إدارة المناهج والكتب المدرسية

الرياضيات

الصف الثاني عشر

للفرعين

الأدبي، والفندقي والسياحي

الصف الثاني عشر / الأدبي / ف 1

(الرياضيات)

إجابات تدريبات وأسئلة

الوحدة الأولى

النهايات والاتصال

الفصل الأول : نهاية الاقتران عند نقطة .

أولاً : مفهوم النهاية

تدريب (١)

١) هـ غير معرف عند س = ٣

٢) $\lim_{س \to -٣^-}$ هـ(س) = ٦

٣) $\lim_{س \to +٣}$ هـ(س) = ٦

٤) $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = ٦

تدريب (٢)

١) $\lim_{س \to -١}$ هـ(س) = ٣

٢) $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) غير موجودة

٣) $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = ١

تدريب (٣)

١) $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = ١ ٢) أ = ١٫٥ ٣) ب = ٣

الأسئلة

١) أ) هـ غير معرف عند س = ٢ ب) $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = ٤

ج) هـ(٣) = ٥ د) $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = ٥

٢) أ) $\lim_{س \to ٥٫٥}$ هـ(س) = ١ ب) $\lim_{س \to +٢}$ هـ(س) = ٣

ج) $\lim_{س \to -٢}$ هـ(س) = ٢ د) $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) غير موجودة

٣) أ) $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = ٢ ب) $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ٢ ج) أ = ١ د) ب = ٣٫٢

ثانياً : نظريات النهايات

تدريب (١)

١) $\lim_{س \to -١} (-٢س^٥ + ٤س^٣ + ٩) = ١$

٢) $\lim_{س \to -١} (٧س^٤ + ٥س)(س^٣ + س - ١٠) = -٢٠$

٣) $\lim_{س \to -١} (س^٣ + ٥س)^٣ = -٦٤$

تدريب (٢)

$\lim_{س \to ١} [ق(س) + س^٣ - ٣] = ٥ \longrightarrow \lim_{س \to ١} ق(س) = ٩$

$\lim_{س \to ١} ٣ (ق(س))^٢ = ٣ \left(\lim_{س \to ١} ق(س)\right)^٢ = ٢٤٣$

تدريب (٣)

١) أ) $ق(٢) = ٥$ ب) $\lim_{س \to ١} ق(س) = ٢$

ج) $\lim_{س \to ٤} ق(س) = ١٤$ د) $\lim_{س \to -٣} ق(س) = ١٠$

$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = ١٠$ إذن $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ١٠$

٢) $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ١٣$

تدريب (٤)

١) $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ١٦ \longrightarrow ٩ب + ٧ = ١٦ \longrightarrow ب = ١$

$\lim_{س \to ١} ق(س)$ موجودة $\longrightarrow \lim_{س \to ١^-} ق(س) = \lim_{س \to ١^+} ق(س)$

$٥س - ٩ = ٨$

$\therefore \boxed{٩ = ٣-}$

٢) $\lim_{س \to -٩^+} ق(س) = \lim_{س \to -٩^-} ق(س)$

$٥٠ = ٣٩٥ \longrightarrow \boxed{٩ = ٢}$

٠ الأسئلة

١) أ) ٢٨ ب) ١٢ ج) -١٦

د) ١٧ هـ) ٤٠ ه) -١٦

و) -٦ ز) ٣٠

٢) أ) ٦٩ ب) ٨ ج) ١

٣) $\lim_{س \to -٢} م(س) = ١٠ \leftarrow \lim_{س \to -٢} (م(س))^{٣} = (١٠)^{٣} = ١٠٠٠$

٤) $٩م + ١٥ + ١ = ٢٥ \leftarrow م = ١$

٥) أ) $\lim_{س \to ١} م(س) = ٤$ ب) $\lim_{س \to -٢} م(س) = -٧$

ج) $\lim_{س \to ٠} م(س) = ١$ ، $\lim_{س \to ٠^+} م(س) = ٥$ إذن $\lim_{س \to ٠} م(س)$ غير موجودة

٦) أ) ٢٦ ب) ١٠ ج) ٨

٧) $\lim_{س \to -٢^-} م(س) = \lim_{س \to ٢^+} م(س) \Leftarrow ٢م + ٤ = ٥ \times ٢ + م \leftarrow \boxed{م = ١٦}$

٨) أ) ١ ب) غير موجودة ج) ٢٠ د) ٣٠

٩) $\lim_{س \to -٢^-} م(س) = \lim_{س \to ٢^+} م(س) \Leftarrow ٦ - م = ١٠ \Leftarrow \boxed{م = -٤}$

ثالثاً : نهاية خارج قسمة اقترانين

تدريب (١)

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ - ٥س + ٤}{س + ٥} = \frac{٢٤-}{٦} = -٤$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{س + ٣} = \frac{٠}{٥} = ٠$ ، مرفوض

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س + ٣}{س^٢ - ٤}$ غير موجودة

٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ١}{س + ٣} = \frac{٨}{٦}$

تدريب (٢)

١) $\lim_{س \to ٢-} \frac{س^٢ + ٣س}{س + ٢} = \lim_{س \to ٢-} \frac{س(س+٣)}{س+٢} = -٣$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٢س}{١٠ - ٥س} = \lim_{س \to ٢} \frac{س(س-٢)}{٥(٢-س)} = \frac{٢}{٥}$

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٤ + ٢٧س}{س + ٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{س(س+٣)(س^٢ - ٣س + ٩)}{س+٣} = ٨١$

٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٦س + ٩}{٩ - س^٢} = \lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س-٣)}{(٣+س)(٣-س)}$ ، مرفوض

تدريب ٣

١) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ١٥}{٥ - \sqrt{س + ٢٥}} \times \frac{٥ + \sqrt{س + ٢٥}}{٥ + \sqrt{س + ٢٥}}$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{٢(س - ٥)(٥ + \sqrt{س + ٢٥})}{س - ٥} = ٣٠$

٤) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س + ٢} - ٢}{س - ٢} \times \frac{\sqrt{س + ٢} + ٢}{\sqrt{س + ٢} + ٢} = \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{(س - ٢)(\sqrt{س + ٢} + ٢)}$

$= \frac{١}{٤}$

تدريب (٤)

$\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س + ١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} = \lim_{س \to ٢} \frac{٣ - س - ١}{٣(س - ٢)(س + ١)} = \frac{١}{٩}$

الأسئلة

١) أ) $\frac{١}{٣}$ ب) غير موجودة

٢) أ) $\frac{١}{٨}$ ب) غير موجودة جـ) $\frac{٥}{٣}$

د) ٣ هـ) $\frac{١}{٥٠}$ و) $\frac{١}{٦}$

ز) -٦

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س - ٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س - ٣} = ٦$

٤) $\lim_{س \to ٥} \frac{٣ - \sqrt{س + ٤}}{س^٢ - ٢٥} = \frac{-١}{٢٠ \times ١٠} = -٤$

٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{م(س) - م(٠)}{س}$ حيث $م(س) = س^{٣} + ٥س + ٥$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{س^{٢} + ٥س + ٢} - \frac{١}{٢}}{س}$$

$$= \frac{-١}{(س - ٢)^{٢}}$$

٦) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + س - ٢}{س^{٣} - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{(س + ٢)(س - ١)}{(س - ١)(س + ١)}$

$$= \frac{٣}{٢}$$

رابعاً : نهاية اقتران الجذر النوني

تدريب (١)

$$\lim_{س \to ٣} \sqrt{٣ س - ٥} + س^{٣} = ٢٨$$

تدريب (٢)

١) ٣ ٢) ١ ٣) غير موجودة ٤) صفر

٥) غير موجودة ٦) غير موجودة

الأسئلة

١) أ) ٤ ب) غير موجودة

ج) ١٧ د) ٤

٢) أ) صفر ب) ٢٣

ج) صفر د) غير موجودة

الفصل الثاني : الاتصال

أولاً : الاتصال عند نقطة

تدريب (١)

أ) متصل عند $س = ١$ ب) متصل عند $س = ١$ جـ) غير متصل عند $س = ٢$

تدريب (٢)

$م(٣) = ٤$

$$\text{نها}_{س \to ٣} م(س) = \text{نها}_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س - ٣} = ٦$$

إذن $\text{نها}_{س \to ٣} م(س) \neq م(٣)$ $\Leftarrow$ م غير متصل عند $س = ٣$

تدريب (٣)

١) $\text{نها}_{س \to -٢^-} م(س) = \text{نها}_{س \to -٢^+} م(س)$

$$-١٢ = ٦ + ٣ب - ٢ \Leftarrow \boxed{ب = ٩}$$

ج) $\text{نها}_{س \to ١^-} م(س) = م(١) \Leftarrow ٧ = ٣ + ب \Leftarrow \boxed{ب = ٤}$

$$\text{نها}_{س \to ١^+} م(س) = ٧ \Leftarrow ا + ب = ٧ \Leftarrow \boxed{ا = -٦}$$

أسئلة

١) س = ٣ ، س = ١

٢) غير متصل عند س = ١

٣) غير متصل عند س = ١

٤) أ) متصل عند س = ١ ب) غير متصل عند س = -١

٥) نهـا م(س) = م(٣) ← م = -١
س ← ٣

٦) نهـا هـ(س) = هـ(٢) ← أ = ٦
س ← ٢

نهـا هـ(س) = هـ(٣) ← ب = ١
س ← ٣+

٧) أ = ٣ ، ب = -١

٨) بما أن م متصل عند س = ٢ فإن نهـا م(س) = م(٢)
س ← ٢

لكن نهـا [أ م(س) + ب] = ٦ ← نهـا م(س) = ٢
س ← ٢ س ← ٢

إذن م(٢) = ٢

ثانياً : نظريات الاتصال

تدريب (١)

م كثير حدود متصل عند س = ٣

م(٣) = ٣ ، نهـا م(س) = نهـا م(س) = ٢ ← م متصل عند س = ٣
س ← ٣+ ، س ← ٣-

اذن (م + م)(س) متصل عند س = ٣

تدريب (٢)

م متصل عند س = ١ ، م غير متصل عند س = -١

م(س) = (م · م)(س) = { (س٤ + ٥)(٦ + س٢) ، س ≥ -١ ، (س٤ + ٥)(٣٥ - س) ، س < -١

نهـا م(س) = ٢٤٠ ، نهـا م(س) = ٢٤٠ ، إذن م × م غير متصل عند س = -١
س ← -١+ ، س ← -١-

تدريب (٣)

م) لا يوجد نقاط عدم اتصال

ب) س = -٢ ، ٣

د) س = ١

السؤال الثاني

١) ل(س) متصل عند س = ٢

٢) هـ ، هـ متصلان عند س = ٠ ← ل متصل عند س = ٠

٣) هـ متصل عند س = ٥ ، هـ غير متصل عند س = ٥

تشمل نظريات الاتصال

$$(هـ \times هـ)(س) = \begin{cases} \frac{س^2+٧}{س+٥} & ، س > ٥ \\ \frac{س-٢}{س+٥} & ، س < ٥ \end{cases}$$

$\lim_{س \to ٥^+} (هـ \times هـ)(س) \neq \lim_{س \to ٥^-} (هـ \times هـ)(س)$

إذن هـ × هـ غير متصل عند س = ٥

٤) لـ ، أمثلة متعددة .

٥) م) لا يوجد ب) ٣ ، ٢ جـ) ٠ ، -١ ، ١ د) ٢

٦) ل غير متصل عند س = ٢

أسئلة الوحدة

١) أ) $م(٢) = -٥$ ب) $\lim_{س \to ١} م(س) = ٢$

ج) $\lim_{س \to ٢} م(س)$ غير موجودة د) $س = ٢$

٢) أ) -٣ ب) -٩ ج) $\frac{٩}{٨}$

٣) $ا = ٥$ ، $ب = -٣$

٤) أ) ٢ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) صفر

د) ٢٧ هـ) $\frac{-١}{٨}$ و) $\frac{٣}{١٤٠}$

٥) ل متصل عند $س = ١$

٦) م غير متصل عند $س = ٣$

٧) $م(٥) = ٧$

٨) $س = ٣٫٠٠$

٩) ١) جـ ٢) ب ٣) جـ

٤) د ٥) أ

الوحدة الثانية

التفاضل

١ متوسط التغير.

تدريب :

١) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣٦) - هـ(١)}{٣٦ - ١} = \frac{٦ - ٣٦}{٣٥} = \frac{-٣٠}{٣٥} = \frac{-٦}{٧}$

٢) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(٤+٤\times٦) - (٥-٣^{٤})}{٢} = \frac{٢٨ - ٣}{٢} = \frac{٢٥}{٢}$

٣) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} =$ صفر

٤) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠} = \frac{(١+٣\times٣) - ١}{٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$

تدريب ٢ : الميل $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{٨(٣)^{٠} - ٠}{٣} = \frac{٧٢}{٣} = ٢٤$

تدريب ٣ :- $\frac{\Delta ص}{\Delta س}\Big|_{(-١،٢)} = \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٢ - (-١)} = \frac{٣هـ^{٢}(٢) + ١٠ - (٣هـ^{٢}(-١) + ٥)}{٣}$

$= \frac{٣هـ^{٢}(٢) + ١٠ - ٣هـ^{٢}(-١) + ٥}{٣}$

$= \frac{٣هـ^{٢}(٢) - ٣هـ^{٢}(-١)}{٣} + \frac{١٠ + ٥}{٣}$

$= ٢\left(-٣\right) + \frac{١٥}{٣} = -٦ + ٥$

$= -١$

تدريب ٤ : مقدار التغير في الربح $= ٣٤٠٠٠ - ٣٠٠٠٠ = ١٤٠٠٠$

متوسط الربح السنوي $=$ مقدار التغير في الربح / التغير في الزمن $= \frac{١٤٠٠٠}{٢٠١٢ - ٢٠٠٥}$

$= \frac{١٤٠٠٠}{٧} = ٢٠٠٠$ دينار

الأسئلة

س١) أ) $\Delta س = ٤ - ٢ = ٢$

ب) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(٤)٣ - (٤)^{٢} - (٣)٢ - (٣)^{٢}}{٢}$

$= \frac{١٢ - ١٦ - (٦ - ٤)}{٢} = \frac{-٤ - ٢}{٢} = \frac{-٦}{٢} = -٣$

س٢) $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{٥ - ٣}$

$= \frac{(٣)(٥) + ١ - (٤ - ٢)}{٢}$

$= \frac{١١ - ٢}{٢} = \frac{٩}{٢} = ٣$

س٣) $\Delta ص = هـ(س + ٢) - هـ(س + ١)$

$= هـ(١) - هـ(٢)$

$= ٣(١)^{٣} - ٣(٢)^{٣}$

$= ٣ - ٢٤ = -٢١$

$\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$-١ = س_{٢} - ٢ \Leftarrow س_{٢} = ١$

س٤) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$

$٤ = \frac{٥ب - ٤}{٣} \Leftarrow ١٢ = ٥ب - ٤$

$٥ب = ١٦$

$ب = \frac{١٦}{٥}$

س٥) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}\Big|_{٥} = \frac{ه(٣) - ه(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(هـ(٣) - ٣) - (هـ(١) - ١)}{٢}$

$= \frac{هـ(٣) - ٣ - هـ(١) + ١}{٢}$

$= \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٢} + \frac{-٣ + ١}{٢}$

$= ٤ + \frac{-٢}{٢} = ٤ - ١ = ٣$

س٦) م = $\frac{\text{ص}(٣) - ٦}{٣ - ٠}$ = $\frac{\text{ص}(٣) - ٦}{٣}$ = -٢

⇐ ص(٣) - ٦ = -٦ ⇐ ص(٣) = ٦ - ٦ = ٠

س٧) م = $\frac{\text{ص}(٢) - \text{ص}(٠)}{٢ - ٠}$ = $\frac{٣(٢)^{٢} - ٠}{٢}$ = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦

س٨) ح = $\text{س}^{٣}$

ح = ح(٣) - ح(١)

= $(٣)^{٣} - (١)^{٣}$ = ٢٧ - ١ = ٢٦

س٩) $\overline{\text{ع}}$ = $\frac{\Delta \text{ف}}{\Delta \text{ن}}$

= $\frac{\text{ف}(٣) - \text{ف}(١)}{٣ - ١}$ = $\frac{(١٠(٣) - ٥(٣)^{٢}) - (١٠ - ٥)}{٢}$

= $\frac{٣٠ - ٤٥ - ٥}{٢}$ = $\frac{٣٠ - ٥٠}{٢}$ = $\frac{-٢٠}{٢}$ = -١٠

المشتقة الأولى :-

تدريب ١ : قد (٢) = $\lim_{س \to ٢} \frac{قـ(س) - قـ(٢)}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣ + ٤س - (٣ + ٨)}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣ + ٤س - ١١}{س - ٢}$ $= \lim_{س \to ٢} \frac{٤س - ٨}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} ٤ \left(\frac{س - ٢}{س - ٢} \right)$ = ٤

تدريب ٢ : قد (٣) = $\lim_{س \to ٣} \frac{قـ(س) - قـ(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(٤س^{٢} - ٣) - (٤ \times ٩ - ٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٤س^{٢} - ٣ - ٣٣}{س - ٣}$ $= \lim_{س \to ٣} \frac{٤س^{٢} - ٣٦}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} ٤ \left(\frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س - ٣} \right)$ = ٤ × ٦

= ٢٤

تدريب ٣ : قد (س) = $\lim_{ع \to س} \frac{قـ(ع) - قـ(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - س^{٣}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^{٢} + ع س + س^{٢})}{ع - س}$

= ٣ س^٢

تدريب ٤ : $\text{قا}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt[٣]{ع} - \sqrt[٣]{س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt[٣]{ع^٢} + \sqrt[٣]{ع س} + \sqrt[٣]{س^٢}}{\sqrt[٣]{ع^٢} + \sqrt[٣]{ع س} + \sqrt[٣]{س^٢}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt[٣]{ع^٢} + \sqrt[٣]{ع س} + \sqrt[٣]{س^٢})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt[٣]{ع^٢} + \sqrt[٣]{ع س} + \sqrt[٣]{س^٢}} = \frac{١}{\sqrt[٣]{٣ س^٢}}$

$\text{قا}(٨) = \frac{١}{\sqrt[٣]{١٦}} = \frac{١}{٤}$

تدريب ٥ : $\text{قا}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{١ - ٣ع} - \frac{١}{١ - ٣س}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(١ - ٣س) - (١ - ٣ع)}{(ع - س)(١ - ٣ع)(١ - ٣س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٣(ع - س)}{(١ - ٣س)^٢ (ع - س)}$

$= \frac{-٣}{(١ - ٣س)^٢}$

$\text{قا}\left(\frac{١}{٢}\right) = \frac{-٣}{\left(١ - \frac{٣}{٢}\right)^٢} = \frac{-٣}{\left(\frac{-١}{٢}\right)^٢} = \frac{-٣}{\frac{١}{٤}} = -١٢$

الأسئلة :

س١) $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^2 - 2(س+هـ) - (س^2 - 2س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س^2 + 2سهـ + هـ^2 - 2س - 2هـ - س^2 + 2س}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{2سهـ + هـ^2 - 2هـ}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} (2س + هـ - 2)$

$= 2س - 2$

س٢) $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{4(س+هـ) + 2هـ^2 - (4س + 2هـ^2)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{4س + 4هـ + 2هـ^2 - 4س - 2هـ^2}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{4هـ}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} 4 = 4$

س٣) أ) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{6 - 6}{ع - س} = صفر$

ب) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{(4 - 5ع) - (4 - 5س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{4 - 5ع - 4 + 5س}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{-5(ع - س)}{ع - س} = -5$

جـ) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{(ع^2 - 2ع) - (س^2 - 2س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{(ع^2 - س^2)}{ع - س} + \frac{2س - 2ع}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ع + س - 2$

$= 2س - 2$

ج) $\text{حد}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع^3 + 3} - \sqrt{س^3 + 3}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع^3 + 3} + \sqrt{س^3 + 3}}{\sqrt{ع^3 + 3} + \sqrt{س^3 + 3}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^3 + 3 - س^3 - 3}{(ع - س)(\sqrt{ع^3 + 3} + \sqrt{س^3 + 3})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^2 + سع + س^2)}{(ع - س)(\sqrt{ع^3 + 3} + \sqrt{س^3 + 3})}$

$= \frac{3س^2}{2\sqrt{س^3 + 3}}$

هـ) $\text{حد}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{-\left(\frac{1}{ع^2} - \frac{1}{س^2}\right)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-(س^2 - ع^2)}{ع^2 س^2 (ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-(س + ع)(س - ع)}{ع^2 س^2 (ع - س)}$

$= \frac{-2س}{س^4}$

$= \frac{-2}{س^3}$

و) $\text{حد}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{2}{ع^2 + 3} - \frac{2}{س^2 + 3}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-2(ع^2 - س^2)}{(ع^2 + 3)(س^2 + 3)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-2(ع + س)(ع - س)}{(ع^2 + 3)(س^2 + 3)(ع - س)}$

$= \frac{-4س}{(س^2 + 3)^2}$

ع) م) ق'(-٢) = $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{ق(س) - ق(-٢)}{س + ٢}$

= $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{٣س^{٢} + ٦س - (٠)}{س + ٢}$ = ٣

ب) ق'(٤) = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{١ - س^{٢} - (١ - ١٦)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{١٦ - س^{٢}}{س - ٤}$ = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{(٤ - س)(٤ + س)}{س - ٤}$ = -٨

جـ) ق'(٠) = $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{٢س^{٣} - ٥س + ٤ - ٤}{س - ٠}$

= $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{س(٢س^{٢} - ٥)}{س}$ = -٥

د) ق'(-٣) = $\lim_{س \to -٣}$ $\frac{\sqrt{٢ - ٣س} - \sqrt{٨}}{س + ٢}$ × $\frac{\sqrt{٢ - ٣س} + \sqrt{٨}}{\sqrt{٢ - ٣س} + \sqrt{٨}}$

= $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{٢ - ٣س - ٨}{(س + ٢)(\sqrt{٢ - ٣س} + \sqrt{٨})}$ = $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{-٣س - ٦}{(س + ٢)(\sqrt{٢ - ٣س} + \sqrt{٨})}$

= $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{-٣(س + ٢)}{(س + ٢)(\sqrt{٢ - ٣س} + \sqrt{٨})}$ = $\frac{-٣}{١٦}$

هـ) ق'(٤) = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{\frac{٢}{س - ١} - \frac{٢}{٣}}{س - ٤}$ = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{٦ - ٢س + ٢}{٣(س - ١)(س - ٤)}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{٨ - ٢س}{٣(س - ١)(س - ٤)}$ = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{-٢(٤ - س)}{٣(س - ١)(س - ٤)}$ = $\frac{-٢}{٩}$

و) $\text{مـ}'(1) = \lim_{س \to 1} \frac{\frac{5}{س^3+4} - \frac{5}{7}}{س - 1}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{35 - 30 - 15س}{(س^3+4)(7)(س-1)}$ $= \lim_{س \to 1} \frac{15 - 15س}{(س^3+4)(7)(س-1)}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{15(1-س)}{(س^3+4)(7)(س-1)}$

$= \frac{-15}{49}$.

قواعد الاشتقاق :-

تدريب ١ :

١) $ق(س) = -\frac{٢}{٣} س^{-\frac{٥}{٣}}$

٢) $ص = س^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$

٣) $\frac{د ص}{د س} = \frac{٣}{٤} س^{-\frac{٧}{٤}}$

٤) $\frac{د ص}{د س} = ١$

تدريب ٢ :

١) $\frac{د ص}{د س} = ٣ + \frac{٢}{س^{٤}}$

٢) $ق(س) = ١٢ س^{٤} - \frac{١}{س^{٤}}$

تدريب ٣ :

١) $هـ = (٣س^{٤} + ٧) \times (-٥ س^{-٤}) + (س^{٥} + ٣)(٦ - س^{٣})$

٢) $ق(س) = (٥ - ٣س)(١٢ - ٤) + (٤ س^{٣} + ١) \times -٣$

$ق(١) = (٥ - ٣) \times ١٢ + (٤ + ١) \times -٣$

$= ٢٤ + -٣ \times ٥ = ٢٤ - ١٥$

$= ٩$

٣) $\frac{د ص}{د س} = (٣ س^{٥} - ٤) \times ٣ س^{٢} + (س^{٥} - ١) \times ٦ س$.

تدريب ٤ :-

١) $\frac{ص}{س} = \frac{(٣-س)٢ - (-١)(٥+\sqrt{٤})}{(٣-س)^{٢}}$

$= \frac{٦-٢س+٥+\sqrt{٤}}{(٣-س)^{٢}} = \frac{١١}{(٣-س)^{٢}}$

٢) $ص = \frac{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)}{(س-٢)}$

$\frac{ص}{س} = ٢س+٢$.

٣) $\frac{ص}{س} = \frac{-٢}{٣}$.

٤) $\frac{ص}{س} = \frac{-٣ \times ٣س^{٢}}{(س^{٣}+٦)^{٢}}$

تمارين ومسائل .

س١) أ) $ق(س) = -٦س^{٤}$

ب) $ق(س) = \frac{٣}{س^{٢}}$

ج) $هـ(س) = -س^{-\frac{١}{٥}} + \frac{٥}{٣}س^{\frac{٣}{٤}} + ١$

د) $ص = (س^{٣} - ٢س)(-٢س^{٣}) + (٣ - ٥س^{٤})(٣س^{٢} - ٢)$

هـ) $ص = \frac{(٢س - ٣) \times ٣س^{٢} - (س^{٤} + ١)(٢)}{(٣س - ٣)^{٢}} = \frac{٤س^{٤} - ٦س - ٢س^{٢} - ٢}{(٣س - ٣)^{٢}}$

$= \frac{٣س^{٤} - ٦س - ٢}{(٣س - ٣)^{٢}}$

و) $ق(س) = \frac{(٤ - س^{٢}) \times ٤ - (س) \times -٢س}{(٤ - س^{٢})^{٢}}$

$= \frac{٤ - س + ٢س^{٢}}{(٤ - س^{٢})^{٢}}$

ز) $ق(س) = (س^{٣} + ٣س)(-٥) + (٣ - ٥س)(٣س^{٢} + ٣)$

س٢) أ) $\frac{ص}{س} = ١٥س^{٢} - ٤س$

$\frac{ص}{س}|_{س=-٣} = ١٥(-٣)^{٢} - ٤ \times -٣$

$= ١٣٥ + ١٢ = ١٤٧$

ب) $\frac{ص}{س} = ٣س^{٤} + \frac{١}{٤}س^{-\frac{٣}{٤}} = ٣س^{٤} + \frac{١}{٤\sqrt[٤]{س^{٣}}}$

$\frac{ص}{س}|_{س=١} = ٣ + \frac{١}{٤} = \frac{١٠}{٣}$

ج) $\frac{ص}{ص} = \frac{-(-٣) \times ١ - ١}{(٢ - س)^{٢}} = \frac{٣}{(٥ - س)^{٢}}$

$\left| \frac{ص}{ص} \right|_{س=-٣} = \frac{٣}{(٤)^{٢}} = \frac{٣}{١٦}$

د) $ق'(س) = \frac{(٥ - ٤س) \times ٢ - (٣ - س)(-٤)}{(٥ - ٤س)^{٢}}$

$ق'(١) = \frac{١ \times ٢ - ٣ \times (-٤)}{(٥ - ٤)^{٢}} = \frac{٢ + ١٢}{١} = ١٤$

هـ) $ق'(س) = ٢ \times (٤ - ٦س^{٢}) + (٣س + ١) \times -١٢س$

$ق'(-٢) = ٢ \times (٤ - ٦ \times ٤) + (-٦ + ١) \times -١٢ \times (-٢)$

$= ٢ \times (٤ - ٢٤) + (-٥) \times ٢٤$

$= -٤٠ - ٢٤ \times ٣ = -١١٢$

و) $ق'(س) = ٢س^{-٣} + ٣ - ٢س^{-٣} = \frac{٣}{س^{٣}} - ٢$

$ق'(١) = ٣ - ٢ + ٢ = ٣$

س٣) $ق(١) = ؟؟$

$ق(س) = \frac{١}{٦} س^{-٥}$ $\quad ق'(س) = \frac{-٥}{٦(س)^{٦}}$

$ق'(١) = \frac{-٥}{٦}$

ب) $(هـ \times هـ)'(1) = (هـ(1) \times هـ(1))' = (٤ \times -٢)'$

$= صفر$

ج) $\left(\frac{هـ}{هـ}\right)'(1) = \frac{هـ(1) \times هـ'(1) - هـ(1) \times هـ'(1)}{(هـ(1))^{٢}}$

$= \frac{١ \times ٤ - -٢ \times -٢}{(-٢)^{٢}} = \frac{٤ - ٤}{٤} = صفر$

د) $\left(\frac{٣}{هـ}\right)'(1) = \frac{-٣ \times هـ'(1)}{(هـ(1))^{٢}} = \frac{-٣ \times ١}{(-٢)^{٢}} = \frac{-٣}{٤}$

هـ) $(هـ + هـ)'(1) = هـ'(1) + هـ'(1)$

$= -٢ + ١ = -١$

و) $(٣هـ - ٢هـ)'(1) = ٣هـ'(1) - ٢هـ'(1)$

$= ٣ \times -٢ - ٢ \times ١ = -٦ - ٢ = -٨$

قاعدة السلسلة :

تدريب : $\frac{ds}{dx} = 3x^2 + 3$ ، $\frac{dx}{dt} = -4t$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dx} \times \frac{dx}{dt}$$

$$= -4t(3x^2 + 3)$$

$t = 1$ ، $x = 1$

$$\frac{ds}{dt} = -4(3+3) = -4 \times 6 = -24$$

تدريب : $\frac{ds}{dx} = -2(x^2 + 4x + 5)^{-3}(2x + 4)$

تدريب ٣ : (١) $\frac{ds}{dx} = \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x + 3}}$

(٢) $s = (2 - x)^{\frac{1}{3}}$

$$\frac{ds}{dx} = \frac{1}{3}(2-x)^{-\frac{2}{3}} \times -1 = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(2-x)^2}}$$

تدريب ٤ : $g'(x) = -5(3x^4 + 5)^{-6} \times 6x$

$$= \frac{-30x}{6(3x^4 + 5)}$$

سلم) أ) $\frac{ص}{ع} = \frac{1}{\sqrt{ع+1}}$ ، $\frac{ع}{س} = 12س^2$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= \frac{1}{\sqrt{ع+1}} \times 4س^2 = \frac{6س^2}{\sqrt{4س^3-8}}$

ب) $\frac{ص}{ل} = 4ل^2$ ، $\frac{ل}{س} = 8$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ل} \times \frac{ل}{س}$

$= 4ل^2 \times 8 = 32ل^2$

$ل = -16$ ، $س = -2$

$= 32(-16)^2$

$= 32(256)$

$= 8192$

سكن) أ) $\frac{ص}{س} = \frac{ع}{\sqrt{ع^2+1}}$ ، $\frac{ع}{س} = 4س$

$= \frac{4س}{\sqrt{4س^2+1}}$

ب) $ص'(س) = -3(3+س^2)^{-4} \times 2س = \frac{-6س}{(3+س^2)^4}$

ج) $ص'(س) = 3(4س+1)^2 \times 4 = 12(4س+1)^2$

د) $ص'(س) = 4س^3(5-5س^3)^2 \times -15س^2 + (5-5س^3)^3 \times -4س^3$

هـ) $ص' = (س+8س^{-2}) \times -5 + (9-5س)(1-14س^{-3})$

(٥) م) $ص = \frac{٦س}{\sqrt{٥+٣س^{٢}}}$ $= \frac{٣س}{\sqrt{٥+٣س^{٢}}}$

$ص|_{س=١} = هـ^{ن}$

ن) $ص = -٥٠ \times ٢(١-٣س^{٣})^{-٣} \times -٩س^{٢}$

$= \frac{-٩٠س^{٢}}{(١-٣س^{٣})^{٣}}$

$ص|_{س=-١} = \frac{-٩٠}{(١+٣)^{٣}} = \frac{-٩٠}{٦٤}$

هـ) $ص = (س-٤)(٢)(٥-٤س^{٣}) \times -١٢س^{٤}(٥-٤س^{٣})^{٢} \times ٥س^{٤}$

$ص|_{س=١} = (-٣)(٢)(٥-٤) \times -١٢ + (٢-٤)(٢)$

$= -٢ \times ٢ \times -٢ \times -١٢ + -٢ \times ٢$

$= -٩٦ - ٤ = -١٠٠$

و) $\frac{ص}{م} = ٣م^{٢}+٣$ $\frac{م}{س} = ٨س$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{م} \times \frac{م}{س}$

$= (٣م^{٢}+٣) \times ٨س$

$= ٢ \times ٨ \times (٣+١٦س^{٢})$

$= ١٦ \times (٣+٣س^{٢})$

$= ٥٦٠ = ١٦ \times ٣٥$

$س = ٢$

$م = ١٦$

مسئلة الاقترانات المثلثية

تدريب ١: ١) $\frac{ص}{س} = \frac{-٢ \times -حاس}{حتاس} + قاس + ٢ = \frac{٢حاس}{حتاس} + قاس + ٢$

٢) $\frac{ص}{س} = حتاس \times قاس + ظاس \times -حاس$

٣) $\frac{ص}{س} = حاس \times -حاس + حتاس \times حتاس$
$= -حاس + حتاس$

٤) $\frac{ص}{س} = س^{٢} \times قاس + ظاس \times ٢س$

تدريب ٢: ١) $\frac{ص}{س} = ٣ ظاس قاس$

٢) $\frac{ص}{س} = -٨ حا٤س + ٢حاس حتاس - ٥ قا(٥س+١)$

تدريب ٣: $هـ(س) = قا(س^{٢}+٥) \times ٤س$

م) $\frac{ص}{س} = س^{2} \times$ جتا س + جا س $\times 2$ س

ن) $\frac{ص}{س} = \frac{(جتا س + 1) \times$ جتا س $-$ جا س $\times$ جا س $- 1)}{(جتا س + 1)^{2}}$

$= \frac{جتا^{2} س + جتا س + جا^{2} س}{(جتا س + 1)^{2}} = \frac{جتا س + 1}{(جتا س + 1)^{2}} = \frac{1}{جتا س + 1}$

هـ) $\frac{ص}{س} = ٥ س^{2} \times$ جا س + جتا س $\times 10$ س $-$ قا^{2} س

ى) $\frac{ص}{س} = س$ قا س + ظا س + $2 (س^{2} + 1) \times 4$ س

ه) هَ $(س) = 2$ ظا 3 س قا$^{2} 3$ س $\times 3 -$ جا س

و) هَ $= 6 ($جتا 4 س$)^{5} \times$ جا 4 س $\times 4$

ز) هَ $= 3$ جتا $(3$ س $+ 5)$

ح) هَ $= 12$ جا$^{3} 4$ س $+ 3$ جتا^{2} س جا س $-$ قا$^{2} 4$ س $\times 4$ س

ط) $\frac{ص}{س} = -30 ($ جا س $-$ جتا س$)^{30} ($جتا س + جا س$)$

ى) هَ $=$ جا^{2} س $\times$ جا س $+ (1 -$ جتا س$) 2$ (جا س) جتا س

ك) $\frac{ص}{س} = (س$ جا س$)^{3} \times$ قا^{2} س $+$ ظا س $\times 3 (س$ جا س$)^{2} (س$ جتا س $+$ جا س$)$

المستقات العليا

تدريب : ١) $ص = ٢س - جتا س$

$ص' = ٢ - جتا س$

٢) $ص = ١$

$ص' = صفر$

٣) $ص = \frac{٥}{س^{٤}}$

$ص' = \frac{-٥ \times ٤ س^{٣}}{س^{٨}} = \frac{-٢٠}{س^{٥}}$

$ص'|_{س=-٥} = \frac{-٢٠}{-١٢٥}$

تدريب : $ق(س) = ٣ م^{٢} س^{٤} - ٢٤ س$

$ق'(س) = ٦ م^{٢} س^{٣} - ٢٤$

$ق'(١) = ٦ م^{٢} - ٢٤ = صفر$

$٦ م^{٢} = ٢٤ \Leftarrow م^{٢} = ٤$

$م = \pm ٢$

ج) $ق'(س) = \frac{-٢ \times -٤}{(١-٤س)^{٢}} = \frac{٨}{(١-٤س)^{٢}}$

$ق''(س) = \frac{-٨ \times ٢ (١-٤س) \times -٤}{(١-٤س)^{٤}} = \frac{٦٤}{(١-٤س)^{٣}}$

$ق''(٠) = ٦٤$

د) $ق(س) = هـ^{٢س} (س^{٢} - س)(٣س-١)$

$= (٣س-١) هـ^{٢س} (س^{٢} - س)$

$ق'(س) = (٣س-١) \times ٢ هـ^{٢س} (س^{٢}-س) + (٣-٢س) هـ^{٢س} (س^{٢}-س)$

$= (٣-٤س) هـ^{٢س} (س^{٢}-س) + ٢ هـ^{٢س} (س^{٢}-س)$

س٥) $ق(س) = ٩ أ س^{٢} - ٢ن$

$ق(٠) = ٤ \Leftarrow -٢ن = ٤ \Leftarrow ن = -٢$

$ق(س) = ١٨ أ س$

$ق(١) = ٣٦ \Leftarrow ١٨ أ = ٣٦$ ⟸ أ = ٢

س٣) $ق(س) = ٣ أ س^{٣} - ٢ن س$

$ق(١) = (٣ أ - ٢ن = ٢١) \times -$

$-٣ أ + ٢ن = -٢١$

$١٢ أ - ٢ن = ١٠٢$

$ق(س) = ٦ أ س - ٢ن$

$١٠٢ = ٦ أ (٢) - ٢ن$

$١٠٢ = ١٢ أ - ٢ن$

$أ = ٩ \Leftarrow ٨١ = ٩ أ$

$٢١ = ٢ن - ٩ \times ٣$

$ن = ٣ \Leftarrow ٢ن = ٣١ - ٦٤$

٤) $\dot{ق}(س) = -٢جتا٢س$

$ق(س) = -٤$ جتا٢س

$ق(س) + ٦ ق(س) = -٤$ جتا٢س $+ ٦$ جتا٢س

$= ٢$ جتا٢س

٥) $ق(س) = س^{٢}$ جتاس $+$ جاس $\times ٤س$

$ق(س) = س^{٢} \times -$ جاس $+$ جتاس $\times ٢س + ٤س \times ٢س +$ جاس $\times ٤$

$= -س^{٢}$ جاس $+ ٤س$ جتاس $+ ٤$ جاس

أسئلة الوحدة :-

س١) م(Δص) = م(٣) - م(١)

= ١ - ١/٤ = -٣/٤

ب) Δم/Δس = -٣/٤ / ١ - ٤ = -٣/٤

س٢) Δص/Δس = م(٣) - م(٠) / ٣

-١ = م/٥ - م/٢ / ٣ ⇐ -٣ = ٢م - ٥م / ١٠

-٣٠ = -٣م

م = ١٠

س٣) ع = Δف/Δن = ف(٥) - ف(١) / ٤

= ٢٥ + ٢٠ - (٥) / ٤ = ٤٠/٤ = ١٠ م/ث

س٤) م(س) = نهـا Δم/Δس

م(س) = نهـا (٥س٤هـ + ٨سهـ٥) / هـ

هـ ← ٠

= نهـا هـ(٥س٤ + ٨س هـ) / هـ

هـ ← ٠

م(س) = ٥س٤

م(٢) = ٨٠

س٥) م) $س = هـ^{س}$

ب) $\frac{ص}{س} = \frac{م(٤) - م(٢)}{٤ - ٢}$

$= \frac{٠ - ٠}{٢} = هـ^{س}$

س٦) م) $ق(س) = \lim_{ع \to س} \frac{٣ع^{٥} + ٣س^{٥}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٥(ع - س)}{ع - س} = -٥$

ب) $ق(س) = \lim_{ع \to س} \frac{٢ع^{٢} + ٨ - ٣س^{٢} - ٨}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ٢ \frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$

$= ٢(٢س) = ٤س$

جـ) $أ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{ع+٢} - \frac{١}{س+٢}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{س + ٢ - ع - ٢}{(ع+٢)(ع - س)(س+٢)} = \frac{-١}{(س+٢)^{٢}}$

د) $م(س) = \frac{٢}{\sqrt{٤س + ٤}} = \frac{١}{\sqrt{٢س + ٢}}$

هـ) $ق(س) = ٣س - ٤$

$ق(٣) = ٩ - ٤ = ٥$

و) $\text{مَدَ}(س) = \frac{٢}{٢\sqrt{٢س-٣}} = \frac{١}{\sqrt{٢س-٣}}$

$\text{مَدَ}(٢) = \frac{١}{\sqrt{٣-(٢)٢}} = ١$

ز) م) $\frac{ص}{س} = \frac{٣س^{٢}+١٠س}{٢\sqrt{س^{٣}+٥س^{٢}}}$

ن) $\frac{ص}{ع} = \frac{١}{\sqrt{٤+١}٢}$ ، $\frac{ع}{س} = -٢$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= \frac{١}{\sqrt{٤+١}٢} \times -٢ = \frac{-١}{\sqrt{١-٢س+١}٢} = \frac{-١}{\sqrt{٢-٢س}}$

ص) $\frac{ص}{س} = س^{٢} \times ٣ \text{جتا}٣س + ٣س \text{ حا}٣س$

ى) $\frac{ص}{س} = \frac{-٨ \times ٣}{(٣-٢س)^{٤}} = -٥ \text{ حا}^{٤}س \times \text{جتا}س \times ٢$

$= \frac{-١٦}{(٣-س٤)^{٤}} - ١٠ \text{ حا}^{٤}س \text{ جتا}س$

هـ) $\frac{ص}{م} = ٦م - ٢$ $\frac{م}{س} = ٢$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{م} \times \frac{م}{س}$ حيث $م = ٣$ ، $س = ٠$

$= ٢ \times (٦م - ٢)$

$\frac{ص}{س} = ٢ \times (٦ \times ٣ - ٢) = ٢ \times (١٨ - ٢) = ٢ \times ١٦ = ٣٢$

و) $\frac{ص}{س} = \frac{٣ - ٢ جتا س}{٤ + ٣ جتا س}$

ح) أ) $ق'(س) = (٤ - ٣ س) \times ٤ س + (س^٤ + ٢) \times -٤$

$= ١٦ س - ١٢ س^٢ - ٨ - ٤ س^٣$

$= -١٢ س^٢ + ١٢ س - ٨$

$ق''(س) = -٢٤ س + ١٢$

ب) $ق'(س) = ٥ (٢ س - ١)^٤ \times ٢$

$= ١٠ (٢ س - ١)^٤$

$ق''(س) = ٤٠ (٢ س - ١)^٣ \times ٢ = ٨٠ (٢ س - ١)^٣$

ط) $ق'(س) = ٤ س^٣ - ٢ جتا س + ٣ جا س \times ٢ س - ٣ س^{-٤}$

$ق''(س) = ١٢ س^٢ + ٢ جا س + ٦ جتا س \times ٢ س + ١٢ س^{-٥}$

$= ١٢ س^٢ + ٢ جا س + ١٢ س جتا س + ١٢ س^{-٥}$

$= \frac{١٢ س^٧ + ٢ س^٥ جا س + ١٢ س^٦ جتا س + ١٢}{س^٥}$

ى) $ق'(١) \Rightarrow ق'(س) = ٣ (س - ١)^٢ \times ٥$

$ق'(١) = ٣ (٤)^٢ \times ٥ = ٣ \times ١٦ \times ٥ = ٢٤٠$

س١٠) $ق(س) = ٤س^{٣} - ٢م س + ١$

$ق'(س) = ١٢ س^{٢} - ٢م$

$ق'(-١) = ٠ \Leftarrow ١٢ - ٢م = ٠$

$م = ٦$

س١١) $ق(س) = ٤(م س - ١)^{٣} \times م$

$ق'(س) = ٤م (م س - ١)^{٣}$

$ق''(س) = ١٢ م (م س - ١)^{٢} \times م$

$= ١٢ م^{٢} (م س - ١)^{٢}$

$ق''(٠) = ٤٨ \Leftarrow ٤٨ = ١٢ م^{٢} \Leftarrow م^{٢} = ٤$

$م = \pm ٢$

س١٢) $ق(س) = ٣(٢س - ١)^{٢} \times ٢$

$= ٦(٢س - ١)^{٢}$

$ق'(س) =$ ..... .

$ق'(س) = ١٢(٤س - ١) \times ٤$

$ق'(س) = ٤٨(٤س - ١)$

$\frac{ق'(س)}{٤} = ١٢(٤س - ١)$

$١ = ٦(٤س - ١) \Leftarrow \frac{١}{٦} = ٤س - ١ \Leftarrow \frac{٦}{٦}$

$٤س = ٧$

$س = \frac{٧}{٤}$

سؤال ٣) أ) $ق'(س) = \sqrt{٦س+٢} \times ق(س) + ه(س) \times \frac{١}{\sqrt{٦س+٢}}$

$ق'(-٢) = \sqrt{٤} \times ق(-٢) + ه(-٢) \times \frac{١}{\sqrt{٤}}$

$= ٢ \times ٢ + ١ \times \frac{١}{٤} = ٤ + \frac{١}{٤} = \frac{١٧}{٤}$

ب) $ق'(س) = هـ(س) = \left(\frac{س \times هـ(س) - ه(س) \times ١}{س^{٢}}\right)$

$ق'(-٢) = هـ(-٢) = \left(\frac{-٢ \times هـ(-٢) - ه(-٢)}{٤}\right)$

$= ٢ - \left(\frac{-٢ \times ٣ - ١}{٤}\right) = ٢ - \left(\frac{-٤-١}{٤}\right)$

$= ٢ - \frac{٥}{٤} = \frac{٣}{٤}$

سؤال ٤)

أ) هـ (٣)　　ب) ك (١٣)

ج) ن (٣ جتا٣س)　　د) ن $\left(\frac{-١}{٣}\right)$

هـ) م (١٣)　　و) هـ ($هـ^{٣}$)

ز) ن (٣)　　ح) ك (-٤)

ط) م (٨١)

الفصل الأول: التغير الهندسي والفيزيائي للدالة

أولاً: التغير الهندسي:

تدريب (١)

$ق(س) = س^٣ - ٣س$

$ق'(س) = ٣س^٢ - ٣$

$ق'(٢) = ٣(٢)^٢ - ٣ = ١$ ميل المماس

تدريب (٢)

$ق(س) = (س^٢ + ١)^٢$

$ق'(س) = ٢(س^٢ + ١) \times ٢س$

$ق'(١) = ٢(٢) \times ٢ = ٨$ ميل المماس

نقطة التماس $(١، ق(١)) \leftarrow ق(١) = (١+١)^٢ = ٤$

$(١، ٤)$ نقطة التماس

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٤ = ٨(س - ١)$

الأسئلة:

١) أ) $ق(س) = ٣س + ٥$

$ق'(س) = ٣ \leftarrow ق'(٢) = ٣$ (ميل المماس)

$(٢، ق(٢))$ نقطة التماس $(٢، ١١)$

$ص - ١١ = ٣(س - ٢)$

ب) $ق(س) = س^٣ + ٣س - ١$ $\quad س = ١$

$ق'(س) = ٣س^٢ + ٣$

$ق'(١) = ٥$ ميل المماس

نقطة التماس $(١، ق(١)) \leftarrow (١، ٣)$

$ص - ٣ = ٥(س - ١)$

حـ) $ق(س) = (٣س - ٤)(س^٤ + ١)$ عند $س = ٠$

$ق'(س) = (٣)(س^٤ + ١) + (س^٤ + ١)(٣)$

$ق'(٠) = -٤ \times ١ + ١ \times ٣ = ٣$ ميل المماس

نقطة التماس $(٠ ، ق(٠)) = (٠ ، -٤)$

$ص + ٤ = ٣(س - ٠)$

$ص + ٤ = ٣س$

٢) $ق(س) = \frac{٣س + ٣}{س^٢ + ١}$ عند $س = ١$

$ق'(س) = \frac{(س^٢ + ١)(٣) - (٣س + ٣)(٢س)}{(س^٢ + ١)^٢}$

$ق'(١) = \frac{٢ \times ٣ - ٤ \times ٣}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$

نقطة التماس $\leftarrow (١ ، ق(١)) \leftarrow (١ ، ٣)$

$ص - ٣ = -١(س - ١)$

٣) $ق(س) = ٣س^٤ + ٤س - ٣$

$ق'(س) = ٣ \times ٣س^٢ + ٤$

$ق'(٣) = ٣ \times ٣ \times ٩ + ٤ = ٢٣$

$٣ \times ٩ = ١٨ \leftarrow ٣ = ٣$

٤) $ق(س) = س^٥ + ٤س^٤$

$ق'(س) = ٥س^٤ + ٨س$

$ق'(١) = ٥ + ٨ = ١٣$ = ميل المماس عند $س = ١$

٥) $ق(س) = (٣س^٤ - ٢)^٣$ $(-١ ، ق(-١))$

$ق'(س) = ٣(٣س^٤ - ٢)^٢ \times ٦س$

$ق'(-١) = ٣(٣ - ٢)^٢ \times -٦ = -٢٤$ ميل المماس

$ق(-١) = (٣ - ٢)^٣ = ١ \leftarrow (-١ ، ١)$ نقطة التماس

$ص - ١ = -٢٤(س + ١)$

ثانياً : التفسير الفيزيائي

تدريب (١)

$ف(ن) = ٣ن^{٣} - ٣ن + ٢$

$ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن - ٣$

$ع(٢) = ٦(٢) - ٣ = ٩$ م/ث

تدريب (٢) $ف(ن) = ٢ن^{٣} + ٤ن^{٢} + ٦$

$ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن^{٢} + ٨ن$

$ت(ن) = ع'(ن) = ١٢ن + ٨$

$ت(٢) = ١٢(٢) + ٨ = ٤٨ + ٨ = ٥٦$ م/ث^{٢}

تدريب (٣)

$ف(ن) = ٢ن^{٣} - ٣ن^{٢} + ٢$

$ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن^{٢} - ٦ن$

$ت(ن) = ع'(ن) = ١٢ن - ٦$

$ت(ن) = ٠$

$١٢ن - ٦ = ٠$

$ن = \frac{١}{٢}$

$ع(\frac{١}{٢}) = ٦(\frac{١}{٢})^{٢} - ٦(\frac{١}{٢})$

$\frac{٣}{٢} - \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٤} \times ٦ - \frac{١}{٢} \times ٦$ ← $-\frac{٣}{٢}$ م/ث

المسألة :

١) $ف(ن) = ن^{٣} + ٣ن^{٢}$

ب) $ع(ن) = ٣ن^{٢} + ٦ن$

$ع(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٦(٢) = ٢٤$ م/ث

ج) $ت(ن) = ٦ن + ٦$

$ع(ن) = ٩$ ← $٣ن^{٢} + ٦ن = ٩$

$ن^{٢} + ٢ن - ٣ = ٠$

$(ن + ٣)(ن - ١) = ٠$

$ن = ١$ $\boxed{ن = -٣}$ مرفوض

$ت(١) = ٦(١) + ٦ = ١٢$ م/ث^{٢}

٢) $ف(س) = ٢س^{٢}$

$ع(س) = ٤ن$

$ع(٣) = ٤(٣) = ١٢$ أ/ث السرعة اللحظية

السرعة المتوسطة $= \frac{ف(ج) - ف(١٢)}{س - ١٢}$

$١٢ = \frac{ف(م) - ف(١٠)}{م - ١٠}$

$١٢ = \frac{٢م^{٢}}{م} \leftarrow \frac{٢م^{٢} - ٢٠٠}{م - ١٠}$

$٢م^{٢} - ١٢م - ٢٠٠ = ٠$

$(م - ٦)٢م = ٠$

$م = ٦$ $\boxed{م = ١٠}$ مرفوض

٣) $ف(س) = (٢ن - ٢)^{٣} + ٤$

$ع(س) = ٣(٢ن - ٢)^{٢} \times ٢$

$ع(٤) = ٣(٢(٤) - ٢)^{٢} \times ٢ = ٣ \times ٣٦ \times ٢ = ٢١٦$ أ/ث

٤) $ف(س) = س^{٣} - س^{٢} + ٥$

$ع(س) = ٣س^{٢} - ٢ن$

$ف(١) = ٦ن - ٢$

$٤ = ٦ن - ٢$

$\boxed{ن = ١}$ ثانية

$ع(١) = ٣(١)^{٢} - ٢(١) = ١$ أ/ث

٥) $ف(س) = س^{٢} + ٤$

$ع(س) = ٢ن$

$ع(٤) = ٢ \times ٤ = ٨$ أ/ث

السرعة المتوسطة $= \frac{ف(س) - ف(١٠)}{س - ١٠}$

$٨ = \frac{س^{٢} + ٤ - ٤}{س}$

$٨س = س^{٢}$

$س^{٢} - ٨ن = ٠$

$ن(س - ٨) = ٠$

$س = ٠$ مرفوض $ن = ٨$ ثوان

٦٠) ف(س) = ٣٠س^{٢} - ٤٠س + ٦

ع(س) = ٦٠س - ٤

ع(٤) = ٦٠×٤ - ٤

٢٤٠ - ٤ = ٢٣٦ ك/ث

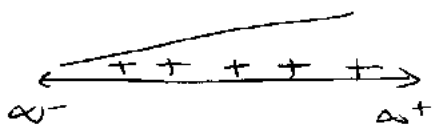
الفصل الثاني : تطبيقات الاشتقاق

أولاً : التزايد والتناقص

تدريب (١)

أ) $و(س) = ٧ + س$

$و'(س) = ١$



متزايد $(-\infty, \infty)$

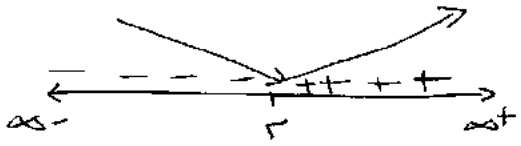
ب) $ق(س) = (٣\sqrt{٢} - ٤)^{٢}$

$ق'(س) = ٢(٣\sqrt{٢} - ٤) \times ٣$

$٣(٣\sqrt{٢} - ٤) = ٠$

$٣س = ٤$

$س = ٣$

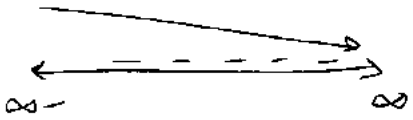


متناقص $(-\infty, ٣]$ متزايد $[٣, \infty)$

المسألة :

أ) $ق(س) = ٣ - ٤س$

$ق'(س) = -٤$



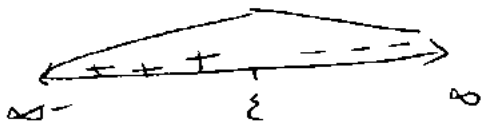
متناقص $(-\infty, \infty)$

ب) $ق(س) = ٨س - س^{٢}$

$ق'(س) = ٨ - ٢س$

$٨ - ٢س = ٠$

$س = ٤$



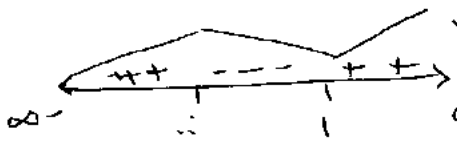
متزايد $(-\infty, ٤]$ متناقص $[٤, \infty)$

جـ) $ق(س) = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢$

$ق'(س) = ١٢س^{٢} - ١٢س = ٠$

$١٢س(س - ١) = ٠$

$س = ٠$ $س = ١$



متزايد $(-\infty, ٠]$ ، $[١, \infty)$

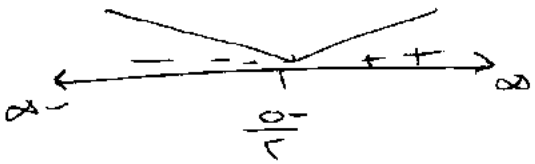
متناقص $[٠, ١]$

د) $ق(س) = (س+٣)(س+٢)$

$ق'(س) = (س+٣) \times ١ + (س+٢) \times ١ = ٠$

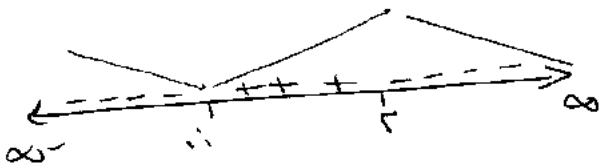
$٢س + ٥ = ٠$

$س = -\frac{٥}{٢}$



متناقص $(-\infty, -\frac{٥}{٢}]$ ، متزايد $[-\frac{٥}{٢}, \infty)$

س٢



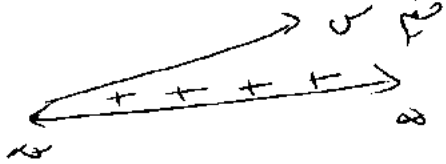
متناقص $(-\infty, ١] \cup [٢, \infty)$

متزايد $[١, ٢]$

س٣ $ق(س) = س^٣ + ٣س^٢ + ٥$

$ق'(س) = ٣س^٢ + ٦$

$٣س^٢ + ٦ > ٠$ ∴ يحقق لكل س



متزايد $(-\infty, \infty)$

س٤ $ق'(س) = و'(س) \leftarrow ق'(س) - و'(س) = صفر$

$(ق(س) - و(س))' = صفر$

$ق(س) - و(س) = ثابت$

$ق(س) - و(س) = جـ$

$ق(س) = و(س) + جـ$

حل آخر: نفرض $ق(س) = و(س) + ل(س)$

$ق(س) - و(س) = ل(س)$

$ق'(س) - و'(س) = ل'(س)$

لكن $ق'(س) = و'(س) \leftarrow ل'(س) = ٠$

$ل(س) = ثابت = جـ$

$ق(س) = و(س) + جـ$

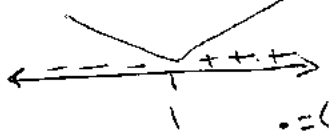
ثانياً : القيم القصوى

تدريب (١)

$ق(س) = س^2 - 2س + 1$

$ق'(س) = 2س - 2 = 0$ ∴

$س = 1$ يوجد عنده قيمة حرجة عند $س = 1$



النقطة الحرجة $(1، ق(1)) = (1، 0)$

عند $س = 1$ يوجد قيمة صغرى محلية $= ق(1) = 0$

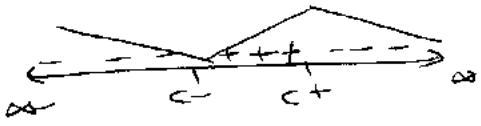
تدريب (٢)

$ق(س) = 2س(12 - س^2)$

$ق(س) = 24س - 2س^3$

$ق'(س) = 24 - 6س^2 = 0$ ∴

$س = \pm 2$



١) متناقص $(-\infty، -2]$ ، $[2، \infty)$

متزايد $[-2، 2]$

٢) قيم $س$ الحرجة عند $س = \{-2، 2\}$

٣) $(-2، ق(-2)) \leftarrow (-2، -32)$ نقطة صغرى محلية

$(2، ق(2)) \leftarrow (2، 32)$ نقطة عظمى محلية

تدريب (٣)

$ق(س) = س^3 - 3س + 2$

$ق'(س) = 3س^2 - 3 = 0$ ∴

$س = \pm 1$

$ق''(س) = 6س$

$ق''(1) = 6 > 0$ ∴ عند $س = 1$ صغرى محلية وصغرى $ق(1) = 0$ ∴

$(1، 0)$ صغرى محلية

$ق''(-1) = -6 < 0$ ∴ عند $س = -1$ عظمى محلية وعظمى $ق(-1) = 4$

$(-1، 4)$ عظمى محلية

الإجابة :

أ) م - ق(س) = س³ - ٣س + ١

ق'(س) = ٣س² - ٣ = ٠

س = ± ١

(-١، ق(-١)) عظمى محلية ⟸ (-١، ٣)

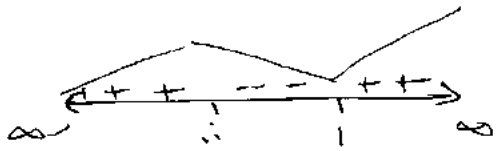
(١، ق(١)) صغرى محلية ⟸ (١، -١)

ب - ل(س) = ٤س³ - ٦س² + ٢

ل'(س) = ١٢س² - ١٢س = ٠

١٢س(س - ١) = ٠

س = ٠ ، س = ١



(٠، ق(٠)) عظمى محلية ← (٠، ٢)

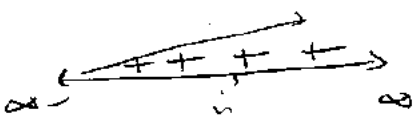
(١، ق(١)) صغرى محلية ← (١، ٠)

ح - و(س) = س³ + ٤

و'(س) = ٣س² = ٠

س = ٠

لا توجد قيم قصوى



ك - ك(س) = س³ - ٢س² - ٤س + ٨

ك'(س) = ٣س² - ٤س - ٤ = ٠

(٣س + ٢)(س - ٢) = ٠

س = $\frac{-٢}{٣}$ ، س = ٢

($\frac{-٢}{٣}$، ق($\frac{-٢}{٣}$)) عظمى محلية ← ($\frac{-٢}{٣}$، $\frac{٢٥٦}{٢٧}$)

(٢، ق(٢)) صغرى محلية ← (٢، ٠)

٣) أ - ق(س) = ٨ - س٢

ق'(س) = -٢ س = ٠ ∴

س = ٠

ق''(س) = -٢

ق''(٠) = -٢ < ٠ ∴ عند س = ٠ عظمى محلية وقيمتها ق(٠) = ٨

ب - ق(س) = س٢ + ٤

ق'(س) = ٢س = ٠

س = ٠

ق''(س) = ٢

ق''(٠) = ٢ > ٠ ∴ عند س = ٠ صغرى وقيمتها ق(٠) = ٤

جـ - ق(س) = ٢س٣ - ٦س

ق'(س) = ٦س٢ - ٦ = ٠ ∴

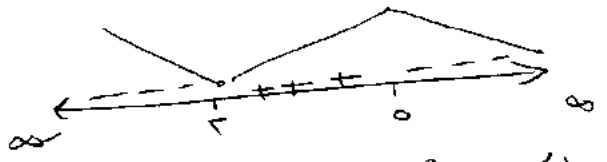
س = ± ١

ق''(س) = ١٢ س

ق''(١) = ١٢ > ٠ ∴ عند س = ١ صغرى وقيمتها ق(١) = -٤

ق''(-١) = -١٢ < ٠ ∴ عند س = -١ عظمى وقيمتها ق(-١) = ٤

٣)



أ) قيم س الحرجة {٢، ٥}

ب) متناقص (-∞، ٢] ، [٥، ∞)

متزايد [٢، ٥]

جـ) (٢، ق(٢)) نقطة صغرى محلية

(٥، ق(٥)) نقطة عظمى محلية

٤) ق(س) = ٢س٣ - ٩س٢ + ٤

ق'(س) = ٦س٢ - ٩

ق'(٢) = ٢٤ - ٩ = ٠ ∴

٩ = ١٢

الفصل الثالث : تطبيقات

أولاً : تطبيقات على القيم القصوى

تدريب (١)

العدد الأول = س

العدد الثاني = ص

س + ص = ٢٠

ص = ٢٠ - س

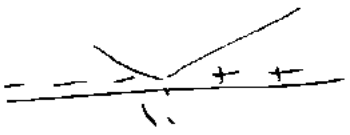
م = س^{٢} + ص^{٢}

م = س^{٢} + (٢٠ - س)^{٢}

م$'$ = ٢س + ٢(٢٠ - س) × -١ = ٠

٤س = ٤٠

س = ١٠



عند س = ١٠ أقل مجموع ممكن

العدد الثاني ص = ٢٠ - س

ص = ١٠

العدد ① ١٠ العدد ② ١٠

تدريب (٢)

المحيط = ٢س + ص = ٣٠٠

م = س × ص

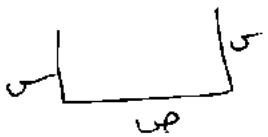
لكن ص = ٣٠٠ - ٢س

م = س (٣٠٠ - ٢س)

م = ٣٠٠س - ٢س^{٢}

م$'$ = ٣٠٠ - ٤س = ٠

س = ٧٥



عند س = ٧٥ م أكبر مساحة ممكنة

ص = ٣٠٠ - ٢س = ٣٠٠ - ١٥٠ = ١٥٠ م

الأبعاد (٧٥ م، ١٥٠ م)

الاسئلة :

١) العدد ① = س العدد ② = ص

س + ص = ٦٠

ص = ٦٠ - ص

م = س × ص٢

م = (٦٠ - ص)(ص٢)

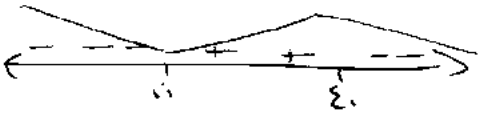
م = ٦٠ ص٢ - ص٣

م' = ١٢٠ ص - ٣ ص٢ = ٠

٣ ص (٤٠ - ص) = ٠

ص = ٠ ص = ٤٠

توضح



عند ص = ٤٠ اكبر ما يمكن

العدد ① س = ٦٠ - ص

س = ٢٠

العددان س = ٢٠ ص = ٤٠

٢) س × ص = ٣٢

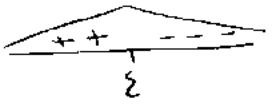
ص = ٣٢ / س

م = (س - ١)(ص - ٢)

م = (س - ١) × (٣٢/س - ٢)

م' = - ٣٢/س٢ + ٢ = ٠ ← س٢ = ١٦

س = ٤ ، -٤ توضح



عند س = ٤ اكبر قيمة ممكنة

ص = ٣٢/س = ٣٢/٤ = ٨

٣) المحيط = ٢س + ٢ص = ٦

ص = ٣ - س

كمية الصمود = المساحة

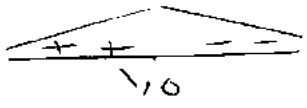
م = س × ص

م = س × (٣ - س)

م = ٣س - س٢

م' = ٣ - ٢س = ٠ ∴

س = ١,٥



عند س = ١,٥ م اكبر كمية ممكنة من الصمود

ص = ٣ - س = ١,٥ م

ابعاد الناقذة (١,٥ م، ١,٥ م)

٤) حجم متوازي المستطيلات = ح

ح = س × (١٢ - ٢س) (١٢ - ٢س)

ح = س (١٢ - ٢س)٢

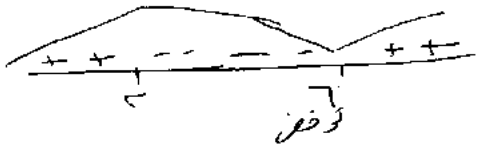
ح' = (١٢ - ٢س)٢ + س × ٢(١٢ - ٢س) × -٢ = ٠

(١٢ - ٢س) (١٢ - ٦س) = ٠

س = ٦ مرفوض

س = ٢

عند س = ٢ سم اجد حجم المكعب



٥) م = ١/٢ × القاعدة × الارتفاع

م = ١/٢ × ص × س

س + ص = ٤٠

ص = ٤٠ - س

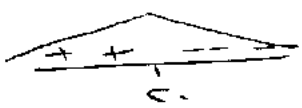
م = ١/٢ × س (٤٠ - س)

م = ٢٠ س - ١/٢ س٢

م' = ٢٠ - س = ٠ ∴

س = ٢٠ سم اكبر مساحة ممكنة عند س = ٢٠ سم

ص = ٤٠ - س ص = ٢٠ سم



٦) $س \times ص = ٣٦$

$ص = \frac{٣٦}{س}$

$م = (س + ٤)(ص + ٤)$

$م = (س + ٤)(\frac{٣٦}{س} + ٤)$

$م' = (س + ٤)(\frac{-٣٦}{س^٢}) + (\frac{٣٦}{س} + ٤) \times ١$

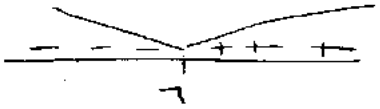
$= \frac{-٣٦}{س} - \frac{١٤٤}{س^٢} + \frac{٣٦}{س} + ٤$

$= \frac{٧٢}{س^٢}$

$٤س^٢ = ٧٢ \longleftarrow س^٢ = ٣٦$

$س = -٦, ٦$

مرفوض



عند $س = ٦$ م اقل مساحة يمكنه

$ص = \frac{٣٦}{٦} = ٦$ م.

ثانية : تطبيقات اقتصادية على التفاضل

تدريب (١)

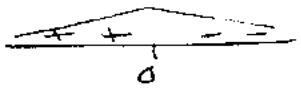
الربح = الايراد − التكاليف

ر(س) = (٥٠ س + ٣ س٢) − (٣٠٠ س + ٤ س٢ + ٢٠٠)

ر′(س) = (٥٠ + ٤ س) − (٣٠٠ + ٨ س)

٠ = ٣٠٠ − ٤ س

س = ٥



اكبر ربح ممكن

تدريب (٢)

ر(س) = د(س) − ك(س)

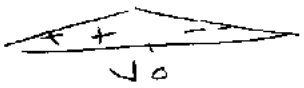
ر(س) = (٢٠٠ − ٠٫٥ س) × س − (٣٠٠ + ٠٫٥ س)

(٢٠٠ س − ٠٫٥ س٢) − (٣٠٠ + ٠٫٥ س)

ر′(س) = ٢٠٠ − س − ٠٫٥ = ٠

١٥٠ − ٢ س = ٠

س = ٧٥



اكبر ربح ممكن عندما تبيع ٧٥ طبلة

الاسئلة :

١) الربح = د(س) − ك(س) = (٨٠ س + س٢) − (٤٠ + ١٦٠ س)

ر′(س) = (٨٠ + ٢ س) − ١٦٠

ر′(س) = ٢ س − ٨٠

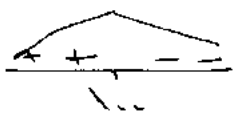
٢) ر(س) = د(س) − ك(س)

ر(س) = ٢٥٠ س − (٣٠٠٠ + ٥٠ س + س٢)

ر′(س) = ٢٥٠ − ٥٠ − ٢ س = ٠

٢٠٠ − ٢ س = ٠

س = ١٠٠



اكبر ربح ممكن عند س = ١٠٠

٣) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (٦٠س - ٣س^٢) - (٥٠ + ٢٨س)$

$د'(س) = ٦٠ - ٦س^٢ - ٨$

$د'(س) = ٥٢ - ٦س^٢$

٤) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (١٦س - ٤س^٢ - ٣٠) - (٢س^٤ - ٨س^٣ + ١٥)$

$د'(س) = (١٦ - ٨س) - (٤س^٣ - ٨س)$

$\therefore ١٦ - ٨س = ٤س^٣ - ٨س$

$س = ٤$

$د''(س) = -٦س^٢$

$د''(٤) = -٦ \times ٤^٢ < ٠$ عند $س = ٤$ قيمة عظمى اكبر ربح

٥) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (٣٦٠٠س + ٤س^٢ + س^٣) - ٥٠٠س$

$د'(س) = ٣٦٠٠ + ٨س + ٣س^٢ - ٥٠٠$

$٣س^٢ + ٨س - ٤٩٦ = ٠$

$س = ٨٩٤$ ← $س = -\frac{٢٠}{٣}$ مرفوض

$د''(س) = ٨ + ٦س$

$د''(٨٩٤) = ٨ + ٦ \times ٨٩٤ > ٠$

عند $س = ٨٩٤$ اقل ربح ممكن

٦) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = ٩٠س - (٢س^٣ + ٧٠س + ١٠٠)$

$د'(س) = ٩٠ - ٦س^٢ - ٧٠$

$د'(س) = ٢٠ - ٦س^٢$

$٦س^٢ = ٢٠$

أسئلة الوحدة

١) ف(ن) = ٢ن^٣ - ١٢ن + ٣

ع(ن) = ٦ن^٢ - ١٢ = ٤٢

٦ن^٢ = ٥٤

ن^٢ = ٩ ⇐ ن = ٣

ت(ن) = ١٢ن

ت(٣) = ٣٦ ٢/ث^٢

٢) ف(ن) = م(ن - ١)^٣

ع(ن) = ٣م(ن - ١)^٢

ع(٤) = ٣م(٤ - ١)^٢

١٢ = ٢٧م ← م = ٢

٣) التكلفة = ٣س^٢ × ص + ٢ص^٢ × ص

ل = ٦س + ٤ص

لكن م = س × ص

٣٧٥٠ = س × ص

س = ٣٧٥٠ / ص

ل = ٦ × ٣٧٥٠ / ص + ٤ص

ل = ٢٢٥٠٠ / ص + ٤ص

ل' = - ٢٢٥٠٠ / ص^٢ + ٤ = ٠

ص^٢ = ٥٦٢٥

ص = ٧٥ م

	٧٥	
ل'	-	+

أقل تكلفة عندما يكون ص = ٧٥

س = ٣٧٥٠ / ٧٥ = ٥٠ م

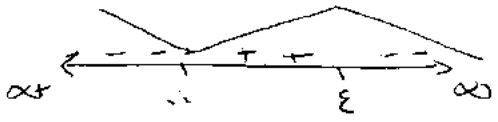
أبعاد الأرض ٧٥ م ، ٥٠ م

٤) $ق(س) = ٦س^{٢} - س^{٣}$

$ق'(س) = ١٢س - ٣س^{٢} = ٠$

$٣س(٤ - س) = ٠$

$س = ٠$ $س = ٤$



٣) متناقص $(-\infty, ٠]$ ، $[٤, \infty)$

متزايد $[٠, ٤]$

ب) $(٠, ق(٠))$ صغرى محلية $\Leftarrow (٠, ٠)$ صغرى محلية

$(٤, ق(٤))$ عظمى محلية $\Leftarrow (٤, ٣٢)$ عظمى محلية

٥) $ر(س) = د(س) - ك(س)$

$ر(س) = ١٠٠س - (٣س^{٣} + ٤٠س + ٧٠)$

$ر'(س) = ١٠٠ - ٩س^{٢} - ٤٠$

$ر'(س) = ٦٠ - ٦٠س$

٦) أ) $ق(س) = ٢س^{٣} - ٣س^{٢} - ١٢س + ٥$

$ق'(س) = ٦س^{٢} - ٦س - ١٢ = ٠$

$س^{٢} - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢$ $س = -١$

$ق''(س) = ١٢س - ٦$

$ق''(٢) = ١٨ > ٠$ عند $س = ٢$ صغرى وصغرى $ق(٢) = -١٥$

$(٢, -١٥)$

$ق''(-١) = -١٨ < ٠$ عند $س = -١$ عظمى وعظمى $ق(-١) = ١٢$

$(-١, ١٢)$

٦)

ب- $ق(س) = س^3 - 3س^2 + 1$

$ق'(س) = 3س^2 - 2س = 0$

$س = 0 \quad ، \quad س = \frac{2}{3}$

$ق''(س) = 6س - 2$

$ق''(1) = 6 - 2 = 4 > 0$ ∴ عند $س = 1$ صغرى و صغرى $ق(1) = 0$

$ق''(-1) = -6 - 2 = -8 < 0$ ∴ عند $س = -1$ عظمى و عظمى $ق(-1) = 4$

٧) $ق(س) = س(3س - 1)^2$

$ق'(س) = س \times 2(3س - 1) \times 3 + (3س - 1)^2$

$(3س - 1)(6س + 3س - 1)$

$ق'(1) = 2 \times 8 = 16$ ميل المماس

نقطة التماس $(1، ق(1)) \leftarrow (1، 4)$

معادلة المماس $ص - 4 = 16(س - 1)$

٨) العدد الأول $= س$ العدد الثاني $= ص$

$س + ص = 50$

$ص = 50 - س$

$ع = س \times ص$

$ع = س(50 - س)$

$ع = 50س - س^2$

$ع' = 50 - 2س = 0 \leftarrow س = 25$

$ع'' = -2$

$ع''(25) = -2 < 0$ ∴ عند $س = 25$ اكبر ما يمكن

العدد الثاني $ص = 50 - س = 25$

9) $ل(س) = ٤٠ + ٣س^{٤}$

$ل'(س) = ٦س$

$ل'(٢٠) = ٦ \times ٢٠ = ١٢٠$

10) $ق(س) = (٣س - ٤)^{٣}$

$ق'(س) = ٣(٣س - ٤)^{٢} \times ٣$

$= ٩(٣س - ٤)^{٢}$

$٣٦ = (٣س - ٤)^{٢}$

$٣س - ٤ = ٦$ او $٣س - ٤ = -٦$

$٣س = ١٠$ او $٣س = -٢$

$س = \frac{١٠}{٣}$ او $س = -\frac{٢}{٣}$

11) ١- $ق'(س) = ٣أس^{٢} - ١٢$

$ق'(٢) = ٦أ - ١٢ = ٠$

$٦أ = ١٢$

$أ = ٢$

الجواب [أ]

٢- $ص' = ٤(٢ - س)^{٣}(-١) = ٤$

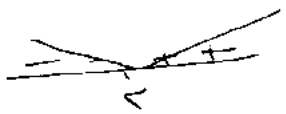
$(٢ - س)^{٣} = -١ \leftarrow ٢ - س = -١$

$س = ٣$

الجواب [د]

٣- $ق'(س) = ٢س - ٤ = ٠$

$س = ٢$

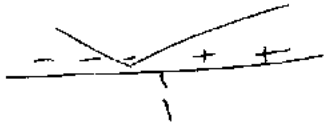


الجواب [ب]

٤- $ق'(س) = ٢س - ٢ = ٠$

$س = ١$

متناقصة $(-\infty, ١]$



الجواب [ج]

٥- ف(ن) = ٦ن٢ - ن٣

ع(ن) = ١٢ن - ٣ن٢

ت(ن) = ١٢ - ٦ن = ٠

ن = ٢

ف(٢) = ٢٤ - ٨ = ١٦

الجواب [ب]

٦- ف'(س) = ٣م س٢ - ٦س

ف'(١) = ٣م - ٦ = ٠

م = ٢

الجواب [م]