سلم تصحيح فرض: الجداء الخطي والمعادلات التفاضلية
الثلاثاء العشرين الأول 2020/1/26

السؤال الثاني 40 ن

- A قطورة لأنها عبارة عن المصفوفة المثلثية وعلى شكل قيم ذاتية مختلفة (2)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -2 & \\ & & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[A-\lambda I|0] \overset{\lambda=1}{=} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \overset{EES}{\Rightarrow} \begin{matrix} 0x_1+\boxed{1}x_2=0 \\ \boxed{-1}x_3=0 \end{matrix}$$

$$E_1 = \left\{ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = t\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, t \in IR \right\} \Rightarrow v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix} = (-2)\begin{bmatrix} -1 \\ +3 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ +3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} = (-1)\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

صيغة الانحراف: $P^{-1}AP = D$ (2)

$$A^5 = PD^5P^{-1} = P\begin{bmatrix} 1 & & \\ & -32 & \\ & & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{-32}{3} & \frac{-32}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{33}{3} & \frac{33}{3} \\ 0 & -32 & -31 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

القيم الذاتية	A^3	A^{-2}	A	I	$H = A^3 + 4A^{-2} - 3A - 2I$
	1	1	1	1	$1+4(1)-3(1)-2(1) = 0 = \lambda_1$
	-8	$\frac{1}{4}$	-2	1	$-8+4(\frac{1}{4})-3(-2)-2(1) = -3 = \lambda_2$
	-1	1	-1	1	$-1+4(1)-3(-1)-2(1) = 4 = \lambda_3$

(3)

$spectrum(H) = \{0, -3, 4\}$, $tr(H) = 0+(-3)+4 = 1$, $rank(H) = 2$ (3)

- H ليست تقلوسة لأن $\lambda = 0$ قيمة ذاتية لها (2)

$$P^{-1}H^2P = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 9 & \\ & & 16 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$X(t) = c_1e^{\lambda_1 t}v_1 + c_2e^{\lambda_2 t}v_2 + c_3e^{\lambda_3 t}v_3 \quad (2)$$

$$= c_1e^{0t}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2e^{-3t}\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + c_3e^{4t}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[v]_C = {}_CP_B[v]_B = {}_BP_C^{-1}[v]_B \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$