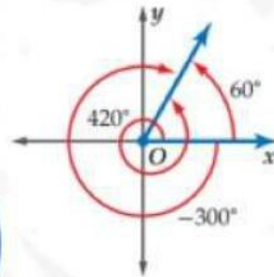
القياس
الدائري
بالراديان

الضرب في $\frac{180^\circ}{\pi}$

القياس
الستيني
بالدرجات

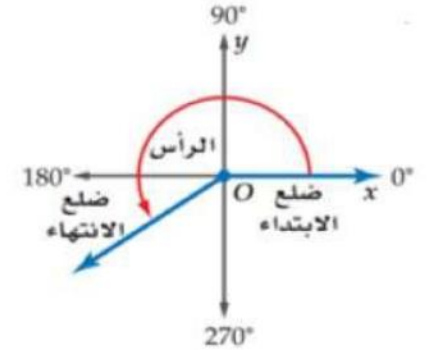
الضرب في $\frac{\pi}{180^\circ}$

ايجادها من خلال جمع أو طرح أحد مضاعفات 360°



$$60^\circ + 360^\circ = 420^\circ$$

$$60^\circ - 360^\circ = -300^\circ$$



الزوايا المرجعية

الزوايا الربعية

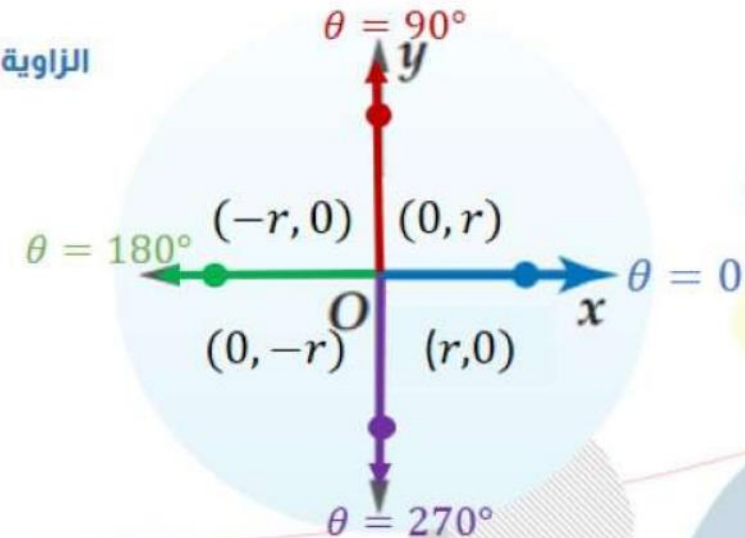
الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x

الربع الأول الربع الثاني

$$\hat{\theta} = 180^\circ - \theta \quad \hat{\theta} = \theta$$

$$\hat{\theta} = \theta - 180^\circ \quad \hat{\theta} = 360^\circ - \theta$$

الربع الثالث الربع الرابع

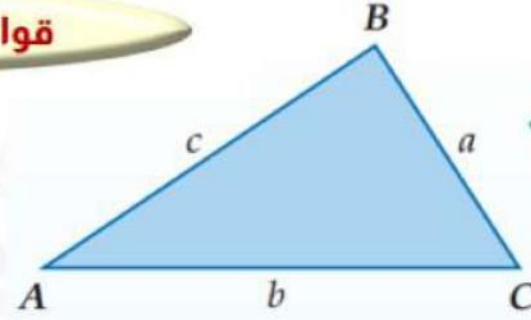


طول القوس

$$s = r \theta$$

المثلثات غير قائمة الزاوية

قوانين الجيوب وجيوب التمام



في المثلث K

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

طول ضلع أو قياس زاوية

المساحة

مساحة المثلث = نصف × طولي ضلعين من المثلث × جيب الزاوية المحصورة بينهما

$$k = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$k = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$k = \frac{1}{2} ab \sin C$$

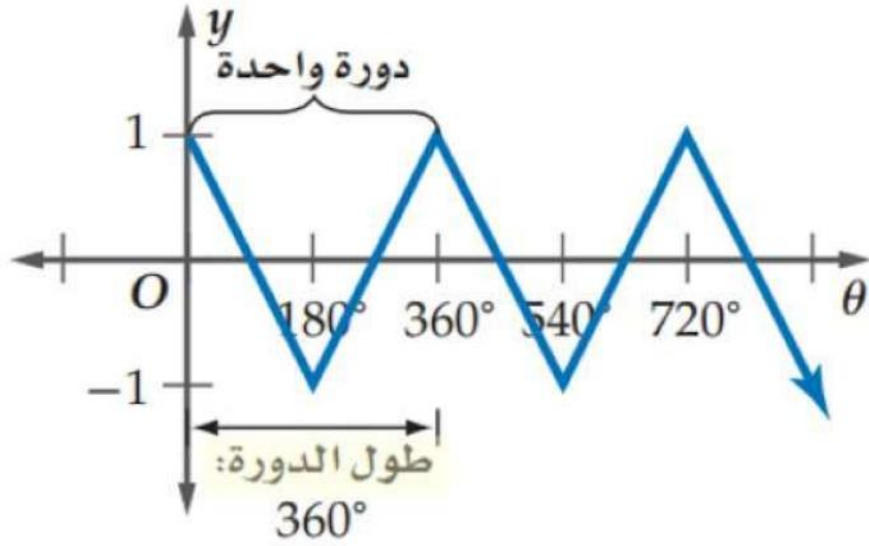
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

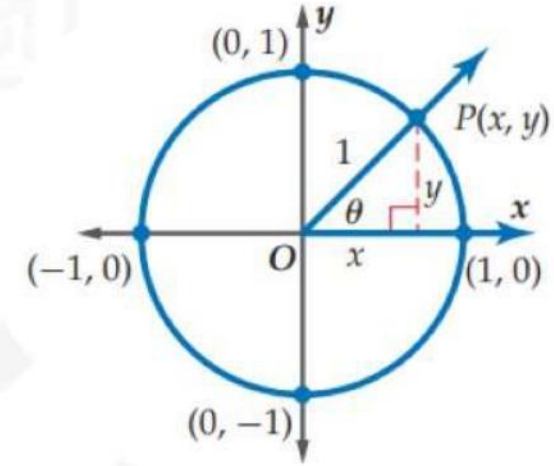
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

تطوير - إنتاج - توثيق

الدوال الدورية



الدوال الدائرية



$$\cos \theta = x, \sin \theta = y$$

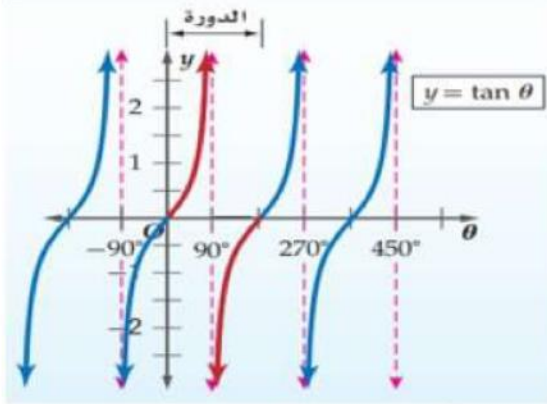
$$P(x, y) = P(\cos \theta, \sin \theta)$$

تطوير - إنتاج - توثيق

التمثيل البياني للدوال المثلثية

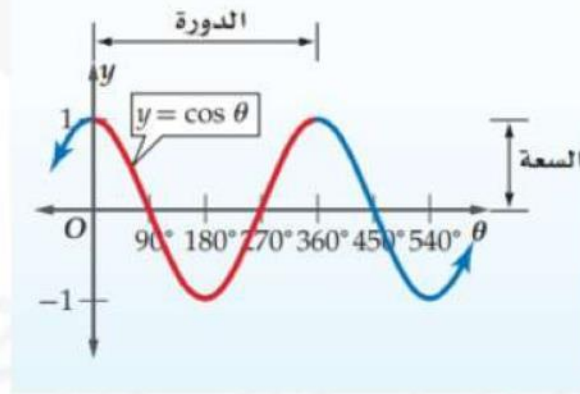
دالة الظل

$$y = \tan \theta$$



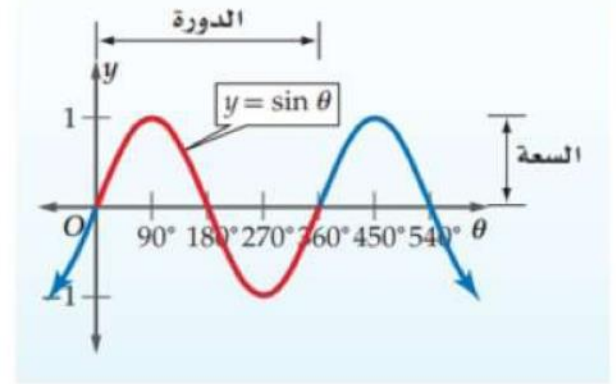
دالة جيب التمام

$$y = \cos \theta$$



دالة الجيب

$$y = \sin \theta$$



$$\{ \theta / \theta \neq 90^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z} \}$$

المجال

مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى

غير معرفة

السعة

180°

طول الدورة

مجموعة الأعداد الحقيقية

المجال

$$\{ y \mid -1 \leq y \leq 1 \}$$

المدى

1

السعة

360°

طول الدورة

مجموعة الأعداد الحقيقية

المجال

$$\{ y \mid -1 \leq y \leq 1 \}$$

المدى

1

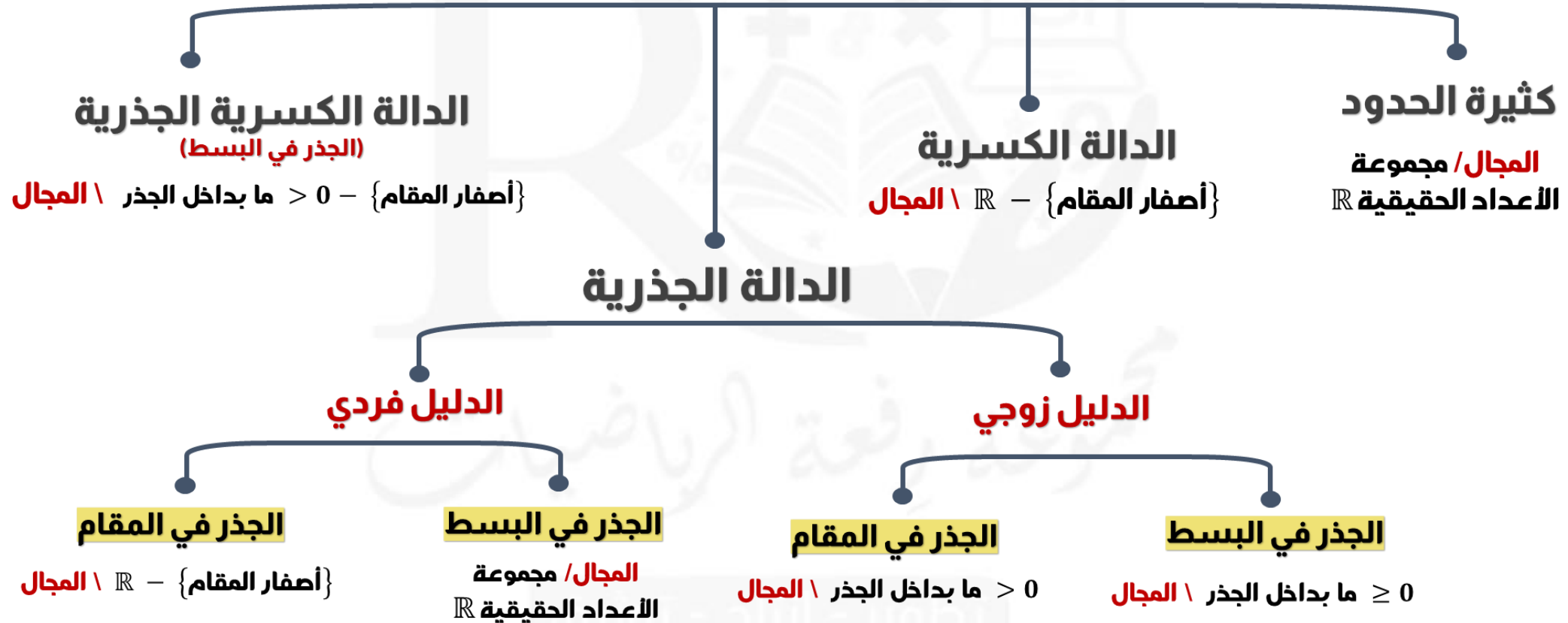
السعة

360°

طول الدورة

رياضيات 5

تحديد المجال جبرياً





شروط اتصال دالة $x = c$:

1 $f(c)$ موجودة

2 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ موجودة ، حيث: $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$

3 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

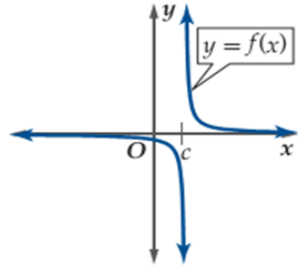
تطوير - إنتاج - توثيق

حالات عدم اتصال الدالة

لا نهائي

إذا تحققت الحالة التالية:

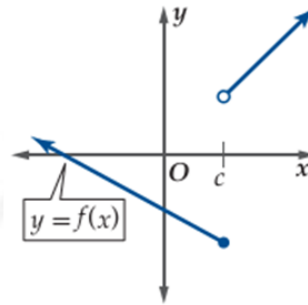
$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm \infty$$



قفزي

إذا تحققت الحالة التالية:

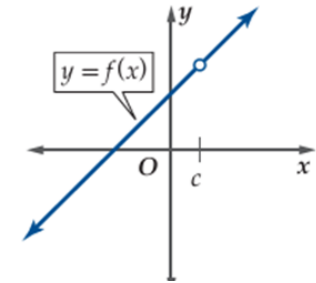
$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$$



قابل للإزالة

إذا تحققت الحالة التالية:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$$

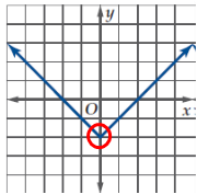


تطوير - إنتاج - توثيق

تحليل الدالة بيانياً 1

مقطع y

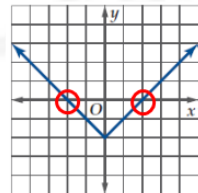
الإحداثي y لنقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور y
(قيم y تحت شرط $x = 0$)



$$y = -2$$

أصفار الدالة (مقطع x)

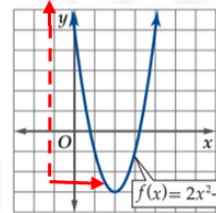
الإحداثي x لنقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور x
(قيم x تحت شرط $y = 0$)



$$x = 2, -2$$

المدى

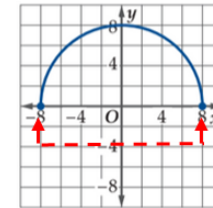
قيم y من أسفل التمثيل البياني إلى الأعلى مع حذف نقاط عدم التعريف



$$\text{المدى} = [-3, \infty)$$

المجال

قيم x من أقصى يسار التمثيل البياني إلى أقصى اليمين مع حذف نقاط عدم التعريف

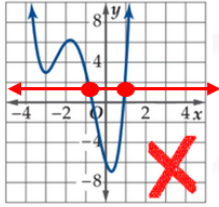
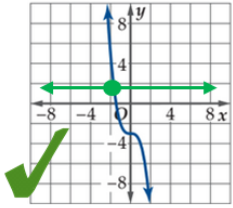


$$\text{المجال} = [-8, 8]$$

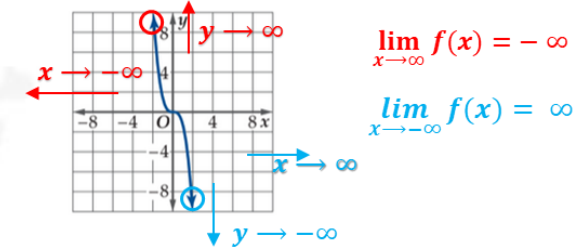
تحليل الدالة بيانياً 2

هل الدالة لها دالة عكسية!؟

إذا حققت اختبار الخط الأفقي



سلوك طرفي
التمثيل البياني



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

الدوال الزوجية والفردية

فردية

زوجية

إذا حققت العبارة: $f(-x) = -f(x)$

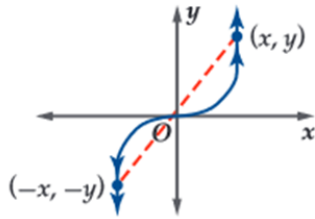
إذا حققت العبارة: $f(-x) = f(x)$

أنواع التماثل

حول نقطة الأصل

وهي دالة فردية

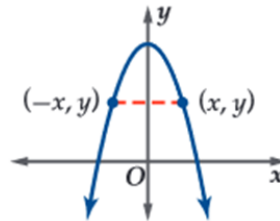
بتعويض $-x$ مكان x و $-y$ مكان y
فتعطي معادلة مكافئة



حول محور y

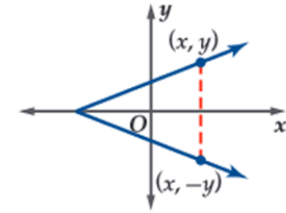
وهي دالة زوجية

بتعويض $-x$ مكان x
تعطي معادلة مكافئة



حول محور x

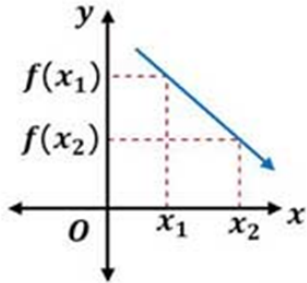
بتعويض $-y$ مكان y
تعطي معادلة مكافئة



اطراد الدالة

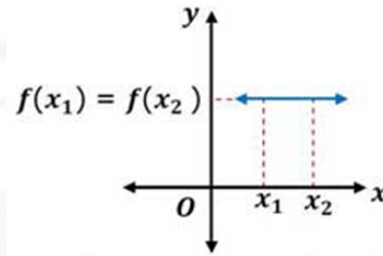
متناقصة

كلما زادت قيم x تنقص قيم $f(x)$
(كلما اتجهنا لليمين ينخفض المنحنى)



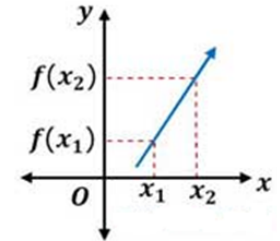
ثابتة

كلما زادت قيم x لا تتغير قيم $f(x)$
(كلما اتجهنا لليمين لا نخفض المنحنى ولا يرتفع)



متزايدة

كلما زادت قيم x تزداد قيم $f(x)$
(كلما اتجهنا لليمين يرتفع المنحنى)



العمليات على الدوال وتركيب الدالتين

$\frac{f}{g}$

$$f(x) = x + 10, \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x+10}{\sqrt{x+1}}$$

$$\frac{f}{g} \text{ مجال} = f \text{ مجال} \cap g \text{ مجال}$$

$$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty) - \{-1\}$$

$$= (-1, \infty)$$

$f \circ g$

$$f(x) = 2x - 3, \quad g(x) = 4x - 8$$

$$(f \circ g)(x) = 8x - 19$$

$$f \circ g \text{ مجال} = \text{مجال الدالة الناتجة} \cap g \text{ مجال}$$

$$= \mathbb{R} \cap \mathbb{R}$$

$$= \mathbb{R}$$

$f \cdot g$

$$f(x) = x + 10, \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$(f \cdot g)(x) = x\sqrt{x+1} + 10\sqrt{x+1}$$

$$f \cdot g \text{ مجال} = f \text{ مجال} \cap g \text{ مجال}$$

$$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty)$$

$$= [-1, \infty)$$

$f - g$

$$f(x) = x + 10, \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$(f - g)(x) = x + 10 - \sqrt{x+1}$$

$$f - g \text{ مجال} = f \text{ مجال} \cap g \text{ مجال}$$

$$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty)$$

$$= [-1, \infty)$$

$f + g$

$$f(x) = x + 10, \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$(f + g)(x) = x + 10 + \sqrt{x+1}$$

$$f + g \text{ مجال} = f \text{ مجال} \cap g \text{ مجال}$$

$$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty)$$

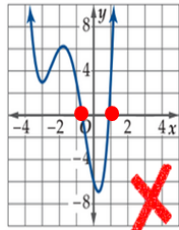
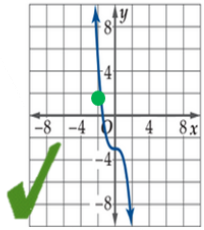
$$= [-1, \infty)$$

متى تكون الدالة متباينة

بيانياً

هل الدالة لها دالة عكسية!؟

اختبار الخط الأفقي في الرسم البياني لا يمر إلا على نقطة واحدة



الأزواج المرتبة

عناصر المدى لا تتكرر

✓ $\{(-1,9), (2,13), (0,1)\}$
 $\{(5,4), (-5,2), (9,3), (-1,4)\}$ ✗

الجدول

عناصر المدى لا تتكرر

x	y
-3	4
1	-1
2	0

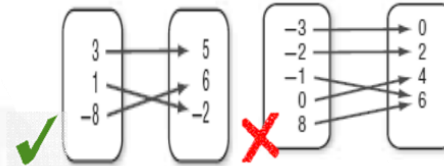
✓

x	y
0	5
-7	2
2	5

✗

المخطط السهمي

يصل لكل عنصر في المدى سهم واحد فقط



المعادلات

إذا كانت كل قيمة لـ x ترتبط بقيمة واحدة لـ y ، ولا توجد قيمة لـ y ترتبط بأكثر من قيمة لـ x

✗ $y = x^2 - 3$

✓ $y = x^3 - 3$



$$2^{\log_2 6} = 6$$

$$\log_5 5^8 = 8$$

صيغة تغيير الأساس

$$\log_5 3 = \frac{\log_a 3}{\log_a 5}$$

$$\log_b(-9) \notin \mathbb{R}$$

$$\log_b 0 \notin \mathbb{R}$$

$$\log_b 1 = 0$$

خصائص اللوغاريتمات

$$\log_4 x = \log_4 8 \Leftrightarrow x = 8$$

لوغاريتم حاصل القسمة هو طرح لوغاريتم عوامله

$$\log_5 \frac{12}{3} = \log_5 12 - \log_5 3$$

لوغاريتم حاصل الضرب هو مجموع لوغاريتم عوامله

$$\log_6(5 \times 7) = \log_6 5 + \log_6 7$$

متباينات log

$$\log_3 x > 7 \Leftrightarrow x > 3^7$$

$$\log_3 x < 7 \Leftrightarrow 0 < x < 3^7$$

$$\log_3 x > \log_3 2 \Leftrightarrow x > 2$$

حل المعادلات الأسية واللوغاريتمية

معادلة لوغاريتمية

log في طرفين من المعادلة

حذف log من الطرفين
ثم حل المعادلة

$$\log_8(2x + 1) = \log_8 21$$

$$2x + 1 = 21$$

$$2x = 21 - 1$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

log في طرف واحد من المعادلة

تحويلها إلى معادلة
أسية، ثم حل المعادلة

$$\log_x 81 = 4$$

$$x^4 = 81$$

$$x^4 = 3^4$$

$$x = 4$$

معادلة أسية

الأساس \neq الأساس

بأخذ log للطرفين
ثم حل المعادلة

$$4^x = 17$$

$$\log 4^x = \log 17$$

$$x \log 4 = \log 17$$

$$x = \frac{\log 17}{\log 4} \approx 2.04$$

الأساس = الأساس

الأس = الأس

$$2^{x-5} = 64$$

$$2^{x-5} = 2^6$$

$$x - 5 = 6$$

$$x = 6 + 5$$

$$x = 11$$

المتطابقات المثلثية

متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$$

متطابقات المقلوب

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

متطابقات فيثاغورس

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

متطابقات مجموع زاويتين والفرق بينهما

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

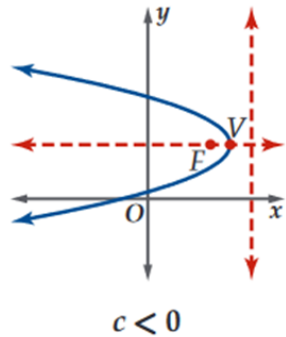
$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \cdot \tan B}$$

القطع المكافئ

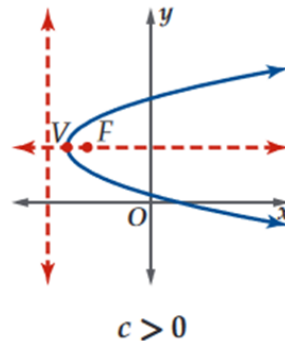
القطع مفتوح أفقيًا

الصورة القياسية $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

مفتوح لليسار



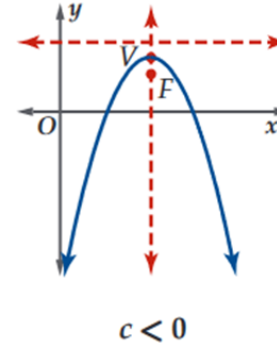
مفتوح لليمين



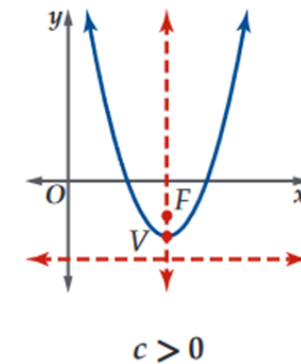
القطع مفتوح رأسيًا

الصورة القياسية $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

مفتوح للأسفل



مفتوح للأعلى



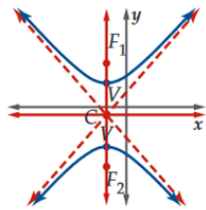
تطوير - إنتاج - توثيق

القطع الناقص والزائد

القطع الزائد

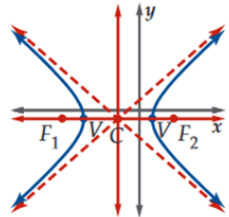
مفتوح رأسيًا

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$



مفتوح أفقيًا

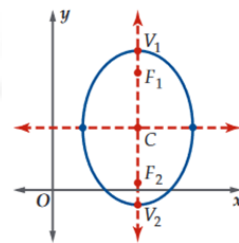
$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



القطع الناقص

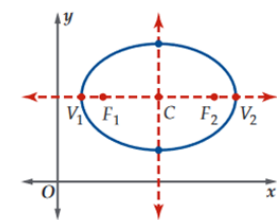
مفتوح رأسيًا

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} + \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$



مفتوح أفقيًا

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



تطوير - إنتاج - توليف

قطع مكافئ

$$B^2 - 4AC = 0$$

تحديد نوع القطع
المخروطي

دائرة

$$B^2 - 4AC < 0, B = 0, A = C$$

قطع ناقص

$$B^2 - 4AC < 0, A \neq C \text{ أو } B \neq 0$$

قطع زائد

$$B^2 - 4AC > 0$$

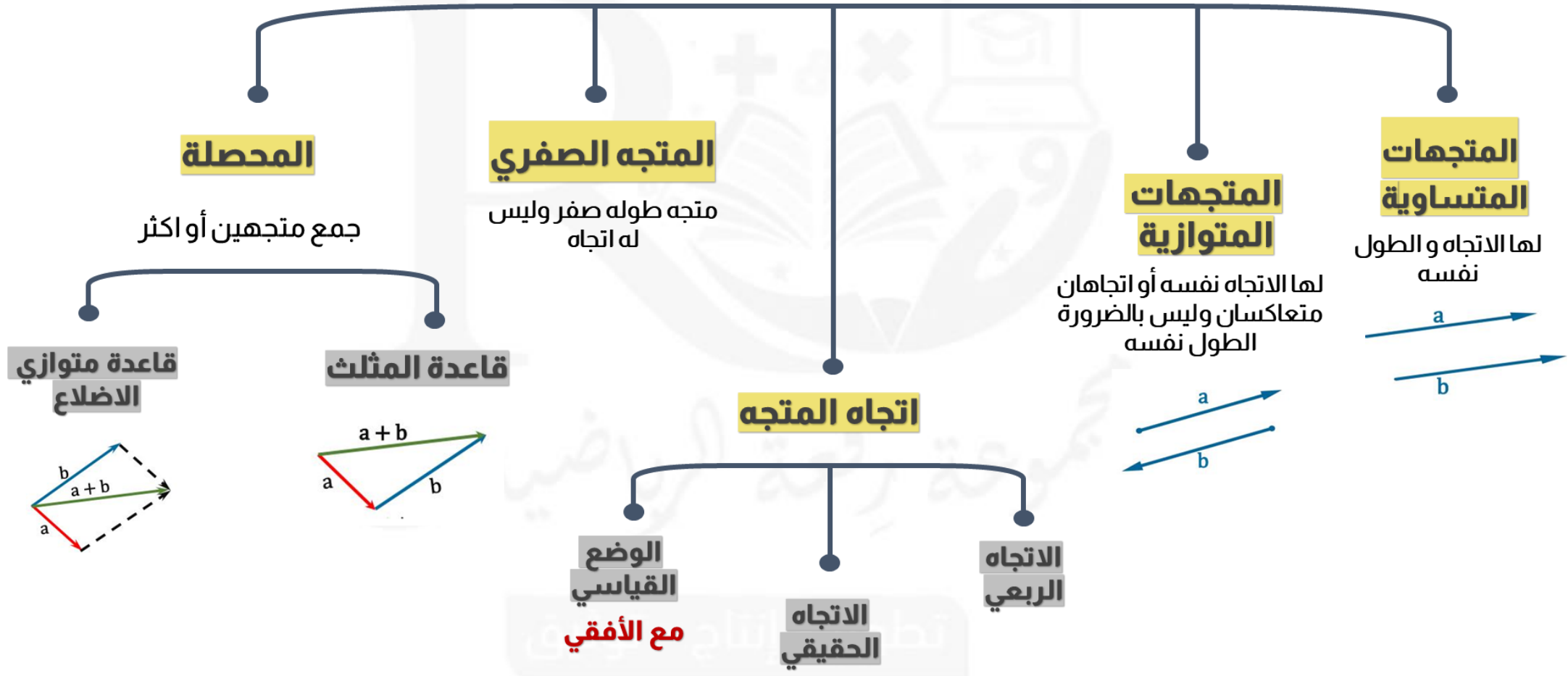


توليف

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ الصورة القياسية}$$

رياضيات 6

المتجهات



المتجهات في المستوى الإحداثي

الضرب الداخلي

$$a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2$$

يكون المتجهان متعامدان إذا كان حاصل الضرب الداخلي صفر

الزاوية بين متجهين غير صفرين

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$

الصورة الإحداثية للمتجه

الصورة المثلثية

$$\langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

الصورة الإحداثية بدلالة نقطتين

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

توافق خطي

$$\langle a, b \rangle = ai + bj$$

متجه الوحدة

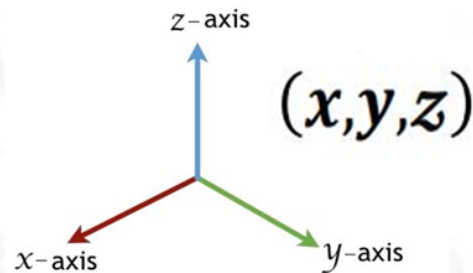
طوله يساوي 1 ويمكن إيجاد متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه المتجه v

$$u = \frac{v}{|v|}$$

نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد

الثلاثي المرتب

شكل كتابة النقطة في
الفضاء



الضرب القياسي الثلاثي

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

الضرب الاتجاهي

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

متجه عمودي على
المستوى الذي يحوي
المتجهين

الإحداثيات القطبية

التحويل من الإحداثيات
الديكارتية إلى الصورة
القطبية

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad \text{if } x > 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180^\circ \quad \text{if } x < 0$$

$$\theta = 90^\circ \text{ or } 270^\circ \quad \text{if } x = 0$$

التحويل من الصورة
القطبية إلى الإحداثيات
الديكارتية

$$x = r \cos \theta$$

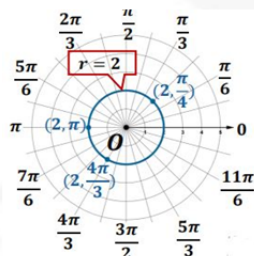
$$y = r \sin \theta$$

التمثيل القطبي

مجموعة كل النقاط

$$(r, \theta)$$

التي تحقق إحداثياتها
المعادلة القطبية



الإحداثيات القطبية

هي زوج مرتب من

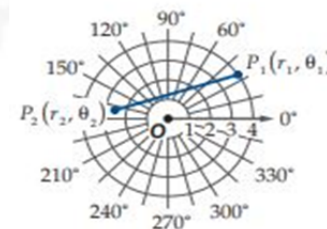
$$(r, \theta)$$

المعادلة القطبية

معادلة معطاة بدلالة
الإحداثيات القطبية

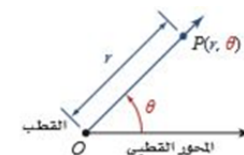
المسافة بالصيغة القطبية

$$P_1 P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$



نظام الإحداثيات
القطبية

يستخدم المسافات و
الزوايا لتحديد الموقع



تطوير - إنتاج - توليف

الصورة القطبية والمركبة

الجذور النونية للعدد 1

جذور تقع على دائرة الوحدة
لها المقياس نفسه
ويساوي 1

المقياس

القيمة المطلقة للعدد
المركب وهو يمثل r

الصورة القطبية للعدد المركب

هي إحدى طرق كتابة العدد
المركب

$$z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

المستوى المركب

هو مستوى يجوي
محورين ، محور أفقي
للجزء الحقيقي و محور
رأسي للجزء التخيلي

نظرية دي موافر

القوة النونية للعدد المركب

$$z^n = [r(\cos\theta + i \sin\theta)]^n$$

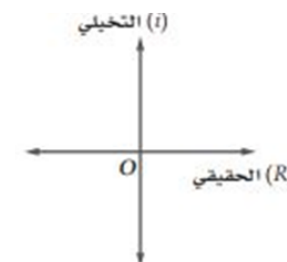
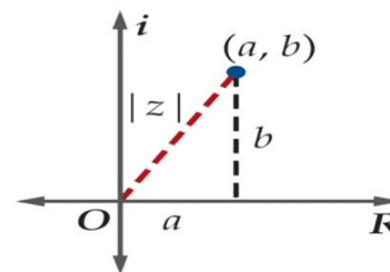
السعة

هي الزاوية بين الاتجاه
الموجب للمحور R والقطعة
المستقيمة الواصلة بين
نقطة الأصل و النقطة التي
تمثل العدد المركب حيث

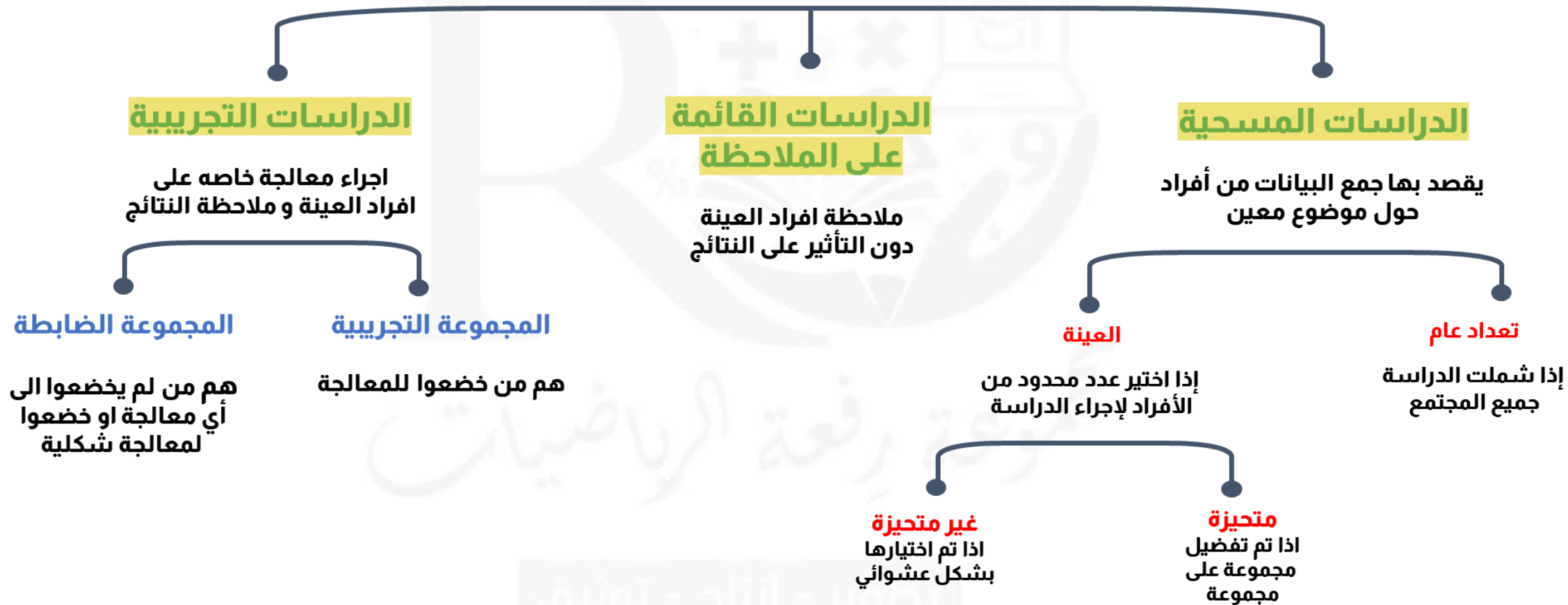
$$-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$$

القيمة المطلقة للعدد المركب

$$|z| = |a + bi|$$



أنواع الدراسات الإحصائية



التحليل الإحصائي

مقاييس التشتت

هي مقاييس تصف مقدار تباعد البيانات عن بعضها أو تقاربها عن المتوسط

التباين
هو مربع الانحراف المعياري

الانحراف المعياري

قوانينه

العينة

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$$

المجتمع

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2}{n}}$$

هامش خطأ العينة

عند سحب عينة حجمه n فإن هامش الخطأ يعطى بالقانون $\pm \frac{1}{\sqrt{n}}$

مقاييس النزعة المركزية

يقصد بالنزعة المركزية نزعة القيم نحو قيمة عددية تمثلهم

الوسيط

العدد الأوسط او المتوسط للعددين الاوسطين بعد ترتيب القيم تنازليا او تصاعديا

يستخدم عند وجود قيمة متطرفة

المنوال
هي القيمة الأكثر تكرارا بين القيم

المتوسط لحسابي
مجموع القيم مقسوما على عددها

يستخدم اذا لم توجد قيمة متطرفة

التوزيع الاحتمالي المنفصل
هو توزيع احتمالي متغيره العشوائي منفصل

القيمة المتوقعة

$$E(x) = \sum_{i=1}^{i=n} Xi.P(Xi)$$

احتمال النجاح و الفشل

فضاء العينة
 $s + f$

احتمال النجاح $P(s) = \frac{s}{s+f}$ احتمال الفشل $P(f) = \frac{f}{s+f}$

يستخدم فيها

التباديل
إذا كان الترتيب مهم

$${}^nPr = \frac{n!}{(n-1)!}$$

التوافيق
إذا كان عشوائيا و الترتيب غير مهم

$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-1)!}$$

الاحتمال و التوزيعات الاحتمالية

الاحتمال المشروط

هو احتمال حدوث الحادثة **B**
بشروط وقوع الحادثة **A** رمزه
 $P(B|A)$

قانونه

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

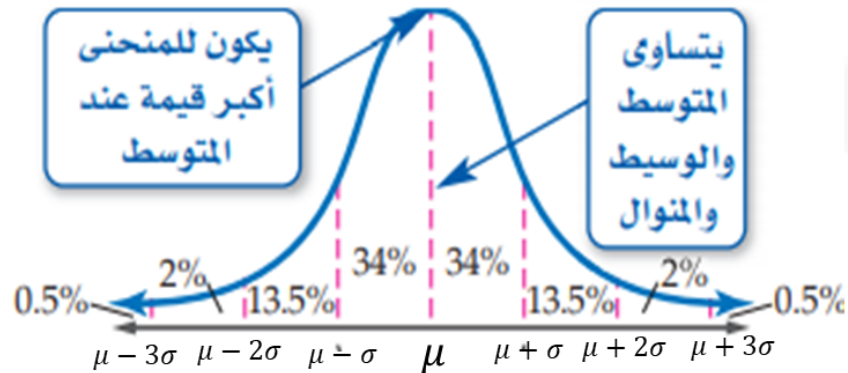
, $P(A) \neq 0$

الجدول التوافقية
هي جداول تكرارية
ذات بعدين تسجل
فيها البيانات ضمن
خلايا

تطوير - إنتاج - توثيق

التوزيع الطبيعي

القانون التجريبي



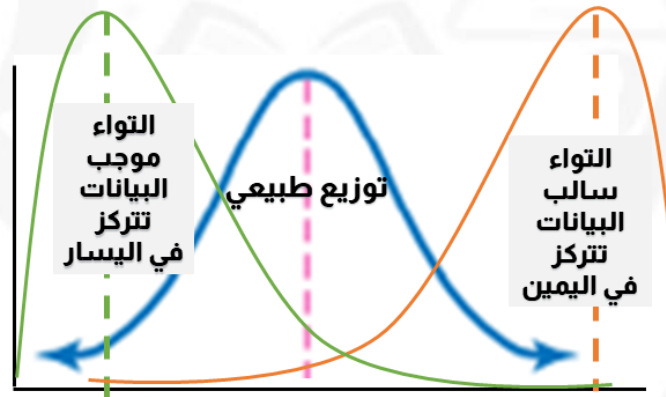
الاحتمال

أن تزيد قيمة X تم اختيارها عشوائياً عن n $P(X > n) =$

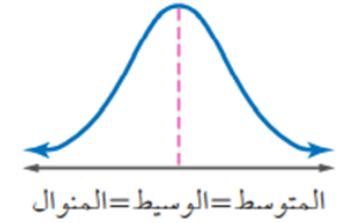
أن تقع قيمة X تم اختيارها عشوائياً بين m و n $P(m < X < n) =$

أن تقل قيمة X تم اختيارها عشوائياً عن n $P(X < n) =$

توزيعات ملتوية



خصائصه



- ١- منحنى على شكل جرس ومتماثل حول مستقيم رأسي يمر بالمتوسط
- ٢- المنحنى متصل
- ٣- يقترب من منحنى x بجزئيه الموجب و السالب ولكن لا يمسه

$$P(X) = nC_X p^X q^{n-X}$$

$$= \frac{n!}{(n-X)! X!} p^X q^{n-X}$$

صيغة احتمال ذات الحدين

لكل محاولة نتيجتان متوقعتان :
نجاح S أو فشل F

لها عدد محدد n من
التجارب المستقلة

شروط التجربة
ذات الحدين

يمثل المتغير العشوائي X عدد
مرات النجاح في n من المحاولات

احتمال النجاح P(S) يرمز له بـ p
احتمال الفشل P(F) و يرمز له بـ q
و يساوي 1-p

التوزيعات ذات الحدين

المتوسط

$$\mu = np$$

التباين

$$\sigma^2 = npq$$

الانحراف المعياري

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$$

متى نقرب التوزيع ذي الحدين
الى التوزيع الطبيعي؟

إذا كان

$$np \geq 5, nq \geq 5$$

النهايات بيانياً

عدم وجود النهاية

- ١- $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$
- ٢- تناقص قيم $f(x)$ من جهة وتزايدها من الجهة الأخرى.
- ٣- تذبذب قيم $f(x)$ بين قيمتين مختلفتين .

وجود النهاية

النهاية اليمنى $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$
النهاية اليسرى $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$

إذا كان :
 $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$
فإن النهاية موجودة

تطوير - إنتاج - توليف

النهايات جبرياً

النهاية عند المالانهاية

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

المتتابعات
نهاية الحد
النوني

الدوال النسبية
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

درجة البسط < درجة المقام

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \infty \text{ او } -\infty$$

درجة البسط > درجة المقام

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$$

درجة البسط = درجة المقام

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{\text{معامل الحد الرئيس للبسط}}{\text{معامل الحد الرئيس للمقام}}$$

دوال كثيرات الحدود

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$

إذا كانت n زوجية

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \infty$$

إذا كانت n فردية

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

النهاية عند نقطة

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

بالتعويض المباشر

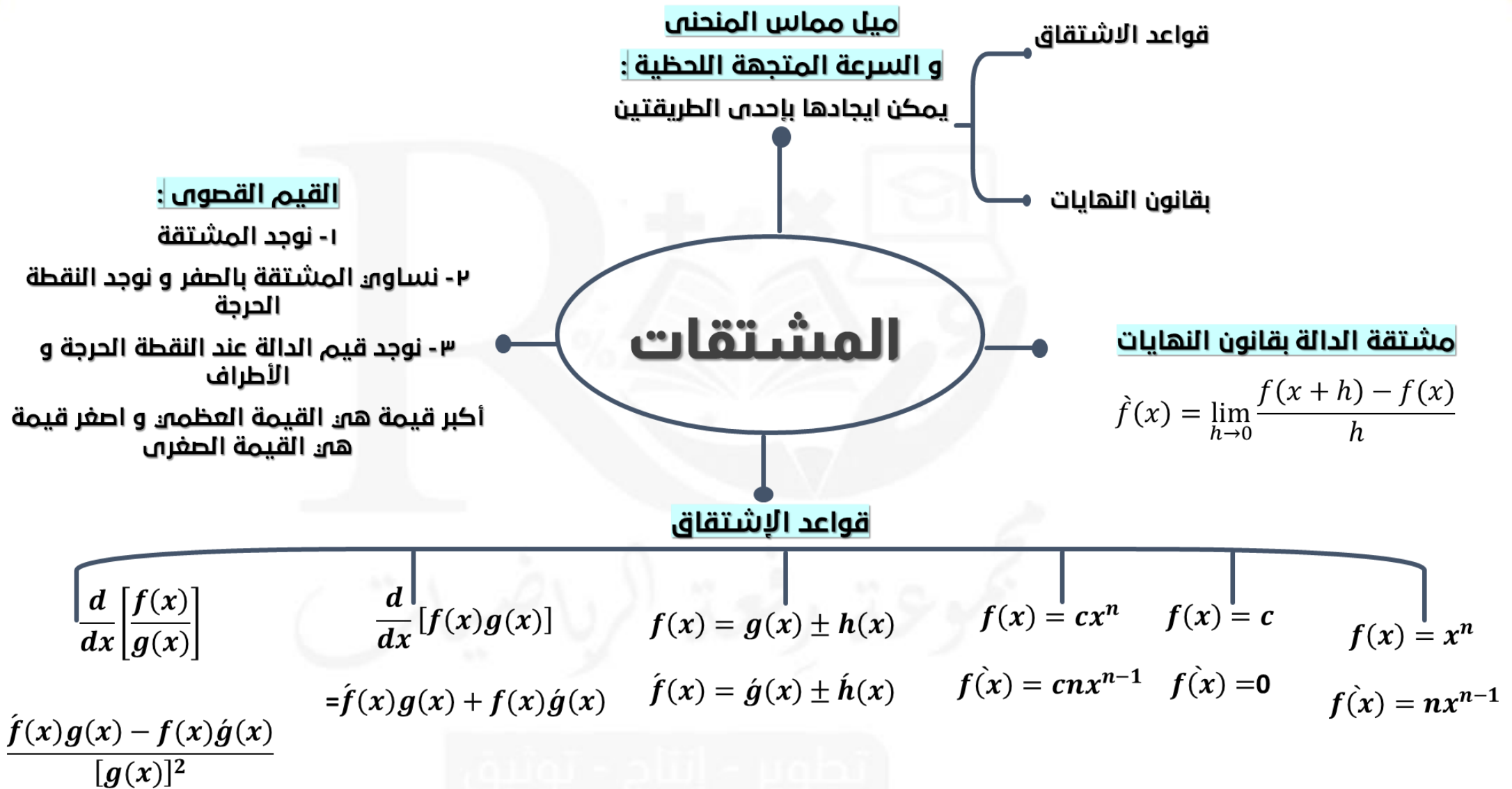
$$\frac{0}{0} =$$

صيغة غير محددة

= عدد حقيقي

انطاق البسط أو
المقام واختصار
العوامل المشتركة

تحليل البسط و المقام
و اختصار العوامل
المشتركة



$$F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c \longleftarrow f(x) = kx^n \xleftarrow{\text{قواعد الدوال الأولية}} f(x) = x^n \longrightarrow F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

**النظرية الأساسية في
التفاضل و التكامل**

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

التكامل

مجموع ريمان

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \quad , \quad x_i = a + i \Delta x$$

التكامل الغير محدود

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

حيث : $F(x)$ الدالة الأولية
 C ثابت

المراجع

- ماجروهيل - رياضيات 1 - وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار - المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل - رياضيات 2 - وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار - المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل - رياضيات 3 - وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار - المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل - رياضيات 4 - وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار - المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل - رياضيات 5 - وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار - المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل - رياضيات 6 - وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار - المملكة العربية السعودية (2008)

المراجعون

أ. لطيفة سلامة العمار	أ. منال سعد الرويلي
أ. هند علي العديني	أ. ابتسام عاتق الطاهري
أ. جواهر علي البيشي	أ. غادة محمد الفضلي
أ. هدى عبدالله الغفيص	أ. بندر رأفت بوقري
أ. خوله حميد العمراني	

كتابة المقدمة: أ. نجود مترك النفيعي

تصميم الغلاف : أ. دلال عبدالله الغفيص

تنسيق الكتاب : أ. هدى عبدالله الغفيص

الفهرس	
2	المؤلفين
3	رؤية مجموعة رفعة
4	المقدمة
5	الأقسام
6	محتويات رياضيات 1
7	الفصل الأول / التبرير والبرهان
16	الفصل الثاني / التوازي والتعامد
22	الفصل الثالث/ المثلثات المتطابقة
27	الفصل الرابع/ العلاقات في المثلث
28	محتويات رياضيات 2
29	الفصل الأول/ الأشكال الرباعية
34	الفصل الثاني/ التشابه
38	الفصل الثالث/ التحويلات الهندسية والتماثل
44	الفصل الرابع/ الدائرة
50	محتويات رياضيات 3
51	الفصل الأول/ الدوال والمتباينات
58	الفصل الثاني/ المصفوفات
65	الفصل الثالث/ كثيرات الحدود ودوالها

الفهرس	
72	الفصل الرابع/ العلاقات والدوال العكسية والجذرية
79	محتويات رياضيات 4
80	الفصل الأول / العلاقات والدوال النسبية
84	الفصل الثاني / المتتابعات والمتسلسلات
86	الفصل الثالث/ الاحتمالات
88	الفصل الرابع/ حساب المثلثات
94	محتويات رياضيات 5
95	الفصل الأول/ تحليل الدوال
104	الفصل الثاني/ العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية
106	الفصل الثالث/ المتطابقات والمعادلات المثلثية
107	الفصل الرابع/ القطوع المخروطية
110	محتويات رياضيات 6
111	الفصل الأول/ المتجهات
114	الفصل الثاني/ الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة
116	الفصل الثالث/ الاحتمال والإحصاء
122	الفصل الرابع/ النهايات والاشتقاق
126	المراجع
127	الفهرس

