اسهل عن بعد

الموقع الرسمي:

http://www.easyel.net

جامعة الإمام محمد بن سعود

تخصص إدارة أعمال

تفريغ الرياضيات المالية (118 مال)

د. ربيع تركي القحطاني

إعداد/ ماجد الحايطي & أم ريتاج

محتوى المقرر :

الفصل الاول مفاهيم اساسية في الجبر	الفصل الثاني العلاقات والدوال	الفصل الثالث : الأساس والقوة واللوغاريثم	الفصل الرابع : متتاليات الاعداد
• مفهوم المجموعة . • العمليات على المجموعات. • مجموعات الأعداد.	• مفهوم العلاقة. • مفهوم الدالة. • مجال والمجال المقابل الدالة • الدالة العكسية	• الاساس والقوة • خصائص الاساس ةالقوة • اللوغاريثم • خصائص اللوغاريثم • اللوغاريثم العشري	• تعريف المتتالية • المتتالية الحسابية • المتتالية الهندسية
الفصل الخامس : ضرب وتحليل المقادير الجبرية	**الفصل السادس: المعادلات والمتباينات**	**الفصل السابع: المصفوفات والمحددات**	**الفصل الثامن : التفاضل والتكامل**
• ضرب المقادير الجبرية • القاسم المشترك الأكبر • المضاعف المشترك الأصغر • طرق التحليل	• المعادلات الجبرية في متغير واحد • المعادلات من الدرجة الثانية • نظام من المعادلات • المتباينات	• مفهوم المصفوفة • العمليات على المصفوفات • المحددات وخواصها • استخدام المحددات في حل المعادلات	• التفاضل وخواصه • التكامل

الفصل الاول مفاهيم اساسية في الجبر

الدرس الأول :

تعريف المجموعة:

تجمع أية أشياء يسمى مجموعة، ونسمي هذه الاشياء بعناصر المجموعة ، مثلاً:
السبت، الأحد، الاثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، الجمعة.
هذه العناصر تشكل مجموعة، يمكن تسميتها بمجموعة أيام الاسبوع.

كتابة المجموعة: تكتب المجموعة بطريقتين :

١- طريقة رصد (سرد) العناصر:

في الطريقة تقوم بكتابة عناصر المجموعة
يتم ذلك ب وضع عناصر المجموعة بين القوسين "{ }" ونفصل بين كل عنصر والاخر بالفاصلة " ، "

نلاحظ ترتيب العناصر لا يوثر على المجموعة كذلك التكرار .
مثلا : نكتب مجموعة ايام الأسبوع كالاتي : {الجمعة , الخميس ، الأربعاء ، الثلاثاء، الأثنين ، الاحد ، السبت} الترتيب هنا لايؤثر

٢- طريقة الصفة المميزة :

في هذه الطريقة نذكر الخاصية (الخواص) المشتركة بين عناصر المجموعة

يتم ذلك ب نكتب داخل القوسين " { } "من اليسار متغير (اعادة x) ونضع الرمز "|"ويقرا "حيث ان" ثم نكتب x متبوعا بالخاصية المشتركة للعناصر مثلا :

{x من أيام الأسبوع | x} تقرأ "مجموعة العناصر x حيث ان x من ايام الأسبوع "

قد تستخدم ثلاث نقاط " ... " للدلالة على نمط تسلسل العناصر فمثلا يمكن كتابة مجموعة أحرف اللغة العربية كما يلي :
{ ي ، و، ...، ث، ت، ب، أ}

مثال
لتكن { 1,2,3,...,7 } كم عدد عناصر هذه المجموعة ؟
الحل :
عناصر هذه المجموعة هي 1،2،3،4،5،6،7 (اي أن عددها سبعة).

المجموعة المنتهية والمجموعة غير المنتهية :

المجموعة قد تكون منتهية أي قابلة للعد (عدد عناصرها محدده) مثلا:
{x طالب في جامعة الأمام | x} لاحظ كل الأمثلة السابقة لمجموعة منتهية

وقد تكون مجموعة غير منتهية مثل :
{ xعدد زوجي | x} ← {2,4,6,8.....}

تسمية المجموعة (عنوان المجموعة) :

نسمي المجموعة بحرف كبير مثل A ,B , X وغيرها فمثلا نقول:
أن A هي مجموعة الصلوات المفروضة ، B هي مجموعة ايام الأسبوع , X هي مجموعة أحرف اللغة العربية
A ={ X| x من الصلوات المفروضة }
B= { السبت ، الاحد ، الأثنين ، الثلاثاء ، الأربعاء ، الخميس}
X= {أ ، ب، ت، ث، ... ، و ، ي }

١- كتابة المجموعة بطريقة رصد (سرد) العناصر	٢- كتابة المجموعة بطريقة الصفة المميزة
A={ الفجر , الظهر , العصر , المغرب , العشاء} B={الخميس ، الأربعاء ، الثلاثاء ، الأثنين ، الاحد ، السبت } X={ ي ، و ، ... ، ث، ت، ب، أ}	A={X| x من الصلوات المفروضة } B={X| x من أيام الأسبوع } X ={X| x من أحرف اللغة العربية }

انتماء عنصر لمجموعة

عندما **يكون عنصر موجود في مجموعة (ضمن عناصرها)** نقول أن هذا العنصر ينتمي لهذه المجموعة

مثلا صلاة الفجر ضمن الصلوات المفروضة فنقول الفجر ينمتي للمجموعة A، نكتب ذلك A ∈الفجر

إذا كان العنصر غير موجود في المجموعة قلنا انه لا ينتمي إليها فمثلاً صلاة العيد لا تنتمي للمجموعة A ، نكتب ذلك A ∉ صلاة العيد

مثال : إذا كانت C= {2,4} أي العبارات التالية خاطئة.

a-2∈ c b-7 ∉c c- 4 ∈ c **d- 4∉c**

س/ اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت { x من أيام العطلة الأسبوعية في السعودية |X} فنكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر كالأتي:

(b) { الجمعة , السبت} A

(a) A={ الخميس, السبت}

(d) A={ الجمعة , السبت, الأثنين}

(c) A= { الجمعة , السبت و الأحد}

س/ اختر الإجابة الصحيحة:

المجموعة الأولى في نهائيات كأس العالم 2018 بروسيا ضمت منتخبات السعودية ومصر والاورجواي وروسيا ، نكتب هذه المجموعة بطريقة الصفة المميزة كالأتي:

(a) **{ Xمن منتخبات المجموعة الأولى في نهائيات كأس العالم |X }**

(b) {السعودية ومصر والاورجواي وروسيا }

(c) { Xمن منتخبات المشاركة في نهائيات كأس العالم |X}

(d) {السعودية والاورجواي وروسيا }

الدرس الثاني :

المجموعة الجزئة

إذا كانت كل عناصر مجموعة موجودة ضمن عناصر مجموعة أخرى، نقول إن المجموعة الأولى جزئية من المجموعة الثانية، ونرمز لذلك بالرمز "⊂ " ويقرأ "جزئية من "

{السبت، الجمعة، الخميس، الأربعاء، الثلاثاء، الإثنين، الأحد} ⊂ {السبت ، الجمعة}

{ج، د، ي} ⊂ {x من حروف فكلمة جديدا |x }

لإحظ في المثال الثاني المجموعتان متساويتان، في هذه الحالة يمكن استخدام الرمز " $\subset$ " ويقرأ جزئية أو تساوي

{ج، د، ي} $\subset$ {x من حروف فكلمة جديدا xl }

أو استخدام رمز المساواة {ج، د، ي} $\subseteq$,= {x من حروف فكلمة جديدا xl }

المجموعة غير الجزئية

إذا وجد على الأقل عنصر في المجموعة الأولى لا يوجد في المجموعة الثانية نقول إن المجموعة الأولى ليست جزئية من المجموعة الثانية

فمثلاً: $\{1,2,4,5\} \not\subset \{1,2,3,5,7,9\}$

العبارة	المعنى
$a \in A$	العنصر a ينتمي A
$b \notin B$	العنصر b لا ينتمي B
$A \subset C$	المجموعة A جزئية فعلية من المجموعة C
$C \not\subset B$	المجموعة C ليست جزئية من المجموعة B
$A \subseteq B$	المجموعة A جزئية أو تساوي B

المجموعة الشاملة

إذا كانت هنالك دراسة ما تحوي عدد من المجموعات وكانت هنالك مجموعة تحوي عناصركل هذه المجموعات فإننا نسميها المجموعة الشاملة، نرمز للمجموعة الشاملة بالرمز *U*.

فمثلاً: ليكن اهتمامنا بالمجموعات التالية: مجموعة طلاب كلية العلوم الاجتماعية بجامعة الإمام، مجموعة طلاب كلية الشريعة بجامعة الإمام، مجموعة طلاب كلية الاقتصاد بجامعة الإمام ومجموعة طلاب جامعة الإمام. نلاحظ ان مجموعة طلاب جامعة الإمام تحوي عناصر المجموعات الثلاثة، بالتالي فهي المجموعة الشاملة

المجموعة الخالية

المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا تحوي أية عنصر، نرمز لها بالرمز $\emptyset$ أو { }

المجموعة	الرمز	مثال	الخصائص
1) مجموعة الأعداد الطبيعة	N	N = {1, 2, 3, ... }	▪ مجموعة غير منتهية. ▪ الصفر لا ينتمي للمجموعة $0 \notin N$ ▪ N محدودة من أسفل بالعدد 1(تبدأ من العدد 1) ▪ لاتحوي أعداد سالبة ▪ لاتحوي أعداد كسرية
2)مجموعة الأعداد الصحيحة	Z	Z = { , -3 , -2 , -1 , 0 , +1 , +2 , +3 , +.... }	• مجموعة غير منتهية • تحوي اعداد سالبة وأحداد موجبة وتحوي اعداد سالبة وأعداد موجب • الصفر ينتمي للمجموعة $0 \in Z$ • الاعداد الطبيعية مجموعة جزئية من الأعداد الصحيحة $Z \subset N$
3) مجموعة الأعداد النسبية (الكسرية)	Q	$Q = \{\frac{a}{b} \mid a,b \in z, b \neq 0\}$	▪ مثلا: $3\frac{1}{9} \in Q$, $-5 \in Q$, $0 \in Q$, $\frac{3}{4} \in Q$, $4 \in Q$ 1 ينتمي للاعداد النسبيةلان $= \frac{1}{1} = 1$- 4 ينتمي للاعداد النسبية لان $= \frac{4}{1} = 4$ ▪ نلاحظ: Q تكتب بطريقة الصفة المميزة. ▪ يسمى العدد a البسط والعدد b المقام، b لا يمكن أن يكون صفرا. ▪ $Q \subset N$ و $Z \subset Q$ ، لندمج هاتين العبارتين معا $Z \subset Q \subset N$
4) مجموعة الأعداد غير النسبية	$\acute{Q}$ أو Q^c		هناك أعداد لا يمكن كتابتها في الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $a, b \in z$ مثل الجذور ...., $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$(تسمى جنورصماء) ،تسمى مجموعة مثل هذه الأحداد بمجموعة الأعداد غير النسبية

5)مجموعة الأعداد الحقيقية	ترمز لها ب **R**	ونعني بها كل الأعداد (الطبيعية مع الصحيحة مع النسبية مع غير النسبية) **مجموعة الأعداد النسبية مع مجموعة الأعداد غير النسبية تشكل مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية ،** $N \subset Z \subset Q \subset R$

فمثلاً: {x من طلاب مال 118يدرس علم الشغير A= { xl

$A=\emptyset$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت $A=\{1,2,3,4,5\}$ $C=\{2,4\}$ فإن :

C∈ B (d) **C⊂ A (c)** **C∈ A(b)** **C∉ A(a)**

الدرس الثالث:

مجموعات الأعداد الرئيسية :

لقد تعرفنا على مجموعات الأعداد الرئيسية و هي:

الرمز	المجموعة
N	مجموعة الأعداد الطبيعية
Z	مجموعة الأعداد الصحيحة
Q	مجموعة الأعداد النسبية
Q^C	مجموعة الأعداد غير النسبية
R	مجموعة الأعداد الحقيقية

هنالك مجموعات ثانوية مثل:

- **مجموعة الأعداد الكلية:** وهي عبارة عن الأعداد الطبيعية بالإضافة إلى الصفرتبدأ من صفر إلى ما لا نهاية أي أن الأعداد
- **/لكلية هي { .... 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 } = W**
- **مجموعة الأعداد الزوجية** أي عدد يقبل القسمة على 2 هو عدد زوجي **{2,4,6,...}**
- **مجموعة الأعداد الفردية:** أي عدد لايقبل القسمة على 2 **{1,3.5,...}**
- **مجموعة الأعداد الأولية** هو العدد الذي يقبل القسمة على نفسه وواحد **{2,3,5,7,11,13,...}**

نسترجع بعض الرموز الأساسية:

الرمز	المعني
$<$	" أصغر من" 3<5
$\leq$	"أصغر من أو يساوي" مثلا: 3≤5 مثال اخر 3≤5
$>$	أكبر من" مثلا: 8>2
$\geq$	" أكبر من أو يساوي" مثلا8≥2مثال آخر 2≥2
$=$	" يساوي مثلا 10 = 10
$\neq$	"لا يساوي مثلا 5 ≠ 3

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

س/ لتكن المجموعة ، $A=\{x \in Z \mid 2 \leq x < 5\}$ تكتب المجموعةAبطريقة رصد العناصر بالصورة:

(a) A={3,4,5} **(b)A={2,3,4,5}**

(c) A={2,3,4} **(d) A={3,4}**

الحل: نبدا من رقم 2 لانه اكبر من او يساوي واصغر من 5

(c) A={2,3,4}

س/ لتكن المجموعة $A=\{ X\in N|X < 4\}$ ، تكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر بالصورة:

(a) A={0,1,2,3} (b) A={1.2,3,4}

(c) A={1.2.3} (d) A={0.1,2,3,4}

مثال: اختر الإجابة الصحيحة : س/ يعد العدد 20 عدد :

(a) زوجي (b) أولي (c) فردي (d) غير نسبي

الحل: (a) زوجي

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: س/ يصنف العدد $\sqrt{3}$ على أنه عدد :

(a) طبيعي b)) غير نسبي (c) صحيح (d) نسبي الحل: غير نسبي

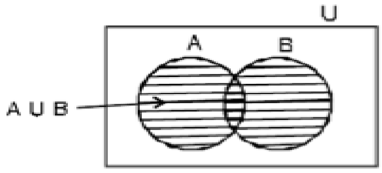
الدرس الرابع

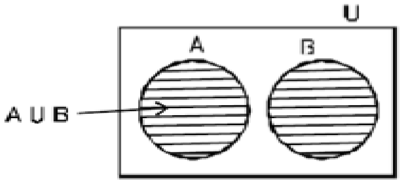
العمليات على المجموعات

لتكن A و B مجموعتان ولتكن 0 المجموعة الشاملة، هنالك عمليات يمكن إجراءها على هذه المجموعات:

(1) الإتحاد:

اتحاد المجموعتين ، يمكن تمثيل اتحاد U هو المجموعة التي تضم عناصر المجموعتين معا ، نرمز للاتحاد بالرمز A U B
المجموعتين A و B بالشكلين أدناه (تسمى أشكال فن Wenn diagram)





مثال:

لتكن A={1,3,4,5}

B={2,3,4,6}

أوجد BAU الحل:

AUB={1,2,3,4,5,6}

الشرح : الاتحاد هو U هو اتحاد اجتماع عناصر مجموعتين في مجموعه جديدة مثال{ } = A

B={2,3,4,6} A={1,3,4,5} AUB={1,2,3,4,5,6}

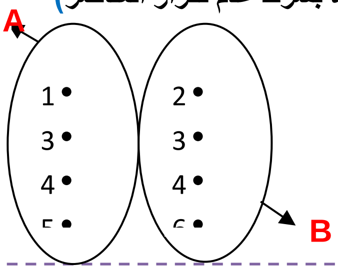
(ذكرنا جميع العناصر من المجموعتين في مجموعة واحدة بشرط عدم تكرار العناصر)

اذا كان B و A مجموعتين فان :

✓ B U A = A U B

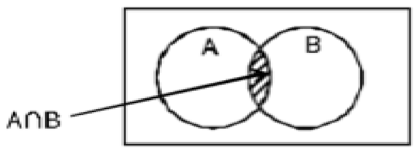
✓ A U A = A

✓ A U Ø = A



(2) التقاطع:

تقاطع المجموعتين A و B هو المجموعة التي تضم العناصر المشتركة بين المجموعتين ، نرمز للتقاطع بالرمز∩ .



إذا لم تكن هنالك عناصر مشتركة بين المجموعتين قلنا أن التقاطع يساوي مجموعة خالية A∩B=∅

لتكن A={1,3,4,5} و B={2,3,4,6} اوجد A∩B

الحل: A∩B={3,4}

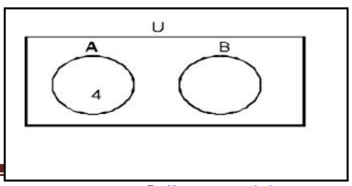
خصائص التقاطع

اذا كان B و A مجموعتين فان :

1. B ∩ A = A ∩ B

2. A ∩ A = A

3. A ∩ ∅ = ∅



الشرح: التقاطع هو ∩ هو مجموعه جديد تحوي العناصر المشتركة بين المجموعتين دون تكرار العناصر المكررة في المجموعات السابقة مثال أخر

A = { 1 , 3 , 4 , 6 , 7 }

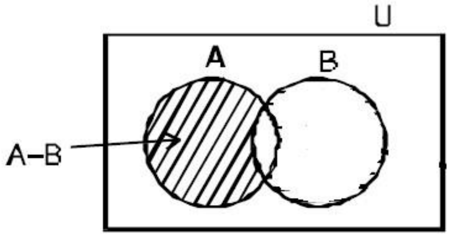
B = { 2 , 3 , 5 , 6 , 8 }

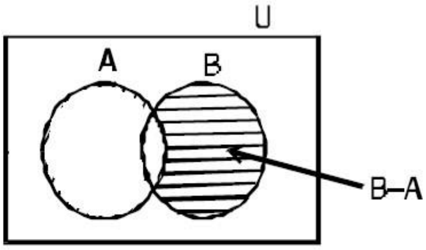
أوجد قيمة A ∩ B الحل : نأخذ الأعداد المتكررة بين المجموعتين

A ∩ B = { 3 . 6 }

(3)الفرق

المجموعة A **فرق المجموعة** B هي المجموعة التي تضم عناصر المجموعة **A التي لاتنتمي إلى المجموعة B**،نرمزلهذا الفرق بالرمز $A\text{-}B$





مثال:

لتكن **A={1,3,4,5}** و **B={2,3,4,6}** اوجد

A-B

B-A

الحل:

A-B={1,5} (أي العنصر الذي لا ينتمي وغير موجود في B نذكره)

B-A={2,6} (أي العنصر الذي لا ينتمي وغير موجود في A نذكره)

نلاحظ أن A-B ≠ B-A (A-B ≠ B-A الا اذا كان A=B)

لاحظ

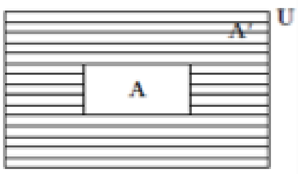
A-A=Ø

A-Ø=A

(4) متممة المجموعة :

لنفرض ان مجموعة طلاب جامعة الإمام هي المجموعة الشاملة U،ولتكن A هي مجموعة طلا بكلية العلوم الاجتماعية ،نسمي المجموعة التي تحوي كل طلاب الجامعة الذين لاينتمون لكلية العلوم الاجتماعية بالمجموعة المتممة للمجموعة A،

ونرمز لها بالرمز A^C أو $\acute{A}$.



مثال:

لتكن U={1,2,3,4,5,6} المجموعة الشاملة ولتكن A={2,3,4,6} أوجد A^C

الحل: نبحث عن عناصر U التي لاتنتمي إلى A فبالتالي فإن: A^C ={1,5}

لاحظ:

$U^C = \emptyset$

$\emptyset^C = U$

مثال:اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن A={1,-3,4 ,,$\frac{5}{7}$} و B={2,-3,4,6} فإن $A \cap B$ يساوي: (هنا رمز التقاطع)

(a). {1,2,-3,4,5,6,$\frac{5}{7}$} (b) Ø (c) {-3,4} (d) {3,4}

الحل: {-3,4 } (c)

مثال: لتكن A={1,-1,2,-2} و B={2,-3,4} فإن $A \cup B$ يساوي: (هنا رمز الاتحاد)

(a) ={1,-1,2,-2,2,-3,4} (b)Ø (c){1,2,3,4} (d){2}

الحل (a) ={1,-1,2,-2,2,-3,4}

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

لتكن A={1,-1,2,-2} و B={2,-3,4} **فإن A - B يساوي:**

(a) {2,-3} (b) {-3,4} (c){1,-1,2} (d) {1,-1,-2}

الحل: (d) {1,-1,-2}

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

لتكن U ={2,4,6,8,10} المجموعة الشاملة لتكن A={4,6} فإن A^C

الفصل الثاني العلاقات والدوال

(a) {2,4,8,10} (b) {2,10} (c) {2,8,10} (d) {1,2,3,5,6,7,8,9,1}

الحل: (c) {2,8,10}

الدرس الأول

العلاقة

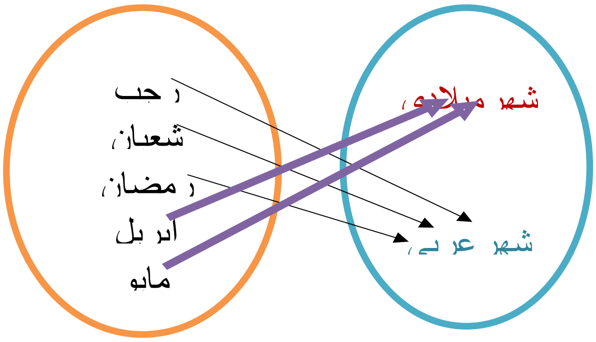
العلاقة / هي ارتباط بين عناصر مجموعتي تسمى المجموعة الأولى بمجال العلاقة وتسمى (المجموعة الثانية بالمجال المقابل)أو المجال المصاحب.

تأمل المجموعتين:

A = {رجب، شعبان، رمضان، أبريل, مايو}

B = {شهرميلادي ، شهر عربي}

لاحظ أن رجب، شعبان، ورمضان من الشهور العربية، أما أبريل ومايو من الشهور الميلادية ،يمكن عمل علاقة بين عناصر المجموعة A وعناصر المجموعة B بحيث ترتبط العناصر "رجب، شعبان، ورمضان" بالعنصر "شهر عربي"، ويرتبط العنصران "أبريل ومايو "بالعنصر "شهر ميلادي." لنعبر عن هذه العلاقة بالمخطط السهني التالي:



يمكن أن نكتب هذه العلاقة في صورة أزواج مرتبة كالاتي:

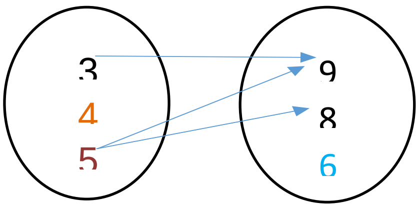
{(أبريل شهر ميلادي)، (رمضان شهر عربي)، (شعبان شهر عربي)، (رجب شهر عربي)}

{(مايو شهر ميلادي) **هنا نسميها ازواج مرتبة (,)**

هذه علاقة بين المجموعة A و المجموعة B ، مجال العلاقة هو المجموعة A ومجالها المقابل هو المجموعة B .

ليس بالضرورة أن ترتبط كل عناصر المجال وأن ترتبط كل عناصر المجال المقابل،

مثلا: لتكن R علاقة من المجموعة A إلى المجموعة B ، معرفة بالمخطط السهمي التالي:



لاحظ مثلا :

- العنصر "4" في المجموعة A لم يرتبط بأي عنصر في المجموعة B .
- العنصر "6" في المجموعة B لم يرتبط بأي عنصر في المجموعة A .
- العنصر "5 " في المجموعة A ارتبط بعنصرين في المجموعة B .

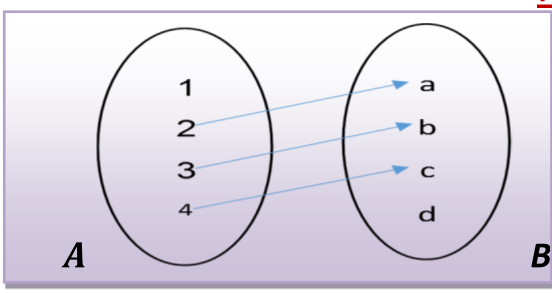
الدالة: (مهم)

الدالة هي علاقة تربط **كل** عنصر من عناصر المجال بعنصر **وحيد** من عناصر المجال المقابل .
نرمز للدالة عادة بالرمز f ، فإذا كان لدينا دالة **مجالها المجموعة A ومجالها المقابل المجموعة B** نقول أن f دالة من المجموعة A إلى المجموعة B ونكتب ذلك كالآتي:

$$f : A \rightarrow B$$

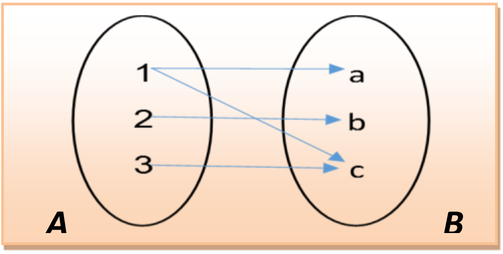
تأمل العلاقات التالية:

المثال الاول :



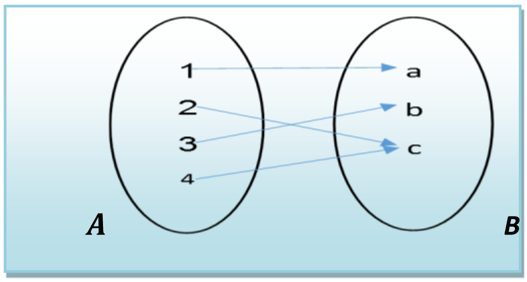
العنصر"1" في المجموعة A **لم يرتبط** بأي عنصر في المجموعة B . هذه العلاقة ليست دالة.

المثال الثاني :



لاحظ العنصر "1" في المجموعة A **ارتبط بأكثر** من عنصر في المجموعة B . هذه العلاقة ليست دالة.

المثال الثالث :



لاحظ **كل عنصر** في المجموعة A **ارتبط بعنصر وحيد** في المجموعة B .

هذه العلاقة دالة.

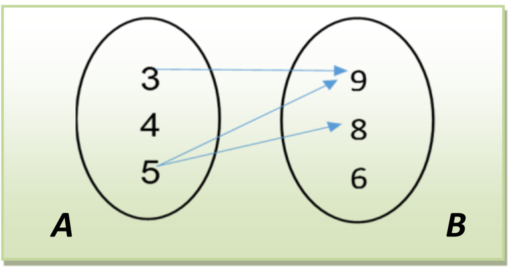
نكتب هذه الدالة في صورة أزواج مرتبة كالآتي:

$$f = \{(1, c),(2,a), (3,b), (4,c)\}$$

المجال A = (1,2,3,4)

المجال المقابل B=(a,b,c,d)

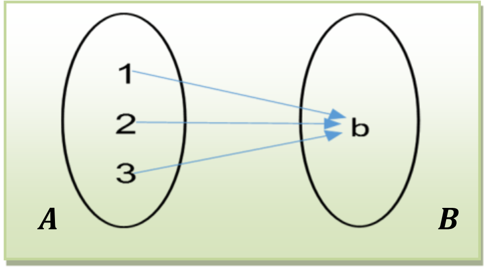
المثال الرابع :



لاحظ العنصر "5" في المجموعة A **ارتبط بأكثر** من عنصر في المجموعة B .

هذه العلاقة ليست دالة

المثال الخامس :



لاحظ **كل عنصر** في المجموعة A **ارتبط بعنصر وحيد** في المجموعة B .

هذه العلاقة دالة.

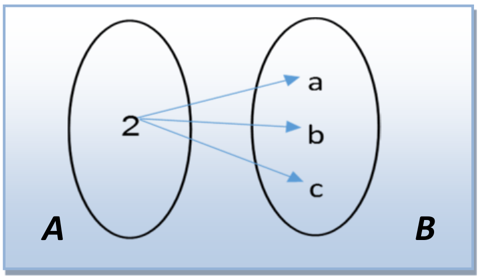
نكتب هذه الدالة في صورة أزواج مرتبة كالآتي:

$f=\{(1,b),(2,b),(3,b)\}$

المجال A = (1,2,3)

المجال المقابل (b)=B

المثال السادس :



لاحظ **كل عنصر** في المجموعة A ارتبط بعنصر **وحيد** في المجموعة B .

هذه العلاقة ليست دالة.

مثال: اختر الإجابة الصحيحة: مهم

الدالة $f=\{(1,a),(5,b),(7,d),(4,c)\}$ مجالها هو:

a. دالة مجالها $\{1,5,6,7\}$

b. دالة مجالها $\{1,5,7,4\}$

c. دالة مجالها $\{a,b,c\}$

d. دالة مجالها $\{1,a,5,b,7,d,4,c\}$

الحل:

(b) دالة مجالها $\{1,5,7,4\}$

لأمثلة التوضيحية للمجال والمدى في الأزواج المرتبة

الأزواج المرتبة :

$\{(2,-3),(4,6),(3,-1),(6,6),(2,3)\}$

المجال هو العدد الأول في الأزواج المرتبة

وهو

$\{2,3,4,6\}$

المدى هو العدد الثاني

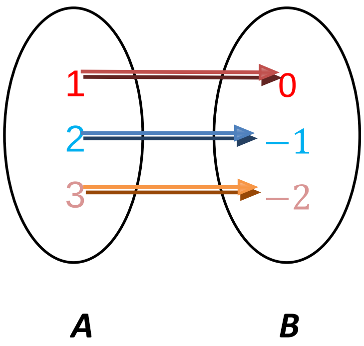
وهو

$\{-3,-1,3,6\}$

الدرس الثاني

صورة العنصر

الدالة $f:A\to B$ معرفة كالآتي :



نلاحظ أن العنصر "1" اقترن ارتبط بالعنصر 0 ، نقول ان صورة العنصر 1 هي 0 ونكتب ذلك: $f(1)=0$.

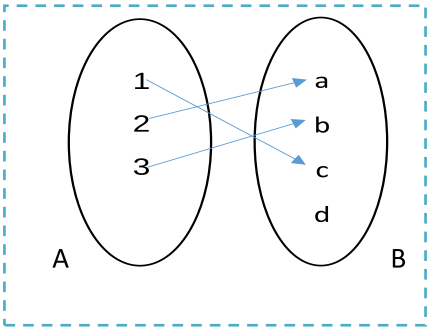
لاحظ:

$f(2)=-1$

$f(3)=-2$

مدى الدالة

تامل الدالة:



مجال الدالة هو {1, 2, 3} (المجال A)

ومجالها المقابل هو {a, b, c, d} (المجال المقابل) B

عناصر المجال المقابل التي إقترنت (ارتبطت) بالمجال تشكل مجموعة تسمى مدى الدالة.

بالتالي المدى هو {a, b, c}

لاحظ: المدى مجموعة جزئية المجال المقابل. (مهم)

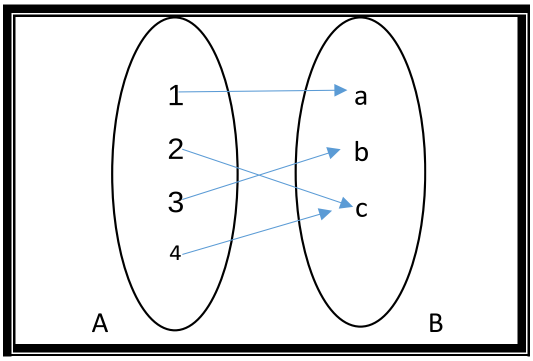
فالدالة الشاملة هي التي يصل إلى كل عنصر في المجال المقابل سهم واحد على الأقل. أو هي دالة يكون فيها كل عنصر من المجال صورة لعنصر واحد على الأقل من المجال المقابل (أي كل عنصر من المجال هو صورة لعنصر أو أكثر من المجال المقابل)

الدالة الشاملة

نقول أن f دالة شاملة إذا كان مداها مساويا لمجالها المقابل.

مثلا: الدالة

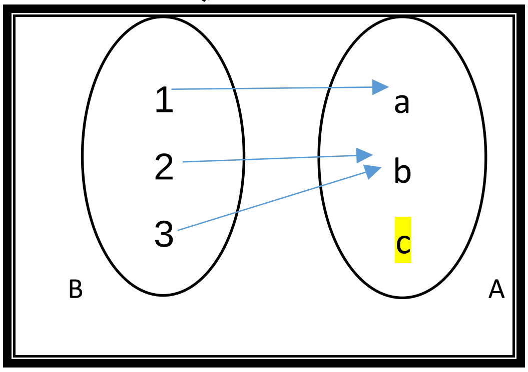
المثال الأول :



دالة شاملة. لان مداها = المجال المقابل

المثال الثاني

ليست شاملة لاحظ: مدها لا يساوي مجالها المقابل.

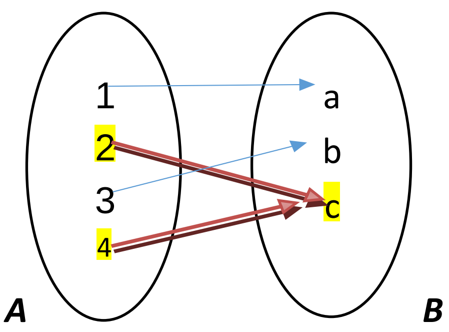


الدالة واحد لواحد:

نقول أن f دالة واحد لواحد إذا كان كل عنصر في المدى هو صورة لعنصر واحد فقط من المجال.

مثلا: الدالة

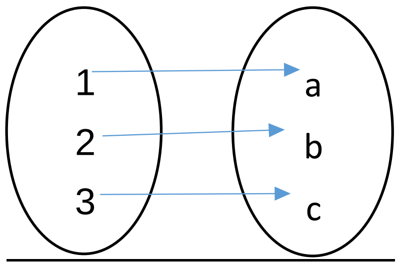
المثال الأول :



ليست دالة واحد لواحد

لأن العنصر c هو صورة للعنصر 3 وأيضا صورة للعنصر 4

المثال الثاني :

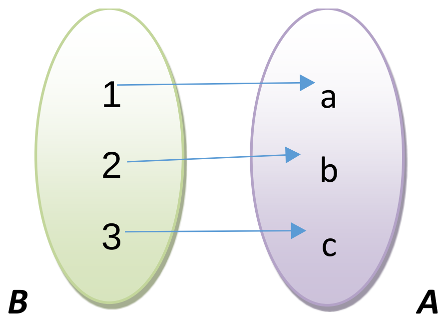


دالة واحد لواحد.

الدالة العكسية

إذا كانت الدالة شاملة وأيضا واحد لواحد فإنه توجد لها دالة عكسية نركز لها بالرمز f^{-1} ونقرأ " الدالة العكسية"

مثلا: الدالة $f : A \rightarrow B$ معرفة كالآتي:

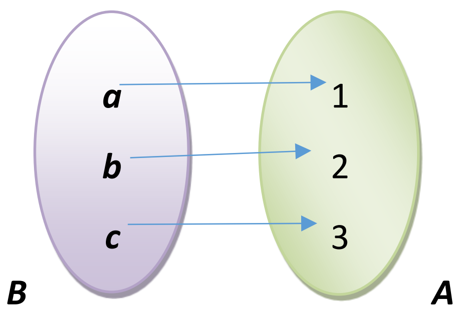


دالة شاملة ودالة واحد لواحد

دالتها العكسية

بالتالي الدالة العكسية موجوده وهي:

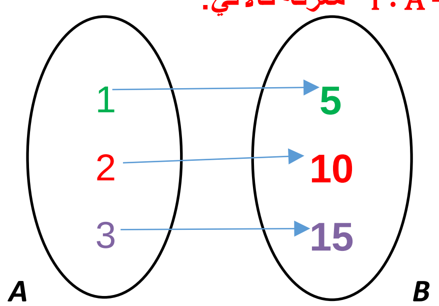
الدالة $f^{-1} : B \rightarrow A$ معرفة كالآتي:



لاحظ: مجال f هو المجال المقابل لـ f^{-1} .

والمجال المقابل لـ f هو مجال f^{-1} .

مثال: اختر الإجابة الصحيحة معطى الدالة $f : A \rightarrow B$ معرفة كالآتي:



$f^{-1}(10)$ تساوي (هنا طالب عكس العنصر 10)	a (1)	b (0)	c (3)	d (2)
$f^{-1}(5)$ تساوي (هنا طالب عكس العنصر 5)	e (1)	f (0)	g (3)	h)
$f(3)$ تساوي (هنا طالب دالة 3 وليس العكس)	I (1)	j (0)	k (15)	l (5)

الدرس الثالث

المتغيرات والثوابت

المتغير هو رمز (عادة يكون حرف) يستخدم للتعبير عن عدد

مثلاً إذا كان لدينا علبة بها عدد غير معلوم من الأقلام وهناك قلمان خارج العلبة فالمجموع الكلي للأقلام يكون عدد الأقلام المجهول إضافة للقلمين، لنعبر عن عدد الأقلام المجهول بالحرف x بالتالي يمكن التعبير عن المجموع الكلي للأقلام بـ $x+2$

نسمي($x+2$ بتعبير) أو مقدار، فإننا **نسمي $x+2$ بتعبير جبري** و**نسمي x متغير**، يمكن استخدام أي حرف للدلالة على متغير ولكن عادة ما نستخدم الحرف x .

المتغير في المقدار يمكن استبداله بأي عدد، ومتى ما استبدلنا المتغير بعدد يمكن إيجاد قيمة المقدار، مثلاً لنأخذ فإن

مثال 1/

إذا كانت $x=8$ ، $x+2$

الحل/

$x+2$

(نعوض 8 بدل X)

$=8+2$

$=10$

مثال2: (مهم)

احسب قيمة $x\,3+4$

إذا كان $x=5$

الحل/

$3x+4$

$=3(5)+4$

$=15+4$

$=19$

مثال3:

إذا كان $x=2$ و $y=3$

احسب $6x-3+5(y-1)$

الحل/

$6x-3+5(y-1)$

$=6(2)-3+5(3-1)$

$=12-3+5(2)$

$=9+10$

$=19$

الصورة الرياضية للدالة

لنفرض لدينا دالة f مجالها ℕ (الاعداد الطبيعية من 1الى مالى نهايه بدون السالب) ومجالها المقابل ℕ ،
تربط كل عنصر مع نفسه ، بالتالي العنصر 1 سيرتبط بالعنصر 1 العنصر 5 سيرتبط بالعنصر 5 وهكذا.
يمكن التعبير عن ذلك رياضيا كلآتي:
الدالة $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$

معرفة بالقانون: $f(x)=x$

لاحظ:

$f(10)=10$, $f(2)=2$, $f(1)=1$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كانت $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ معرفه بالقانون: $f(x)=x+1$

1. $f(1)$ تساوي

طريقة الحل $1+1=2$

(2)a (3)b (0)c (1)d

2. $f(5)$ تساوي

طريقة الحل $5+1=6$

(9)a (5)b (6)c (7)d

3. $f(3)$ تساوي

طريقة الحل $3+1=4$

(4)a (5)b (0)c (3)d

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

إذا كانت $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ معرفة بالقانون: $f(x) = 4x - 2$

1. $f(1)$ تساوي طريقة الحل $4\times1-2 = 4-2 = 2$

(2)a (3)b (0)c (1)d

2. $f(5)$ تساوي طريقة الحل : $4\times5-2 = 20-2 = 18$

(9)a (5)b (18)c (7)d

3. $f(3)$ تساوي طريقة الحل : $4\times3-2 = 12-2 = 10$

(10)a (5)b (0)c (3)d

الفصل الثالث الأساس و القوة و اللوغريثم

الدرس الأول

الأساس والقوة

نعلم ان حاصل الضرب $2\times2\times2$ هو 8 ، يمكن كتابته كالتالي:

$$2\times2\times2 = 2^3$$

لقد حصلنا على العدد 8 بضرب العدد 2 في نفسه 3 مرات، نكتب ذلك $8 = 2^3$ ونسمي العدد 2 الأساس والعدد 3 الأس أو القوة ، ونقرأ 2 أس 3 .

المقدار 5^4 يقرأ 5 أس 4 أو العدد 5 مرفوع للقوة 4 .

لاحظ:

إذا كانت القوة 2 قلنا العدد أس 2 أو العدد تربيع وإذا كانت القوة 3 قلنا العدد أس 3 أو العدد تكعيب.

بصورة عامة : نسمي x^n القوة رقم n للعدد x ، نسمي x الأساس ونسمي العدد n الأس.

لاحظ:

الأساس 3^4 الأس

$$3^4 = 1\times3\times3\times3\times3 = 81$$

$$2^5 = 2\times2\times2\times2\times2 = 32$$

$$3^4 = 3\times3\times3\times3 = 81$$

بصورة عامة:

لأي عدد حقيقي a فإن a^n تعني أن العدد a مضروبا في نفسه n مرة

ضرب المقادير ذات الأساس الموحد

عندما نضرب أعداداً ذات أساس موحد نجمع القوى

$$x^n\,x^m = x^{n+m}$$

مثال1:

$$3^5\times3^2 = 3^{5+2} = 3^7$$

مثال2:

$$(2x)(x^5)(3x^2)$$

$$2\times3\times x^{5+2+1} = 6x^8$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

ناتج الضرب : $(2\,a\,b^3)(3\,a^2\,b^3)$ هو :

$(5a^3b^7)$a $(6a^3b^7)$b $(6a^3b)$c $(6ab^4)$d

الشرح : $3\times2= 6$

a =1+ 2 =3

b = 3+4 = 7

الحل = $6a^3\,b^7$

قسمة المقادير ذات الأساس الموحد

عندما نقسم أعداداً ذات أساس موحد نطرح القوى

$$x^{n-m} = \frac{x^n}{x^m}$$

$$\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$$

التوضيح هنا قسمه نطرح الاسس $(2^2 = 2\times2 = 4)$

$$\frac{a^3\ b^2}{a\quad b} = a^{3-1}\ b^{2-1} = a^2\ b$$

توضيح (الاس ان لم يذكر يعني واحد)

مثال: اختر الإجابة الصحيحة المقدار $\frac{x^3\ x^2}{x^4}$ يساوي

(الشرح / البسط عملية ضرب فنجمع الاسس $\frac{x^{3+2}}{x^4}$ = ثم نقسم البسط على المقام فنطرح الاسس $x^{5-4} = x^1$)

(1)a	(x)b	(x^3)c	(x^9)d

$$\frac{2^5}{2^2} == 2^{5-2} = 2^2 = 4$$

(لان $2\times2 = 4$)

$$\frac{(a-b)^7}{(a-b)^4} = (a-b)^{7-4} = (a-b)^3$$

رفع قوة العدد إلى قوة أخرى

عندما نرفع قوة العدد إلى قوة أخرى نضرب القوتين

$$(x^n)^m = x^{nm}$$

$$(3^2)^5 = 3^{2\times5} = 3^{10}$$

$$(x^3)^4 = x^{3\times4} = x^{12}$$

$$(x^4)^{-3} = x^{-3\times4} = x^{-12}$$

$$(2^2)^3 = 2^{2\times3} = 3^6 = 64$$

حاصل ضرب المقادير ذات القوة المشتركة

حاصل ضرب مقدارين ذات قوة واحدة (مشتركة) يعني أن المقدار الأول مرفوعا لهذه القوة مضربا في المقدار الثاني مرفوعا لهذه القوة.

$$(xy)^n = x^n y^n$$

مثلاً:

$$(3\times5)^2 = 3^2\times5^2$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $(xy2)^4$ يساوي $x^4 \times y^4 \times 2^4$ ($16 = 2\times2\times2\times2$)

$(2x^4y^4)$a	$(16x^4y)$b	$(16xy^4)$c	$(16x^4y^4)$ D

اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $(x^4y)^3$ يساوي $x^{4\times3} \times y^3$

$(x^{12}y^3)$a	(x^4y)b	(x^4y^4)c	(x^4y^3)d

المقدار ذو قوة سالب

$$n^{-1} = \frac{1}{n^1}$$

$$\frac{1}{n^{-1}} = n^{-1}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} \quad \left(\frac{y}{x}\right)^{n}$$

$$\twoheadrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{1}\right)^{2} = 7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$\twoheadrightarrow \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{-3}{2}\right)^{3} = \frac{-3}{2}\times\frac{-3}{2}\times\frac{-3}{2} = \frac{-27}{8}$$

$$\twoheadrightarrow (0.1)^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = \left(\frac{10}{1}\right)^{4} = 10^4 = 10\times10\times10\times10 = 10000$$

مثلا/

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ <u>التوضيح</u> اساس العدد البسط 3والمقام 1 (الكسر السالب) $\frac{3^{-2}}{1}$ معكوسة الموجب $\frac{1}{3^2}$) 3×3=9

$\frac{1}{3^{-2}} = 3^2$=9 هنا العددالسالب بالمقام-2 والبسط 1 (نعكس)

$\frac{1}{10} = 10^{-1}$

<u>مثال:</u> اختر الإجابة الصحيحة :لمقدار 5^{-2} يساوي $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

(1)a	(10)b	$\frac{1}{25}$ c	(25)d

<u>مثال:</u> اختر الإجابة الصحيحةالمقدار $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$ يساوي (التوضيح بما انها اس سالب نعكس الكسر والاس بالموجب)

a- $\frac{y^3}{x^3}$	b- $\frac{x}{y^3}$	c- $\frac{yx^3}{y}$	d- $\frac{x^3}{y^3}$

المقدار مرفوعا للقوة صفر

العدد مرفوع للصفر يساوي 1. $x^0 = 1$ $1 = (3)^{-0}$

مثلاً: $(3x)^0 = 1$ $2^0 = 1$

<u>مثال:</u> اختر الإجابة الصحيحة المقدار ($\left(\frac{-4}{2}\right)^{.0}$) يساوي

(2)a	(-2)b	(1)c	(-4)d(

التوضيح	الأمثلة	
أي عدد الأس صفر = 1	$1 = (-2)^{-0}$	$1^0 = 1$
للمعلومية قاعدة الاشارات بالضرب (+) × (+) = + (-) × (-) = + (+) × (-) = - (-) × (+) = - اذا اتفق العددان في الاشاره فاننا نضرب العددين ونضع الاشاره الموجبه. اذا كان العددين مختلفين في الاشارة فاننا نضرب العددين ونضع الاشاره السالبه.	$(x^{-3}\ \ y)^4$ $= x^{-3\times4}\ \ y^4$ $= x^{-12}\ \ y^4$ $\frac{y^4}{x^{12}}$	$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$
		$(x^2\ \ y^{-3}\ )^4$ $(x^2\ )^4(y^{-3}\ )^4$ $x^8\ \ y^{12}$
بالقسمة (+) ÷ (+) = + (-) ÷ (-) = + (+) ÷ (-) = - (-) ÷ (+) = -	$=(-3)^{-0}$ $\frac{1}{(-3)\ (-3\ )\ (-3)^{-0}}$ $\frac{1}{-27} =$	$\frac{5^2}{2^4} = \frac{2^{-4}}{5^{-2}}$ $\frac{25}{8} =$
اذا اتفق العددان في الاشاره فاننا نقسم العددين ونضع الاشاره الموجبه. اذا كان العددين مختلفين في الاشارة فاننا نقسم العددين ونضع الاشاره السالبه.	$=\left(\frac{-x}{y}\right)^4$ $\frac{(-x)^4}{y^4}$ $\frac{x^4}{y^4} =$	$=\left(\frac{9x^5\ \ y^4}{3x^4\ \ \ y}\right)^2 =$ $(3x^2\ \ y^3\ \ )^2$ $3^2\ \ x^4\ \ \ y^6$ $9\ \ x^4\ \ \ y^6$

الدرس الثاني اللوغريثم

عرفنا أن

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لنحل المسألة التالية:2

أوجد قيمة المتغير x حيث8 = 2^3

نريد أن نعرف عدد مرات ضرب العدد 2 في نفسه للحصول على 8، بالطبع 3 مرات.

في هذه الحالة نقول أن لوغريثم العدد 8 للأساس 2 هو3 .

ونكتب ذلك: **$\log_2 8 = 3$**

حيث أن لوغريثم العدد لأي أساس هو عدد مرات ضرب هذا الأساس في نفسه للحصول على هذا العدد.

مثلاً:لوغريثم العدد 27 للأساس 3 هو عدد مرات ضرب العدد 3 في نفسه للحصول على 27 ، ثلاث مرات(أي ان **لوغريثم العدد 27 للأساس 3 هو 3)** ، نكتب ذلك كما يلي: $\log_3 27 = 3$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

$\log_4 16$ يساوي يعنى (4×4) يساوي 16 يعنى ال4 تكرر مرتين او الحل عن طريق الالة

4(d)	1(c)	3(b)	2 (a)

اختر الإجابة الصحيحة $\log_2 32$ يساوي

5(d)	1(c)	4(b)	2(a)

لاحظ: عندما يتساوى العدد والأساس يكون ناتج اللوغريثم 1

مثلاً: لنحسب $\log_5 5$ ، عدد مرات ضرب الأساس 5 في نفسه للحصول على 5 هي مرة واحدة، بالتالي:

$$\log_5 5 = 1$$

بصورة عامة: (a عدد حقيقي موجب)

$$\log_a a = 1$$

لاحظ : 2^3 نعني أن العدد 2 مضروب في نفسه ثلاث مرات.

بالتالي فإن : $\log_4 2^3 = 3$

بصورة عامة : : $\log_a a^n = n$

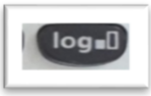
نعلم أن $3^0 = 1$

$\log_0 = 0$ بصورة عامة ($a \neq 1$) $\log_0 1 = 0$

$$\log_a 1 = 0$$

$\log_7 49$

طريقة الحل بالالة :



نضغط الزر ثم نكتب الأساس وهو الرقم 7 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 49 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 2 إذن الحل

$\log_7 49 = 2$

شرح اللوغاريتمات

- ✓ يمكن أن تكون قيمة اللوغاريتم عدد سالب أو موجب أو صفر **لكن أساس اللوغاريتم والعدد داخل اللوغاريتم موجب دائما .**
- ✓ اللوغاريتم للأساس 1 غير معرف دائما [لانكتب لوغاريتم أساسه 1]
- ✓ إذا كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب .

ما هو أساس اللوغاريتم وما هو العدد داخل اللوغاريتم و ما هو قيمة اللوغاريتم ؟

- أساس اللوغاريتم هو العدد الصغير المكتوب تحت الكلمة $\log_x$
- العدد داخل اللوغاريتم هو العدد بجانب الكلمة $\log x$
- قيمة اللوغاريتم هو ناتج هذه العملية و هذا رمزها بالالة

الدرس الثالث اللوغريثم العشري

اللوغريثم الذي أساسه 10 يسمى اللوغاريثم العشري وعادة نعبر عنه بدون كتابة الأساس, **فمثلاً:**

$$\log x$$

تعني لوغريثم العدد x للأساس10) أي عدد مرات ضرب الأساس 10 في نفسه للحصول على x)

ملاحظة /

كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب

مثلا: لنوجد $\log 100$

نريد عدد مرات ضرب العدد 10 في نفسه للحصول على 100(هي مرتان) بالتالي:

$$\log 100 = \log 10^2 = 2$$

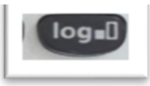
لنوجد $\log 0.1$

لاحظ: $0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$

وبالتالي : $\log 0.1 = \log 10^{-1} = -1$

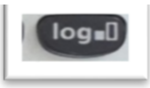
مثال: اختر الإجابة الصحيحة

$\log 10000$ يساوي $10\times10\times10\times10$

أو باستخدام الالة / نضغط الزر  نكتب الأساس و هو الرقم 10 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 100 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 2 إذن الحل $\log 10000 = 4$

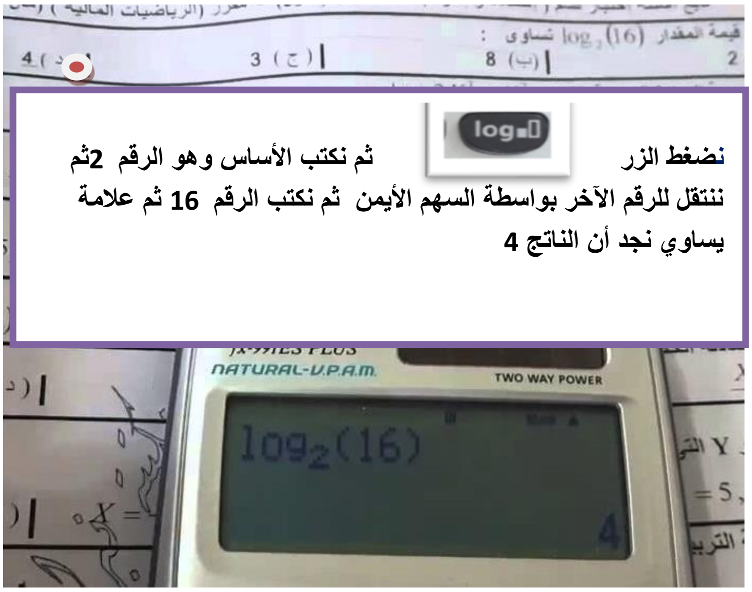
2(a)	3(b)	1(c)	4(d)

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

$\log 0.001$ يساوي $\frac{1}{1000}$ (الحل بالالة / نضغط الزر  نكتب الأساس و هو الرقم 10 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 0,001 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 3- إذن الحل $\log 0{,}001 = -3$

-2(a)	-3(b)	3(c)	-4(d)

مثال للتوضيح وحلها بالالة :



الفصل الرابع متتاليات (متواليات)الأعداد

الدرس الأول المتتاليات

المتتالية هي تتالي أعداد بترتيب معين، كل عدد يسمى حد للمتتالية مثلا متتالية الأعداد: 1, 3, 5, 7, …
حدها الأول هو 1 وحدها الثاني 3 يعني اضفنا 2 وهذه 2 نضيفها ل 3 يصبح 5 ونضيفها لل 5 يصبح 7 و… وهكذا،

من خصائص المتتالية :

- أن الفرق بين حد وحد ثابت
- قد تكون متتالية منتهية أو غير منتهية
- كل عدد يعتبر حد (مثلا الرقم الأول نقول الحد الاول , والرقم الثاني نقول الحد الثاني وهكذا)

1, 3, 5, 7, … **لاحظ:** هذه المتتالية غير منتهية
نرمز للحد الأول بـ a_1 والحد الثاني بـ a_2 وهكذا…
(المتتالية تعني هي مجموعة أو سلسلة أرقام بينها فواصل تربط بينها صيغة رياضية أو قاعدة)
$a_1 = 1$ $a_2 = 3$ $a_3 = 5$ $a_4 = 7$

نرمز للحد العام بـ a_n
A_n هي الحد النوني أي رقم الحد وتسمى الحد العام فنعوضها بالحد المطلوب مثلا الحد العاشر تصبح a_{10} الحد الخامس a_5 الحد التاسع a_9 وهكذا

ماهي قاعدة إنشاء هذه المتتالية؟
تم تكوين المتتالية السابقة بإضافة 2 لحدها الأول للحصول على حدها الثاني، وهكذا في كل مرة يضاف 2 للحد السابق للحصول على الحد التالي.
مثال معطى المتتالية: 5, 9, 13, …

ماهي قاعدة إنشاء هذه المتتالية؟ أوجد حدها الرابع.

الحل القاعدة: إضافة 4 للحد السابق (توضيح الحد الاول 5 والحد الثاني 9 نلاحظ ماهي العملية التى بينهم هنا اضافة 4 (5+4=9)
وهكذا كل حد اضيف 4 ليعطيني الحد اللى بعده فاضافة 4 هنا هي قاعدة المتتالية)

. بالتالي حدها الرابع هو:

$$a_4 = a_3 + 4 = 13 + 4 = 17$$

احسب الحد السادس : a_6 الحل = 25 التوضيح :

هنا اجيب الحد الخامس واضيف عليه اربعة ثم اضيف على الحد الخامس4 يعطيني الحد (a_6 21 +4=25) (a_5 17+ 4=21)
السادس

احسب حدها 100 هنا الامر صعب ويحتاج لقاعدة وسوف يتم شرحها لايجاد قاعدة معينة .

أنواع المتتاليات

1) المتتالية الحسابية 2) المتتالية الهندسية

المتتالية الحسابية

المتتالية الحسابية هي المتتالية التي **قاعدة إنشائها هي: إضافة (طرح) عدد معين للحد السابق** ، للحصول على الحد التالي
نسمي هذا العدد **الثابت بأساس المتتالية ونرمز له بـ** d.

$a_2 = a_1 + d$
$a_3 = a_2 + d$
وهكذا ، ...

كيف نوجد أساس المتتالية الحسابية؟ أساس المتتالية الحسابية يكون:

$$d = a_2 - a_1$$

أو

$$d = a_3 - a_2$$

بصورة عامة فإن الأساس هو:	$d = a_n - a_{n-1}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

1. أساس المتتالية: 1, 3, 5, 7, هو

3(a)	2 (b)	4 (c)	1 (d)

التوضيح / نطرح الاول من الثانى والثاني من الثالث و هكذا
1-3=2
5-3=2
7-5=2 نلاحظ جميع الاجابات = 2 اذا هي متتالية حسابية
--

2. أساس المتتالية 8,3,-2,-7 هو :

3(a)	5 (b)	−5(c)	−3 (d)

التوضيح/ 5- = 8 – 3
3 – (-2) =-5
-2 – (-7) = -5
--

3. الحد المفقود في المتتالية: ...,4,........10, 13 هو

7(a)	16(b)	5(c)	−3 (d)

10 – 4 = 7 (نتاكد 4+3=7 و 7+3=10 و10+3 =13)
--

4. متتالية حسابية حدها الأول 5 وأساسها 4

يكون حدها الثالث هو

9 (a)	1 (b)	13(c)	20 (d)

الشرح / نجيب الحد الثاني = 5+ 4 = 9 **الحد الثالث = 9 +4 =13**

--

الحد العام للمتتالية الحسابية:

الحد a_n يسمى الحد العام أو الحد النوني وهو القاعدة المتبعة في تكوين المتتالية، لنوجد صيغة الحد العام للمتتالية الحسابية: عرفنا أن:

$$a_2 = a_1 + d$$
$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$$
$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$$

بالتلي فإن الحد العام هو $a_n = a_1 + (n-1)d$

تمكنا هذه الصيغة من إيجاد الحد الذي نريد.

مثلا لنوجد الحد السابع للمتتالية 3, 5, 7, … في هذه المتتالية: $a_1=1$, $d=2$

الشرح /

$a_n= a_1 + (n-1)d$

$a_7 = a_1 + (7-1)d$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_7 = 1 + 6(2)$

$a_7= 1 + 12$

$a_7= 13$

الشرح / هذا القانون العام نعوض فيه

معطيات السؤال $a_1=1$ والأساس : $d=2$ (لانه $3-5=2$ و $5-7=2$ وهكذا) و $n=7$ أولا نضع قانون الحد العام وهو

$a_n= a_1 + (n-1)d$

نحن نريد إيجاد الحد السابع الطريقة تعويض إذن

$a_7= 1 +(7-1)\, 2$

أولا نجري العملية الحسابية داخل القوس$(7-1)=6$ ثم نجري عملية الضرب $6\times 2 = 12$

ثم نجمع $12 +1 = 13$

وأخيرا الجمع يكون ناتج الحد السابع هو

$a_7= 13$

س/ أوجد الحد العشرين للمتتالية نفسها :

$a_n= a_1 + (n-1)d$

$a_{20} = a_1 + (20-1)d$

$a_{20} = a_1 + 19d$

$a_{20}= 1 + 19(2)$

$a_{20}= 1 + 38$

$a_{20}=39$

الشرح/ معطيات السؤال $a_1=$ والأساس : $d=2$ $n=20$ أولا نضع قانون الحد العام وهو

$a_n= a_1 + (n-1)d$

نحن نريد إيجاد الحد السابع الطريقة تعويض إذن

$a_7= 1 +(20-1)\, 2$

أولا نجري العملية الحسابية داخل القوس$(20-1)=19$ ثم نجري عملية الضرب $19\times 2 =$ 38 ثم نجمع $12 +1 = 38$ 19

وأخيرا الجمع يكون ناتج الحد العشرين هو

$a_{20}=39$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة / الحد الحادي عشر في المتتالية: …,3, 6, 9, 12 هو

33(a)	23 (b)	21 (c)	30(d)

الشرح / ($9-12=3$ و $6-9=3$ و $3-6=3$) اذا $d=3$

$a_{11} = a_1 + (11-1)d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{11}= 3 + 10(3)$

$a_{11}= 3 + 30$

$a_{11}= 33$

لها قانون وهو $a_n = a_1 + (n-1)d$
An هو الحد العام أو يسمى الحد النوني لأي عدد n تعوض برقم الحد و هو العدد الذي يذكر بالسؤال
A_1 هو الحد الأول للعدد
و d هو أساس المتتالية هذا قانون الحد العام للمتتالية الحسابية

مجموع المتتالية الحسابية

ما هو مجموع الأعداد من 1 إلى5؟

$1+ 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

لاحظ للمتتالية:

1, 2, 3, 4, 5

متتالية حسابية حدها الأول 1 وأساسها 1 وعدد حدودها 5(أي حدها الأخير 5).

مجموع المتتالية الحسابية التي **حدها الأول a_1 وحدها الأخير L وعدد حدودها n** يساوي

$$\frac{n\,(a_1 + l)}{2}$$

تذكير :
n = عدد حدودها
الحد الاول = a_1
الحد الأخير = l

س/ أوجد مجموع المتتاليات التالية :

1, 2, 3, 4, 5 (مجموع المتتالية هو 15 و الحد الاول هو 1 والحد الأخير5

هو $$\frac{n\,(a_1 + l)}{2} = \frac{5\,(1 + 5)}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

س/ أوجد مجموع المتتالية التالية : 1,2,3,4,5,6,7,8

$$\frac{n(a1+l)}{2} = \frac{8(1+8)}{2} = \frac{9\times 8}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة مجموع حدود المتتالية: 1, 3, 5, 7, 9, 11 هو

36 (d)	30 (c)	23 (b)	72 (a)

$$\frac{n(a1+l)}{2} = \frac{6(1+11)}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

لاحظ: لحساب مجموع متتالية نحتاج لمعرفة قيمة الحد الأخير.

فمثلا لحساب مجموع العشرة حدود الأولى من المتتالية: ...,1,5,9

الخطوات /

1- نحتاج أولا لإيجاد الحد العاشر: نعوض بالقانون التالي $a_n = a_1 + (n-1)d$ و $d=4$ (1-5=4 , 5-9=4)

$$a_n = a_1 + (10-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$= 1 + 9(4)$$

$$= 37$$

2- الآن أصبح لدينا الحد الأخير (العاشر) وهو 28 ولدينا الحد الأول وهو 1 نستطيع حساب المجموع :

$$\frac{n(a1+l)}{2} = \frac{10(1+37)}{2} = \frac{380}{2} = 190$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

مجموع العشرة حدود الأولى من المتتالية: ...,2, 4, 6 هو

120(d)	110 (c)	100 (b)	90 (a)

الشرح / اولا: نجد الحد العاشر

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$a_{10} = 2 + (10-1)\,d$$
$$a_{10} = 2 + 9(2)$$
$$=20$$

ثانيا : نحسب المجموع باستخدام القانون :

$$= \frac{n(a1+l)}{2}$$

$$\frac{10(2+20)}{2} = \frac{220}{2} = 110$$

الدرس الثاني

المتتالية الهندسية

المتتالية الهندسية هي المتتالية التي قاعدة إنشائها هي: ضرب الحد السابق بعدد معين،للحصول على الحد التالي. نسمي هذا العدد المعين بأساس المتتالية ونرمز له بـ r.

$a_2 = a_1(r)$

$a_3 = a_2(r)$ وهكذا،

أساس المتتالية الحسابية يكون:

$r = \frac{a2}{a1}$ أو $r = \frac{a3}{a2}$

$r = \frac{an}{an-1}$

بصورة عامة: نقسم الحد الأخير على الذي قبله وهكذا حتى نهاية الحدود ولا بد أن تكون جميعها نفس الناتج

مثال: اختر الإجابة الصحيحة :

1. أساس المتتالية: 1, 3, 9, 27,…:

3(a)	9 (b)	12 (c)	2 (d)

الحل / $\frac{27}{9} = 3$ ، $\frac{9}{3} = 3$ ، $\frac{3}{1} = 3$

2. أوجد أساس المتتالية ....2,10, 50 , 250

2 (a)	5 (b)	10(c)	20(d)

الحل / $\frac{250}{50} = 5$, $\frac{50}{10} = 5$, $\frac{10}{2} = 5$

3. الحد المفقود في المتتالية الهندسية :,32, ... ,4, 8

12 (a)	16(b)	20(c)	14(d)

(هنا مطلوب الرقم المفقود لتكملة المتتالية

أولاً نوجد الاساس هو 8÷ 4 = 2

16 = 2 ×8

4. متتالية هندسية حدها الأول 1 وأساسها 4 يكون حدها الثالث هو :

8 (a)	16 (b)	5(c)	6 (d)

الحد الثاني = 1 × 4= 4 , الحد الثالث = 4×4=16

الحد العام للمتتالية الهندسية

لنوجد صيغة الحد العام للمتتالية الهندسية. عرفنا أن: $a_2 = a_1(r)$, $a_4 = a_3(r) = a_1(r^2)(r) = a_1(r^3)$, $a_3 = a_2(r) = a_1(r)(r) = a_1(r^2)$

بالتالي فإن الحد العام هو: $a_n = a_1\,(r^{n-1})$

وهذه الصيغة تمكنا من إيجاد الحد الذي نريد. An هو الحد العام لأي رقم أو الحد النوني a_1 هو الحد الأول r هو أساس المتتالية الهندسية n الموجودة في الأس هي رقم الحد **مثلا لنوجد الحد السادس للمتتالية : ... ,3, 6, 12**

الحد السادس هو : $a_6 = a_1(r^5)$ في هذه المتتالية: $r = 2$ (بقسمة الأخير على اللى قبلة) **و $a_1 = 3$ ، بالتعويض نجد:**

$$a_6 = 3(2^{6-1})$$
$$= 3(2^5)$$
$$= 3(32)$$
$$= 96$$

التوضيح/ نعوض بدل كل n بالرقم 6 بالقانون فنقول $a_6 = 3\ (2)^{6-1}$ أولا نجري عملية الطرح بالأس فتصبح ^{5}($a_6 = 3\ (2^5)$ نرفع العدد 2 للأس 5 فتصبح $a_6 = 3(32)$ ثم نجري عملية الضرب بين الرقمين فيصبح الجواب $a_6 = 96$ بالتالي الحد السادس يساوي96.

مثال: اختر الإجابة الصحيحة الحد الخامس في المتتالية ...1, 3, 9, : هو

3^5(a)	2^5(b)	2^4(c)	3^4(d)

$$a_5 = 1(3^{5-1}) = 3^4$$

الباب الخامس ضرب وتحليل المقادير الجبرية

الدرس الأول

ضرب المقادير الجبرية

عرفنا أن $x^n . x^m = x^{n+m}$

لنوجد حاصل الضرب $x(x+5)$ ، يمكن توزيع الضرب على الأقواس كما يلي:

$$x(x+5) = x.x + 5x$$

$$= x^2 + 5x$$

بالمثل:

$$(x+3)\ (x+4)$$

$$= x(x+4) + 3(x+4)$$

$$= x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$= x^2 + 7x + 12$$

الشرح/
نضرب اعداد القوس الاول بالقوس الثاني نبدأ ب x
نضربه ب$(x+4)$
ثم الرقم 3نضربة ب $(x+$
4)

مثال: اختر الإجابة الصحيحة مفكوك المقدار : $x^3(x+y)$ يعطي :

(a) $x^3 + x^3y$	(b) $x^4 + x^3y$	(c) $x^3 + x^3y^3$	(d) $x^3 + y$

الشرح/
نضرب x^3 بالأقام داخل القوس نقول $x=$ x^4
x^3 × (نجمع الاسس)

مثال: اختر الإجابة الصحيحة مفكوك المقدار : $(x+2)(x-1)$ يعطي

(a) $x^2 + 2x - 1$

(b) $x^2 + x - 2$

(c) $x^2 + x - 1$

(d) $2x - 2$

الشرح /
نضرب القوس $(x+2)$ بالقوس الثاني $(x-1)$
$X(x-1)+ 2(x-1)$
$= x^2 - x + 2x - 2$

الدرس الثاني

قابلية القسمة على الأعداد الأولية

نعلم أن $5 \times 3 = 15$ نقول ان العددين 3 و 5 عوامل العدد 15 حيث ان العدد 15 يقبل القسمة على العدد 3 وعلى العدد 5 . العدد 2 عامل من عوامل العدد 16، حيث أن العدد 16 يقبل القسمة على 2 .

العدد الأولي

العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد. (ولا بد أن تكون أعداد موجبة وأكبر من العدد 1 لأنه غير أولي)

مجموعة الأعداد الأولية { 2, 3, 5,7,11, ... }

قابلية القسمة على 2

يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان زوجي.
العدد 16 يقبل القسمة على العدد 20 يقبل القسمة على 2 العدد 15 لا يقبل القسمة على 2

قابلية القسمة على 3

- يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان العدد المكون من مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3 العدد 21 يقبل القسمة على 3 مجموع أرقام العدد $3 = 1 + 2$
- العدد 84 يقبل القسمة على 3 مجموع أرقام العدد $12 = 4 + 8$ ، العدد 12 يقبل القسمة على 3
- العدد 25 لا يقبل القسمة على 3) مجموع أرقام العدد $7 = 5 + 2$ ، العدد 7 لا يقبل القسمة على 3

قابلية القسمة على 5

- يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقم احاده 5 أو صفر.
- العدد 45 يقبل القسمة على 5 رقم أحاده 5
- العدد 60 يقبل القسمة على 5 رقم أحاده 5
- العدد 72 لا يقبل القسمة على 5 رقم أحاده 2

قابلية القسمة على 7

كيف نعرف إن العدد يقبل القسمة على 7 ؟

- لنختبر قابلية قسمة العدد 245 على 7 ، نأخذ رقم أحاد العدد ونضعفه $10 = 2(5)$ ونطرح الناتج (10) من باقي العدد العدد بدون رقم أحاده

$$24 - 10 = 14$$

- إذا كان الناتج صفر أو يقبل القسمة على 7 فبالتالي العدد الأساسي يقبل القسمة على 7.
- الناتج العدد 14 وهو يقبل القسمة على 7 بالتالي العدد 245 يقبل القسمة على 7.

تحليل العدد إلى عوامله الأولية

بكتابة العدد 15 في الصورة 5×3 نكون قد حللنا العدد 15 إلى عوامله الأولية (العددان 3 و 5).

مثال حلل العدد 72 الى عوامله الأولية

الحل **نبحث قابلية العدد 72 القسمة على 2 إذا لم يقبل نبحث قابلية قسمته على 3 وإذا لم يقبل نبحث قابلية قسمته على 5 وهكذا ...**

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

مثال حلل العدد 56 الى عوامله الأولية

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

$$56 = 2^3 \times 7$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة العوامل الأولية للعدد 56 هي

(a) 4 و 14	(b) 5 و 7	(c) 2^3 و 7	(d) 2 و 28

الشرح
70 احاده صفر يقبل القسمة على 2 ومجموعة ارقامة 0+7 = 7 لايقبل على 3
51 احاده واحد لايقبل على 2 مجموع ارقامه 1+ 5= 6 يقبل على 3
46 احاده عدد زوجي يقبل على ومجموعة 6+4 =10 لايقبل على 3
48 احاده عدد زوجي يقبل على 2 ومجموعة ارقامه 8+4 =12 يقبل على 3

مثال: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأعداد أدناه،

العدد الذي يقبل القسمة على 2 و 3 هو

(a) 48	(b) 46	(c) 51	(d) 70

الدرس الثالث

القاسم المشترك الأكبر

ما هو القاسم)العامل(المشترك الأكبر للعددين 18 و 12 ؟ ماهو أكبر عدد يقسم كل من العددين 18 و 12 ؟

عوامل العدد 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18

عوامل العدد 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12

نلاحظ ان أكبر قاسم مشترك لهما هو 6

لنضع طريقة أخرى لنوجد بها القاسم المشترك الأكبر لعددين ،

خطوات إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين :
1. نحلل الاعداد إلى عواملها الأولية .
2. نأخذ العوامل المشتركة.
3. نضرب العوامل التي أخذناها ببعضها،فيكون الناتج هو القاسم المشترك الأكبر.

ملحوظة القاسم المشترك الأكبر للعددين دائما عدد موجبا لأنه حاصل ضرب اعداد أولية والاعداد الاولية أعداد طبيعية.

- نحلل العددين الى عواملهما الأولية

12	2
6	2
3	3
1	

بالتالي $12 = 2 \times 2 \times 3$

أي أن $12 = 2^2 \times 3$

18	2
9	3
3	3
1	

بالتالي $18 = 2 \times 3 \times 3$

أي أن $18 = 2 \times 3^2$

نأخذ العوامل المشتركة بين العددين ذات الأس الأصغر: 2 و 3 بالتالي

القاسم المشترك الأكبر هو $2 \times 3 = 6$

يكون القاسم المشترك الأكبر هو حاصل ضرب العوامل المشتركة (ذات الأس الأصغر)

مثال

أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 12 و 66 **الحل**

66	2
33	3
11	11
1	

$66 = 2 \times 3 \times 11$

$12 = 2^2 \times 3$

القاسم المشترك الأكبر هو

مثال: اختر الإجابة الصحيحة القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 24 هو

(a) 8	(b) 5	(c) 4	(d) 10

24	2
12	2
6	3
3	3
1	

20	2
10	2
5	5
1	

مثال: اختر الإجابة الصحيحة القاسم المشترك الأكبر للعددين 32 و 64 هو

(a) 16	(b) 64	(c) 8	(d) 32

المضاعف المشترك الأصغر

ما هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 18 ؟

مضاعفات العدد 12 هي: 12، 24، 36، 48 ، ...

مضاعفات العدد 18 هي: 18، 36، 54، 72، ...

نلاحظ أن أصغر مضاعف مشترك هو 36

لنضع طريقة أخرى لنوجد بها المضاعف المشترك الأصغر لعددين،

نحلل العددين الى عواملهما الأولية

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad = 2 \times 3^2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \quad = 2^2 \times 3$$

يكون المضاعف المشترك الأصغر هو حاصل ضرب العوامل المشتركة (ذات الأس الأكبر) والعوامل غير المشتركة

العوامل المشتركة ذات الأس الأكبر 3^2 و 2^2

بالتالي المضاعف المشترك الأصغر هو $3^2 \times 2^2 = 9 \times 4 = 36$

مثال أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 21 و14 الحل

14	2
7	7
1	

21	3
7	7
1	

خطوات إيجاد المضاعف المشترك الاصغرصغر لعددين صحيحين :

1. نحلل العددين إلى عواملهما الاولية
2. نأخذ العوامل المشتركة صاحب الاس الاكبر، ونأخذ بقية العوامل غير المشتركة أيضا

نأخذ كل عوامل العددين، والتي تكون مشتركة نأخذ منها ذات الأس الأكبر . بالتالي المضاعف المشترك الأصغر هو

$$3 \times 7 \times 2 = 42$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 8 هو

(a) 8	(b) 12	(c) 48	(d) 24

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المضاعف المشترك الأصغر للعددين 32 و 64 هو

(a) 16	(b) 64	(c) 8	(d) 32

الدرس الرابع

طرق التحليل

نعني بتحليل المقدار وضعه في صورة عوامل مضروبة في بعضها. هنالك عدد من الطرق لتحليل المقادير الجبرية منها:

1) التحليل باستخراج العامل المشترك:

نريد تحليل المقدار $2x+4$ ، لاحظ أن هذا المقدار يتكون من مجموع الحدين $2x$ و 4 ، هناك عامل مشترك بين هذين الحدين هو العدد 2 فالحد الأول $2x$ يساوي 2 ضرب x والحد الثاني 4 يساوي 2 ضرب 2 ، لذلك نكتب:

$$2x + 4 = 2(x + 2)$$

مثال: حلل المقدار $4ab + 8ac$ الحل:

لاحظ العامل المشترك هو $4a$

$$4ab + 8ac$$

$$= 4a(b + 2c)$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $x^2 - 6x$ يساوي

(a) $x(x+6)$	(b) $x(x-6)$	(c) $x(1-6x)$	(d) $x^2(x-6)$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة تحليل المقدار $12 + x4$ يعطي

(a) $12(x+3)$	(b) $3(4+x)$	(c) $12(x+4)$	(d) $4(3+x)$