السؤال الأول:

1) $x \in]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$

3 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

3 $\lim_{x\to(-1)^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to(-1)^+} f(x) = +\infty$

ومنه

3 $\boxed{x=-1}$ مستقيم مقارب شاقولي

3 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

3 ومنه $\boxed{y=0}$ مستقيم مقارب أفقي.

2) المقارب المائل D يمر بالنقطتين $(-2,0)$ و $(0,-2)$

3 $m_D = \dfrac{0-(-2)}{-2-0} = \dfrac{2}{-2} = -1$

$(y-0) = -1(x+2)$

3 $D: \boxed{y=-x-2}$

3 $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a = -1$

ميل المقارب المائل

3) 3 $f'(1)=0$

$f'(-3)=?$ تعني ميل المماس لمنحني C في النقطة التي فاصلتها -3 حيث المماس يمر بالنقطتين $(-3,0)$ و $(-1,-3)$

3 $m = \dfrac{0-(-3)}{-3-(-1)} = \dfrac{3}{-2}$

3 $f'(-3) = -\dfrac{3}{2}$

3 $f(2) = -2$

1+1 4) f ليس اشتقاقياً عند 0 لوجود نصفي مماسين للمنحني C في النقطة التي فاصلتها 0

1+1 5) f ليس اشتقاقياً عند 2 لأن f ليس مستمراً عند 2.

40

السؤال الثاني:

1) 3 $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\| \cos\frac{\pi}{3}$

3 $= a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}$

3+2 $\vec{AB}\cdot\vec{CI} = 0$

(لأن المتوسط النازل من رأس في مثلث متساوي الأضلاع هو ارتفاع)

3 $\vec{IJ}\cdot\vec{DA} = -\|\vec{IJ}\|\|\vec{DA}\|$

(لأن الشعاعين $\vec{IJ}$ و $\vec{DA}$ مرتبطان خطياً وبعكس الاتجاه)

(القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه)

3+2 $\vec{IJ}\cdot\vec{DA} = -\frac{a}{2}\cdot a = -\frac{a^2}{2}$

3 $\vec{AJ}\cdot\vec{DA} = \vec{AJ}\cdot\vec{JA}$

(لأن المسقط القائم للشعاع $\vec{DA}$ على حامل الشعاع $\vec{AJ}$ هو $\vec{JA}$)

$\vec{AJ}\cdot\vec{DA} = -\vec{AJ}\cdot\vec{AJ} =$

3 $= -\|\vec{AJ}\|^2 = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2$

3 $= -\frac{3a^2}{4}$

(ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع طول ضلعه a يساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}a$)

2) 3+3 $\vec{AB}\cdot\vec{CD} = \vec{AB}\cdot(\vec{CA}+\vec{AD})$

$= \vec{AB}\cdot\vec{CA} + \vec{AB}\cdot\vec{AD}$

$= -\vec{AB}\cdot\vec{AC} + \vec{AB}\cdot\vec{AD}$

3 $= -\frac{a^2}{2} + \|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AD}\|\cos\frac{\pi}{3}$

3 $= -\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = 0$

1+1 ومنه المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان.

40

التمرين الثالث : f تابع اشتقاقي على $]-\infty,6[$ جدول تغيراته هو الآتي :

x	$-\infty$		-2		1		6
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$0\,\|\|$

في المقولات الآتية : انقلي المقولة إلى ورقة إجابتك ثمّ بيّني الصحيح من الخطأ معللةً إجابتك .

☐ حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$ هي $]-\infty,1[$. ☐ للمعادلة $f(x)=0$ حلان على المجال $]-\infty,1[$.

☐ $y=-2$ مماس أفقي للخط البياني للتابع f . ☐ للمعادلة $f(x)=1$ حل وحيد على المجال $]-2,1[$.

☐ $f([1,6[)=[5,0[$. ☐ $f([-2,6[)=]0,5]$

التمرين الرابع: ليكن كثير الحدود $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$ حيث z عدد عقدي .

❶ احسبي $P(-1)$ ثمّ حلّي المعادلة $P(z)=0$.

❷ لتكن الأعداد العقدية : $z_A=-1$ و $z_B=2+i\sqrt{3}$ و $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

الممثلة للنقاط : A و B و C و G بالترتيب .

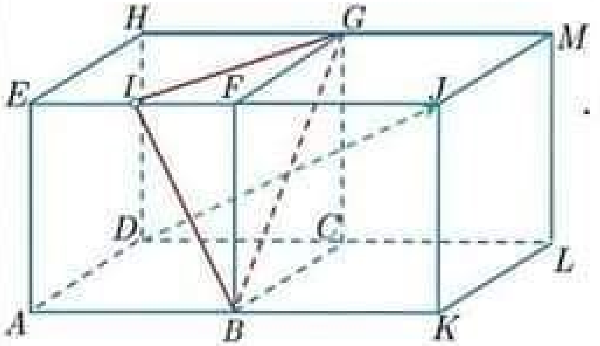
a) احسبي الأطوال AB و BC و AC واستنتجي نوع المثلث ABC .

b) عيّني قياساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CG},\overrightarrow{CA})$. ثمّ استنتجي نوع المثلث GAC .

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعبان طول حرف كل منهما يساوي 1 يشتركان بوجهٍ واحد. كما في الشكل المجاور:

النقطة I منتصف $[EF]$. باختيار معلمٍ متجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$



❶ عيّني إحداثيات رؤوس المكعبين في المعلم المعطى . وإحداثيات النقطة I .

❷ ☐ أثبتي أنّ : $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{AJ}=0$ و $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{HJ}=0$

☐استنتجي أنّ $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{AJ}=\boxed{\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{DJ}}$ و $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{HJ}=\boxed{\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{DJ}}$.

☐ لماذا المستقيم (DJ) عمودي على المستوي (BIJ) ؟

❸ حدّدي موقع النقطة N المحقّقة للمساواة الشعاعية :

$$2\overrightarrow{ND}-\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NK}=\vec{0}$$

❹ اكتبي معادلةً للكرة التي قطرها $[DJ]$.

المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=ax+\dfrac{b}{\ln x}$

أولاً : عيّني العددين الحقيقيين a و b إذا علمتِ أنّ الخط C_f يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها e

والمماس للخط C_f في هذه النقطة يوازي المستقيم $y=2x$.

ثانياً : بفرض $a=1$ و $b=-e$ نحصل على التابع $f(x)=x-\dfrac{e}{\ln x}$.

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1}f(x)$. واكتبي معادلة مستقيمه المقارب الشاقولي .

❷ أثبتي أنّ f متزايد تماماً على $]1,+\infty[$. ثمّ نظّمي جدولاً بتغيّرات التابع f .

❸ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ مقارب للخط C_f . ثمّ ادرسي وضع C_f بالنسبة إلى Δ .

❹ ارسمي Δ ثمّ C_f. ثمّ استنتجي رسم الخط C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\dfrac{x\ln x-\ln x-e}{\ln x}$ من الخط C_f .

....انتهت الأسئلة..

مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

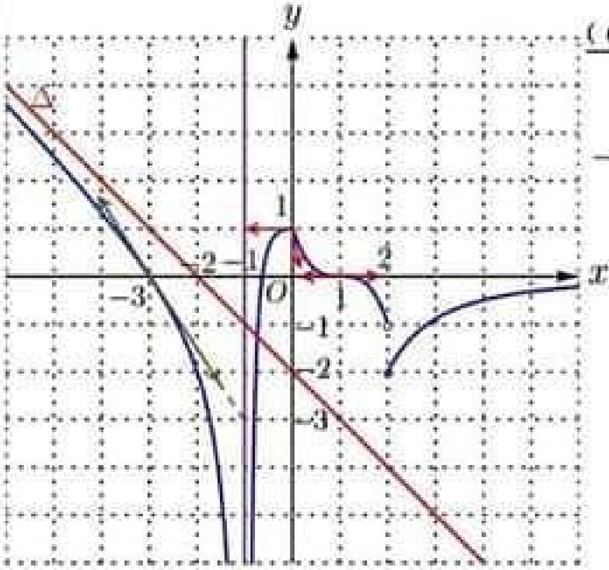
الفحص النصفي في مادة الرياضيات

للصف الثالث الثانوي العلمي (2020–2021) النموذج : A

الاسم :.........

الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : تأملي الخط البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور لتابع f معرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Δ مقارب مائل للخط C_f في جوار $-\infty$

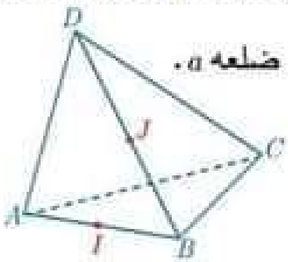
❶ استنتجي نهايات التابع f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفه. واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب شاقولي أو أفقي للخط C_f .

❷ اكتبي معادلة المستقيم Δ ثم استنتجي $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❸ أوجدي كلاً من $f'(1)$ و $f'(-3)$ و $f(2)$.

❹ هل f اشتقاقي عند الصفر ؟ عللي إجابتك .

❺ هل f اشتقاقي عند $x=2$ ؟ عللي إجابتك .



السؤال الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه منتظم(كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع) طول ضلعه a.

I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[BD]$.

❶ احسبي كلاً من : $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$ و $\overline{AB}\cdot\overline{CI}$ و $\overline{IJ}\cdot\overline{DA}$ و $\overline{AJ}\cdot\overline{DA}$

❷ أثبتي أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان .

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرّف على $[0,+\infty[$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases} x^2\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right) & : x>0 \\ 0 & : x=0 \end{cases}$$

ادرسي قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر واكتبي معادلة المماس لخطّه البياني في النقطة التي فاصلتها الصفر .

السؤال الرابع: في المستوي العقدي المزوّد بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

❶ أثبتي أنّ $|iz+2-i|=|z-1-2i|$.

❷ ماذا تمثّل مجموعة النقاط $M(z)$ في المستوي التي تحقّق المساواة : $|iz+2-i|=3$ ؟

ثانياً : حلي التمارين الأربع الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{3+\cos x}-2}{x^2} & : x\neq 0 \\ m+1 & : x=0 \end{cases}$$

ما قيمة m التي تجعل f مستمراً على $\mathbb{R}$ ؟

التمرين الثاني : في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطة M ممثّلة للعدد العقدي z غير المعدوم .

وليكن العدد العقدي $w=\left(\dfrac{z}{|z|}\right)^2$. نفترض $z=x+yi$ و $w=X+Yi$ حيث x و y و X و Y هي أعداد حقيقية .

❶ احسبي X و Y بدلالة العددين x و y . ❷ عيّني مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها w حقيقياً .

❸ أثبتي أنه عندما يكون $z=(1+i)^6$ يكون w حقيقياً .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

$f([1,6[) = [5,a[$

5 الحركة خاطئة :

والصواب :

5 $f([1,6[) =]a,5]$

5 $f([-2,6[) =]a,5]$

الحركة خاطئة :

5 والصواب : $f([-2,6[) = [a,5]$

60 التمرين الرابع :

$P(Z) = Z^3 - 3Z^2 + 3Z + 7$

3 ① $P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + 3(-1) + 7$

3 $= -1 - 3 - 3 + 7$

$= -7 + 7 = 0$

3 + 3

$$\begin{array}{r|l} Z^3 - 3Z^2 + 3Z + 7 & Z+1 \\ \hline \mp Z^3 \mp Z^2 & Z^2 - 4Z + 7 \\ -4Z^2 + 3Z + 7 & \\ \pm 4Z^2 \pm 4Z & \\ 7Z + 7 & \\ \mp 7Z \mp 7 & \\ 0 & \end{array}$$

فالمعادلة تكتب : $P(Z) = 0$

3 $(Z+1)(Z^2 - 4Z + 7) = 0$

إما $Z + 1 = 0$

3 ومنه $\boxed{Z = -1}$

أو $Z^2 - 4Z + 7 = 0$

3 $D = 16 - 4(1)(7)$

$= 16 - 28$

$= -12 < 0$

3 للمعادلة جذران في C

3 $\sqrt{-D} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

3 إذاً $Z_2 = \dfrac{-b + \sqrt{-D}\, i}{2a} = \dfrac{4 + 2\sqrt{3}\, i}{2}$

$\boxed{Z_2 = 2 + \sqrt{3}\, i}$

3 ثم $Z_3 = \overline{Z_2} = \boxed{2 - \sqrt{3}\, i}$

②

(a

3 $AB = |Z_B - Z_A| = |2 + i\sqrt{3} + 1|$

$= |3 + i\sqrt{3}| = \sqrt{9+3} = \sqrt{12}$

$= 2\sqrt{3}$

3 $AC = |Z_C - Z_A| = |2 - i\sqrt{3} + 1|$

$= |3 - i\sqrt{3}| = \sqrt{9+3} = \sqrt{12}$

$= 2\sqrt{3}$

3 $BC = |Z_C - Z_B| = |2 - i\sqrt{3} - 2 - i\sqrt{3}|$

$= |-2i\sqrt{3}| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

نلاحظ : $AB = AC = BC$

3 فالمثلث ABC متساوي الأضلاع

(b

3 $(\overrightarrow{CG}, \overrightarrow{CA}) = \arg\left(\dfrac{Z_A - Z_C}{Z_G - Z_C}\right)$

3 $= \arg\left(\dfrac{-1 - 2 + i\sqrt{3}}{3 - 2 + i\sqrt{3}}\right)$

$= \arg\left(\dfrac{-3 + i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}\right)$

3 $= \arg\left(\dfrac{(-3 + i\sqrt{3})(1 - i\sqrt{3})}{1 + 3}\right)$

$= \arg\left(\dfrac{-3 + 3\sqrt{3}i + \sqrt{3}i + 3}{4}\right)$

3 $= \arg(\sqrt{3}\, i) = \dfrac{\pi}{2}$

3 فالمثلث GAC قائم في C

60

التمرين الثاني:

$$w = \left(\frac{z}{|z|}\right)^2$$

① 4 $x + yi = \dfrac{z^2}{|z|^2}$

4 $x + yi = \dfrac{(x+yi)^2}{x^2+y^2}$

4 $x + yi = \dfrac{x^2-y^2+2xyi}{x^2+y^2}$

4 $x + yi = \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} + \dfrac{2xy}{x^2+y^2}\, i$

4 ومنه $X = \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

4 $Y = \dfrac{2xy}{x^2+y^2}$

② يكون w حقيقيا إذا انعدم الجزء التخيلي أي $Y=0$ 4

ومنه $\dfrac{2xy}{x^2+y^2} = 0$

أي $xy = 0$ 4

إما $x=0$ 4

وهو يمثل المحور yy'

أو $y=0$ 4

وهو يمثل المحور xx'

مجموعة النقاط $M(z)$ هي اجتماع محوري الإحداثيات xx' و yy' محذوف منه النقطة $O(0,0)$ لأنه لدينا فرضا 4

$z \neq 0$ 4

③ $z = (1+i)^6$

4 $z = \left((1+i)^2\right)^3$

$z = (2i)^3$

4 $\boxed{z = -8i}$

$\boxed{\bar{z} = 0-8i}$

4 صورة z هي النقطة $(0,-8)$ إذن تنتمي إلى محور التراتيب

يكون w حقيقيا لأنها تحقق الشرط المطلوب سابقا

طريقة (2): ضع القيمة z في w:

60 التمرين الثالث:

■ حلول المتراجحة: $f'(x) \geq 0$ هي $]-\infty,1]$

5 مقولة خاطئة:

5 والصواب: $f'(x) \geq 0$ من أجل $x \in [-3,1]$

5 ■ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-\infty,1[$

مقولة خاطئة

5 والصواب: المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين في المجال $]-\infty,1[$

5 ■ $y=-2$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى البياني

مقولة خاطئة:

5 والصواب: $\boxed{y=0}$ معادلة مستقيم مقارب

5 ■ المعادلة: $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]2,+\infty[$

المقولة صحيحة:

2 لأن f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]2,+\infty[$

2 و $1 \in f(]2,+\infty[) =]0,5[$

1 فالمعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]2,+\infty[$

التمرين الأول:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3+\cos x} - 2}{x^2} & , x \neq 0 \\ m+1 & , x = 0 \end{cases}$$

$x \longmapsto \dfrac{\sqrt{3+\cos x}-2}{x^2}$ ت. الدالة

مستمر على $\mathbb{R}^*$ حتى يكون f مستمراً على $\mathbb{R}$

يجب أن يكون مستمراً عند الصفر

أي يجب أن يتحقق شرط:

4 $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$

4 $\boxed{f(0) = m+1}$

عندما $x \neq 0$ يكون:

4 $f(x) = \dfrac{\sqrt{3+\cos x}-2}{x^2}$

نضرب بالمرافق بسطاً ومقاماً

4 $f(x) = \dfrac{3+\cos x - 4}{x^2\left(\sqrt{3+\cos x}+2\right)}$

4 $f(x) = \dfrac{\cos x - 1}{x^2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3+\cos x}+2}$

4 $f(x) = -\dfrac{(1-\cos x)}{x^2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3+\cos x}+2}$

4 $f(x) = \dfrac{-2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3+\cos x}+2}$

4 $f(x) = -2\left(\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{x}\right)^2 \dfrac{1}{\sqrt{3+\cos x}+2}$

4 $f(x) = -2\left(\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{2\,\frac{x}{2}}\right)^2 \dfrac{1}{\sqrt{3+\cos x}+2}$

4 $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \lim_{X\to 0} \dfrac{\sin X}{X} = 1$

$\lim_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sqrt{3+\cos x}+2}\right) = \dfrac{1}{2+2} = \dfrac{1}{4}$

4 $\lim_{x\to 0} f(x) = -2\left(\frac{1}{2}(1)\right)^2 \dfrac{1}{4}$

4 $= -2\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$

4 $= -\dfrac{1}{8}$

الشرط هو:

$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$

4 $-\dfrac{1}{8} = m+1$

$m = -\dfrac{1}{8} - 1$

4 ومنه: $\boxed{m = -\dfrac{9}{8}}$

وهي قيمة m التي تجعل f مستمراً على $\mathbb{R}$.

60

السؤال الثالث:

$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$

نضع نسبة التغير للتابع f عند الصفر وهو

4 $g(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

المعرف على $]0, +\infty[$

4 $g(x) = \frac{x^2 \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - 0}{x}$

4 $g(x) = x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

4 $= x\left(\ln x - \ln(x+1)\right)$

4 $g(x) = x \ln x - x \ln(x+1)$

4 لما كان $\lim_{x \to 0} (x \ln x) = 0$ (مبرهنة)

و $\lim_{x \to 0} x = 0$

$\lim_{x \to 0} \ln(1+x) = 0$

كان

4 $\lim_{x \to 0} g(x) = 0 = f'(0)$

+4

4 ومنه f اشتقاقي في الصفر

ما المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 0

أي في النقطة $(0,0)$ أفقي

4 ومعادلته: $y = 0$

40

السؤال الرابع:

① $|iz + z - i| =$

5 $= |iz - zi^2 - i|$

5 $= |i(z - zi - 1)|$

5 $= |i| \, |z - 1 - zi|$

5 $= 1 \, |z - 1 - zi| = |z - 1 - zi|$

② $|z - 1 - 2i| = 3$

5 $|z - (1 + 2i)| = 3$

نفرض العدد العقدي $z_A = 1 + 2i$ الممثل للنقطة $A(1, 2)$

5 $|z - z_A| = 3$

5 $MA = 3$

هذه المساواة تعني هندسياً

مجموعة نقاط المستوي M التي تبعد عن نقطة ثابتة A مسافة ثابتة 3

5 هي تمثل مجموعة نقاط دائرة مركزها $A(1, 2)$ ونصف قطرها يساوي 3

40

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

(1)

3+3 $H(0,0,1)$ ، $D(0,0,0)$

3+3 $E(1,0,1)$ ، $A(1,0,0)$

3+3 $G(0,1,1)$ ، $C(0,1,0)$

3+3 $F(1,1,1)$ ، $B(1,1,0)$

3+3 $M(0,2,1)$ ، $L(0,2,0)$

3+3 $J(1,2,1)$ ، $K(1,2,0)$

3 $I(1,\frac{1}{2},1)$

(2)

3 $\overrightarrow{BI}(0,-\frac{1}{2},1)$

3 $\overrightarrow{AJ}(0,2,1)$

3 $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{AJ}=(0)+(-\frac{1}{2})(2)+(1)(1)$

$=-1+1=0$

3 $\overrightarrow{GI}(1,-\frac{1}{2},0)$

3 $\overrightarrow{HJ}(1,2,0)$

3 $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{HJ}=(1)(1)+(-\frac{1}{2})(2)+(0)$

$=1-1=0$

$\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{DJ}$

2 لأنه المسقط القائم للشعاع

3 $\overrightarrow{DJ}$ على المستوي $(AKJE)$ الحاوي

للشعاعين $\overrightarrow{BI}$ و $\overrightarrow{AJ}$

$\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{HJ}=\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{DJ}$

2 لأنه المسقط القائم للشعاع $\overrightarrow{DJ}$

3 على المستوي $(GJMH)$ الحاوي

للشعاعين $\overrightarrow{GI}$ و $\overrightarrow{HJ}$

ملاحظة:

إذا أجاب الطالب

$\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{DJ}=0$

و $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{DJ}=0$

من دون تعليل يستحق تمام العلامة

المخصصة للفقرة.

وجدنا أن:

$\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{DJ}=0$

3 و $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{DJ}=0$

\+ فالمستقيم (DJ) عمودي على

3 المستقيمين (BI) و (GI) المتقاطعين.

فالمستقيم (DJ) عمودي على المستوي (BIG)

(3) $2\overrightarrow{ND}-\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NK}=\vec{0}$

3 $2\overrightarrow{ND}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NK}=\vec{0}$

3 $2\overrightarrow{ND}+\overrightarrow{AK}=\vec{0}$

3 $2\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{AK}$

3 $2\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{DC}$

3 ومنه $\boxed{N=C}$

أي النقطة N منطبقة على C

(4)

3 $DJ=\sqrt{(1)^2+(2)^2+(1)^2}$

3 $DJ=\sqrt{1+4+1}=\sqrt{6}$

3 $R=\frac{\sqrt{6}}{2}$ نصف قطر الكرة

مركز الكرة منتصف $[DJ]$

3 $(\frac{1}{2},1,\frac{1}{2})$

معادلة الكرة هي:

3 $(x-\frac{1}{2})^2+(y-1)^2+(z-\frac{1}{2})^2=\frac{3}{2}$

100

المسألة الثانية:

$f(x)=ax+\frac{b}{\ln x}$

أولاً: $(e,0)\in C_f$

5 ومنه $f(e)=0$

$ae+\frac{b}{\ln e}=0$

5 $ae+b=0$ (1)

المماس للمنحني C_f في النقطة التي فاصلتها e يوازي المستقيم $y=2x$ ومنه

5 $f'(e)=2$

$f'(x)=a+\frac{0-\frac{1}{x}b}{(\ln x)^2}$

5 $f'(x)=a-\frac{b}{x(\ln x)^2}$

$f'(e)=2$

$a-\frac{b}{e(1)}=2$

5 $ae-b=2e$ (2)

بجمع (1)، (2): $2ea=2e$

$a=\frac{2e}{2e}=1$

5 $\boxed{a=1}$

نعوض في (1)

$e+b=0$

5 ومنه $\boxed{b=-e}$

فالتابع المطلوب هو:

$f(x)=x-\frac{e}{\ln x}$

ثانياً: $f(x)=x-\frac{e}{\ln x}$

5 (1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

5 $\lim_{x\to1^{+}} f(x)=-\infty$

5 $\boxed{x=1}$ مستقيم مقارب شاقولي.

(2) f اشتقاقي على $]1,+\infty[$

$f'(x)=1-\frac{-e}{x(\ln x)^2}$

5 $f'(x)=1+\frac{e}{x(\ln x)^2}>0$

ومنه f متزايد تماماً على $]1,+\infty[$

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow +\infty$

5

5

(3) إثبات أن $D: y=x$ مقارب مائل لـ C_f

5 $f(x)-y_D=\frac{-e}{\ln x}$

5 $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_D)=0$

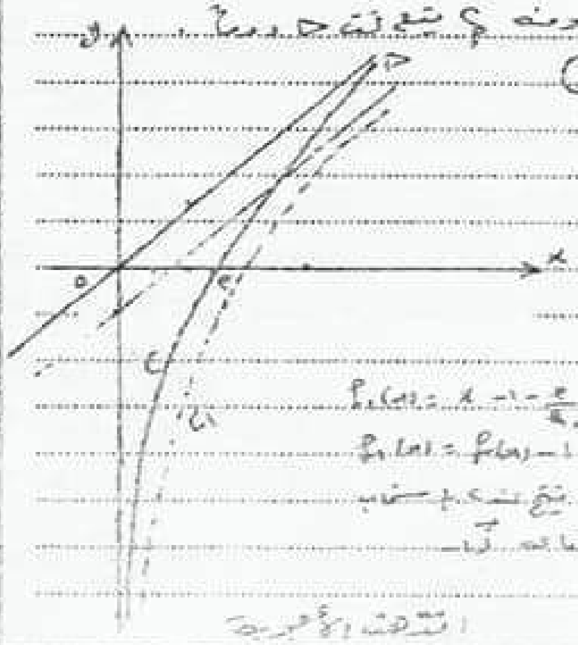
5 ومنه $D: y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

لدراسة وضع C_f بالنسبة إلى D ندرس

5 إشارة الفرق $f(x)-y_D=\frac{-e}{\ln x}<0$

5 ومنه C_f يقع تحت D دوماً.

(4) 5



5

$f_1(x)=x-1-\frac{e}{\ln x}$

$f_1(x)=f(x)-1$

5 C_1 ينتج عن C بانسحاب شعاعه $\vec{j}-$

100

انتهت الأجوبة