النواس الثقلي البسيط

الدراسة التحريكية :

- حركة النواس البسيط :

1- استنتاج طبيعة حركة النواس البسيط :

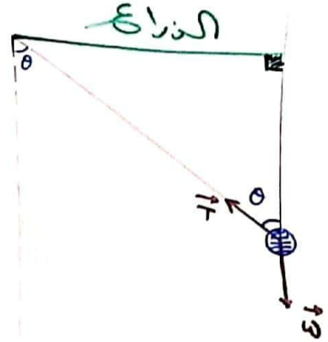
القوى الخارجية المؤثرة : قوة ثقل الكرة $\vec{\omega}$
قوة توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني :

$$\sum \overline{\Gamma}_{\vec{F}} = I_{\Delta} \cdot \overline{\alpha}$$

$$\overline{\Gamma}_{\vec{\omega}} + \cancel{\overline{\Gamma}_{\vec{T}}} = I_{\Delta} \cdot \overline{\alpha}$$

$\overline{\Gamma}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل $\vec{T}$ يلاقي محور الدوران



$$-\underbrace{l \sin\theta}_{\text{القوة} \times \text{الذراع}} \cdot \omega + 0 = m l^2 (\theta)''_t$$

$$-\cancel{m} g l \sin\theta = \cancel{m} l^{2} (\theta)''_t$$

$$-g \sin\theta = l (\theta)''_t$$

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{l} \sin\theta$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية لا تقبل حلاً جيبياً لأنها تحتوي على $\sin\theta$ بدلاً من θ

ومن ذلك بأن الاهتزازات غير توافقية

ومن أجل سعات زاوية صغيرة

$$\theta \leq 0.24\ rad \Rightarrow \sin\theta \simeq \theta$$

$$\Rightarrow (\overline{\theta})''_t = -\frac{g}{l} \overline{\theta} \quad \dots\dots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية

تقبل حلاً جيبياً من الشكل : الشاتول

$$\overline{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$\left.\begin{aligned} (\overline{\theta})'_t &= -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \overline{\varphi}) \\ (\overline{\theta})''_t &= -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \overline{\varphi}) \end{aligned}\right\}$$ للتأكد من الحل نشتق مرتين بالنسبة للزمن

$$\Rightarrow (\overline{\theta})''_t = -\omega_0^2 \cdot \theta \quad \dots (2)$$

بالمقارنة بين (1) و (2)

نجد أن $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$

النبض الخاص $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$

وذلك لأن g و l موجبان

نستنتج أن حركة النواس البسيط غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية وذلك من أجل سعات زاوية صغيرة

- ولاستنتاج الدور الخاص :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

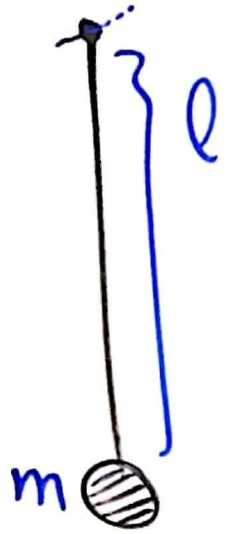
$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ملاحظات

- لا يتعلق الدور الخاص بكتلة الكرة ولا بنوع المادة المصنوعة منها
- النوسات صغيرة السعة متواقتة فيما بينها (لها نفس الدور)
- يتناسب الدور الخاص طرداً مع الجذر التربيعي لطول الخيط l
  عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية g

استنتاج الدور الخاص في النواس البسيط

انطلاقاً من علاقة الدور الخاص في النواس المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة :



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$$

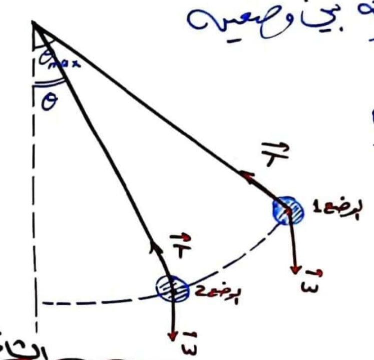
$$I_\Delta = m\ell^2 \quad , \quad d = \ell$$

$$\Rightarrow \quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{m}\,\ell^{\cancel{2}}}{\cancel{m}\,g\,\cancel{\ell}}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

استنتاج علاقة السرعة الخطية للكرة للنواس في نقطة من مسارها :



نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الثاني	الأول
الزاوية θ	السعة θ_{max}
v	$v = 0$

$$\sum \overline{W}_{\vec{F}(1\to 2)} = \overline{\Delta E_k}$$

$$\overline{W}_{\vec{w}} + \cancel{\overline{W}_{\vec{T}}} = E_{k_2} - \cancel{E_{k_1}}$$

لأن حامل $\vec{T}$ عمودي على الانتقال في كل لحظة

لأن الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$$w.h + 0 = \frac{1}{2} m v^2 - 0$$

$$\cancel{m} g\, l(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{1}{2}\cancel{m} v^2$$

$$v^2 = 2 g\, l(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

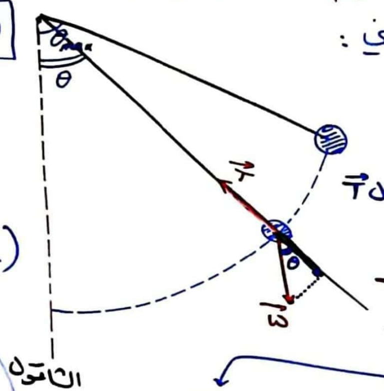
$$\Rightarrow v = \sqrt{2 g\, l(\cos\theta - \cos\theta_{max})}$$

حالة خاصة: عند المرور بالشاقول :

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 g\, l(1 - \cos\theta_{max})}$$

استنتاج علاقة توتر خيط النواس البسيط في نقطة من مسار الكرة :



نطبق قانون نيوتن الثاني :

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على محور له حامل $\vec{T}$ وجهته (الناظم)

$$-w\cos\theta + T = m.a_c$$

$$-mg\cos\theta + T = m\frac{v^2}{l}$$

$$T = mg\cos\theta + \frac{m}{l}\, 2 g\, l(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$\Rightarrow T = mg\cos\theta + 2mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$= 3mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})}$$

حالة خاصة : عند المرور بالشاقول

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$\Rightarrow T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مخطط قوانين حل مسائل النواس البسيط

حساب

الطاقة الحركية E_k (J)

السرعة الخطية v ($m s^{-1}$)

السعة الزاوية θ_{max} (rad)

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الثاني	الأول
$\theta = 0$ الشاقول	θ_{max} السعة
v	$v = 0$

$$\sum \overline{W}_{\vec{F}(1\to 2)} = \overline{E_k}$$

$$\overline{W}_{\vec{w}} + \cancel{\overline{W}_{\vec{T}}} = E_{k_2} - \cancel{E_{k_1}}$$

لأنه حامل T يعامد الانتقال في كل لحظة

لأنه الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$$w \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\cancel{m} g\, l(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{1}{2}\cancel{m} v^2$$

ثم نعزل المطلوب ..

الدور الخاص (في حالة السعات الكبيرة)

$$T_0' = T_0 \left[1 + \frac{\theta^2_{max}}{16}\right]$$

(s)

"بالراديان حصراً"

الدور الخاص (في حالة السعات الصغيرة)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

(s) — l (m) — g ($m s^{-2}$)

حساب توتر الخيط

نطبق قانون نيوتن الثاني

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

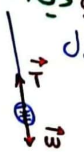
$$\vec{w} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

(N)

لحتى أسقط لازم أرسم ..

ولحتى أرسم بسأل حالي وين أنا ؟!؟

بجاوب حالي عند الشاقول



طول خيط النواس المواقت للنواس المركب

T_0 بسيط $=$ T_0 مركب

قانون $=$ قيمة

ثم نعزل l

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner