## السؤال 1 :

ليكن $f$ التابع المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x)=\sqrt{x}(e^{x}-1)$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ اشتقاقي عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- استنتج مشتق التابع $g$ المعرّف على المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ وفق $g(x)=\sqrt{\cos x}\,(e^{\cos x}-1)$ .

## السؤال 2 :

ليكن $f$ التابع المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x)=x(e^{\sqrt{x}}-1)$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ اشتقاقي عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- استنتج مشتق التابع $g$ المعرّف على المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ وفق $g(x)=\tan x\,(e^{\sqrt{\tan x}}-1)$ .

## السؤال 3 :

ليكن $f$ التابع المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x)=\sqrt{x}\ln(1+x)$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ اشتقاقي عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- استنتج مشتق التابع $g$ المعرّف على المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ وفق $g(x)=\sqrt{\sin x}\ln(1+\sin x)$ .

## السؤال 4 :

ليكن $f$ التابع المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x)=x\ln(1+\sqrt{x})$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ اشتقاقي عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- استنتج مشتق التابع $g$ المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ وفق $g(x)=x^{2}\ln(1+x)$ .

## السؤال 5 :

ليكن $f$ التابع المعرّف على المجال $[1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x)=\sqrt{\ln x}\,(x-1)$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ اشتقاقي عند $x=1$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]1,+\infty[$ .

3- استنتج مشتق التابع $g$ المعرّف على المجال $]1,+\infty[$ وفق $g(x)=\sqrt{\ln\sqrt{x}}\,(\sqrt{x}-1)$ .

## السؤال 6 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\begin{cases}\frac{4x}{1+e^{1/x}} & ; \quad x\neq 0\\ 0 & ; \quad x=0\end{cases}$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ $|f(x)|<4|x|$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^{*}$ ، و استنتج أنّ التابع $f$ مستمر عند الصفر .

2- ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند $x=0$ .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل للخط $C$ .

السؤال 7 :

ليكن التابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}+$ وفق : $f(x)=\begin{cases} x^2(1-\ln x) & ; \quad x>0 \\ 0 & ; \quad x=0 \end{cases}$ و **المطلوب** :

1- ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في النقطة التي فاصلتها $x=1$ .

السؤال 8 :

ليكن التابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}+$ وفق : $f(x)=\begin{cases} \frac{x}{1+x\ln x} & ; \quad x>0 \\ 0 & ; \quad x=0 \end{cases}$ و **المطلوب** :

1- ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في النقطة التي فاصلتها $x=0$ .

السؤال 9 :

ليكن التابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}+$ وفق : $f(x)=\begin{cases} \frac{\ln x}{x+\ln x} & ; \quad x>0 \\ 1 & ; \quad x=0 \end{cases}$ و **المطلوب** :

1- ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند $x=0$ .

2- احسب $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في النقطة التي فاصلتها $x=1$ .

السؤال 10 :

ليكن التابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\begin{cases} \ln(x+1) & ; \quad x>0 \\ e^x-1 & ; \quad x\leq 0 \end{cases}$ و **المطلوب** :

1- تحقّق أنّ $f$ مستمر عند الصفر. 2- أثبت أنّ $f$ قابل للاشتقاق عند $x=0$ .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في النقطة التي فاصلتها $x=0$ .

السؤال 11 :

ليكن التابع $f$ المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\begin{cases} \frac{x}{e^x-\ln x} & ; \quad x>0 \\ 0 & ; \quad x=0 \end{cases}$ و **المطلوب** :

1- تحقّق أنّ $f$ مستمر عند الصفر 2- ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند $x=0$ و فسّر النتيجة هندسيّاً .

السؤال 12 :

$C_f$ و $C_g$ هما الخطان البيانيّان للتابعين المعرّفين على المجال $I=]-1,+\infty[$ وفق: $f(x)=\ln(x+1)$ و $g(x)=e^x-1$

1- ادرس اطّراد التابع $h(x)=(x+1)e^x-1$ و احسب $h(0)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ على $I$ .

2- تحقّق أنّ $g(x)\geq f(x)$ أيّاً كانت $x$ من $I$ .

3- أثبت أنّ $C_f$ و $C_g$ يقبلان مماساً مشتركاً $T$ في النقطة التي فاصلتها $x=0$ ، ثم اكتب معادلة $T$ .

4- ارسم في معلم متجانس الخطّين $C_f$ و $C_g$ مستفيداً من رسم المماس المشترك .

السؤال 13 :

$C_f$ و $C_g$ هما الخطان البيانيّان للتابعين المعرّفين على $\mathbb{R}_+^*$ وفق: $f(x)=\ln x$ , $g(x)=2\sqrt{x}-2$ و **المطلوب** :

1- تحقّق أنّ $g(x)\geq f(x)$ أيّاً كانت $x$ من $\mathbb{R}_+^*$ .

2- أثبت أنّ $C_f$ و $C_g$ يقبلان مماساً مشتركاً $T$ في نقطة يُطلَب تعيين إحداثياتها ، ثم اكتب معادلة ل $T$ .

## السؤال 14

$C_f$ و $C_g$ هما الخطان البيانيّان للتابعين المعرّفين على $\mathbb{R}_+^*$ وفق: $f(x) = \ln x$ ، $g(x) = 1 - \frac{1}{x}$ و **المطلوب** :

1- تحقّق أنّ $f(x) \geq g(x)$ أيّاً كانت $x$ من $\mathbb{R}_+^*$ .

2- أثبت أنّ $C_f$ و $C_g$ يقبلان مماساً مشتركاً $T$ في نقطة يُطلَب تعيين إحداثياتها ، ثم اكتب معادلة ل $T$ .

## السؤال 15

$C_f$ و $C_g$ هما الخطان البيانيّان للتابعين المعرّفين على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ و $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ . **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابعين $f$ و $g$ فرديّان .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

3- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

4- أثبت أنّ $C_f$ و $C_g$ يقبلان مماساً مشتركاً $T$ في النقطة $(0,0)$ ، ثم اكتب معادلة ل $T$ .

5- في معلم متجانس ارسم المماس $T$ ثم ارسم $C_f$ و $C_g$ .

6- أثبت أنّ التابع $g$ هو التقابل العكسي للتابع $f$ .

## السؤال 16

ليكن $C_f$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على المجال $]-1,1[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{2}\ln(\frac{x+1}{1-x})$

و ليكن $C_g$ الخط البياني للتابع $g$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابعين $f$ و $g$ فرديّان .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

3- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

4- أثبت أنّ $C_f$ و $C_g$ يقبلان مماساً مشتركاً $T$ في النقطة $(0,0)$ ، ثم اكتب معادلة ل $T$ .

5- في معلم متجانس ارسم المماس $T$ ثم ارسم $C_f$ و $C_g$ .

6- أثبت أنّ التابع $g$ هو التقابل العكسي للتابع $f$ .

## السؤال 17

**أولاً** : ليكن $g$ التابع المعرّف على المجال $I = ]-1,+\infty[$ وفق : $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$ . و **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

2- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $I$ .

**ثانياً** : ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $I$ وفق : $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ و **المطلوب** :

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل ل $C$ ، و ادرس وضعه النسبي .

3- أثبت أنّ $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}$ ، ثم نظّم جدولاً بتغيّرات $f$ .

4- عيّن إحداثيّات النقطة A التي يكون فيها المماس $T$ موازياً $\Delta$ ، و اكتب معادلة $T$ .

5- في معلم متجانس ارسم $\Delta$ و $T$ ثم ارسم $C$ .

**ثالثاً**: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $u_0 = 4$ و من أجل $n \geq 0$ : $u_{n+1} = f(u_n)$ .

1- أثبت أنّ $f(x) \in [0,4]$ من أجل كل $x$ من المجال $[0,4]$ .

2- أثبت بالتدريج صحّة الخاصّة $0 \leq u_n \leq 4$ من أجل $n \geq 0$ .

3- ادرس اطّراد المتتالية $u_n$ و استنتج أنّها متقاربة ، ثم عيّن نهايتها .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و $\Delta$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = e - 1$ .

## السؤال 18 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على المجال $I = ]-1,+\infty[$ وفق : $f(x) = x - \ln(x+1)$

و لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجيّاً وفق : $u_0 = e-1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و **المطلوب :**

**أولاً :**

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ و فسّر النتيجة هندسيّاً .

3- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدّيّة .

**ثانياً :**

1- أثبت أنّ $f(x) \in [0, e-1]$ أيّاً كانت $x$ من المجال $[0, e-1]$ .

2- أثبت بالتدريج صحّة الخاصّة $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$ من أجل $n \geq 0$ .

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة و عيّن نهايتها .

**ثالثاً :**

1- ادرس وضع $C$ بالنسبة للمستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y = x$ .

2- في معلم متجانس ارسم المستقيم $\Delta$ و ارسم $C$ .

3- مثّل على الرسم السابق و دون حساب الحدود $u_0$ و $u_1$ و $u_2$ و $u_3$ على الرسم نفسه .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و $\Delta$ و المستقيمين $x = 0$ و $x = e-1$ .

## السؤال 19 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x^2 e^{2x+2}$ **المطلوب :**

**أولاً :**

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدّية .

3- في معلم متجانس ارسم $C$ .

4- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x) = x^2 e^{2-2x}$ .

**ثانياً :**

1- أثبت أنّ التابع $f$ هو حل للمعادلة التفاضليّة $y' - 2y = 2xe^{2x+2}$ .

2- عين جميع حلول المعادلة التفاضليّة $y' - 2y = 0$ .

3- أثبت أنّه إذا كان $h$ حلاً للمعادلة $y' - 2y = 2xe^{2x+2}$ كان $(h - f)$ حلّاً للمعادلة $y' - 2y = 0$ .

4- استنتج جميع حلول المعادلة التفاضليّة $y' - 2y = 2xe^{2x+2}$ .

## السؤال 20 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 e^x$ و **المطلوب :**

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدّية .

3- في معلم متجانس ارسم $C$ .

4- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2 e^{-x}$ .

5- استنتج رسم الخط البياني $C''$ للتابع $h(x) = \frac{x^2}{4} e^{2-x}$ .

## السؤال 21 :

**أولاً :** ليكن التابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = (x-1)e^{x} + 1$ . **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات $f$ و نظّم جدولاً بها ، و احسب $f(1)$ ثم ارسم الخط البياني $C_f$ .

2- استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ .

**ثانياً :** ليكن التابع $g$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = (x-2)e^{x} + x + 2$ **المطلوب** :

1- أثبت أنّ $g$ تابع أصلي لـ $f$ على $\mathbb{R}$ .

2- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم بها جدولاً .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، وادرس وضعه النسبي .

4- في معلم متجانس ارسم $\Delta$ و ارسم الخط $C_g$ .

## السؤال 22 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2}{4}e^{2-x} - x$ . و **المطلوب** :

1- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ .

4- أثبت أنّ المماس $T$ هو مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

5- في معلم متجانس ارسم $T$ ثم ارسم $C$ .

## السؤال 23 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(e^{x} + 1)$ و ليكن $g$ التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = (x+1)e^{x} + 1$ . و **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

2- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه .

3- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

4- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

5- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، و ادرس وضعه النسبي .

6- في معلم متجانس ارسم $T$ ثم ارسم $C$ .

7- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x) = -x - xe^{-x}$ .

8- استنتج رسم الخط البياني $C''$ للتابع $h(x) = x(e^{-x} + 1)$ .

## السؤال 24 :

**أولاً :** ليكن التابع $g$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = e^{x} + x - 1$ **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

2- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

**ثانياً :** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(1 - e^{-x})$ . و **المطلوب** :

1- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- أثبت أنّ $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x}}$ ثمّ نظّم جدولاً بتغيّرات $f$ .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- في معلم متجانس ارسم $\Delta$ ثم ارسم $C$ .

5- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x) = -x - xe^{-x}$ .

6- استنتج رسم الخط البياني $C''$ للتابع $h(x) = x(e^{-x} + 1)$ .

7- عيّن $A(\alpha)$ مساحة السطح المحصور بين $C$ و $\Delta$ و المستقيمين ذوي المعادلتين $x = 0$ و $x = \alpha$ حيث $\alpha > 0$ .

8- احسب $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$ .

9- أثبت أنّ $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضليّة $y' + y = x + 1 - e^{-x}$ .

**ثالثاً :** لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجيّاً وفق : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و **المطلوب :**

1- أثبت أنّ $f(x) \in [0,1]$ أيّاً كانت $x$ من المجال $[0,1]$ .

2- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 0$ صحّة الخاصّة $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$ .

3- استنتج أنّ المتتالية $u_n$ متقاربة ، و احسب نهايتها .

## السؤال 25

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(e^{2x} - e^{x} + 1)$ و **المطلوب :**

1- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في النقطة التي فاصلتها $x = 0$ .

2- أثبت أنّ المماس $T$ هو مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

## السؤال 26

**أولاً :** ليكن $g$ التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = e^{x^2} + 2x^2 - 1$ **المطلوب :**

1- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

2- استنتج أنّ $g(x) \geq 0$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ .

**ثانياً :** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(1 - e^{-x^2})$ و **المطلوب :**

1- أثبت أنّ التابع $f$ فردي .

2- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف $D_f$ .

3- أثبت أنّ المستقيم $d$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط $C$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- أثبت أنّ $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x^2}}$ ثم نظّم جدولاً بتغيّرات $f$ .

5- في معلم متجانس ارسم $d$ ثمّ ارسم $C$ .

6- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و $d$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = \sqrt{\ln 2}$ .

7- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x) = x(e^{-x^2} - 1)$ .

**ثالثاً :** لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجيّاً وفق : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و **المطلوب :**

1- أثبت أنّ $f(x) \in [0,1]$ أيّاً كانت $x$ من المجال $[0,1]$ .

2- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 0$ صحّة الخاصّة $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$ .

3- استنتج أنّ المتتالية $u_n$ متقاربة ، و احسب نهايتها .

السؤال 27 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = xe^{1-x}$ و **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

2- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في النقطة التي فاصلتها $x = 0$ .

3- ارسم كلاًّ من $T$ و $C$ .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$ .

5- أثبت أنّ $f$ هو حل للمعادلة التفاضليّة $y' + y = e^{1-x}$ .

6- أثبت أنّ المشتق من الرتبة $n$ للتابع $f$ يُعطى وفق : $f^{(n)}(x) = (-1)^n(x-n)e^{1-x}$ حيث $n \geq 1$ .

السؤال 28 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x - \frac{e^x-1}{e^x+1}$ و **المطلوب** :

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- أثبت أنّ المستقيم $\Delta_1$ ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta_2$ ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم بها جدولاً .

5- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ في نقطة منه فاصلتها $x = 0$ .

6- في معلم متجانس ارسم $\Delta_1$ و $\Delta_2$ و $T$ ثم ارسم $C$ .

7- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و $\Delta_1$ و المستقيمين ذوي المعادلتين $x = 0$ و $x = \ln 2$ .

السؤال 29 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \ln(\frac{e^x+e^{-x}}{2})$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ زوجي .

2- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta_1$ ذو المعادلة $y = x - \ln 2$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- أثبت أنّ المستقيم $\Delta_2$ ذو المعادلة $y = -x - \ln 2$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

5- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدّية (إن وُجِدت) .

6- في معلم متجانس ارسم $\Delta_1$ و $\Delta_2$ ثم ارسم $C$ .

السؤال 30 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x) = \ln|e^x - e^{-x}|$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ زوجي .

2- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta_1$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- أثبت أنّ المستقيم $\Delta_2$ ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

5- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

6- في معلم متجانس ارسم $\Delta_1$ و $\Delta_2$ ثم ارسم $C$ .

## السؤال 31 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}^*$ وفق $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 1)$ و **المطلوب** :

1- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

3- أثبت أنّ المستقيم $d$ ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- في معلم متجانس ارسم $d$ ثم ارسم $C$ .

## السؤال 32 :

**أولاً :** ليكن $g$ التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = e^x - 1 + x$ **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

2- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

**ثانياً :** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{x-2}{1+e^{-x}} + 2$ . **المطلوب** :

1- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة المقارب الأفقي و ادرس وضعه النسبي .

2- أثبت أنّ $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$ ثم نظّم جدولاً بتغيّرات $f$ ، و دل على القيم الحدّية .

3- أثبت أنّ المستقيم $d$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط $C$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- في معلم متجانس ارسم $d$ ثم ارسم $C$ .

**ثالثاً :** لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجيّاً وفق : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و **المطلوب** :

1- أثبت أنّ $f(x) \in [0,2]$ أيّاً كانت $x$ من المجال $[0,2]$ .

2- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 0$ صحّة الخاصّة $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ .

3- استنتج أنّ المتتالية $u_n$ متقاربة ، و احسب نهايتها .

## السؤال 33 :

**أولاً :** ليكن $g$ التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = 1 - (1+2x)e^{-2x}$ **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $g$ و نظّم جدولاً بها .

2- استنتج أنّ $g(x) \geq 0$ أيّاً تكن $x$ من $\mathbb{R}$ .

**ثانياً :** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = x + (x+1)e^{-2x}$ . **المطلوب** :

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

2- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

3- أثبت أنّ $f'(x) = g(x)$ ثم نظّم جدولاً بتغيّرات التابع $f$ .

4- أثبت أنّ المعادلة $f(x)$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أنّ $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$ .

5- عيّن إحداثيّات النقطة A من $C$ التي يكون فيها المماس $T$ موازياً للمستقيم $\Delta$ ثم اكتب معادلة المماس $T$ .

6- في معلم متجانس ارسم $\Delta$ و $T$ ثم ارسم $C$ .

7- ليكن $n$ عدد طبيعي بحيث $n \geq 2$ أثبت أنّ المشتق من الرتبة $n$ للتابع $f$ يُعطى وفق :

$$f^{(n)}(x) = (-2)^{n-1}(n - 2x - 2)e^{-2x}$$

8- أثبت أنّ $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضليّة $y' + y = 1 + x(1 - e^{-2x})$ .

## السؤال 34 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $\mathbb{R}_+^*$ وفق $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ . **المطلوب :**

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

3- حل المعادلة $f(x)=0$ .

4- في معلم متجانس ارسم الخط البياني $C$ .

5- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x)=\frac{1+x+\ln x}{x}$ .

6- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\frac{1}{e}$ , $x=e$ .

## السؤال 35 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}_+^*$ وفق $f(x)=\frac{e\ln x}{x}$ . **المطلوب :**

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحديّة .

3- في معلم متجانس ارسم الخط البياني $C$ .

4- استنتج رسم الخط البياني $C'$ للتابع $g(x)=\frac{e}{x}\ln(\frac{1}{x})$ .

5- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\frac{1}{e}$ , $x=e$ .

## السؤال 36 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على المجال $I=]0,1[\cup]1,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{ex\ln x}$ . **المطلوب :**

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحديّة .

3- في معلم متجانس ارسم الخط البياني $C$ .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=e$ , $x=e^e$ .

## السؤال 37 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{2}x\exp(\frac{1}{2}-x^2)$ . **المطلوب :**

1- أثبت أنّ التابع $f$ فردي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحديّة .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ .

4- في معلم متجانس ارسم الخط البياني $C$ .

5- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ , $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

## السؤال 38 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=(e^x-1)^2+x$ . **المطلوب :**

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

2- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للخط $C$ في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

3- ادرس تغيرات التابع $f$ و نظّم بها جدولاً .

4- أثبت أنّ $C$ يقبل مماساً $T$ يوازي المستقيم $\Delta$ ، ثم اكتب معادلة للمماس $T$ و ادرس وضعه النسبي .

5- في معلم متجانس ارسم $\Delta$ و $T$ ثم ارسم $C$ .

6- احسب مساحة السطح المحصور المحدّد بالخط $C$ و المستقيم $\Delta$ و محور التراتيب .

السؤال 39 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على المجال $]-1,1[$ وفق : $f(x)=\frac{x}{|x|}\ln(1-|x|)$ . **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ فردي .

2- اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

3- ادرس تغيّرات التابع $f$ على المجال $]0,1[$ .

4- أثبت أنّ التابع $f$ اشتقاقي عند $x=0$ .

5- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ، و احسب قيمة تقريبيّة ل $f(0.01)$ .

6- في معلم متجانس ارسم $T$ ثم ارسم $C$ على المجال $]-1,1[$ .

السؤال 40 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$ وفق : $f(x)=x+\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$ . **المطلوب** :

1- أثبت أنّ التابع $f$ فردي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ على المجال $[0,1[\cup]1,+\infty[$ .

3- أثبت أنّ المستقيم $\Delta$ ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للخط $C$ ، و ادرس وضعه النسبي .

4- أثبت أنّ $C$ يقبل مماساً $T$ يعامد المستقيم $\Delta$ ، ثم اكتب معادلة للمماس $T$ .

5- في معلم متجانس ارسم $\Delta$ و $T$ ثم ارسم $C$ على $\mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$ .

6- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و $\Delta$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=2$ و $x=3$ .

السؤال 41 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف وفق : $f(0)=0$ و $f(x)=x\ln(1+\frac{1}{x})$ في حالة $x\in]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ .

1- أثبت أنّ $f$ مستمر عند الصفر ، ثم ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند الصفر من اليمين .

2- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

3- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

4- في معلم متجانس ارسم $C$ .

السؤال 42 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على المجال $I=]0,e[\cup]e,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{\ln x}{x(\ln x-1)}$ . **المطلوب** :

1- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

3- اكتب معادلة المماس $T$ للخط $C$ عند النقطة التي فاصلتها $x=1$ .

4- في معلم متجانس ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم المماس $T$ و ارسم $C$ .

5- أثبت أن $F$ تابع أصلي ل $f$ على $I$ حيث : $F(x)=\ln x+\ln|\ln x-1|$ .

6- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\frac{1}{e}$ و $x=\frac{1}{e^2}$ .

السؤال 43 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على المجال $I=]0,e[\cup]e,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x(\ln x-1)}$ . **المطلوب** :

1- احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحديّة .

3- في معلم متجانس ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم $C$ .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\frac{1}{e}$ و $x=\frac{1}{e^2}$ .

## السؤال 44 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف وفق $f(0)=0$ و $f(x)=x\ln|x|-x$ في حالة $x\neq 0$ . **المطلوب** :

1- ادرس استمراريّة $f$ على $\mathbb{R}$ .

2- احسب $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ و فسّر النتيجة هندسيّاً .

3- أثبت أنّ التابع $f$ فردي .

4- ادرس تغيّرات التابع $f$ على المجال $[0,+\infty[$ و دل على القيم الحديّة .

5- في معلم متجانس ارسم $C$ .

6- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ .

## السؤال 45 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(0)=0$ و $f(x)=e^{\frac{-1}{x}}$ في حالة $x\neq 0$ . **المطلوب** :

1- أثبت أنّ $f$ اشتقاقي عند الصفر من اليمين .

2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$ و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

3- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

4- في معلم متجانس ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم $C$ .

## السؤال 46 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق : $f(x)=\frac{e^x}{1+x}$ . **المطلوب** :

1- احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحديّة .

3- في معلم متجانس ارسم $C$ .

4- استنتج رسم الخط البياني للتابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق $g(x)=\frac{1}{e^x-xe^x}$ .

## السؤال 47 :

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^{-x^2}$ . **المطلوب** :

1- ادرس تغيّرات التابع $f$ و نظّم جدولاً بها .

2- ارسم في معلم متجانس الخط البياني $C$ .

## السؤال 48 :

نتأمل المعادلة التفاضليّة $y'-3y=\sin x \quad ...(1)$

1- عيّن العددين الحقيقيين $a$ و $b$ حتى يكون التابع $u(x)=a\cos x+b\sin x$ حلّاً للمعادلة $(1)$ .

2- عيّن جميع حلول المعادلة التفاضليّة $(2)\ ...\ y'-3y=0$ .

3- أثبت أنّ التابع $(u-v)$ حل للمعادلة $(2)$ إذا و فقط إذا كان التابع $v$ حلّاً للمعادلة $(1)$ .

4- استنتج جميع حلول المعادلة $(1)$ .

-- انتهت الأسئلة --