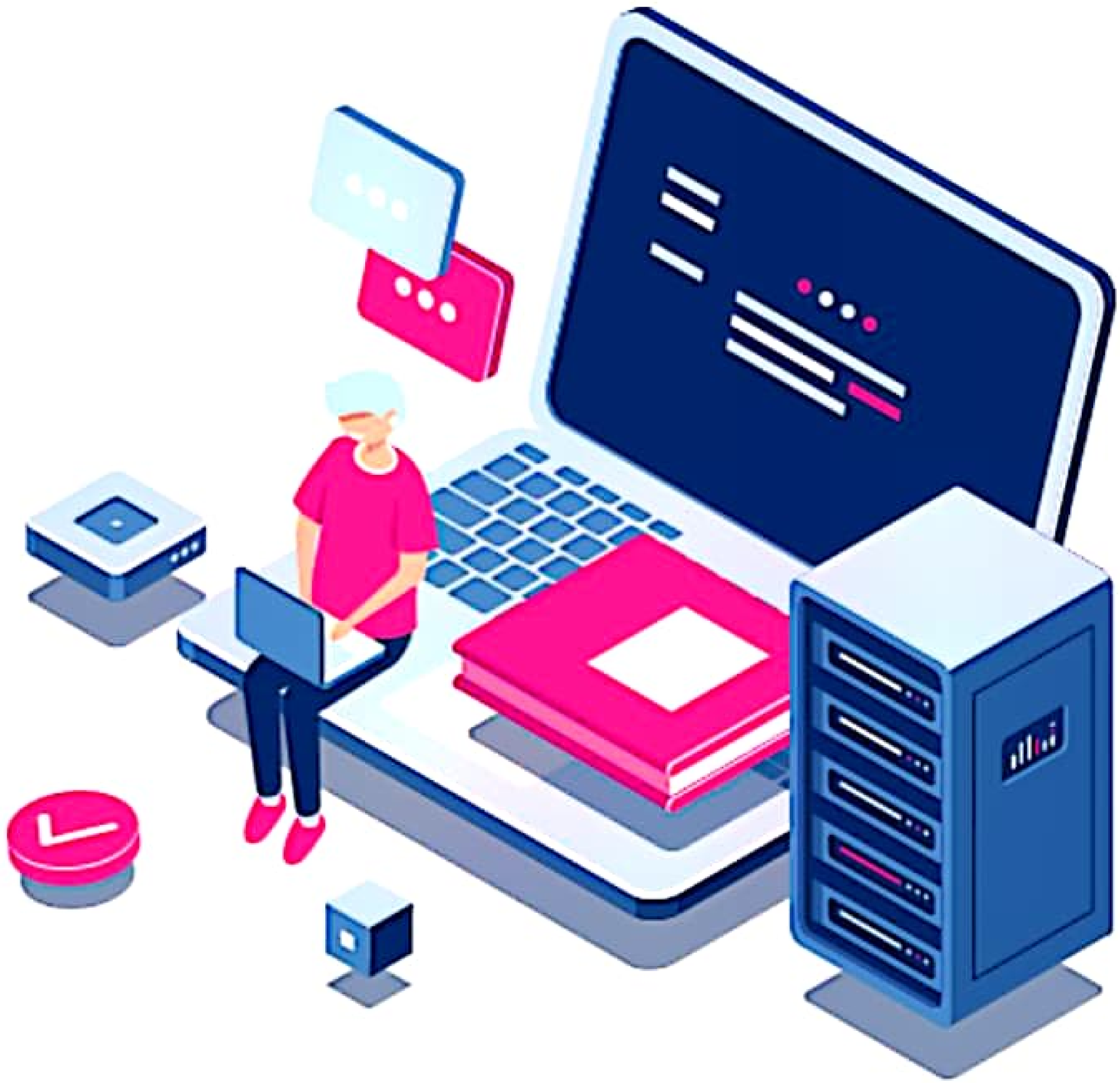
سلسلة

التجمع التعليمي

التجمع التعليمي



القناة الرئيسية: t.me/BAK111

بوت التواصل: @BAK1117_bot

الأسطورة
في الرياضيات

MYTH
OF MATH

Math
Manal Alshrbaji

الصف
الثالث
الإعدادي

الفصل الأول

إعداد
المدرّسة
منال الشربجي

وفق المنهاج الجديد والمعدل

مقدمة

<u>عزيزي الطالب</u> : سنقوم معاً بمراجعة ما قمت قد تعلمته في الصف السابع والثامن كي تنطلق بقوة نحو التميز ...

أولاً: الجبر

مجموعات الأعداد:

الأعداد الطبيعية

يُعرف العدد الطبيعي بأنه عدد يعد الأشياء ضمن مجموعة ما (كعدد الطلاب في إحدى المدارس ، السكان في دولة ما ، عدد الكتب ....) ويُرمز لمجموعة الأعداد الطبيعية بالرمز **N** كما أنها <u>مجموعة لها بداية وليس لها نهاية</u> وتُمثل على مستقيم الأعداد كما يلي

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \rightarrow$

ونعبر عنها كتابة كما يلي N ={ 0 ,1,2,3,... } وقد تعلمت في المرحلة الابتدائية كيفية إجراء العمليات الحسابية ضمن N

<u>العدد الموجب :</u> هو كل عدد مسبوق بإشارة + ، واصطلاحاً كل عدد ليس له إشارة فهو موجب وهذا ما يدفعنا لاستنتاج ما يلي : <u>كل عدد طبيعي هو عدد موجب</u> <u>ولكن العكس غير صحيح بالضرورة</u> ..

مثال : العدد الطبيعي 5 هو عدد موجب يمكننا التعبير عنه أيضاً بالشكل +5 ، بينما العدد الموجب 5.2 هو عدد غير طبيعي..

الأعداد الصحيحة

وهي مجموعة تضم الأعداد الصحيحة الموجبة (الأعداد الطبيعية) والأعداد الصحيحة السالبة ويُرمز لها بالرمز Z ، كما أنها مجموعة ليس لها بداية وليس لها نهاية وتُمثل على مستقيم الأعداد بالشكل التالي :

$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \rightarrow$

أعداد صحيحة سالبة — أعداد صحيحة موجبة

ويُعبر عنها كتابة كما يلي : Z={.....,-2,-1,0,1,2,......}

<u>ومن خلال هذا المستقيم نستنتج ما يلي :</u>

★ كل عدد موجب تماماً <u>أكبر</u> من الصفر .

★ كل عدد سالب تماماً <u>أصغر</u> من الصفر.

★ كل عدد موجب تماماً <u>أكبر</u> من أي عدد سالب تماماً .

★ عند مقارنة عددين <u>موجبين</u> ، الأبعد عن الصفر هو الأكبر.

★ عند مقارنة عددين <u>سالبين</u> ، الأقرب من الصفر هو الأكبر.

العمليات على الأعداد الصحيحة:

الضرب

عند ضرب عددين صحيحين نتبع ما يلي :

★ نضرب العددين (دون النظر لإشارتيهما)

★ نحدد إشارة الناتج وفق القاعدة التالية

مثال	القاعدة
$(+5)\times(+2)=+10$.	$(+)\times(+)=+$
$(-6)\times(-3)=+18$.	$(-)\times(-)=+$
$(+4)\times(-5)=-20$.	$(+)\times(-)=-$
$(-8)\times(+9)=-72$.	$(-)\times(+)=-$

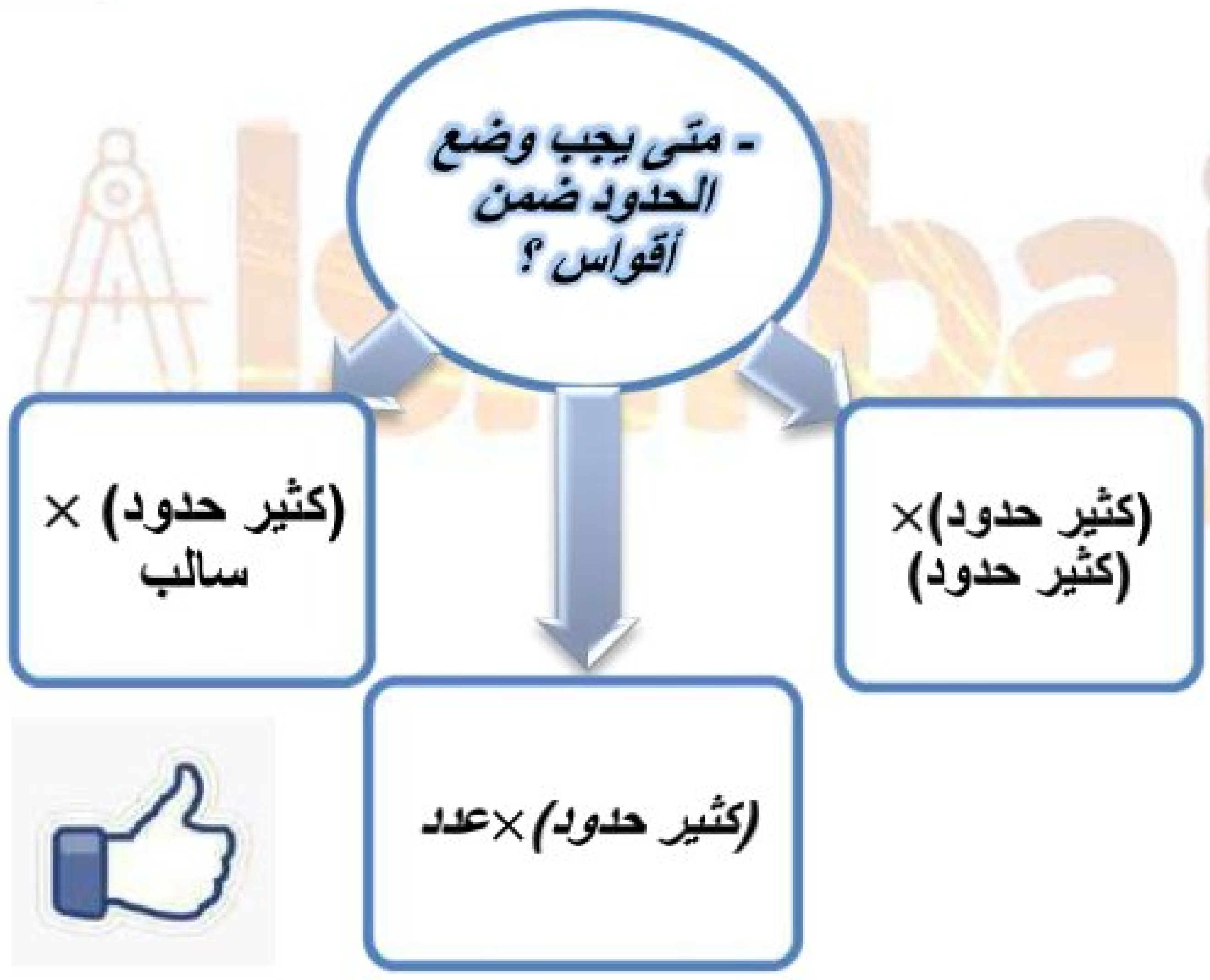
أي أن :

♥ ناتج ضرب عددين من نفس الإشارة: نضع إشارة موجب ونضرب العددين.

♥ ناتج ضرب عددين مختلفين بالإشارة: نضع إشارة سالب ونضرب العددين.

ملاحظة : لعملية الضرب كتابة مختزلة ،بمعنى آخر إذا جاء بعد إشارة الضرب حرف أو قوس عندها نستغني عن إشارة الضرب ونعبر عن عملية الضرب بأقواس متتالية .

الكتابة المختزلة	العملية
$(-5)(+8)$	$(-5)\times(+8)$
$-15a$	$-15\times a$
$9(x+2)$	$9\times(x+2)$



((ونقوم بهذا مراعاةً لأولويات ترتيب العمليات الحسابية))

وذلك لأن:

$$-1\times x+2 \neq -(x+2)$$

$$3\times x+2 \neq 3(x+2)$$

$$x+5\times x+2 \neq (x+5)(x+2)$$

تذكر: أولويات العمليات الحسابية :

عند التعامل مع عبارة جبرية تتضمن عدة عمليات حسابية نتبع الخطوات التالية :

- نفك القوى إن وُجدت .
- نفك الأقواس إن وُجدت (ننشر).
- نجري عمليتي الضرب والقسمة من اليسار لليمين
- نجري عمليتي الجمع والطرح من اليسار لليمين

خواص عملية الضرب :

★ الضرب عملية تبديلية (a×b=b×a).

مثال $(x+5)(x+2)=(x+2)(x+5)$

★ الضرب عملية تجميعية أي :

أي إذا كانت a,b,c ثلاثة أعداد فإن :

$$(a\times b)\times c = a\times(b\times c) = (a\times c)\times b = a\times b\times c$$

(نستطيع إجراء عملية الضرب وفق أي ترتيب للأعداد).

★ حيادي عملية الضرب هو العدد 1

(أي ناتج جداء أي عدد بالعدد واحد هو العدد نفسه)

القسمة

عند قسمة عددين صحيحين نتبع ما يلي :

★ نقسم العددين (دون النظر لإشارتيهما).

★ نحدد إشارة الناتج وفق القاعدة التالية:

مثال	القاعدة
$(+20) \div (+5) = +4$	$(+) \div (+) = +$
$(-36) \div (-4) = +9$	$(-) \div (-) = +$
$(+48) \div (-8) = -6$	$(+) \div (-) = -$
$(-15) \div (+3) = +5$	$(-) \div (+) = -$

أي أن :

♥ ناتج قسمة عددين من نفس الإشارة: نضع إشارة موجب ونقسم العددين.

♥ ناتج قسمة عددين مختلفين بالإشارة: نضع إشارة سالب ونقسم العددين.

خواص عملية القسمة :

- القسمة عملية غير تبديلية $(a \div b \neq b \div a)$
- القسمة عملية غير تجميعية .
- القسمة على العدد 0 عملية غير ممكنة .
- العدد 1 قاسم مشترك لجميع الأعداد (ناتج قسمة أي عدد على 1 يساوي العدد نفسه)

صفر بالمقام حرام ☺

الجمع

عند جمع عددين صحيحين نميز حالتين :

مثال	الحالة الأولى
$(+4) + (+5) = +9$ $(-6) + (-2) = -8$	إذا كان العددان متماثلان بالإشارة عندئذ نجمع ونضع للناتج نفس الإشارة
$(+8) + (-6) = +2$ $(-9) + (+5) = -4$	إذا كان العددان مختلفان بالإشارة عندئذ نطرح ونضع للناتج إشارة العدد الأبعد عن الصفر

خواص عملية الجمع :

★ الجمع عملية تبديلية $(a + b = b + a)$.

★ الجمع عملية تجميعية أي :

إذا كان a, b, c ثلاثة أعداد فإن :

$$(a+b)+c = a+(b+c) = (a+c)+b = a+b+c$$

(نستطيع إجراء عملية الجمع وفق أي ترتيب للأعداد) .

★ حيادي عملية الجمع هو العدد صفر

(أي ناتج جمع أي عدد مع الصفر يساوي العدد نفسه)

معاكس عدد (النظير الجمعي): لكل عدد على محور الأعداد معاكس (نظير جمعي) ونحصل عليه بتغيير إشارة هذا العدد ، مع ملاحظة أن معاكس العدد صفر هو الصفر نفسه وحسب قاعدة الجمع نستنتج : ناتج جمع أي عدد مع معاكسه هو الصفر

أمثلة: : $(+5) + (-5) = 0$

$(2x-3) - (2x-3) = 0$

الطرح

مصطلحات: نعلم أن 10-4=6 عندئذ:

- نسمي العدد 10 مطروح منه .
- نسمي العدد 4 مطروح
- نسمي العدد 6 ناتج الطرح .

عند طرح عددين صحيحين نقلب العملية لجمع ونقوم بجمع معاكس المطروح مع المطروح منه

مثال: جد ناتج ما يلي :

$(-2)-(-7)=(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)=\ldots\ldots\ldots$

$(-9)-(+4)=(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)=\ldots\ldots\ldots$

$(+8)-(-3)=(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)=\ldots\ldots\ldots$

$(+2)-(+6)=(\ldots\ldots)-(\ldots\ldots)=\ldots\ldots\ldots$

وبالتالي نستنتج: تؤول عملية الطرح إلى إحدى حالتي عملية الجمع .

وبالتالي عملية الطرح موجودة فقط في مجموعة الأعداد الطبيعية .

الكتابة المختزلة للجمع : يُقصد بها الاستغناء عن الأقواس وعن إشارة الجمع وذلك من خلال ضرب إشارة الجمع بإشارة العدد الذي يليها ،أما العدد الذي يسبقها نفك الأقواس عنه دون أي تغيير يطرأ عليه.

مثال : اكتب ما يلي بالصيغة المختزلة ثم جد الناتج:

$(+9)-(+3)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(+6)-(-2)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(-7)-(-4)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(-8)-(+3)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

تمارين هامة : (حل في دفترك)

السؤال الأول : جد ناتج كلاً مما يلي :

$0 \div (-3)$	$(-4)(-2)$	$(+2)\times(-6)$
$(-1)(-2)(-5)$	$(+9)\div(-1)$	$(-36)\div(+6)$
$(-2)(-3)(-4)(-5)$	$(5-9)(10-12)$	
$(-3+6)(-25+50-18-7)$		

السؤال الثاني : ضع إشارة ($<$ أو $>$ أو $=$) :

$(-5-1)\ldots\ldots+6$	$0\ldots\ldots-4$
$(-12+21)\ldots\ldots(-7+23)$	$(-3-6)\ldots\ldots(-10-1)$

الأعداد العشرية

و يُرمز لمجموعة الأعداد العشرية بالرمز D حيث يُعرف العدد العشري بأنه كل عدد كتابته العشرية منتهية ، أي عدد منازله العشرية عدد محدود.

أمثلة : $12.0025 \quad , 1.365 \quad , -0.25$

❖ كل عدد منازله العشرية غير منتهية هو عدد غير عشري

مثال :

أعداد دورية غير عشرية:

$-1.7777\ldots\ldots = -1.\overline{7}$

$2.090909\ldots\ldots = 2.\overline{09}$

$3.142142142\ldots\ldots = 3.\overline{142}$

أو: (أعداد غير دورية وغير عشرية) $\pi = 3.14159265\ldots\ldots$

ملاحظة هامة : ندعو القسم الموجود على يسار الفاصلة العشرية قسم صحيح وهو يتألف من المنازل التالي (آحاد – عشرات – مئات - ...) مرتبة من اليمين لليسار تصاعدياً ، وندعو القسم الموجود على يمين الفاصلة العشرية قسم عشري وهو يتألف من المنازل التالية (أجزاء من عشرة – أجزاء من مئة – أجزاء من ألف - ....) مرتبة من اليسار لليمين تنازلياً .

العمليات الحسابية ضمن D :

الجمع

عند جمع عددين عشريين نتبع الخطوات :

★ يجب أن يمتلك كلا العددين العشريين عدداً متساوياً من المنازل الصحيحة وعدداً متساوياً من المنازل العشرية ، وفي حال لم يتحقق ذلك نقوم بإضافة : أصفار إلى يمين القسم العشري (في العدد العشري ذو المنازل الأقل) أصفار إلى يسار القسم الصحيح (في العدد العشري ذو المنازل الصحيحة الأقل) .

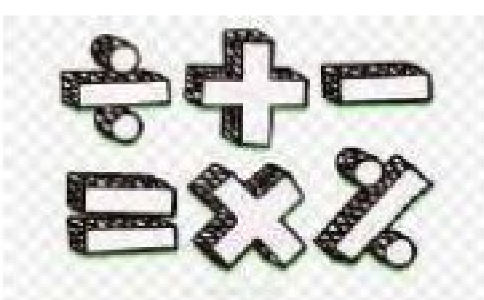
★ بعد إتمام الخطوة الأولى نقوم بتنفيذ عملية الجمع أو الطرح باستخدام الطريقة العمودية (نظراً لسهولتها) حيث نقوم بترتيب المنازل المتقابلة في العددين عمودياً.

★ ننفذ العملية المطلوبة من اليمين لليسار وتوضع الفاصلة العشرية في الناتج بنفس موضعها في العددين العشريين .

ملاحظة : قد نصادف أحياناً جمع أو طرح أعداد صحيحة مع أعداد عشرية ، في هذه الحالة نقوم بتحويل العدد الصحيح لعدد عشري وذلك بوضع فاصلة عشرية إلى يمينه ووضع عدداً من الأصفار في قسمه العشري بحيث تتساوى عدد المنازل العشرية في العددين وكذلك عدداً من الأصفار إلى يساره بحيث تتساوى عدد المنازل الصحيحة أيضاً .

مثال : أوجد ناتج ما يلي :

$1)\ -121.15 + 5.007 \quad , \quad 2)\ 6 + 13.071$



الحل : ....

....

....

....

....

....

الضرب

لإيجاد ناتج ضرب عددين عشريين نتبع ما يلي

★ نضرب العددين (دون النظر لموضع الفاصلة).

★ نضع الفاصلة العشرية في الناتج بعد عدد من المنازل مساوياً لمجموع عدد المنازل العشرية في العددين وذلك بدءاً من اليمين .

★ نحدد إشارة الناتج بحسب قواعد ضرب الإشارات التي تعلمناها في Z.

مثال : أوجد ناتج ما يلي :

$1)\ 12.17 \times -5.324 \quad , 2) -18 \times -4.05$

الحل : ....

....

....

....

....

....

حالة خاصة :(ضرب العدد العشري بقوى العدد 10)

عند ضرب عدد عشري بالعدد 10 أو 100 أو1000 أو 10000 أو .... عندئذ نزيح الفاصلة نحو اليمين عدداً من المنازل مساوياً لعدد الأصفار، وفي حال لم يتبق منازل عشرية ومازلنا بحاجة لمنازل من أجل الإزاحة عندئذ نضع الأصفار المتبقية على يمين العدد ، وتُهمل الفاصلة العشرية ولا توضع في الناتج لعدم وجود قسم عشري .

مثال : جد ناتج ما يلي :

$23.6715 \times 10 =$ ....

$23.6715 \times 100 =$ ....

$23.6715 \times 1000 =$..........................

$23.6715 \times 10000 =$..........................

$23.6715 \times 100000 =$..........................

$23.6715 \times 1000000 =$..........................

القسمة

مصطلحات : نعلم أن $20 \div 4 = 5$ عندئذٍ:

- نسمي العدد 20 مقسومٌ .
- نسمي العدد 4 مقسومٌ عليه .
- نسمي العدد 5 ناتج القسمة .

لإيجاد ناتج قسمة عددين عشريين نتبع ما يلي :

★ يجب أن يكون المقسوم عليه عدداً طبيعياً مغايراً للصفر، وفي حال كان عشرياً عندئذٍ نقوم بتحويله لعدد طبيعي من خلال ضرب المقسوم والمقسوم عليه بالعدد (10) أو بالعدد (100) أو بالعدد (1000) أو .... وذلك حسب عدد المنازل العشرية في المقسوم عليه.. بمعنى آخر:

♣ إذا كان المقسوم عليه يملك منزلة عشرية واحدة عندها نضرب المقسوم والمقسوم عليه بالعدد 10 .

♣ إذا كان المقسوم عليه يملك منزلتين عشريتين عندها نضرب المقسوم والمقسوم عليه بالعدد 100.

♣ إذا كان المقسوم عليه يملك ثلاثة منازل عشرية عندها نضرب المقسوم والمقسوم عليه بالعدد 1000 وهكذا... أما المقسوم فلا بأس إن بقي عدداً عشرياً .

★ نجري عملية القسمة كالمعتاد مع وضع الفاصلة في الناتج وذلك بعد الانتهاء من قسمة المنازل الصحيحة للمقسوم وقبل البدء باستخدام منازله العشرية لإتمام عملية القسمة .

★ نراعي أيضاً قسمة الإشارات حسب ما سبق .

مثال : أوجد ناتج ما يلي :

$1)(-10.71) \div (+3.4), 2)\ (-12) \div (0.64)$

الحل : ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

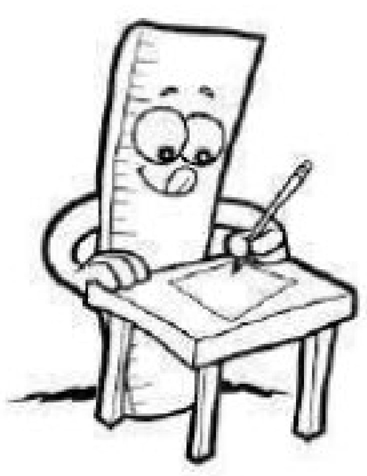
....

....

....

حالة خاصة : (قسمة العدد العشري على قوى للعدد 10)

عند قسمة عدد عشري على العدد (10) أو(100) او(1000) أو .... نزيح الفاصلة العشرية نحو اليسار عدداً من المنازل مساوياً لعدد الأصفار، وفي حال لم يتبقَ منازل صحيحة وما زلنا بحاجة لمنازل من أجل الإزاحة عندها نضع الأصفار المتبقية على اليسار ثم نضع الفاصلة العشرية ونضع صفراً ممثلاً للقسم الصحيح .



مثال : جد ناتج ما يلي :

$1234.12 \div 10 =$..

$1234.12 \div 100 =$..

$1234.12 \div 1000 =$..

$1234.12 \div 10000 =$..

$1234.12 \div 100000 =$..

$1234.12 \div 1000000 =$..

الأعداد العشرية

ويُرمز لمجموعة الأعداد العادية بالرمز Q حيث يُعرف العدد العادي بأنه كل عدد يُكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث a (البسط) عدد صحيح و b (المقام) عدد طبيعي غير معدوم ($b \neq 0$) .

أمثلة : $\frac{1}{6}$, $-2\frac{3}{4}$, $\frac{125}{10}$, $-\frac{5}{3}$

ومن التعريف نستنتج ما يلي :

❖ كل عدد صحيح هو عدد عادي .

التعليل:..

....

مثال: $-4 =$, $6 =$

كل عدد عشري هو عدد عادي .

مثال :

$1.213 =$, $-0.25 =$, $0.3 =$

تذكرة :

❖ **الكسور المكافئة :** للكسر العادي عدد غير منته من الكسور المكافئة له ، والتي نحصل على كل منها إما من خلال ضرب حدي الكسر بعدد مغاير للصفر ، أو بقسمة حديه على عدد مغاير للصفر

مثال : اكتب 3 كسور مكافئة للكسر $\frac{2}{4}$.

الحل : ....

❖ **المقارنة :** نعرف رموز المقارنة بأنها الرموز التالية (> أو < أو =) .

أولاً: مقارنة الكسر مع العدد 1 : نميز3 حالات:

♥ **البسط > المقام ⟸ الكسر > 1**

مثال : ....

♥ **البسط < المقام ⟸ الكسر < 1**

مثال : ....

♥ **البسط = المقام ⟸ الكسر = 1**

مثال : ....

العمليات الحسابية في Q :

قاعدة : قبل البدء بإجراء العمليات الحسابية على الكسور ، يجب جعل المقام موجباً: وذلك من خلال قسمة إشارة البسط على إشارة المقام ونضع الإشارة الناتجة بمحاذاة خط الكسر ثم نجري العملية المطلوبة.

الجمع و الطرح

لجمع (أو طرح) الكسور نوحد المقامات أولاً ثم نجري العملية المطلوبة على البسوط فقط مع مراعاة قواعد الإشارات ونضع للكسر الناتج المقام نفسه .

مثال : جد ناتج ما يلي :

$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$ ....

الضرب

لإيجاد ناتج ضرب كسور نتبع ما يلي :

★ نقوم بعملية الاختزال بشكل تقاطعي إن أمكن

★ يكون الناتج كسراً عادياً بسطه عبارة عن جداء البسوط ومقامه عبارة عن جداء المقامات .

★ نحدد إشارة الكسر الناتج حسب قاعدة ضرب الإشارات .

مثال : جد ناتج ما يلي :

$-\frac{5}{38} \times \frac{19}{25} =$ ....

$-\frac{7}{6} \times -\frac{12}{5} =$ ....

$-\frac{5}{3} \times -0.03 =$ ....

$+\frac{15}{14} \times -4 =$ ....

القسمة

لإيجاد قسمة كسرين نتبع ما يلي :

★ إذا كان أحد الكسرين ليس له مقام نضع مقامه <<1>>

★ نثبت البسط (أو الكسر الأول الموجود على يسار إشارة القسمة)

★ نستبدل عملية القسمة بعملية الضرب .

★ نقلب المقام (أو الكسر الثاني الموجود على يمين إشارة القسمة.

★ نقوم بضرب الكسرين مع مراعاة ضرب الإشارات وجعل المقام موجباً

مثال جد ناتج ما يلي :

$\frac{7}{2} \div \left(-\frac{5}{6}\right) =$ ....

$\frac{-4}{\frac{-12}{7}} =$ ....

$\frac{\frac{-3}{35}}{\frac{-6}{5}} =$ ....

$\frac{\frac{-2}{7}}{14} =$ ....

ملاحظات:

1) لإيجاد إشارة ناتج عدة أعداد مختلفة بالإشارة نوجد عدد الإشارات السالبة فقط فإذا كان عدد الإشارات السالبة فردي فناتج الجداء سالب واذا كان عدد الإشارات السالبة زوجي فناتج الجداء موجب

2) سالب = $(\text{سالب})^{\text{فردي}}$

3) موجب = $(\text{سالب})^{\text{زوجي}}$

تطلب نسخة الأسطورة ورقيًا بالتواصل مع الرقم

0957474873

تمرينات :

أوجد ناتج ما يلي:

1	$-4-11+22=$	2	$7-(+5)+(-20)=$
3	$-17-115+2=$	4	$(+9)-(-2)=$
5	$-9-(-3)=$	6	$-22+10-11=$
7	$\big(-7-(-9)\big)-3=$	8	$-7-\big((-9)-3\big)=$
9	$-5-7+6+14-47+52=$	10	$0-(-17)=$
11	$(+8)-(-34)+(-5)-25=$	12	$(-2)+(+2)+(-19)+(+4)=$
13	$(-3)-(7-9)=$	14	$10+5-(1-17)+(-5)-)-12)=$
15	$(+3)(-7)(-10)(-3)(10)=$	16	$(+6)\div(-3)=$
17	$(-1)(-3)(-6)=$	18	$(15+22)(-69+10-20-3+8)$
921	$(-2)(-3)(10)(-5)(-1)(4)=$	20	$0\div(-2100)\times(-2321)=$
21	$(-2)^2(-5-6-1)-3(-4(-2-1)-2)=$		
22	$-4(-1-3)^2+4-3-2^3(-3-2-1)-\big((-6-4)-5\big)=$		
23	$12-3-(-1)^5(-4-2)^2-6-3(1-41)=$		
24	$-10-2\big(-3^2-4-\big((-1-4)-5\big)-11\big)=$		

انتهت مراجعة الجبر

الرياضيات غذاء

العقل

الوحدة الأولى : الأعداد والكسور

الدرس الأول :مجموعات الأعداد

من أجل تعيين طبيعة عدد : 1- **قوم بتنفيذ جميع العمليات الممكنة الواردة في السؤال** (جمع-طرح-قسمة-جذور –تربيع -....) مع مراعاة أولويات العمليات الحسابية .

2- **نختصر الناتج** ونكتبه بأبسط شكل. 3- نعيّن طبيعة العدد وفق الآتي :

نختار أصغر مجموعة ينتمي إليها العدد وننسبه إليها

العدد العادي هو أي عدد يكتب على شكل كسر(ولا يحوي جذور صماء ولا π)

الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

عادية $\mathbb{Q}$

غير عادية

طبيعية $\mathbb{N}$

- هي الأعداد الصحيحة الموجبة
- قسمها العشري معدوم (أي التي لا تحوي فاصلة عشرية)
- يمكن كتابتها على شكل كسر موجب بسطه يقبل القسمة على مقامه مثال: $\frac{20}{5} = 4$

أمثلة عن اعداد طبيعية:

$5, \frac{20}{4}, \dots, 0, \frac{30}{6}$

صحيحة $\mathbb{Z}$

- هي الأعداد الموجبة أوالسالبة قسمها العشري معدوم (أي التي لا تحوي فاصلة عشرية)

يمكن كتابتها على شكل كسر موجب أو سالب بسطه يقبل القسمة على مقامه.

أمثلة عن اعداد صحيحة:

$\dots, 5, \frac{-50}{5}, 0, \frac{28}{7}, -6$

عشرية $\mathbb{D}$

- هي اعداد عادية موجبة أو سالبة قسمها العشري منتهي
- أو كسور و مقاماتها 10 ومضاعفاتها (10,100,1000, ...) أو كسور يمكن جعل مقاماتها من قوى العدد 10 : (2,4,5,20,25,50, ...)
- البسط قد يقبل القسمة على المقام أو لا يقبل

أمثلة عن اعداد عشرية:

$3.2, \frac{16}{5}, -\frac{6}{4}, \frac{9}{3}, \dots$

غير عشرية $\mathbb{D}'$

- هي أعداد عادية موجبة أو سالبة قسمها العشري غير منتهي لكنه دوري
- أو كسور بسطها لا يقبل القسمة على مقامها ولا يمكن جعل مقاماتها من قوى العدد 10 .

تذكرة :العدد الدوري هو عدد قسمه العشري فيه رقم أو عدة أرقام يتكرر ظهورها بانتظام بدءاً من حد معين بعد الفاصلة $\frac{11995}{220} = 54.52272727 \dots$

غير عادية

- هي أعداد لا يمكن كتابتها على شكل كسر
- هي أعداد غير منتهية وغير دورية
- تحوي العدد π
- تحوي جذور صماء (وهي الجذور التي لا يمكن ايجاد قيمتها بشكل عدد صحيح)

تذكرة :العدد غير الدوري هو عدد ارقام قسمه العشري مختلفة ولا يوجد فيها تكرار منتظم

أمثلة : $\sqrt{3}, -5\sqrt{7}$

$\frac{\pi}{2}$ و $\pi = 3.141592 \dots$

$\sqrt{2} = 1.4142 \dots$

ملاحظة هامة:

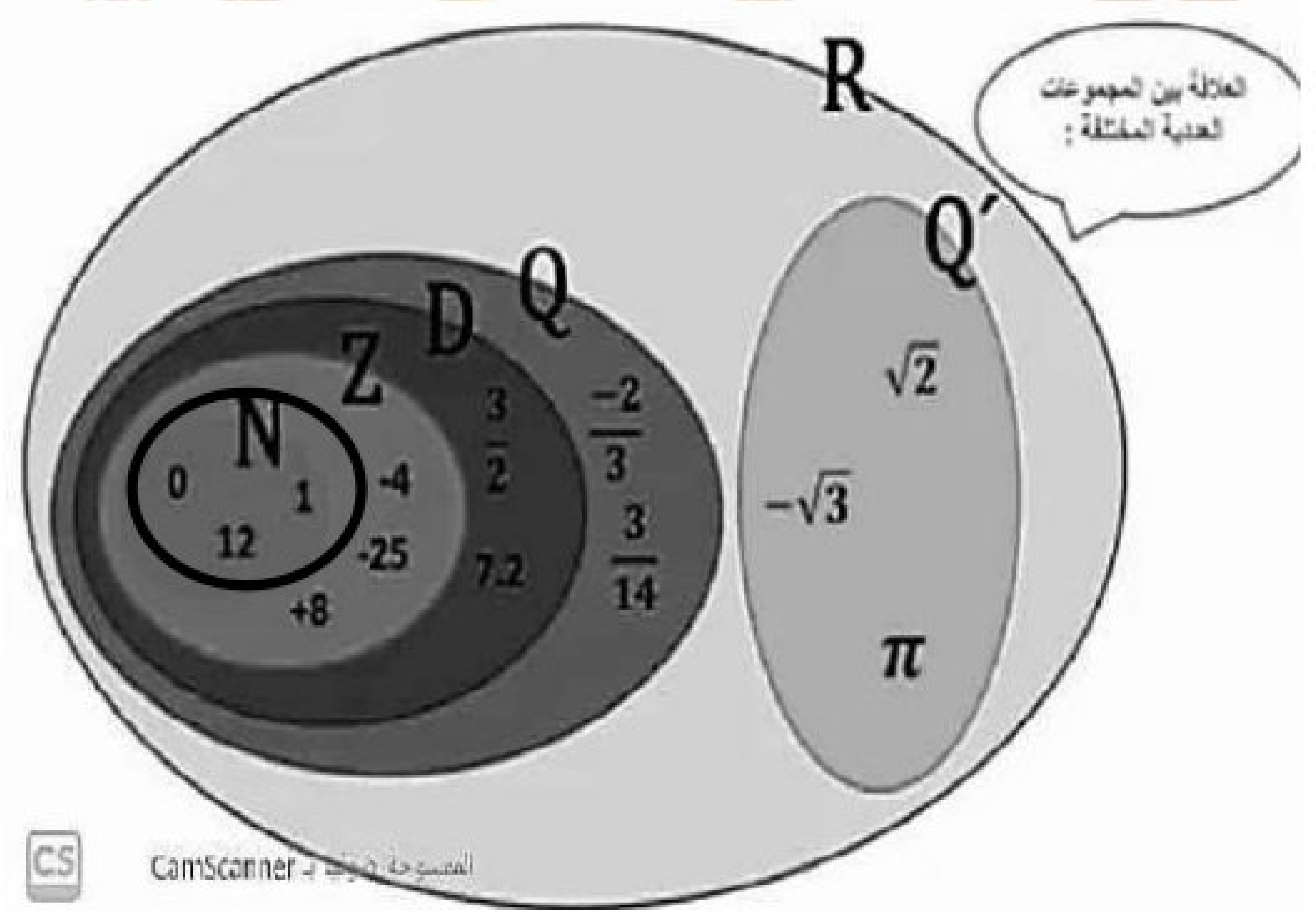
♠ كل عدد طبيعي هو عدد صحيح [مثال : 6 هو عدد طبيعي وبالتالي هو عدد صحيح]

♠ كل عدد (طبيعي أو صحيح)هو عدد عشري[مثال :2 هو عدد طبيعي وبالتالي هو عشري]

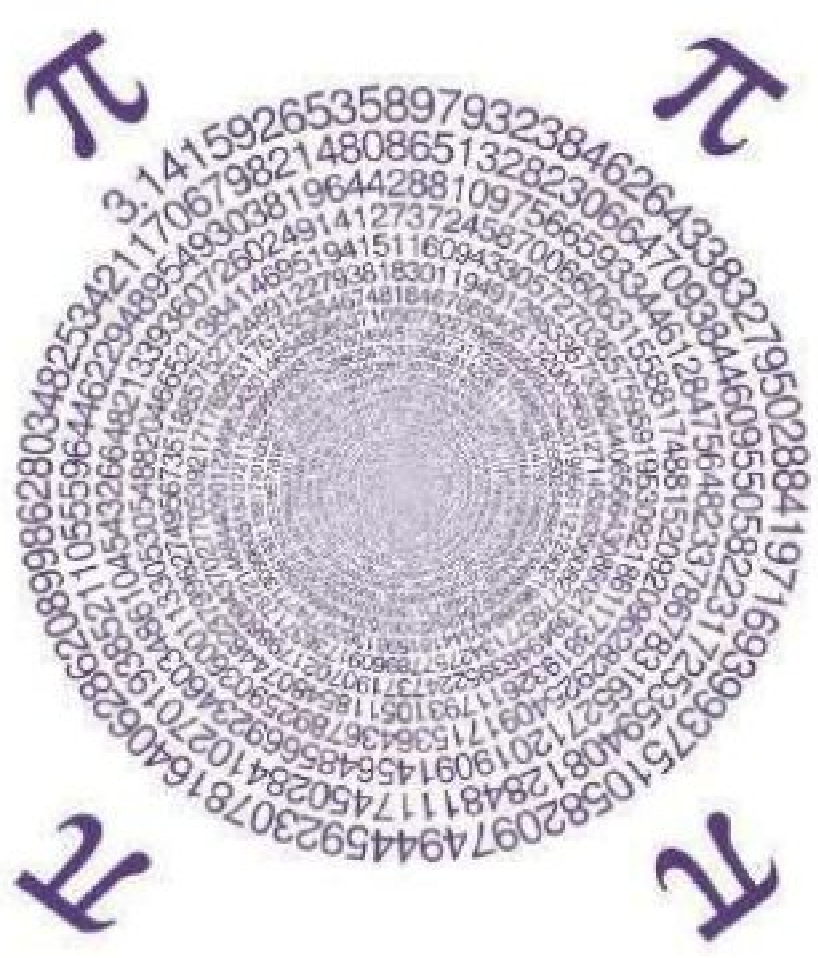
♠ كل عدد(طبيعي أو صحيح أو عشري أو غير عشري) هو عدد عادي [مثال :-5 هو عدد صحيح وبالتالي هو عدد عادي]

♠ *كل عدد عادي هو عدد حقيقي .[مثال :$\frac{2}{5}$ هو عدد عادي وبالتالي حقيقي]

♥ **أي أنه إذا انتمى العدد إلى مجموعة فينتمي إلى جميع المجموعات الأكبر منها ولكن العكس غير صحيح بالضرورة(إذا انتمى إلى مجموعة فقد ينتمي للمجموعة الأصغر منها وقد لا ينتمي)**



تعريف العدد π : هو عدد غير عادي القيم التقريبية له : 3.14 أو $\frac{22}{7}$ (هذه القيم هي قيم تقريبية له ولكن طبيعتها ليست من طبيعته أي أن طبيعة العدد π هو عدد غير عادي وطبيعة العدد 3.14 عدد عادي عشري وطبيعة العدد$\frac{22}{7}$ عدد عادي غير عشري) .



الدرس الثاني : القواسم المشتركة لعددين صحيحين

تذكرة: قاسم ومضاعف عدد :

ليكن k و a عددان طبيعيان موجبان تماماً . عندئذٍ:

إذا كان ناتج قسمة $\frac{a}{k}$ عدد صحيح (أي الناتج لا يحوي فواصل والباقي صفر) عندئذٍ نقول :

a مضاعف ل k أو a يقبل القسمة على k .

و : k قاسم ل a أو k يقسم a .

أي في حال تحقق ما سبق يكون:

✎ العدد الكبير مضاعف أو يقبل القسمة على العدد الصغير(على المقام)

✎ العدد الصغير قاسم أو يقسم العدد الكبير(البسط)

مثال: $3 = \frac{18}{6}$ بما أن الناتج عدد صحيح ولا يحوي فواصل عندئذ نقول :

6 قاسم ل 18 أو 6 يقسم 18

و : 18 مضاعف ل 6 أو 18 يقبل القسمة على 6

قواعد قابلية القسمة:

- ♥ لا يوجد أي عدد يقبل القسمة على 0(صفر بالمقام حرام ☺)
- ♥ جميع الأعداد تقسم الصفر(الصفر مضاعف لجميع الأعداد).
- ♥ جميع الأعداد تقبل القسمة على 1 (لا يوجد أي عدد يقسم الواحد إلا الواحد نفسه)
- ♥ يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان آحاده زوجي.
- ♥ يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات ال 3 .(123,63,96)
- ♥ يقبل العدد القسمة على 4 إذا كان آحاده وعشراته معا من مضاعفات ال 4 (أمثلة .: 512,316)
- ♥ يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان آحاده 0 أو 5
- ♥ يقبل العدد القسمة على 10 إذا كان آحاده 0 .

العدد الأولي : هو كل عدد طبيعي أكبر تماماً من 1:

- لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد .
- لا يمكن أن نحصل عليه الا عن طريق ضربه بواحد.
- له فقط قاسمان مختلفان هما نفسه والواحد .

مما سبق نستنتج أن ناتج قسمة عدد أولي على أي عدد غير الواحد هو عدد غير صحيح .

❄ ملحوظة مع قطعة بوظة ☺ :

- **الصفر ليس عدد أولي :** لأن ناتج قسمة الصفر على أي عدد غير الصفر هو صفر والناتج عدد صحيح وبالتالي فإن أي عدد (غير الصفر) يقسم الصفر ومنه فإن الصفر له عدد غير منته من القواسم فهو غير أولي .

- **الواحد ليس عدد أولي :** لان له قاسم واحد فقط هو الواحد (أي ناتج قسمة أي عدد(غير الواحد)على واحد هو عدد غير صحيح) وبالتالي هو عدد غير أولي.

- **ال 2 هو أصغر عدد أولي** وهو العدد الزوجي الأولي الوحيد

- **أول 10 أعداد أولية هي**
2,3,5,7,11,13,17,19,23,29

♣ **إذا كان آحاد العدد زوجي أو 5 فهو عدد غير أولي باستثناء ال 2 وال 5**

♣ **أما إذا كان آحاده فردي (مغاير ل 5) فقد يكون أولي وقد يكون غير أولي .**

القاسم المشترك لعددين طبيعيين :

نقول أن k قاسم مشترك للعددين الطبيعيين a و b إذا كان قاسم لكلٍ منها على حِدى .

القاسم المشترك الأكبر:

أكبر القواسم المشتركة للعددين a وb يسمى القاسم المشترك الأكبر لهما ويرمز له : $GCD(a,b)$

خواص القاسم المشترك الأكبر:

1- القاسم المشترك الأكبر للعدد ونفسه هو العدد نفسه

أي : $GCD(a,a)=a$

مثال: $GCD(2,2)=2$

2- القاسم المشترك الأكبر للعدد وقاسمه هو هذا القاسم

أي: $GCD(a,b)=b$ بحيث b يقسم a أو بمعنى آخر a مضاعف لـ b .

مثال: $GCD(6,2)=2, GCD(24,8)=8$

3- ليكن $a>b$ عندئذٍ أي ق.م.أ لعددين هو ق.م.أ للعدد الصغير منهما وحاصل فرقهما .

$$GCD(a,b)=GCD(b,a-b)$$

4- إذا كان d قاسم لـa,b عندئذ d قاسم لـ $a-b, a+b$

(إذا كان لدينا عدد قاسم لعددين فهو قاسم لمجموعهما وقاسم لطرحهما)

مثال:

15 قاسم مشترك لـ60 و45 إذا 15 قاسم لـ105 (وهو مجموع العددين) وقاسم لـ15 (وهو فرق العددين)

طرق إيجاد القاسم المشترك الأكبر:

1-طريقة القواسم 2- طريقة التحليل إلى عوامل أولية

3- خوارزمية الطرح 4- خوارزمية القسمة .

1- طريقة القواسم: نكتب القواسم المشتركة للعددين ويكون أكبرهما هو القاسم المشترك الأكبر.

مثال: قواسم العدد 24 هي : 1,2,3,4,6,8,12,24

قواسم العدد 36 هي : 1,2,3,4,6,9,12,18,36

القواسم المشتركة للعددين 24,36 هي: 1,2,3,4,6, **12**

هذا يعطي أن: $GCD(24,36)=12$

2- خوارزمية الطرح المتتالي:

خوارزمية الطرح المتتالي: ما بنساها لو نسيت حالي ☺

خوارزمية الطرح المتتالي: بحبها ودايما على بالي:

لإيجاد ال GCD لعددين باعتماد خوارزمية الطرح المتتالي نشكل الجدول الآتي وثم نتبع الخوارزمية : 1-نطرح أصغر العددين وليكن b من أكبرهما وليكن a 2-نستمر بالطرح معتمدين المبدأ: $GCD(a,b)=GCD(b,a-b)$

ويكون الGCD للعددين هو آخر ناتج طرح غير معدوم .

ناتج الطرح	العدد الصغير	العدد الكبير
$a-b$	b	a
:	:	:
0		

مثال: أوجد القاسم المشترك الأكبر لعددين 80,64

ناتج الطرح	العدد الصغير	العدد الكبير
16	64	80
48	16	64
32	16	48
16	16	32
0	16	16

ومنه فإن : $GCD(80,64) = 16$

3- الخوارزمية الإقليدية (القسمة المتتالية)

ننشئ الجدول الآتي :

المقسوم	المقسوم عليه	باقي القسمة
العدد الكبير	العدد الصغير	الباقي الاول
العدد الصغير	الباقي الأول	باقي ثاني
:	:	:
		0

والGCD للعددين هو آخر باقي غير معدوم.

ملاحظة هامة: خوارزمية القسمة ليس لها علاقة بناتج القسمة وإنما بباقي القسمة .

باقي القسمة	المقسوم عليه	المقسوم
16	64	80
0	16	64

ومنه فإن : $GCD(80,64) = 16$

العددان الأوليان فيما بينهما :

نقول أن a و b عددان أوليان فيما بينهما إذا كان القاسم الطبيعي المشترك الوحيد لهما هو **الواحد.**

مثال:

العددان 3و20 أوليان فيما بينهما $GCD(3,20) = 1 \Longrightarrow$

Notes - ملاحظات

- ♠ قواسم أي عدد طبيعي تبدأ من 1 ((لأنه قاسم مشترك لجميع الأعداد)) وتنتهي بالعدد نفسه .
- ♠ مجموعة مضاعفات أي عدد تبدأ من الصفر وهي مجموعة غير منتهية .
- ♠ كل عددان متتاليان هما عددان أوليان فيما بينهما.

مثال: 22,21

- ♠ الأعداد الغير أولية التي لا قواسم مشتركة بينها هي أعداد أولية فيما بينها مثال : 20 , 27.
- ♠ أي عدد أولي وأي عدد أصغر منه هما أوليان فيما بينهما .

مثال 7 ، 4.

- ♠ لإثبات أن عددان أوليان فيما بينهما: تثبت أن القاسم المشترك الأكبر لهما هو ال 1 .

مثال : $GCD = (5,9) = 1$ ومنه فإن العددين 5و 9 أوليان فيما بينهما .

♠ لنفي أن عددان أوليان فيما بينهما: يكفي إيجاد قاسم واحد على الأقل يقسم كل من هذين العددين أو نوجد القاسم المشترك الأكبر لهما ويجب ان يكون مغاير للواحد. **مثال:** لدينا 2 يقسم 18 ويقسم 24 ومنه فإن 18 و24 ليسا أوليان فيما بينهما .

أ : $GCD(24,18)=6$ ومنه فإن 18 و 24 ليسا أوليان فيما بينهما .

الدرس الثالث :الكسور المختزلة

الكسر المختزل: ليكن a وb عددين صحيحين موجبين تماما نقول عن الكسر $\frac{a}{b}$ أنه مختزل إذا كان a , b أوليين فيما بينهما. (بسطه ومقامه أوليان فيما بينهما أي الـGCD للبسط والمقام هو الواحد ولا يوجد قاسم مشترك بينهما غير الواحد)

ومنه لإثبات أن كسر ما غير مختزل يكفي إيجاد قاسم واحد على الأقل يقسم كل من البسط والمقام معاً .(باعتماد قواعد قابلية القسمة).

مثال: $\frac{17}{5}$ كسر مختزل لأن : $GCD(17,5)=1$.

$\frac{12}{46}$ كسر غير مختزل لأن 2 يقسم كل من البسط والمقام.

$\frac{24}{63}$ كسر غير مختزل لأن 3 يقسم كل من البسط والمقام.

$\frac{20}{55}$ كسر غير مختزل لأن 5 يقسم كل من البسط والمقام.

كيفية إيجاد الكسر المختزل : نوجد الGCD للبسط والمقام ثم نقسم كلاً من البسط والمقام على القاسم الذي أوجدناه فنحصل على أبسط شكل بعملية قسمة واحدة. **مثال:** أوجد الكسر المختزل للكسر $\frac{64}{80}$.

الحل: وجدنا سابقا أن: $GCD(80,64)=16$

ولاختزال الكسر $\frac{64}{80}$ نقسم بسطه ومقامه على 16:

$$\frac{64\div16}{80\div16}=\frac{4}{5}$$

(حصلنا على كسر مختزل ومكتوب بأبسط صورة)

الفرق بين الاختصار والاختزال: **الاختصار نقوم بتقسيم البسط والمقام أكثر من مرة على قواسمهما حتى نحصل على الكسر المختزل ، أما الاختزال بعملية قسمة واحدة على القاسم المشترك الأكبر نحصل على الكسر المختزل.**

مثال: الاختصار: $\frac{50}{100}=\frac{25}{50}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

الاختزال: $\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$

الدرس الرابع :الجذر التربيعي لعدد موجب

الجذر التربيعي لعدد موجب a :هو عدد مربعه يساويa

مثال: $\sqrt{4}=2$ لأن مربع 2 يساوي 4 $2^2=4$ (مع الانتباه أنه ليس للعدد السالب جذر تربيعي) .

$-\sqrt{3}$ ممكنة أما
$\sqrt{-3}$ مستحيلة

1- إذا كان ال $\sqrt{a}$ عدد صحيح :

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{121}=11$	$\sqrt{441}=21$	$\sqrt{961}=31$	$\sqrt{1681}=41$
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{144}=12$	$\sqrt{484}=22$	$\sqrt{1024}=32$	$\sqrt{1764}=42$
$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{169}=13$	$\sqrt{529}=23$	$\sqrt{1089}=33$	$\sqrt{1849}=43$
$\sqrt{16}=4$	$\sqrt{196}=14$	$\sqrt{576}=24$	$\sqrt{1156}=34$	$\sqrt{1936}=44$
$\sqrt{25}=5$	$\sqrt{225}=15$	$\sqrt{625}=25$	$\sqrt{1225}=35$	$\sqrt{2025}=45$
$\sqrt{36}=6$	$\sqrt{256}=16$	$\sqrt{676}=26$	$\sqrt{1296}=36$	$\sqrt{2116}=46$
$\sqrt{49}=7$	$\sqrt{289}=17$	$\sqrt{729}=27$	$\sqrt{1369}=37$	$\sqrt{2209}=47$
$\sqrt{64}=8$	$\sqrt{324}=18$	$\sqrt{784}=28$	$\sqrt{1444}=38$	$\sqrt{2304}=48$
$\sqrt{81}=9$	$\sqrt{361}=19$	$\sqrt{841}=29$	$\sqrt{1521}=39$	$\sqrt{2401}=49$
$\sqrt{100}=10$	$\sqrt{400}=20$	$\sqrt{900}=30$	$\sqrt{1600}=40$	$\sqrt{2500}=50$

2- إذا كان $\sqrt{a}$ عدد عادي : مثال:

$$\sqrt{0.16}=0.4\,, \qquad \sqrt{0.0049}=0.07,$$

$$\sqrt{0.225}=\sqrt{\frac{225}{1000}}=\frac{15}{10\sqrt{10}}$$

$$,\quad \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}=\frac{5}{3}$$

3- اذا كان $\sqrt{a}$ عدد غير عادي :هنا لا يمكن إيجاد ناتجه الا بالالة الحاسبة ... $\sqrt{2}\approx 1.414214$

ونسمي هذه الجذور **جذور صماء** وهي التي لا يمكن إيجاد ناتجها بشكل صحيح .

تنويه: ليكن لدينا العدد بالشكل $a\sqrt{b}$ سنسمي ***a*** (أمثال الجذر) **و*b*** (مضمون الجذر)

وبين أمثال الجذر والجذر عملية ضرب أي :

$$a\sqrt{b}=a\times\sqrt{b}$$

إذا كان الجذر من الشكل $\sqrt{b}$ فإن أمثال الجذر له يساوي الواحد .

$$-\sqrt{a}=-1\times\sqrt{a}\,, \qquad \sqrt{a}=1\times\sqrt{a}$$

العمليات على الجذور :

خاصة 1 : أياً كان a عدد موجب عندئذٍ:

$$\left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad \sqrt{a^2}=a$$

مثال: $\sqrt{3^2}=3 \;,\; \sqrt{3}^2=3$

☺ جمع وطرح الجذور التربيعية :

أسهل قاعدة على وجه الكرة الأرضية ☺:

أولاً نكتب كل من هذه الجذور بأبسط صورة :

☺إذا كانت الجذور متشابهة : (أي مضمون الجذر نفسه) نجمع/نطرح أمثال الجذر الأول مع أمثال الجذر الثاني ونضع الجذر كما هو دون جمع .

أمثلة : $\boldsymbol{\sqrt{3}+5\sqrt{3}=6\sqrt{3}}$

$$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$$

$$8\sqrt{5}-9\sqrt{5}=-\sqrt{5}.$$

☺إذا كانت الجذور غير متشابهة(أي مضمون الجذر مختلف): لا!!!! يمكننا جمعها ولا طرحها.

مثال: $\sqrt{2}+3\sqrt{5}$ هذه أبسط صيغة ولا يمكن جمعهما

☺لا يمكن جمع وطرح عدد صحيح مع جذر غير عادي.

مثال: $2+2\sqrt{5}$ هذه أبسط صيغة ولا يمكن جمعهما.

♡ ضرب الجذور التربيعية:

سهلة للعقول الإبداعية :☺

♥من أجل ضرب عدد صحيح بجذر تربيعي: نضرب هذا العدد بأمثال الجذر ولاااا نضربه بمضمون الجذر

مثال: $\mathbf{5\times\sqrt{6}} = (5\times 1)\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

$$3\times 2\sqrt{11} = 6\sqrt{11} \quad ,$$

♥ إذا كانت الجذور مختلفة :

نضرب أمثال الجذر الأول بأمثال الجذر الثاني ومضمون الجذر الاول بمضمون الجذر الثاني ثم نوجد ناتج الجذر إن أمكن ونضربه بأمثال الجذر

$$n\sqrt{a}\times m\sqrt{b} = n.m\sqrt{a.b} = n.m\sqrt{a\times b}$$

مثال:

$$\sqrt{7}\times\sqrt{5} = \sqrt{7\times 5} = \sqrt{35}$$

$$2\sqrt{7}\times 4\sqrt{5} = 2\times 4\sqrt{7\times 5} = 8\sqrt{35}$$

$$6\sqrt{3}\times 2\sqrt{12} = 12\sqrt{36} = 12\times 6 = 72$$

♥ إذا كانت الجذور متشابهة: $\sqrt{a}\times\sqrt{a} = a$

$$n\sqrt{a}\times m\sqrt{a} = n\times m\times a$$

$$\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 2$$

$$6\sqrt{3}\times 2\sqrt{3} = 12\times 3 = 36$$

❄ قسمة الجذور: نطبق الخاصة

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7} \quad , \quad \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{14}{7}} = \sqrt{2}$$

انتبااااه :

♣ $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$

♣ $\sqrt{16+9} \neq 4+3$

◊ تربيع جذر من الشكل $a\sqrt{b}$:

من أجل تربيع جذر نربع أمثال الجذر ونضربه بمضمون الجذر: $a\sqrt{b}\times a\sqrt{b} = \left(a\sqrt{b}\right)^2 = a^2\times b$

$$\left(7\sqrt{2}\right)^2 = 7^2\times\sqrt{2}^2 = 7^2\times 2 = 49\times 2 = 98$$

$$*\left(6\sqrt{5}\right)^2 = 6^2\times 5 = 36\times 5 = 180$$

ويجب الانتباه أن: $\left(a\sqrt{b}\right)^2 \neq a.b$

ملاحظة هااااامة جداً : لا يمكن اختصار الجذر مع التربيع مباشرة إلا إذا كانت أمثاله =1 أي أن الجذر غير مضرب بعدد وغير مقسم على عدد.

أمثلة:

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2 \quad , \quad \left(2\sqrt{2}\right)^2 2\times 2 \quad ,$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \neq \frac{2}{2}$$

☺ إزالة الجذر من المقام : يشفي الأسقام ☻:

يكره كرهاً رياضياً وجود جذر في المقام ولإزالته : نضرب الكسر كاملاً بسطه ومقامه بالجذر الموجود في المقام :

مثال: $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\longrightarrow\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\longrightarrow\times\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

♥ كتابة العدد $\sqrt{c}$ بالشكل $a\sqrt{b}$:

(بمعنى آخر تبسط جذر وإيجاد ناتجه) : نبحث عن عددين جداءهما c بحيث يكون أحدهما يقبل الجذر والأفضل أن يكون العدد الآخر ليس له جذر صحيح .

مثال : $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

- في حال كان العدد كبير ولم نتمكن من إيجاد العددين نحلل العدد إلى عوامله الأولية ثم نضرب كل عددين متشابهين بيعضهما ونضربها بالعوامل التي ليس لها مشابه ثم نجذر الناتج مثلاً :

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$\sqrt{108} = \sqrt{4 \times 9 \times 3} = 2 \times 3 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$

◊ كتابة العدد $a\sqrt{b}$ بالشكل $\sqrt{c}$ (كتابة الجذر دون أمثال):

نربع a وندخلها تحت الجذر ونضربها ب b ونوجد الناتج أي :

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$$

أمثلة : اكتب ما يلي بصيغة $\sqrt{c}$:

$3\sqrt{3}$, $6\sqrt{7}$, $2\sqrt{8}$

$* \ 3\sqrt{3} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{27}$

$* \ 6\sqrt{7} = \sqrt{36 \times 7} = \sqrt{252}$

$* \ 2\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 8} = \sqrt{32}$.

☺ حصر العدد غير العادي $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتاليين :

1- نبحث عن العددين الموجبين a وb اللذان يحققان : $a < c < b$. حيث أن :

♣ a أقرب عدد صحيح من c أصغر منه وجذره التربيعي عدد صحيح

♣ b أقرب عدد صحيح من c أكبر منه وجذره التربيعي عدد صحيح ... فيكون :

$$\sqrt{a} < \sqrt{c} < \sqrt{b}$$

مثال:

$$4 < 7 < 9$$
$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$
$$2 < \sqrt{7} < 3$$

تفيد هذه الخاصة في تمثيل جذر غير عادي على مستقيم الأعداد

مثال:

مثل الأعداد $\sqrt{27}$, $\sqrt{108}$, $6\sqrt{7}$ **على مستقيم الأعداد**

ملاحظة -1- جداً هامة

عندما نرى جذور في أي مسألة أول ما نقوم به هو تبسيط الجذر مهما كان السؤال.

مثلاً: عمليات على جذور (جمع، طرح، ضرب ،قسمة..) أو كتابة جذر بصيغة ما أو إيجاد محيط أو مساحة شكل ما أطواله جذور ...إلخ ، وبعد تبسيط الجذور وإيجادها نقوم بما هو مطلوب في السؤال .

على نار أقدارنا الهادئة
سينضج حلم شهي
المذاق

ملاحظات تفيد في حل أسئلة الدورات :

معلومة ولادية خذها كهدية ☺

<u>عندما يطلب :</u> نصف شيء نضرب هذا الشيء ب $\frac{1}{2}$، ثلث شيء نضرب هذا الشيء ب $\frac{1}{3}$ وهكذا ....

<u>عندما يطلب :</u> مثلي شيء نضرب هذا الشيء 2 ، ثلاثة أمثال شيء نضرب هذا الشيء ب3 وهكذا ..

مثال : أوجد : نصف $\sqrt{12}$ ، ضعفي $\sqrt{3}$

نصف $\sqrt{12} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

ضعفي $\sqrt{3}$ هو $2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3}$.

- لإثبات أن المستطيل هو مربع نثبت أن بعديه متساويين .
- لإثبات أن متوازي الأضلاع هو معين نثبت أن كل ضلعين متجاورين متساويين

تطلب النسخة ورقياً بالتواصل مع الرقم : 0957474875

بنك أسئلة دورات الوحدة الأولى

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة، اكتبها:

1- (نماذج وزارية) واحد فقط من الأعداد الآتية ليس عشري:

A	$-\frac{3}{4}$	B	5	C	$\frac{8}{\sqrt{3}}$

2- (نموذج تربية حماة التدريبي) العدد $\frac{3\sqrt{4}}{5}$ هو عدد:

A	عادي	B	غير عادي	C	صحيح

3- (الامتحان النصفي الموحد) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري:

A	0.75	B	0.3	C	0.4

4- (حمص 2019) العدد π:

A	عادي	B	صحيح	C	غير عادي

5- (ريف دمشق 2019) الشكل العشري للكسر $\frac{8}{5}$ هو:

A	0.016	B	1.6	C	0.16

6- (2020) العدد $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$:

A	صحيح	B	غير عادي	C	عشري

7- (2021) العدد 10^3

A	صحيح	B	غير صحيح	C	غير عادي

8- (الدورة التكميلية) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $165 , 45$ يساوي:

A	5	B	15	C	35

9- (حماة 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $105 , 70$ يساوي:

A	5	B	15	C	35

10- (اللاذقية 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $120 , 90$ يساوي:

A	6	B	15	C	30

11- (طرطوس 2018) إذا كان b قاسماً للعدد a فإنَّ:

A	$GCD(a,b) = ab$	B	$GCD(a,b) = b$	C	$GCD(a,b) = a$

12- (ريف دمشق 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $105 , 70$ يساوي:

A	5	B	35	C	7

13- (السويداء 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $27 , 72$ يساوي:

A	3	B	9	C	12

14- (دير الزور 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $60 , 48$ يساوي:

A	30	B	60	C	12

15- (القنيطرة 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $81 , 27$ يساوي:

A	9	B	3	C	27

16- (الرقة 2018) إذا كان a, b أوليان فيما بينهما فإنَّ القاسم المشترك الأكبر GCD لهما:

A	b	B	1	C	a

17- (حمص 2019) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $96 , 72$ يساوي:

A	24	B	15	C	12

18- (دمشق 2019) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $147 , 105$ يساوي:

A	21	B	7	C	5

19- (ريف دمشق 2019) إذا كان b قاسماً للعدد a فإنَّ $GCD(a,b)$ يساوي:

A	$a.b$	B	b	C	a

20- (حلب 2019) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $54 , 36$ يساوي:

A	18	B	6	C	12

21- (السويداء 2019) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $120 , 72$ يساوي:

A	12	B	24	C	36

22- (دير الزور 2019) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $64 ,48$ يساوي:

A	16	B	8	C	12

23- (نماذج وزارية) $GCD(3,3)$ يساوي:

A	1	B	2	C	3

24- (دمشق 2020) العددان الأوليان فيما بينهما:

A	$27 , 33$	B	$32 , 11$	C	$42 , 8$

25- (دمشق 2021) القاسم المشترك الأكبر للعددين $84 , 70$ يساوي:

A	14	B	5	C	2

26- (نماذج وزارية) الكسر المختزل للكسر $\frac{363}{231}$ هو:

A	$\frac{11}{3}$	B	$\frac{11}{7}$	C	$\frac{33}{21}$

27- (الامتحان النصفي الموحد) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو:

A	$\frac{13}{9}$	B	$\frac{13}{7}$	C	$\frac{39}{21}$

28- (دمشق 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{121}{77}$ هو:

A	$\frac{11}{3}$	B	$\frac{11}{7}$	C	$\frac{22}{7}$

29- (حلب 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{35}{133}$ هو:

A	$\frac{5}{19}$	B	$\frac{14}{35}$	C	$\frac{25}{45}$

30- (إدلب 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{80}{104}$ هو:

A	$\frac{40}{52}$	B	$\frac{10}{13}$	C	$\frac{4}{13}$

31- (دير الزور 2018) أحد الكسور الآتية هو كسر مختزل:

A	$\frac{5}{19}$	B	$\frac{14}{35}$	C	$\frac{25}{45}$

32- (الحسكة 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{112}{176}$ هو:

A	$\frac{48}{44}$	B	$\frac{56}{88}$	C	$\frac{7}{11}$

33- (طرطوس 2019) أحد الكسور الآتية مختزلاً:

A	$\frac{11}{33}$	B	$\frac{15}{33}$	C	$\frac{11}{31}$

34- (إدلب 2019) الكسر المختزل للكسر $\frac{171}{243}$ هو:

A	$\frac{38}{54}$	B	$\frac{57}{81}$	C	$\frac{19}{27}$

35- (درعا 2019) الكسر المختزل للكسر $\frac{105}{315}$ هو:

A	$\frac{15}{45}$	B	$\frac{21}{72}$	C	$\frac{1}{3}$

-36 (القنيطرة 2019) الشكل المختزل للكسر $\frac{153}{324}$ هو:

A	$\frac{102}{216}$	B	$\frac{17}{36}$	C	$\frac{51}{108}$

-37 (دمشق 2021) الكسر المختزل فيما يأتي:

A	$\frac{3}{102}$	B	$\frac{6}{111}$	C	$\frac{3}{101}$

-38 (دمشق 2202) الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{130}{520}$ هو:

A	$\frac{1}{8}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{4}$

-39 (نماذج وزارية) العدد $\left(2\sqrt{3}\right)^2$ هو عدد:

A	صحيح	B	عادي غير صحيح	C	غير عادي

-40 (نماذج وزارية) العدد $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$ يساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	2	C	$2\sqrt{3}$

-41 (نماذج وزارية) $\sqrt{27}+\sqrt{12}$ يساوي:

A	$\sqrt{39}$	B	$5\sqrt{3}$	C	$6\sqrt{3}$

-42 (حمص 2018) العدد $\left(\sqrt{\sqrt{5}}\right)^4$ هو:

A	5	B	25	C	$\sqrt{5}$

-43 (طرطوس 2018) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ يساوي:

A	$6\sqrt{2}$	B	$6\sqrt{3}$	C	$3\sqrt{3}$

-44 (دمشق 2018) العدد $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^2$ هو العدد:

A	صحيح	B	عادي	C	غير عادي

-45 (ريف دمشق 2018) العدد $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2$ هو:

A	صحيح	B	عشري	C	غير عادي

-46 (درعا 2018) إنَّ قيمة العدد

$A=\sqrt{7+\sqrt{7-\sqrt{9}}}$ يساوي:

A	$A=4$	B	$A=3$	C	$A=2$

-47 (الحسكة 2018) المقدار $\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{3}}$ يساوي:

A	0	B	3	C	$\sqrt{3}$

-48 (القنيطرة 2018) العدد $\left(\frac{\sqrt{27}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$ هو عدد:

A	عادي	B	صحيح	C	غير عادي

-49 (حمص 2019) العدد $\sqrt{75}-\sqrt{48}$ يساوي:

A	$2\sqrt{3}$	B	$\sqrt{3}$	C	$3\sqrt{3}$

-50 (اللاذقية 2019) العدد $\sqrt{11^2\times 7^4}$ يساوي:

A	$(11\times 7)^3$	B	$\sqrt{11\times 7^2}$	C	11×7^2

-51 (ريف دمشق 2019) العدد $\sqrt{54}$ يساوي:

A	$3\sqrt{2}$	B	$3\sqrt{3}$	C	$3\sqrt{6}$

-52 (حلب 2019) العدد $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$ يساوي:

A	$\frac{1}{2}$	B	$-\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{4}$

-53 (دير الزور 2019) العدد $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ هو العدد:

A	2	B	$\frac{1}{2}$	C	$2\sqrt{2}$

-54 (2020) العدد $\sqrt{3}\times 5\sqrt{5}$ يساوي:

A	$15\sqrt{3}$	B	15	C	$7\sqrt{3}$

السؤال الثاني:

في كل مما يأتي أجب بصح أو خطأ:

1) (نماذج وزارية) إذا كان العددان a, b أوليان فيما بينهما فإنَّ $GCD(a, b)$ هو العدد 1.

2) (نماذج وزارية) مجموع عددين أولين هو عدد أولي.

3) (نماذج وزارية) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ يساوي 6.

4) (نماذج وزارية) $GCD(51,17) = 1$.

5) (طرطوس 2018) إن العدد $\sqrt{9+16}$ يساوي $\sqrt{9} + \sqrt{16}$.

6) (دير الزور 2018) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{18}$ يساوي $9\sqrt{2}$.

7) (الحسكة 2018) ناتج العدد $\left(2\sqrt{3}\right)^2 - 5^2$ هو عدد صحيح.

8) (الرقة 2018) ناتج $\left(3\sqrt{2}\right)^2$ يساوي $9\sqrt{2}$.

9) (2020) الكسر $\frac{45}{63}$ هو كسر مختزل

10) (2020) $\cos 20^o = \sin 70^o$

11) (2020) $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}$ يساوي 4

ثانياً: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: (نماذج وزارية)

1- احسب $GCD(80,64)$ باستعمال خوارزمية إقليدس.

2- أوجد ناتج $7 - \frac{80}{64} + \frac{1}{5}$ وبين هل الناتج عدد صحيح؟

التمرين الثاني: (نموذج تربية حماة التدريبي)

$ABCD$ متوازي أضلاع فيه

$AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}\ cm$ و

$BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm$

والمطلوب:

1- برهن أنَّ الشكل $ABCD$ معين.

2- احسب محيط الشكل.

التمرين الثالث: (حماة 2018)

اختزل كلاً من العبارتين $A = 3\sqrt{3} + \sqrt{75}$ و $B = 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{48}$ ثمَّ احسب:

$(A+B)$ و $(A-B)$ و $(A+B)(A-B)$.

التمرين الرابع: (حمص 2018)

1- جد القاسم المشترك الأكبر للعددين $32 , 192$.

2- اكتب الكسر $\frac{32}{192}$ بشكل كسر مختزل.

3- عددان موجبان احدهما خمسة أمثال الآخر ومجموعهما 192، جد هذين العددين.

التمرين الخامس: (الرقة 2018)

$ABCD$ مستطيل طول كل من بعديه

$AB = \sqrt{48} + \sqrt{12}$ و $BC = \sqrt{108}$

والمطلوب:

1- اكتب كل من AB و BC بأبسط صيغة من الشكل $a\sqrt{3}$.

2- أثبت أنَّ $ABCD$ مربع واحسب مساحته.

التمرين السادس: (حماة 2019)

ليكن العددان $a = 693$ و $b = 154$ والمطلوب:

1− أوجد القاسم المشترك للعدين a, b.

2− اكتب الكسر $\frac{a}{b}$ بالشكل المختزل، هل هو عدد عشري علل إجابتك.

التمرين السابع: (طرطوس 2019)

$ABCD$ مستطيل بعداه $AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$ و $BC = \frac{2}{\sqrt{2}}$ والمطلوب:

1− اكتب كلاً من AB و BC بالصيغة $a\sqrt{2}$.

2− أثبت أنَّ الشكل $ABCD$ مربعاً.

3− احسب طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس $ABCD$.

التمرين الثامن: (دير الزور 2019)

ليكن $A = \sqrt{75} - \sqrt{48}$ و $B = \frac{3}{\sqrt{3}}$ والمطلوب:

1− اكتب A بالشكل $a\sqrt{3}$ ثمَّ قارن بين A, B.

2− أوجد $(A + B)^2$.

التمرين التاسع: (القنيطرة 2019)

$ABCD$ مستطيل فيه $AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$ و $BC = \frac{2}{\sqrt{2}}$ والمطلوب:

1− اكتب كلاً من AB و BC بالصيغة $a\sqrt{2}$، واستنتج أنَّ $ABCD$ مربع.

2− احسب محيط ومساحة المربع $ABCD$.

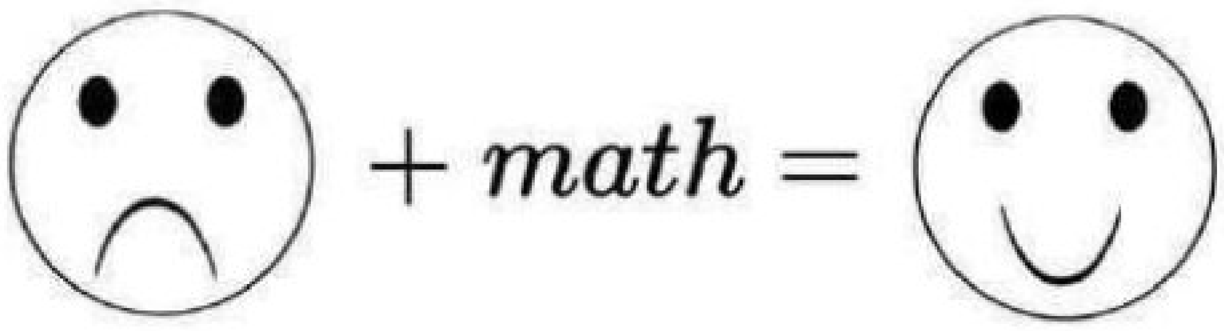
3− احسب طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه.

التمرين العاشر: (2021)

المستطيل $ABCD$ بعداه $AB = \sqrt{27} + 2\sqrt{3}$, $AD = \sqrt{12}$ والمطلوب:

1) اكتب كلاً من بعدي المستطيل بالصيغة $a\sqrt{3}$ حيث a عدد صحيح موجب .

2) احسب محيط المستطيل ومساحته .



تعلَّم الرياضيات لترتقي

الوحدة الثانية :قوى الأعداد العادية

الدرس الأول :قوة عدد عادي

القوةa^n :إذا كان a عدد عادي موجب وn عدد صحيح موجب عندئذ تسمى a^n قوة من المرتبةn حيث a يسمى الأساس و n يسمى الأس .

خواص القوى :

- $a^0 = 1$ ((عدد أس صفر = 1)) **مثال:** $3^0 = 1$
- $a^1 = a$ ((عدد أس واحد هو العدد ذاته))
  مثال : $2^1 = 2$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$ (جداء قوتين لهما الأساس ذاته نضع الأساس ذاته ونجمع الأسس ((ضرب القوى جمع الأسس))) **مثال :** $4^3 \times 4^2 = 4^5$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ (قسمة قوتين لهما الأساس ذاته نضع الأساس ذاته ونطرح الأسس((قسمة القوى طرح الأسس)))
  مثال : $\frac{8^6}{8^3} = 8^3$
- $(a^n)^m = a^{n\times m}$ (قوة القوة ضرب القوتين)
  مثال : $(5^2)^3 = 5^6$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (أي a^{-n} هو مقلوب a^n) (إشارة الأس هي التي تتغير وليس إشارة الأساس)

<u>(أي أنه لا يمكننا إيجاد ناتج قوة أساسها سالب وإنما نقوم بقلبها (جعلها في المقام) بحث تبقى إشارة الأساس نفسها وتتغير إشارة الأس فقط)</u> **مثال :** $7^{-3} = \frac{1}{7^3}$

ملاااااحظةة جدااااا هاااامة :

$$a^n - a^m \neq a^{n-m} \text{ و } a^n + a^m \neq a^{n+m}$$

(أي نجمع الاسس عند ضرب القوى وليس عند جمع القوى ، ونطرح الأسس عند قسمة القوى وليس عند طرح القوى)

مثال: $3^6 - 3^2 \neq 3^4 \quad , \quad 12^4 + 12^5 \neq 12^9$

- $(a\times b)^n = a^n \times b^n$ • $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- **<u>إلا أن : $(a+b)^n \neq a^n + b^n$</u>**
- **<u>أي بالجمع والطرح لا نوزع الأس</u>**

أمثلة:

⁂ $5^3 \times 4^3 = (5\times 4)^3 = 20^3 = 8000$

⁂ $.(\sqrt{5}x)^2 = (\sqrt{5}\times x)^2 = (\sqrt{5})^2 \times (x)^2 = 5x^2$

⁂ $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{6})^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

⁂ $\frac{8^5}{4^5} = \left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5 = 32$

⁂ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 \neq 2+3$

نسبة قوة : نصف / ثلث / ضعف قوة .... (نضرب / نقسم القوة كاملةً وليس الأساس فقط أو الأس فقط)

أمثلة : ♥ نصف 2^3 هو $\frac{2^3}{2} = 2^{3-1} = 2^2 = 4$

♥ *ثلاثة أضعاف 3^4 هو $3 \times 3^4 = 3^5$

قوى العدد 10 :

$10^n = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ صفر}}$ (الأس موجب $\Leftarrow$ لا يوجد فاصلة و n صفر على يمين ال 1)

n صفر $10^{-n} = 0.0\ldots1$ (الأس سالب $\Leftarrow$ يوجد فاصلة و n عدد المراتب على يمين ال الفاصلة)

أمثلة: $10^5 = 100000$ ✌, $10^{-5} = 0.00001$ ✌.

وقت تشوف الأس صفر لا تحمر ولا تصفر الناتج واحد مافي مفر ☺

ولما تشوف الأس واحد وحيد اتروك الأساس بحاله فريد وسعيد

وأنت وعم تضرب القوى لا تكون حساس اجماع القوى وحط نفس الأساس

ومهما الدنيا فيك تلف وتدور قسمة القوى طرح الأسس يا شطور

نحنا متل أبو شهاب ما نحكي شكلين قوة القوة ضرب القوتين

الأس متل ميزان الحرارة عالطالعة والنازلة بغير الإشارة

جمع وطرح القوى

- متشابهة بالأساس
- مختلفة بالأساس

• إذا كانت القوى لها الأساس نفسه نخرج القوة ذات الاس الاصغر عامل مشترك .أو نحسب ناتج كل قوة لوحدها ثم نوجد الناتج .

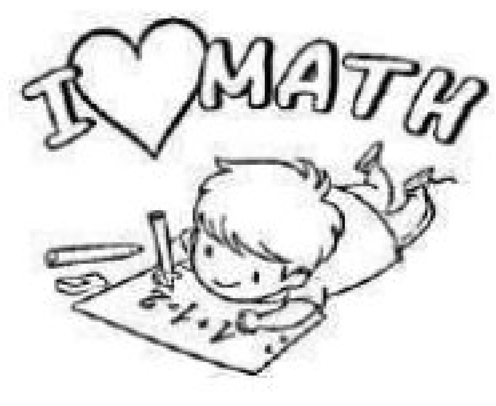
مثال : (دورة اللاذقية 2019):

$$3^9+3^7=3^7\left(\frac{3^9}{3^7}+\frac{3^7}{3^7}\right)=3^7(3^2+1)$$
$$=3^7(9+1)=3^7\times 10$$

• أما القوى المختلفة بالأساس فلا يمكن جمعها الا بجعل الأساس نفسه ثم اخراج عامل مشترك أو بإيجاد ناتج كل قوة على حدى .

ضرب وقسمة القوى

- متشابهة بالأساس
- مختلفة بالأساس
  - الأس نفسه
  - الأس مختلف



لضرب وقسمة قوى نميز ثلاث حالات :

1- **الأساس نفسه** :(ضرب القوى جمع الأسس وقسمة القوى طرح الأسس). **مثال:** $2^5\times 2^3=2^8$

$$\frac{5^4}{5^{10}}=5^{-6}=\frac{1}{5^6}$$

2- **الأساس مختلف والأس نفسه** : نطبق الخاصة :

في الضرب: $a^n\times b^n=(a\times b)^n$

في القسمة: $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

مثال:

$$10^4\times 6^4=(10\times 6)^4=60^4$$
$$\frac{8^5}{6^5}=\left(\frac{8}{6}\right)^5=\left(\frac{4}{3}\right)^5$$

3- **الأساسات مختلفة ولكن أحدها مضاعف للآخر :**

نحاول جعل الأساس نفسه ثم نطبق الخاصة :

$(a^n)^m=a^{n\times m}$. ثم نجمع الأسس بالضرب ونطرحها بالقسمة .. أو : $(a\times b)^n=a^n\times b^n$ ثم نجمع الأسس بالضرب ونطرحها بالقسمة

مثال:

$$5^3\times 25^4=5^3\times(5^2)^4=5^3\times 5^8=5^{11}$$
$$\frac{9^2}{3^3}=\frac{(3^2)^2}{3^3}=\frac{3^4}{3^3}=3$$
$$\frac{6^5}{3^2}=\frac{(3\times 2)^5}{3^2}=\frac{3^5}{3^2}\times 2^5=3^9\times 2^5$$

جذر قوة : $\sqrt{a^n}=a^{\frac{n}{2}}$

مثال:

$$\sqrt{11^4}=11^{\frac{4}{2}}=11^2\ /\ \ \sqrt{50^6}=50^{\frac{6}{2}}=50^3$$

تساوي قوتان:

إذا كان: $a^n = b^m \Longrightarrow a = b \ \&\ n = m$

أي تتساوى قوتان إذا كان لهما الأس نفسه والأساس نفسه . **مثال:** أوجد قيمة n التي تحقق : $3^n = 9^4$

(دورة 2018):

الحل : ((من أجل ذلك نحاول جعل الأساس نفسه))

$9^4 = (3^2)^4 = 3^8 \Rightarrow 3^n = 3^8 \Rightarrow n = 8$.

♣ $(-a)^n = \begin{cases} +a^n & \text{إذا كان ال } n \text{ زوجي} \\ -a^n & \text{إذا كان ال } n \text{ فردي} \end{cases}$

بشرط الأس للإشارة والعدد معاً أما إذا كان الأس للعدد فقط (دون الإشارة) $(-a^n)$ فالناتج لا علاقة له بالإشارة . **مثال:**

♣ $(-2)^3 = -2^3 = -8$

♣ $(-3)^2 = +3^2 = +9$

♣ $-4^2 = -16$

الدرس الثاني : النشر والتحليل

مراجعة:

الحد الجبري (العبارة الجبرية):

يتكون الحد الجبري من قسمين:

1-**القسم الأول:** قسم المتغيرات (القسم الحرفي) مثل: x, y, t, x^2, y^2 ... وقد يحوي الحد الجبري متغير وحيد أو أكثر مثال: xy, x^2y^2, x^2y..

1- **القسم الثاني:** عدد ثابت ندعوه (أمثال المتغير) وهو عدد مضروب بقسم المتغيرات..

2- أي أن العبارة الجبرية هي كل صيغة من الشكل :

$ax + c$.

a أمثال المتغير

x المتغير

c حد ثابت

ملاحظات:

♠ إن وجود المجهول في الحد الجبري دون ذكر درجته هذا يعني أنه مرفوع للأس "1" مثال : $10x = 10x^1$

♠ إذا كان أمثال المجهول "1" عندئذٍ لا داعي لذكره مثال: $y = 1 \times y$

درجة العبارة الجبرية : تُحدد درجة العبارة الجبرية من أعلى أس للمتغير الموجود فيها .

وقد درستِ سابقاً أبسط أنواع العبارات الجبرية :

♣ **العبارة الجبرية بمجهول واحد من الدرجة الأولى:** وهي كل صيغة من الشكل $ax + b$ حيث $(a \neq 0)$

أمثلة: $3x + 5 \quad , \quad \frac{1}{2}y - 4$

♣ **العبارة الجبرية بمجهول واحد من الدرجة الثانية :**

وهي كل صيغة من الشكل $ax^2 + bx + c$

حيث $(a \neq 0)$. **أمثلة:**

$$2x^2 + 4x - 5 \quad , -5x^2 + 1 \quad , \quad \frac{3}{4}t^2 + 5t$$

الحدان المتشابهان: هما حدان لهما نفس القسم الحرفي (نفس المتغيرات) **وبنفس الدرجة -الأس-** أو حدّان ثابتان (لا يحويان متغيرات أبداً) .. **أمثلة:**

$-5x , 13x$ ((حدان متشابهان فيهما القسم الحرفي نفسه "x" وبنفس الدرجة))

$-2y^2, 7y^2$ ((حدان متشابهان فيهما القسم الحرفي نفسه "y^2" وبنفس الدرجة))

$25 , 9$ ((حدان متشابهان لأنهما ثابتان لا يحويان متغيرات))

♥ عند جمع الحدود المتشابهة يجب أن يكون الأساس والأس نفسه ، وذلك بأن نضع الحد المتشابه كما هو ونجمع الأمثال فقط $x^2 + x^2 = 2x^2$ و $x^2 + x^2 \neq x^4$

اختزال عبارة جبرية: أي جمع الحدود الجبرية المتشابهة بعد القيام بجميع العمليات الممكنة.

1- جمع وطرح الحدود الجبرية:

لا يمكن جمع أو طرح الحدود الجبرية إلا إذا كانت متشابهة (لها نفس القسم الحرفي أو ثوابت)

ومن أجل ذلك:

1) نجمع الأمثال العددية ويبقى القسم الحرفي ذاته (مع مراعاة العمليات على الإشارات).

2) نجمع الأعداد الصحيحة التي لا يوجد معها قسم حرفي (الثوابت) .

مثال: $5x - 15x + 20xy - 16 + 9$

$$\underbrace{5x - 15x}_{\text{حدود متشابهة}} + 20xy \underbrace{- 16 + 9}_{\text{حدود متشابهة}}$$

$$= -10x + 20xy - 7$$

ولا يمكننا جمع أو طرح حد جبري يحوي متغير مع عدد ثابت.

2- ضرب حد جبري بعدد ثابت:

نضرب فقط أمثال المتغير بذلك العدد ونضع المتغير ذاته.

$$6(-3y) = -18y$$

$$-5(-2x^2y^2) = +10x^2y^2$$

3- ضرب حد جبري بحد جبري:

❶ نضرب الإشارات.

❷ نضرب الأمثال العددية.

❸ نضرب الأقسام الحرفية (إذا كان المتغير نفسه نجمع الأسس وإذا كان مختلف نضع المتغيرات كما هي)

مثال: $-3x \times 5x^2 = -15x^3$

$$-7x \times -3y = +21xy$$

ملاحظة هامة جداً: يفصل بين الحدود إشارة + أو − ولا يفصل بينهما ×

♥ يوجد بين الأمثال والمتغير إشارة × مخفية

$$2x = 2 \times x$$

♥ في حال لم يوجد إشارة بين المتغيرات فالإشارة هي × مخفية: $xy^2 = x \times y^2$

العبارة الجبرية:

هي تركيب جبري مؤلف من مجموعة حدود جبرية:

$4x^2 + (5x - 1) + 2y^2$, $2x^2 + x - 1$.

♥ من أجل ضرب عبارة جبرية بعدد ، نضرب جميع حدودها بهذا العدد ، **مثال:**

$$2(3x + 5 - 4y^2) = 6x + 10 - 8y^2$$

حساب قيمة عبارة جبرية عند قيمة ما للمتغير:

لحساب قيمة عبارة جبرية عند قيمة معطاة للمتغير نقوم باستبدال المتغير بالقيمة المعطاة ثم نجري العمليات الحسابية مع مراعاة أولويات العمليات

ثانياً : المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

تعريف : هي كل معادلة تؤول إلى الشكل $ax + b = 0$

حل المعادلة : يُقصد بحل المعادلة البحث عن قيمة المجهول التي تجعل المساواة صحيحة بين طرفيها صحيحة

خطوات حل المعادلة :

♥ نفك الأقواس إن وُجدت (ننشر) .

♥ ننقل المجاهيل لطرف والمعاليم لطرف بشرط تغيير إشارة الحد المنقول .

♥ نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف .

♥ إن كان أمثال المتغير عدد مغاير للواحد عندها نقسم طرفي المعادلة عليه فنحصل على حل المعادلة

مثال : حل كلاً من المعادلات التالية وتحققي من صحة الحل بتعويضه في المعادلة :

1) $-3(x + 4) = -6(x + 3)$

2) 1/4 (x+8)= x+0.5

الحل: ....

....

....

....

....

....

النشر: **هو تحويل الجداء إلى مجموع.** (أي فك الأقواس من خلال توزيع الضرب على الجمع أو الطرح مع مراعاة قواعد ضرب الإشارات)

التحليل: هو تحويل مجموع الحدود إلى جداء **حدود أي هو عملية معاكسة لعملية النشر** .

طرائق النشر	توزيع الضرب على الجمع		المطابقة الأولى والثانية	المطابقة الثالثة
	عدد× كثير حدود	كثير حدود× كثير حدود		
شروط الاستخدام	$k(a \pm b)$ ضرب عبارة جبرية بعدد	$(a \pm b)(c \pm d)$ جداء قوسين مختلفين بالحدود	$(a \pm b)^2$ مربع مجموع/فرق حدين	$(a+b)(a-b)$ جداء قوسين يحوي كل منهما حدين الحد الأول من القوس الأول =الحد الأول من القوس الثاني والحد الثاني =الحد الثاني وأحد الحدين يعاكس الآخر بالإشارة
طريقة الاستخدام	$ka \pm kb$ نضرب العدد بجميع الحدود	$ac \pm ad \pm bc \pm bd$ نضرب كل حد من حدود القوس الأول بجميع حدود القوس الثاني ثم نختزل الناتج	$a^2 \pm 2ab + b^2$ مربع الأول±ضعفي الأول ضرب الثاني + مربع الثاني	$a^2 - b^2$ مربع الحد الموجب – مربع الحد السالب

حيث لتحليل عبارة جبرية من الدرجة الثانية بمجهول واحد ضمن منهاجنا لدينا ثلاث طرق: أولاً نقوم بتحديد الحدود ثم نختار إحدى الطرق الآتية :

	التحليل باستخدام إخراج العامل المشترك	التحليل باستخدام المطابقة الأولى والثانية	التحليل باستخدام المطابقة الثالثة
شروط الاستخدام	وجود عامل مشترك بين جميع الحدود (عدد (GCD للثوابت العددية) – مجهول-عدد ومجهول معاً-قوس كامل)	الشكل العام: $a^2 \pm 2ab + b^2$ 1-عدم وجود عامل مشترك بين الحدود 2-أن تكون العبارة مؤلفة من 3 حدود 3- أن تكون القوى مرتبة تصاعدياً أو تنازلياً. 4-أن يكون الحد الأول والثالث: •**من نفس الإشارة** ***وإذا كانا سالبين نخرج 1- عامل مشترك من جميع الحدود** •**يمكن إيجاد جذرهما (أي مجهول أسه فردي لا يمكن جذره)** •**ناتج جداء جذريهما × 2 يساوي الحد الثاني (قبل الاختزال..)**	الشكل العام: $a^2 - b^2$ 1--عدم وجود عامل مشترك بين الحدود 2-أن تكون العبارة مؤلفة من حدين 3-أن يكون أحد الحدين موجب والآخر سالب وكليهما مربعين(يمكن إيجاد جذريهما)
طريقة الاستخدام	1-نحدد الحدود 2-نخرج العامل المشترك بأصغر أس. (ولا ننسى ال GCD للثوابت العددية) 3-نفتح قوسين 4-نقسم جميع الحدود على العامل الذي أخرجناه ونضع النواتج ضمن قوسين.(وتقسيم الحدود يعني طرح الأسس عندما يكون الأساس نفسه) 5-نختزل العبارة التي بين قوسين **((ولا ننسى عند إخراج الحد بأكمله عامل مشترك يبقى مكانه 1))**	$\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$ جذر الحد الأول جذر الحد الثالث إشارة الحد الثاني ثم نقوم باختزال العبارة	*للتحليل باستخدام المتطابقة الثالثة يجب أن تكون العبارة الجبرية من الشكل $a^2 - b^2$ حيث أن b و a أو أحدهما إما حد وحيد أو ثنائي حد ويتم التحليل كما يلي :* $\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$ جذر الحد الأول جذر الحد الثاني (جذر الحد الموجب –جذر الحد السالب)× (جذر الحد الموجب + جذر الحد السالب) ثم نقوم باختزال العبارتين التي بين قوسين ملحوظة: الحد السالب هو الذي تكون إشارته متعاكسة في القوسين

ملاحظة:

وهنا يجب الانتباه عندما نحلل عبارة يجب أن تكون العمليات بين الحدود والأقواس جميعها جداءات ويجب أن لا تحوي العبارة أي عملية جمع أو طرح بين الحدود خارج الاقواس)نحلل مرة أخرى إلا في حالة $x^2 + c$ لا يمكن تحويله حيث c عدد ثابت

وإذا وُجد مجهول درجة ثانية داخل الأقواس

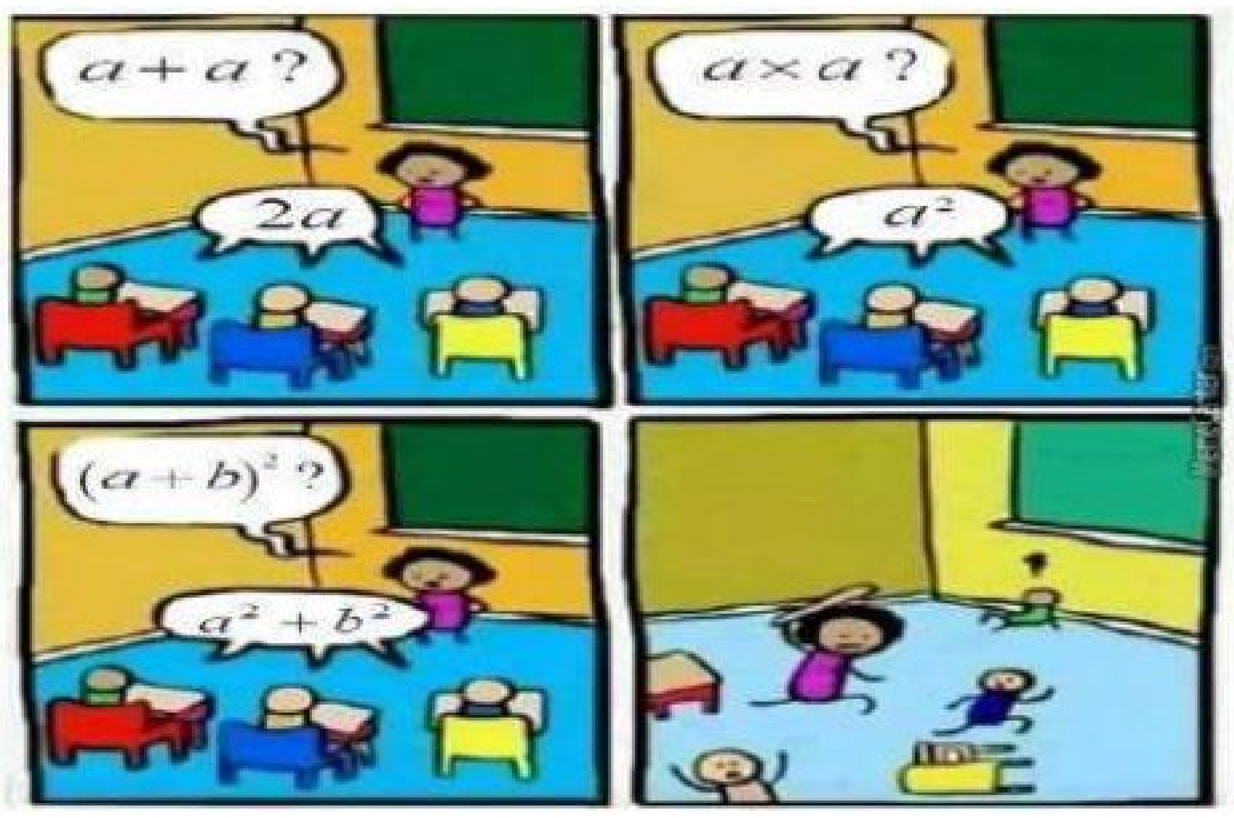
ويجب أن ننتبه أنه في سؤاله التحليل لا ننشر إلا إذا طُلب ذلك .

التحليل والنشر باستخدام المتطابقات التربيعية

التحليل

$(a+b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b)$	$a^2 - b^2$

النشر



ملاحظات هامة جداً:

♣ الحالات المختلفة للعامل المشترك :

⌘ وحيد الحد : مثال: حللي ما يلي

1) $3X-5X^3=$ ....

2) $12y^2+27y=$..

3) $2t^2+8=$ ....

⌘ ثنائي حد : وهنا نميز حالتين أيضاً.

ثنائي حد ظاهر : مثال: حللي ما يلي

1) $(2x+1)(x+3)-(2x+1)(7x-5)$

= ....

2) $(3y-1)^2+(y+2)(3y-1)$

= ....

3) $3(x+2)^2-9(x+2)(3x-4)$

=..

ثنائي حد مخفي : (تحليل جزء من العبارة) وهنا نستطيع الاستدلال عليه بأحد حالتين :

♥ أحد العوامل مضاعف لغيره : هنا نخرج العامل المشترك منه ثم نتابع ونحلل كامل العبارة بإخراج العامل المشترك . مثال: حللي ما يلي

1) $(8x+4)(x+3)-(2x+1)(7x-5)$

= ....

♥ وجود متطابقة تربيعة في العبارة : هنا نقوم بالتحلل باستخدام المتطابقة التربيعة المناسبة ثم نعود ونحلل بإخراج عامل مشترك . مثال: حللي ما يلي

1) $(2x+1)(x+3)+x^2-9$ =

....

♣ في التحليل أول ما نفكر به هو وجود عامل مشترك ثم المطابقات

♣ في حال عدم تحقق أي من الشروط السابقة نقوم بتحليل جزء من العبارة بإحدى الطرق وبعدها نحلل العبارة كاملة حتى تصبح من الدرجة الأولى .

♣ بعد التحليل يجب أن نتأكد أن المجاهيل الناتجة جميعها درجة أولى وإلا نقوم بالتحليل مرة ثانية بإحدى الطرق (إلا في حالة واحدة أس المجهول زوجي والحدود جميعها موجبة)

♣ قد نضطر إلى إخراج إشارة الناقص عامل مشترك من الحدود (وهذا بمثابة إخراج 1-) وذلك لكي تتشابه الحدود ونتمكن من إخراج عامل مشترك .

♣ لا تيأس ..

♣ كن موقنا أن أماني قلبك ستشرق يوما .. كما تشرق الشمس كل صباح ..

♣ الحالمون بال 600

♣ كل الحب ♥

انتهت الوحدة الثانية جبر

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة، اكتبها:

1- (نماذج وزارية) $(2^{-2})^2$ هو عدد:

A	صحيح	B	غير عادي	C	عادي غير صحيح

2- (نماذج وزارية) المقدار $A = 3^{-3} + 3^{-3} + 3^{-3}$ يساوي:

A	3^{-4}	B	3^{-2}	C	3^{4}

3- (الدورة التكميلية) قيمة العدد $A = \frac{3^2 \times 5^2 \times 7^4}{(15)^2 \times 7^2}$ هي:

A	49	B	7	C	$\frac{1}{7}$

4- (حمص 2018) قيمة العدد $A = \frac{6^4 \times 7^2 \times 5^3}{35^2 \times 4^2 \times 3^3}$:

A	$\frac{5}{3}$	B	$\frac{3}{5}$	C	15

5- (اللاذقية 2018) ربع العدد 8^5 هو:

A	2^{13}	B	2^{8}	C	2^{15}

6- (إدلب 2018) العدد $\left((\sqrt{5})^{-2}\right)^3$ هو عدد:

A	عادي	B	صحيح	C	غير عادي

7- (الحسكة 2018) ثلث العدد 3^4 هو:

A	9^2	B	$\left(\frac{1}{3}\right)^4$	C	3^3

8- (دير الزور 2018) إذا كان $3^n = 9^4$ فإنّ قيمة n تساوي:

A	6	B	8	C	4

9- (حماة 2019) العدد 0.000003 يكتب بالصيغة:

A	3×10^5	B	3×10^{-5}	C	3×10^3

10- (حمص 2019) العدد $3^5 + 3^3$ يساوي:

A	3^8	B	6^8	C	10×3^3

11- (اللاذقية 2019) العدد $3^9 + 3^7$ يساوي:

A	6^{16}	B	3^{16}	C	10×3^7

12- (دمشق 2019) ثلث العدد 3^4:

A	27	B	81	C	9

13- (حلب 2019) قيمة العدد $\left(\frac{2^3}{4^3}\right)$:

A	$\frac{27}{2}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{8}$

14- (السويداء 2019) العدد $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$:

A	3	B	$\frac{1}{3}$	C	$2\sqrt{3}$

15- (الحسكة 2019) ثلث العدد 9^3 يساوي:

A	3^4	B	9	C	3^5

16- (القنيطرة 2019) العدد $\frac{1}{4}(2)^5$ هو:

A	8	B	1	C	16

17- (طرطوس 2018) إنَّ العدد $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$:

A	غير عادي	B	عادي	C	صحيح

18- (السويداء 2018) ناتج نشر الجداء $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$ يساوي:

A	$x^2 - \sqrt{3}$	B	$x^2 + 3$	C	$x^2 - 3$

19- (حماة 2019) العدد $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$ يساوي:

A	$\sqrt{2}$	B	4	C	2

20- (الرقة 2019) ناتج $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$ يساوي:

A	1	B	$\sqrt{2}$	C	3

21- العدد $\frac{3^7\times2^4}{9^2\times2^5}$ **(2022)**

A	24	B	12	C	26

22- العدد $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ يساوي : **(2022)**

A	$5\sqrt{2}$	B	$1-\sqrt{2}$	C	$1+\sqrt{2}$

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بصح أو خطأ:

1) **(نماذج وزارية)** العدد 5^{-2} هو عدد عشري.

2) **(الامتحان النصفي الموحد)** قيمة A حيث $A=\frac{2^3\times5^2\times7}{2^2\times5\times7}$ هي 70.

3) **(الدورة التكميلية)** نصف العدد 4^6 هو 2^6.

4) **(طرطوس 2018)** إنَّ العدد $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-2}$ يساوي 7.

5) **(حلب 2018)** إذا كان العدد $A=\frac{2^3\times3}{8\times3^{-2}}$ والعدد $B=3^3$ فإنَّ $A=B$.

6) **(درعا 2018)** قيمة العدد $\left(\sqrt{3}\right)^{-5}$ تساوي 9.

7) **(السويداء 2018)** نصف العدد 4^6 هو العدد 2^3.

8) **(الحسكة 2018)** ناتج نشر $\left(\sqrt{2}x+3\right)^2$ يساوي $2x^2+9$.

ثانياً: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: (نماذج وزارية)

1- حلل المقدار $A=4x^2-9$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى.

2- انشر مستفيداً من المطابقات الشهيرة $B=(2x-3)^2$

3- حلل المقدار $A-B$.

التمرين الثاني: (نماذج وزارية)

لدينا الأعداد $A=3\sqrt{50}$ و $B=2\sqrt{24}$ و $C=5\sqrt{3}$ و $E=\frac{4^3\times9^5\times25}{2^4\times3^8}$ والمطلوب:

1- احسب $A\times B\times C$ مبيناً طبيعة العدد الناتج إذا كان عدداً صحيحاً أم غير صحيح.

2- أوجد قيمة E و استنتج أنَّ $\frac{E}{A\times B\times C}=\frac{1}{2}$

التمرين الثالث: (الامتحان النصفي الموحد)

احسب كلاً ما يأتي: $A=\left(\sqrt{2}+2\right)^2$

$B=\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

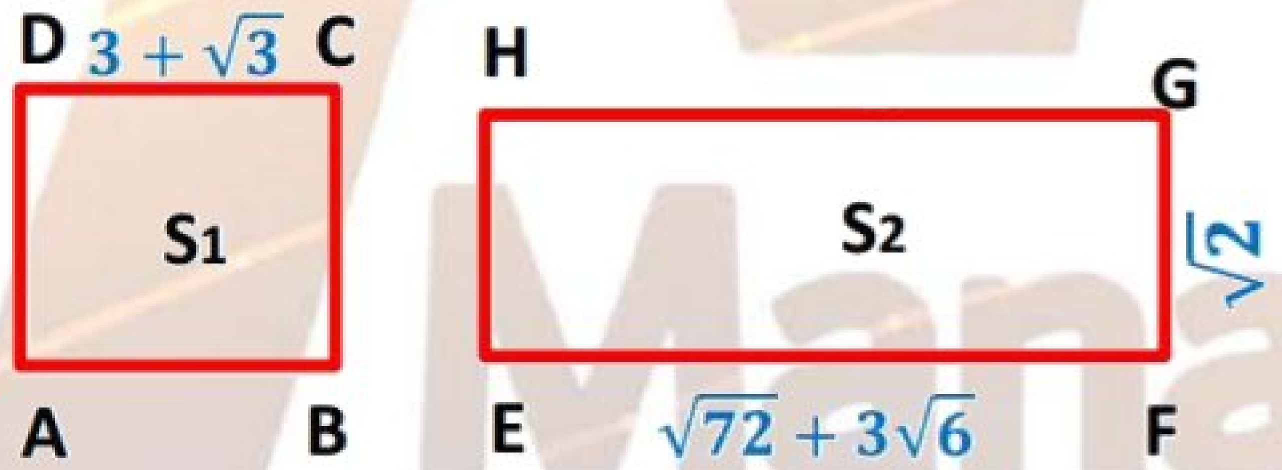
$C=\sqrt{8}+4\sqrt{12}$

التمرين الرابع: (حلب 2018)

في الشكل المجاور $ABCD$ مربع طول ضلعه $3+\sqrt{3}$ ونرمز لمساحته S_1، و $EFGH$ مستطيل بعداه $EF=\sqrt{72}+3\sqrt{6}$ و $EH=\sqrt{2}$ ونرمز لمساحته S_2، والمطلوب:

1- احسب S_2 واختزل الناتج.

2- أثبت أنَّ $S_1=S_2$



التمرين الخامس: (القنيطرة 2018)

ليكن العددان $A=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2$ و $B=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$، والمطلوب:

1- اكتب كلاً من العددين A و B بالصيغة $a+b\sqrt{6}$ حيث a,b عددين صحيحين.

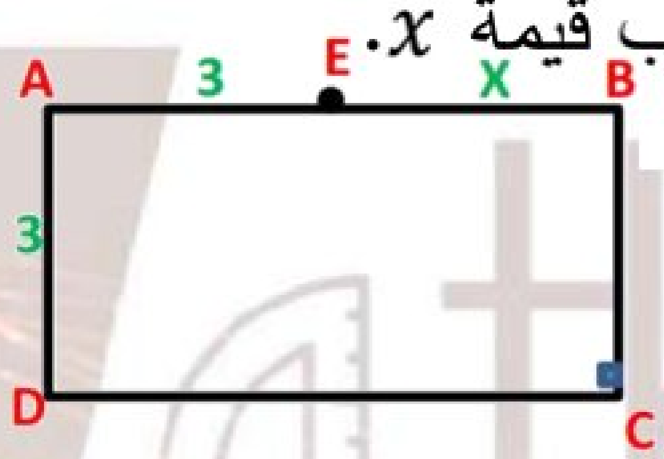
2- أوجد ناتج $A+B$ و $A-B$ و $A.B$ واكتبه بأبسط صورة.

التمرين السادس: (حماة 2019)

في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل، والنقطة E من الضلع $[AB]$ بحيث $EB = x$ وفيه $EA = AD = 3$، والمطلوب:

1- اكتب العبارة التي تعبر عن مساحة المستطيل والعبارة التي تعبر عن محيط المستطيل بدلالة x.

2- إذا كان العدد الدال على مساحة المستطيل يساوي العدد الدال على محيطه، احسب قيمة x.



التمرين السابع: (دمشق 2020)

1) نتأمل المقدار $A = (x-5)^2 - 9$ والمطلوب:

a. انشر A ثم اختزله

b. حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

2) احسب قيمة العدد: $B = \frac{4^5 \times 3^2 \times 15}{2^6 \times 3^3}$

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

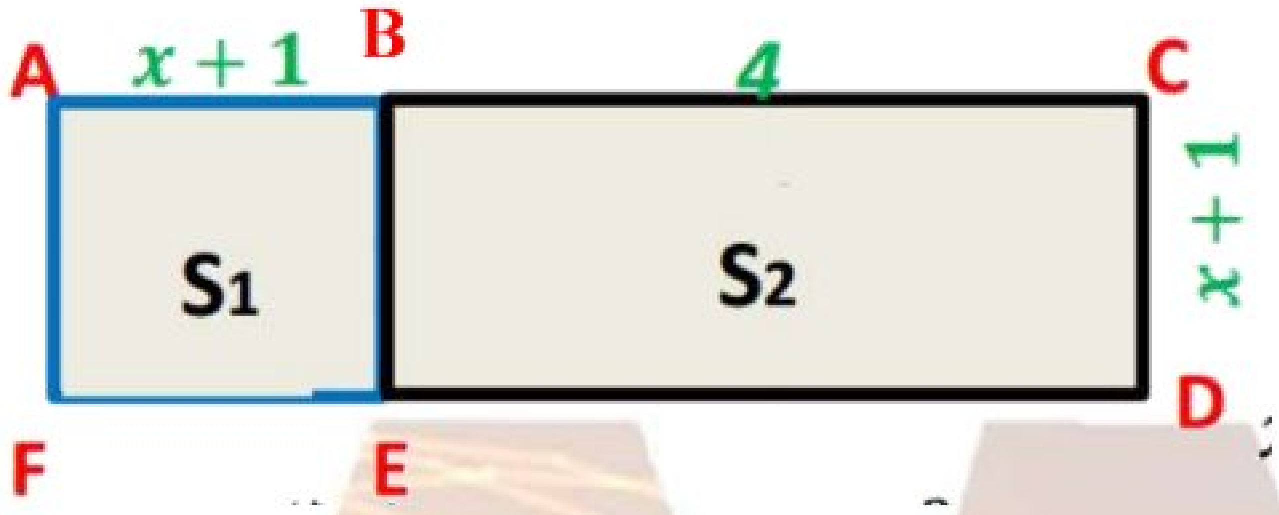
المسألة الأولى: (نماذج وزارية)

نتأمل الشكل المعطى $ABFE$ مربع طول ضلعه $x+1$ و $BCDE$ مستطيل بعداه $BC = 4$ و $CD = x+1$ وليكن المقدار $M = (x+1)^2 + 4(x+1)$، والمطلوب:

1- اكتب مساحة كل من الشكلين بدلالة x.

2- تحقق أنَّ M تساوي مساحة المستطيل المظلل.

3- استعمل الشكل في تحليل المقدار M إلى جداء مضروبين.



المسألة الثانية: (نموذج تربية حماة التدريبي)

أوجد عددين طبيعيين زوجيين متتاليين الفرق بين مربعيهما 28.

المسألة الثالثة: (درعا 2018)

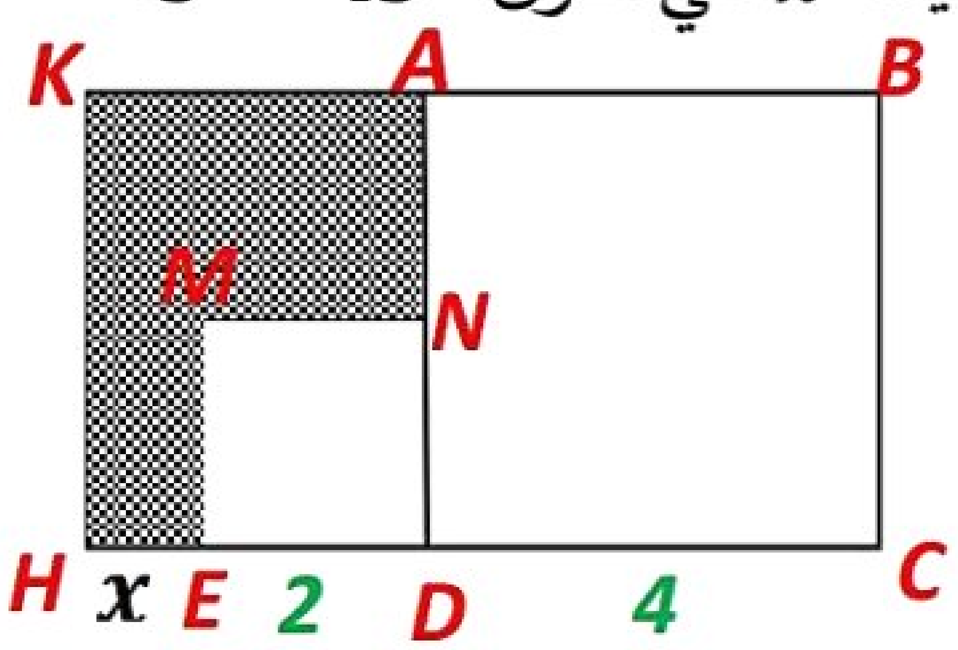
في الشكل المرسوم جانبياً، $KBCH$ مستطيل، $ABCD$ مربع طول ضلعه 4 و $MNDE$ مربع طول ضلعه 2 و $HE = x$ والمطلوب:

1- عبِّر عن HC (طول المستطيل) بدلالة x.

2- أثبت أنَّ S مساحة المستطيل $KBCH$ تعطى بالعلاقة $S = 4x + 24$.

3- أثبت أنَّ S' مساحة الجزء المظلل تُعطى بالعلاقة $S' = 4x + 4$.

4- عين قيمة x كي تكون $S = 4S'$.



سئلة شاملة عن النشر و التحليل

السؤال الأول: حلل على جداء عوامل:

1. $16x^2-1$
2. $(5x+1)(x+2)-(2x+4)$
3. $(x+2)^2+x^2-4$
4. $3y^2(y-5)-27(y-5)$
5. $(2x-7)^2-9x^2$
6. $(3x-2)^2+(4x-1)(3x-2)+7(3x-2)$
7. $25x^2+10x+1$
8. $x^2-12x+36$
9. $\frac{1}{9}-36y^2$
10. $1-x^2$
11. $x^2-(5x-1)^2$
12. $(16x^2-1)-(4x+1)(x+2)$
13. $(5x+1)(2x-3)-(4x^2-9)$
14. $6x+12+(x+2)(x+3)$
15. $(x+1)x^2-(x+1)$
16. $5x(x-3)-2(x^2-6x+9)$
17. $3x^2-27$
18. x^3-25x
19. $16x^3-4x$
20. $4(x-2)^2-(x^2-4)$
21. $x^2-2\sqrt{5}x+5$
22. x^4-16
23. $(5a+1)^2+(3a+1)(5a+1)$
24. $x^2(x-1)+9(1-x)$
25. $16x^4-81$

السؤال الثاني: انشر كلاً مما يلي:

1. $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{2}x\right)\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}x\right)$
2. $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$
3. $(2\sqrt{5}+3)^2$
4. $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
5. $(2\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}+1)^2$
6. $(x+3)(x-3)-3(x+3)^2$
7. $\left(3-\frac{2}{5}x\right)^2$
8. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+x\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-x\right)$
9. $\left(\frac{1}{3}x+6\right)^2$
10. $4(x-3)^2-2(2x+1)(2x-1)$

انتهت الوحدة الثانية جبر

في حياتنا شيئان مهمان أن نتعلّم الرياضيات و أن ندرس الرياضيات

الوحدة الثالثة : معادلات ومتراجحات

الدرس الأول : معادلات الدرجة الأولى بمجهول واحد

مصطلحات هامة :

- **المعادلة :** هي مساواة بين طرفين تضم حدوداً **معلومة وحدوداً مجهولة** .حيث أن هذه المعادلة محققة من أجل قيم معينة لتلك المجاهيل

$$ax + m = bx + c$$

الطرف الأول | الطرف الثاني

- **عدد مجاهيل المعادلة:** يحدد عدد مجاهيل المعادلة من عدد الأنواع المختلفة للمجاهيل التي تحويها المعادلة
- **حل المعادلة :** هو إيجاد جميع قيم المجاهيل التي تجعل المعادلة صحيحة (أي الطرف الأول = الطرف الثاني) وعندها نقول عن هذه القيم أنها تحقق المعادلة
- كل قيمة تحقق المعادلة نسميها حلاً أو جذراً للمعادلة
- **المعادلتان المتكافئتان** نقول عن معادلتين أنهما متكافئتين إذا كانت حلول المعادلة الأولى نفس حلول المعادلة الثانية

مثال: لتكن لدينا المعادلتان التاليتان :

$$x = \mathbf{1} \Leftarrow \mathbf{3}x = 3 \ (1)$$

$$x = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} \Leftarrow \mathbf{5}x = 4 \ (2)$$

الحلول مختلفة فالمعادلتين غير متكافئتين

سنميز نوعين من أنواع المعادلات:

معادلات من الدرجة الأولى | معادلات من الدرجة الثانية

أولاً:

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: هي كل معادلة تحوي نوع واحد فقط من المجاهيل مرفوع للأس واحد وتؤول إلى الشكل:

$$ax + b = 0 \quad (\text{بشرط } a \neq 0)$$

خواص:

1. إذا جمعنا نفس المقدار لطرفي المعادلة أو طرحنا نفس المقدار من طرفيها حصلنا على معادلة جديدة مكافأة للمعادلة المعطاة .
2. إذا ضربنا طرفي المعادلة بعدد مغاير للصفر أو قسمنا طرفي المعادلة على عدد مغاير للصفر حصلنا على معادلة جديدة مكافئة للمعادلة المعطاة .

ومما سبق نستنتج أن: المعادلتان المتكافئتان هما معادلتان لهما نفس الحلول وتنتج إحداهما عن الأخرى إما بجمع أو طرح نفس المقدار للطرفين أو بضرب أو قسمة الطرفين على عدد مغاير للصفر .

تذكر: خطوات حل المعادلة من الدرجة الأولى :

1- نفك الأقواس إن وجدت ((ننشر))
2- نوحد المقامات **في جميع الحدود** ونحذفها أيضاً **من جميع الحدود** (أو نضرب الطرفين بالوسطين)
3- نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف
4- نضع المجاهيل في طرف والمعاليم في طرف
5- نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف
6- نقسم جميع الحدود على أمثال المجهول

ملاحظة: (وإذا كانت المعادلة مؤلفة من حدين حد بمجهول درجة ثانية وحد ثابت نقوم بنفس الخطوات السابقة ثم نجذر الطرفين وبإمكاننا استخدام المطابقة الثالثة عند تحقق شروطها)

ملحوظة : ((فيما يخص الخطوة الثانية))

☺ إما نوحد المقامات ونحذفها في جميع الحدود وبالطرفين أما إذا وحدنا مقامات حدود أحد الطرفين فقط دون الآخر هنا لا يمكننا حذف المقامات

☺ أو نوحد مقامات طرف أو طرفين ثم نضرب الطرفين بالوسطين

☺ أو بإمكاننا اتباع الطريقة الأساسية لحل المعادلة دون توحيد المقامات وذلك بأن نضع المجاهيل بطرف والمعاليم بطرف ثم التقسيم على أمثال المجهول .

(علماً أن الطرق الثلاثة تعطي نفس النتيجة إلا أن توحيد المقامات وحذفها يسهّل حل المعادلة)

معنى حلّ المعادلة : هو أن يبقى المجهول وحدهُ في طرف وأمثاله $+1$

- عند التقسيم على سالب نعكس إشارات جميع الحدود
- لاختبار أنَّ قيمة ما حلاً للمعادلة نعوض قيمة المتغير بالمجهول فإذا كان الطرف الأول = الطرف الثاني فهذه القيمة هي حلاً للمعادلة ونقوم بذلك أيضاً للتأكد أنَّ الحل صحيح .
- **تذكر :** $-x = a \Rightarrow x = -a$

$$-x = 7 \Rightarrow x = -7$$

ثانياً:

المعادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد

تعريف: هي كل معادلة تحوي نوع واحد فقط من المجاهيل مرفوع للأس **2**.

ومن أهم طرائق حل هذه المعادلة خاصية

الجداء الصفري :

خواص:

1- إذا كان أحد مضاريب جداء معدوماً ، كان الجداء معدوماً ، بمعنى إذا كان:

$a = 0$ أو $b = 0$ كان $a \times b = 0$.

2- إذا كان **جداء** عدة مضاريب **معدوماً** ، كان واحد على الأقل من المضاريب معدوماً ، بمعنى :

3- إذا كان $a \times b = 0$ كان: $a = 0$ أو $b = 0$

ومنه **خاصة هامة جداً** : أياً كان a عدد حقيقي فإن :

$$a\,x^n = 0 \Rightarrow x^n = 0 \Rightarrow x = 0$$

نميز شكلين من أشكال المعادلات من الدرجة الثانية :

الشكل الأول :

$mx^2+b=c$

((لا يحوي مجهول درجة أولى))

الشكل الثاني:

$(ax+b)(cx+d)=0$

الشكل الأول :

نعزل x^2 (نضع المجاهيل في طرف والمعاليم في طرفثم نقسم على أمثالها) فنحصل على الشكل : $x^2=a$ نميز ثلاث حالات :

$a<o$ | $a=o$ | $a>o$

(يقصد بال x^2 في الشكل الأول إما مجهول ذو حد وحيد أو قوس من الدرجة الثانية بداخله كثير حدود بشرط: أن نصل بعد العزل إلى : الطرف الأول بأكمله مرفوعاً للأس 2 ولا يوجد مجهول درجة أولى ضمن المعادلة)

الحالة الأولى : إذا كان $x^2=a$ بحيث $a<o$ (الطرف الأول كاملاً مرفوع للأس 2 والطرف الثاني سالب) $\Leftarrow$ المعادلة مستحيلة الحل

لأن : مضمون الجذر يجب أن يكون موجب دوماً

أمثلة:

◆ $x^2=-4 \Rightarrow x=\cancel{\sqrt{-4}}$ المعادلة مستحيلة الحل

◆ $-2(x+1)^2-3=4$

$\Rightarrow -2(x+1)^2=3+4$

$\Rightarrow -2(x+1)^2=7$

$\Rightarrow (x+1)^2=-\frac{7}{2}$

المعادلة مستحيلة الحل

الحالة الثانية :إذا كان $x^2=a$ بحيث : $a=0$ (الطرف الأول كاملاً مرفوع للأس 2 والطرف الثاني يساوي الصفر) $\Leftarrow$ نجذر الطرفين. ثم نقوم بحل المعادلة

أمثلة:

◆ $-2x^2=0 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0$

◆ $13x^2=0 \Rightarrow x=0$

◆ $(2x+4)^2=0 \Rightarrow 2x+4=0$

$\Rightarrow x=-2$

◆ $-2(3x^2+6)+4=+4$

$\Rightarrow -2(3x^2+6)=+4-4$

$\Rightarrow -2(3x+6)^2=0$

$\Rightarrow (3x+6)^2=0 \Rightarrow (3x+6)=0$

$\Rightarrow x=-2$

الحالة الثالثة : إذا كان $x^2 = a$ بحيث :

$a > 0$ (الطرف الأول كاملاً مرفوع للأس 2

والطرف الثاني يساوي الصفر) $\Longleftarrow$ نجذر الطرفين ثم

نميز حالتين :

إما $x = -\sqrt{a}$ أو $x = \sqrt{a}$

ثم نقوم بحل المعادلة

أمثلة::

◆ $-2x^2 = -8$

$\Longrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow$ إما $x = 2$ / أو $x = -2$

◆ $13x^2 = 26 \Rightarrow x^2 = 2$

$\Leftarrow$ إما $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

◆ $(x+1)^2 = 16$

$x + 1 = 4 \Longrightarrow x = 3$	$x + 1 = -4 \Longrightarrow x = -5$

(الشكل الثاني) أياً كان

a , b , c , d أعداد حقيقية وكان :

$(ax + b)(cx + d) = o$.

إما	أو
$(ax + b) = 0$	$(cx + d) = o$
نحل معادلة درجة أولى	نحل معادلة درجة أولى
$ax = -b$	$cx = -d$
$x = \dfrac{-b}{a}$	$x = \dfrac{-d}{c}$

♥ ومهما كان عدد الجداءات نتبع نفس الطريقة .

♥ ومنه : لحل معادلة درجة ثانية أو تؤول إلى درجة ثانية (جداء قوسين كل منهما يحوي نفس المجهول) لا يمكننا حلها إلا عن طريق الجداء الصفري (وهذا الكلام في صف لتاسع فقط) لذلك نحاول جعل المعادلة بالشكل : **$0 =$ جداء**

أي يجب أن يكون إحدى الطرفين صفر والآخر جداء وذلك عن طريق تطبيق ما يلي :

♥ إذا كان الطرف الأول جداء والثاني 0 هنا نطبق تطبيق مباشر: إما الجداء الأول =0 أو الجداء الثاني =0 ولا ننشر .. مثال: $(x+2)(x-1) = 0$

$\Leftarrow$ إما $x + 2 = 0 \Leftarrow x = -2$

$\Leftarrow$ او $x - 1 = 0 \Leftarrow x = +1$

♥ إذا كان الطرف الثاني عدد غير صفري ننقل هذا العدد إلى الطرف الأول (إلا اذا كانت شروط الحالة الثالثة محققة وسنتناولها لاحقاً) ..

مثال:

$x^2 - 25 = 0 \Longrightarrow x^2 = 25 \Longrightarrow x = \sqrt{25}$

♥ إذا كان الطرف الأول :

a) غير مؤلف من جداءات ويمكننا التحليل $\Leftarrow$ نحلله ثم نطبق الجداء الصفري (حالة هامة جداً) سنتناول المثال في أسئلة الدورات ..

غير مؤلف من جداءات ولا يمكننا التحليل $\Leftarrow$ ننشر بحيث لا نصل إلى معادلة درجة ثانية يمكننا تحليلها (حالة خاصة جداً لا تؤول المعادلة فيها إلى معادلة درجة ثانية)

المثال رقم 5 صفحة 68 .

ملاحظات:

إذا كان أحد الجداءات موجب تماماً (جميع حدوده موجب أو المجهول أسهُ زوجي) فإنَّ هذا الجداء لا يمكن أن يكون يساوي الصفر ،
مثال: $x^2 + 5 \neq 0,, 2x^4 + 4$

ولاااا تنسى :لحل معادلة درجة ثانية عن طريق الجداء الصفري (أو تحليلها) لااااا ننشر أبداً

ملاحظات:

- لكتابة معادلة حلولها a نجعل: $(x-a)=0$
مثال : اكتب معادلة حلها $\sqrt{2}$:الحل:$x-\sqrt{2}$
- لكتابة معادلة حلولها a و b نكتب: $(x-a)(x-b)=o$
مثال : اكتب معادلة حلولها $-2,4$
- ✖ $\sqrt{-a}$ مستحيلة ، ✓ $-\sqrt{a}$ ممكنة
- عند حل معادلة وينتج قيمة = قيمة (دون x) عندئذ للمعادلة عدد غير منتهي من الحلول.
مثال: $2(x+1)-1=2x+1$
- عند حل معادلة وينتج قيمة = قيمة أخرى (دون x) عندئذ مستحيلة الحل
مثال: $3(2x+2)-1=6x+4$
- نظير عدد : هو العدد ذاته ولكن بعكس الإشارة .
- مقلوب عدد : هو جعل بسطه مقام ومقامه بسط

الدرس الثالث :

متراجحات الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: المتراجحة هي عبارة رياضية تعبر عن مقارنة بين طرفين باستخدام أحد رموز المقارنة التالية : (($\geq$ أو $\leq$ أو $>$ أو $<$))

رموز المقارنة ومعانيها :

الرمز	المصطلح العلمي	مثال	قراءة المتراجحة	المعنى
$<$ أو $>$	(أكبر / أصغر) تماماً	$x < 8$	X أصغر تماماً من 8 ..أو : 8 أكبر تماماً من x .	نريد قيم x التي تكون أصغر تماماً من 8 (باستثناء العدد 8)
		$t > -3$	t أكبر تماماً من-3 .. أو : -3 أصغر تماماً من t	نريد قيم t التي تكون أكبر تماماً من -3 .. (باستثناء العدد -3)
$\leq$ أو $\geq$	(أكبر أو يساوي) أو (أصغر أو يساوي) اختصاراً (أكبر / أصغر)	$x \leq 2$	X أصغر أو يساوي 2 أو : 2 أكبر أو يساوي x	نريد قيم x التي تكون أصغر أو يساوي 2 (أي أكبر قيمة يأخذها x هي 2)
		$y \geq 4$	y أكبر أو يساوي 4 أو 4 أصغر أو يساوي y	نريد قيم yالتي تكون أكبر أو تساوي 4 (أي أصغر قيمة يأخذها y هي 4)

وبشكل عام للسهولة: سنعتمد أن **نبدأ قراءة المتراجحة من المجهول**

♣ تذكر : إن المتراجحات :

$a \leq a \ \ \& a \geq a$ **هما متراجحتان صحيحتان**

مثال: $4 \leq 4 \quad \& \ 2 \geq 2$

مصطلحات وخواص:

- نسمي قيم x التي تجعل المتراجحة صحيحة : حلول المتراجحة و للمتراجحة عدد غير منتهي من الحلول
- نقول عن متراجحتين أنهما متكافئتين وذلك إذا كان لهما الحلول نفسها وللمتراجحة عدد غير منتهي من المتراجحات المكافئة لها ، حيث للحصول على متراجحة مكافئة لمتراجحة معطاة نتبع إحدى الطرق التالية :

★ نضيف نفس المقدار للطرفين .

★ نطرح نفس المقدار من الطرفين .

★ نضرب الطرفين بعدد مغاير للصفر .

★ نقسم الطرفين على عدد مغاير للصفر .

مع مراعاة أن جهة المتراجحة تتغير في الحالات التالية :

★ عند ضرب طرفيها بعدد سالب .

★ عند قسمة طرفيها على عدد سالب .

★ عند قلب طرفي المتراجحة .

خطوات حل متراجحة :

1- نفك الأقواس

2- نوحد المقامات لجميع الحدود ونحذفها

3- نجمع الحدود المتشابهة في كلّ طرف

4- نضع المجاهيل في طرف والمعاليم في طرف

5- نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف

6- نقسم على أمثال المجهول

ملاحظة: **ولا ننسى عكس إشارة التراجح عند تقسيم الطرفين على (-) أو ضرب الطرفين بـ (-) {وليسَ عندَ الطرح} وذلك بنفس الخطوة التي نقوم فيها بالضرب أو بالتقسيم**

تذكرة مستقيم الأعداد :

الأعداد على يمين أي عدد هي الأكبر منه والأعداد على يسار أي عدد هي الأصغر منه .

تمثيل قيم متراجحة على مستقيم الأعداد : وذلك عن طريق تعيين منطقة الحلول وحذف المنطقة التي لا تمثل الحلول .

خطوات الحل :

1- نرسم المستقيم

2- نعين الصفر

3- نعين العدد الذي يبدأ منه الحل

4- نظلل الجزء غير المطلوب

5- نعيّن القوس : (فإذا كانت إشارة التراجح $\geq$ أصغر أو يساوي أو $\leq$ أكبر أو يساوي (يوجد تساوي) : نفتح القوس على الجزء المطلوب(غير المظلل) إذا كانت المتراجحة $>$ أو $<$ (بدون تساوي) نفتح القوس على الجزء الغير مطلوب (المظلل)

6- نعين القوس على النقطة المطلوبة تماماً

اصطناع معادلة أو متراجحة:

1- كيف ننقل نصّ مكتوب إلى معادلة أو متراجحة :

2- نرمز للمجهول غالباً يكون هو المطلوب

3- نؤلف معادلة أو متراجحة (من فرضيات المسألة)

4- نحلّ المعادلة أو المتراجحة ونوجد قيمة المجهول

5- نجيب عن طلبات المسألة

- مفتاح معرفة أنَّ المسألة تحتاج لتشكيل متراجحة هي وجود إحدى الكلمات في النص (أوفر – أقلّ – أكبر – **بدأ من كم** - ...) ← متراجحة
- إذا كان المطلوب نسبة شيء (ثلثه – نصفه – ربعه ..) نضرب هذه النّسبة بهذا الشّيء
- إذا كان المطلوب عدد من شيء نأخذ العدد دون ضربه بهذا الشيء

ملاحظة: عندما يطلب مساحة شكل غير معروف محتوىً في شكل معروف ويحوي شكل معروف نطرح الكبير من الصغير فينتج المطلوب

انتهت الوحدة الثالثة جبر

انتهى الفصل الأول

علمتني الرياضيات ..
أن السالب بعد السالب
يعني موجب .. فلا تيأس
فالمصيبة بعد المصيبة تعني
الفرج.

تُطلب نسخة الأسطورة في الرياضيات ورقيّاً بالتواصل مع الرقم : 0957474873

أولاً : أسئلة دورات المعادلات

أجب عن الأسئلة التالية :

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة :

-1 (2022) المعادلة التي تقبل $x = -2$ حلاً لها هي :

C	$3x+1 = 2x$	B	$5x+2 = 3x-2$	A	$x^2+4 = 0$

ثانياً : حل التمارين الآتية :

التمرين الأول : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

-2 (نماذج وزارية) العدد الوحيد الذي مربعه يساويه هو العدد 0 .

-3 (اللاذقية 2018) للمعادلة $x^2 = 2$ حلان متعاكسان.

-4 (2020) العدد -1 هو أحد حلول المعادلة:
$$(2x+2)(x-3) = 0$$

التمرين الثاني : (الرقة 2019) ليكن $A = (x-2)^2 - 9(x-2)$ والمطلوب :

-1 انشر العبارة A واختزلها

-2 حلل A إلى جداء عاملين ثم حل المعادلة $A = 0$

-3 احسب قيمة A عندما $x = 3$

التمرين الثالث : (حمص 2018)

لدينا $A = (-4x+1)(2x+3) + (3x+1)^2$ و $B = (x-2)^2$ والمطلوب :

-1 انشر كلاً من العبارتين A و B ثم استنتج $A = B$

-2 حل المعادلة $(x-2)^2 = x^2$

التمرين الرابع : (القنيطرة 2018)

$A = 4x^2(x+1) - 9(x+1)$ والمطلوب :

-1 حلل العبارة A إلى ثلاثة عوامل من الدرجة الأولى

-2 حل المعادلة $A = 0$

التمرين الخامس : (حماة 2018) لدينا المقداران

$B = 3x^2 + 4x - 4$ و
$A = (3x-1)(x+2) - (x+2)$

والمطلوب :

-1 انشر المقدار A واستنتج أن $A = B$.

-2 حلل المقدار A إلى جداء عوامل ثم استنتج حلول المعادلة $B = 0$.

التمرين السادس : (حمص 2018) لدينا

$B = (x-2)^2$ و
$A = (-4x+1)(2x+3) + (3x+1)^2$

-1 انشر كلاً من العبارتين A و B ثم استنتج $A = B$

-2 حل المعادلة $(x-2)^2 = x^2$

التمرين السابع : (اللاذقية 2018) لدينا المقداران

$B = (3x-1)(2x+1)$ و $A = 6x^2 + x - 1$

-1 انشر B واستنتج $A = B$

-2 حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثامن : (دمشق 2018) لدينا المقداران

$B = x^2 + \sqrt{2}x + 1$ و $A = \left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}$

-1 انشر المقدار A واستنتج $A = B$

-2 أوجد قيمة A من أجل $x = \sqrt{2}$

-3 حل المعادلة $B = \frac{1}{2}$

التمرين التاسع: (ريف دمشق 2018) لدينا المقداران

$B = (x+1)(3x-2)$ و $A = 3x^2 + x - 2$

-1 انشر B وقارن بين A و B

-2 حل المعادلة $A = 0$

-3 إذا كان $C = (\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}})^2$ اشر C واكتبه بأبسط صورة .

التمرين العاشر : (حلب 2018) لدينا المقداران

$A = 5x^2 + 7x + 2$ و $B = (5x-2)(x-1)$

والمطلوب :

1- انشر B واستنتج أن $A = B$ ثم استنتج حلول المعادلة $A = 0$

2- أوجد قيمة A عندما $x = \frac{1}{5}$.

التمرين الحادي عشر : (إدلب 2018) لدينا المقداران $A = 3x^2 - 7x - 6$ و

$B = (3x+2)(x-3)$ والمطلوب :

1- انشر B وقارن بين A و B

2- حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثاني عشر : (السويداء 2018) إذا كان

$A = x^2(x-3) - 4(x-3)$ والمطلوب :

1- حلل A إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى .

2- حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثالث عشر : (الحسكة 2018)

$A = 16(x+1)^2 - 9x^2$ و

$B = (x+4)(7x+4)$ والمطلوب :

1- انشر كلاً من المقدارين A و B ثم استنتج أن $A = B$

2- حل المعادلة $A = 0$

التمرين الرابع عشر : (دير الزور 2018) إذا كان

$A = (x+2)^2 - (x+2)$ والمطلوب :

1- انشر المقدار A

2- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3- حل المعادلة $A = 0$

التمرين الخامس عشر : (طرطوس 2019 والسويداء 2019) ليكن $A = (2x-1)^2 - 4$ والمطلوب :

1- انشر A واكتبه بأبسط صيغة .

2- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى ثم حل المعادلة $A = 0$.

التمرين السادس عشر : (دمشق 2019)

1- حلل العبارة $E = (2x+3)^2 - 16$ إلى جداء عاملين

2- حل المعادلة $E = 0$

3- احسب E عندما $x = -\frac{1}{2}$

التمرين السابع عشر : (ريف دمشق 2019) لدينا

$A = (x-3)^2 + 5(x-3)$ والمطلوب :

1- انشر العبارة A واختزلها.

2- حلل A إلى جداء عاملين ثم حل المعادلة $A = 0$.

التمرين الثامن عشر : (حلب 2019) لتكن

$A = (x-2)^2 + 3(x-2)$ و

$B = (x+1)(x-2)$ والمطلوب :

1- انشر كلاً من A و B ثم قارن بين A و B

2- حل المعادلة $A = 0$

التمرين التاسع عشر : (إدلب 2019)

1- حلل العبارة $E = (3x+1)^2 - 1$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

2- حل المعادلة $E = 0$ ثم احسب قيمة E عندما $x = \frac{1}{3}$

التمرين العشرون : (درعا 2019)

1- انشر واختزل العبارة الآتية :

$$E = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 2) + 2(\sqrt{5} + 3)$$

2- لتكن العبارة : $A = 49 - 64x^2$ والمطلوب :

a) حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

b) حل المعادلة $A = 0$

التمرين الواحد والعشرون : (دير الزور 2019) ليكن التركيب الجبري : $A = (3x-1)^2 - 4$ والمطلوب :

1- انشر A واختزله .

2- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى ثم حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثاني والعشرون : (الحسكة 2019)

1- انشر واختزل العبارة :
$A = (5\tau-2)(\tau+1) - (\tau+2)(3\tau-1)$

2- حلل العبارة $B = 2\tau^2 - 2\tau$ إلى جداء عاملين

3- حل المعادلة $B = 0$

التمرين الثالث والعشرون : (القنيطرة 2019) لتكن العبارة الآتية $E = x^2 - 4 - (x-2)$

واالمطلوب:

1- حلل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

2- حل المعادلة $E = 0$ ثم احسب قيمة E من أجل $x = 3$.

التمرين الرابع والعشرون : (نماذج وزارية) حل كلاً من المعادلتين الآتيتين :

$(2x+1)(x+5) + (2x+1)(x-1) = 0$

و $x^4 - 4x^2 = 0$

التمرين الخامس والعشرون: (2020)

1) نتأمل المقدار $A = (x-5)^2 - 9$ والمطلوب:

a. انشر A ثم اختزله

b. حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

2) احسب قيمة العدد: $B = \frac{4^5 \times 3^2 \times 15}{2^6 \times 3^3}$

التمرين السادس عشر : (2022)

1) لدينا المقدار:

$E = (x-1)^2 - 4$ والمطلوب:

a) انشر ثم اختزل E

b) حلل E إلى جداء عاملين

2) حل المعادلة $E = -3$

ثانياً : أسئلة دورات المتراجحات

أجب عن الأسئلة التالية :

التمرين الأول : في كل مما يأتي إجابة صحيحة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها :

1- (نماذج وزارية) حلول المتراجحة $4x \le 12$ هي جميع قيم x التي تحقق :

A	$x \le 3$	B	$x \le 4$	C	$x \ge 3$

2- (الدورة التكميلية) أحد حلول المتراجحة : $3x + 2 \le x + 4$ هو :

A	2	B	-3	C	5

3- (حماة 2018) أحد حلول المتراجحة : $2x - 1 \le 3x + 1$ هو :

A	-5	B	-3	C	-1

4- (دير الزور 2018) أحد حلول المتراجحة : $2x - 1 \le 3x + 1$ هو :

A	-1	B	-3	C	-5

5- (طرطوس 2019) أحد حلول المتراجحة : $2(x-1) \le 5$ هو العدد :

A	5	B	4	C	-4

6- (2021) العدد الذي يمثل أحد حلول المتراجحة : $-2x \ge 3x + 5$ هو:

C	$-\frac{1}{5}$	B	$+1$	A	-1

التمرين الثاني: **في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:**

1) **(حلب 2018)** حلول المتراجحة $-3x > 5$ هي جميع قيم x التي تحقق $x > \frac{-5}{3}$

2) **(درعا 2018)** إذا كانت $x < 3$ فإن $-x < -3$

3) **(الرقة 2018)** العدد 3 هو أحد حلول المتراجحة $x + 1 \geq 4$

ثالثاً : حل التمارين الآتية :

التمرين الأول : **(اللاذقية 2018)** لدينا المتراجحة $2(x-1) < x+3$ والمطلوب :

1- أي الأعداد $3,6$, $\frac{2}{5}$ حل لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً لها

2- حل المعادلة $2(x-1) < x+3$

التمرين الثاني : **(طرطوس 2018)** إذا كان $A = \frac{2x-1}{3}$ والمطلوب :

1- أوجد قيمة A عندما $x = \frac{1}{2}$

2- هل العدد $\frac{9}{2}$ حل المتراجحة $\frac{2x-1}{3} > 5$

3- حل المتراجحة $\frac{2x-1}{3} > 5$ ومثل حلولها على مستقيم الأعداد .

التمرين الثالث : **(دمشق 2018)** لدينا المتراجحة $4x + 5 \leq x - 4$ و المطلوب :

1- تحقق أي الأعداد $-5,0,-1$ حلاً لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً لها .

2- حل المتراجحة $4x + 5 \leq x - 4$.

3- مثل حلولها على مستقيم الأعداد .

التمرين الرابع : **(ريف دمشق 2018)** لدينا المتراجحة $3x - 5 \leq 4$ والمطلوب :

1- أي الأعداد $3,5,\frac{2}{3}$ حلاً لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً لها .

2- حل هذه المتراجحة $3x - 5 \leq 4$

3- مثل حلول المتراجحة السابقة على مستقيم الأعداد .

التمرين الخامس : **(إدلب 2018)** لدينا المتراجحة $2x - 5 < 4 - x$ والمطلوب :

1- تحقق أي من القيم التالية حلاً للمتراجحة $3,0,-2$ وأيها ليس حلاً لها .

2- حل هذه المتراجحة $2x - 5 < 4 - x$

3- مثل حلولها على مستقيم الأعداد .

التمرين السادس: **(السويداء 2018)** لدينا المتراجحة $x - 8 < 3x + 2$ والمطلوب :

1- تحقق أي الأعداد $3,0,-6$ حلاً لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً لها .

2- حل هذه المتراجحة $x - 8 < 3x + 2$

3- مثل حلول المتراجحة على مستقيم الأعداد .

التمرين السابع : **(الحسكة 2018)** لدينا المتراجحة $8 - 2x \geq 5x + 1$ والمطلوب :

1- تحقق من العددين $2,\frac{1}{2}$ حلاً حل لهذه المتراجحة .

2- حل المتراجحة $8 - 2x \geq 5x + 1$ ثم مثل حلولها على مستقيم الأعداد .

التمرين الثامن : (السويداء 2019)

1- حل المتراجحة $2x - 4 \geq x$ ومثل الحلول على مستقيم الأعداد .

2- لتكن $A = \sqrt{72} - \sqrt{50}$ و $B = \frac{2}{\sqrt{2}}$ اكتب A بالشكل $a\sqrt{2}$ ثم قارن بين A و B

التمرين التاسع : (الحسكة 2019)

1- حل المتراجحة $2x - 1 \geq 5$ ومثل حلولها على مستقيم الأعداد

2- اكتب العدد $\frac{7^5 \times 7^3}{7^4}$ بالصيغة 7^n

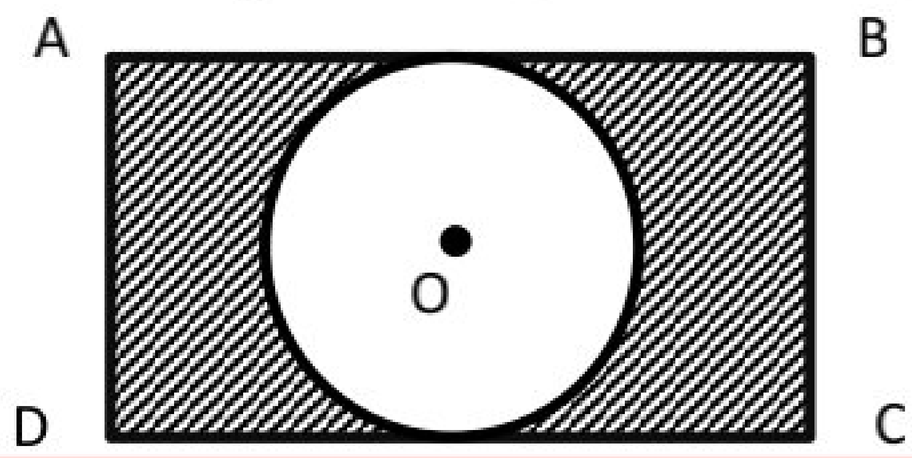
ثالثاً : المسائل :

المسألة الأولى: (طرطوس 2018) في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل فيه DC, AB مماسان للدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{3}$ و $AB = \sqrt{27}$ والمطلوب:

1- احسب S_1 مساحة المستطيل واكتبه بأبسط صورة.

2- احسب S_2 مساحة الدائرة التي مركزها O

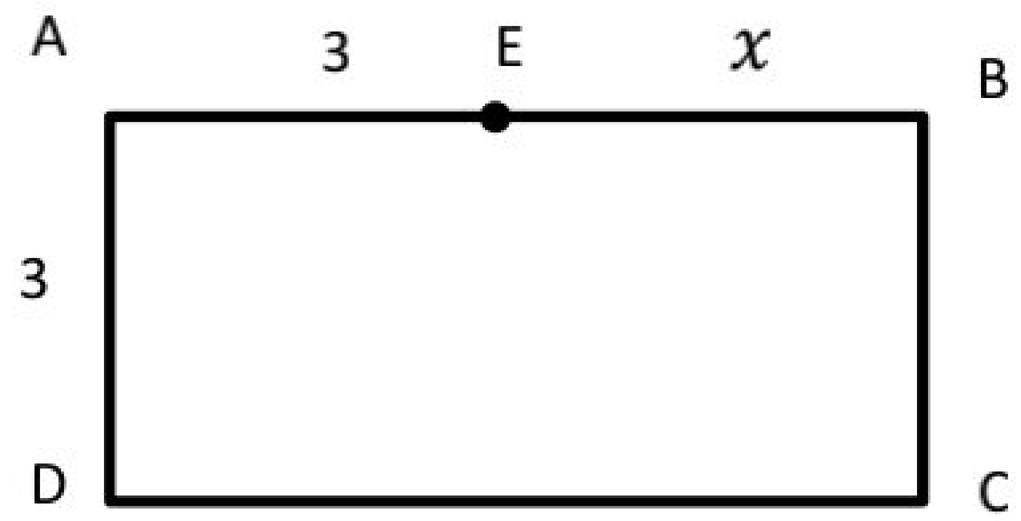
3- أوجد مساحة الجزء المظلل S_3



المسألة الثانية: (حماة 2019) في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل والنقطة E من الضلع $[AB]$ بحيث $EB = x$ وفيه $EA = AD = 3$ والمطلوب :

1- اكتب العبارة التي تعبر عن مساحة المستطيل والعبارة التي تعبر محيط المستطيل بدلالة x

2- إذا كان العدد الدال على مساحة المستطيل يساوي العدد الدال على محيطه احسب قيمة x



المسألة الثالثة : (حمص 2019) إذا علمت أن العدد الدال على عمر خليل الآن $x + 2$ سنة وعمر أخته شام ينقص عن عمر خليل 4 سنوات .

والمطلوب :

1- اكتب بالرموز العبارة الجبرية التي تعبر عن عمر شام بدلالة x

2- إذا علمت أن العدد الدال على جداء عمريهما يساوي 60 اكتب المعادلة التي تعبر عن جداء عمريهما

3- حل المعادلة واحسب عمر كل من خليل وشام .

المسألة الرابعة: (نماذج وزارية) عدد طبيعي لو أضفنا ثلثه إلى نصفه ثم أضفنا 5 إلى المجموع السابق كان الناتج530أوجد ذلك العدد

كما في أي شيءٍ آخر كذلك في الرياضيات يمكن ملاحظة الجمال و لا يمكن شرحة

قسم

الهندسة

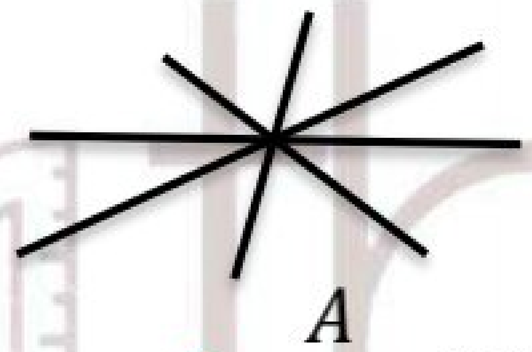
مقدمة

<u>عزيزي الطالب</u> : سنقوم معاً بمراجعة ما قمت قد تعلمته في الصف السابع والثامن كي تنطلق بقوة نحو التميز ...

تعاريف / مصطلحات / رموز

1 - المستقيم : هو خط ليس له بداية وليس له نهاية وطوله غير محدود (أي لا يمكن قياس طوله) .

❖ من نقطة واحدة يمر عدد غير منتهٍ من المستقيمات.



❖ من نقطتين مختلفتين يمر مستقيم وحيد فقط .

❖ يُرمز للمستقيم المار من النقطتين A و B بالرمز (AB)
أو يُرمز له بحرف وحيد مثل (d) .

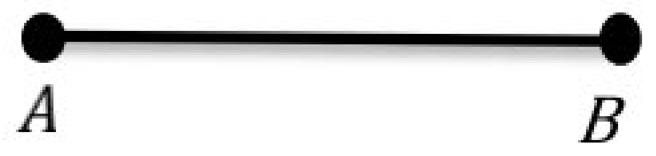
❖ القول <u>ثلاثة نقاط تقع على استقامة واحدة</u> يعني أنه يمكن رسم مستقيم يمر بتلك النقاط الثلاثة معاً .

2- نصف المستقيم : هو خط (جزء من المستقيم) له بداية وليس له نهاية وطوله غير محدود (لا يمكن قياس طوله)

♣ يُرمز لنصف المستقيم الذي بدايته النقطة A ويمر بالنقطة B بالرمز [AB) .

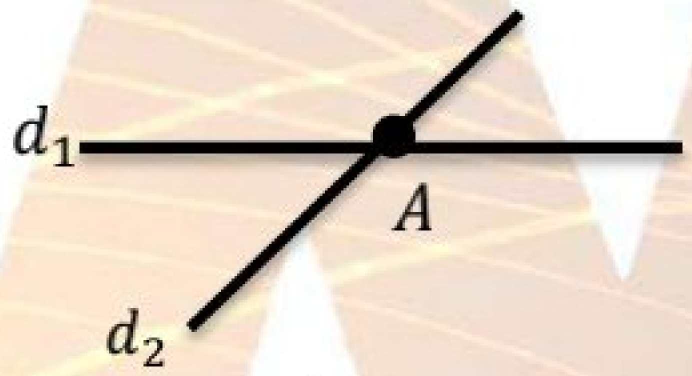
3 – القطعة المستقيمة : هي جزء من المستقيم له بداية وله نهاية وطوله محدود (قابل للقياس) .

♣ يُرمز للقطعة المستقيمة التي بدايتها النقطة A ونهايتها النقطة B بالرمز [AB] .

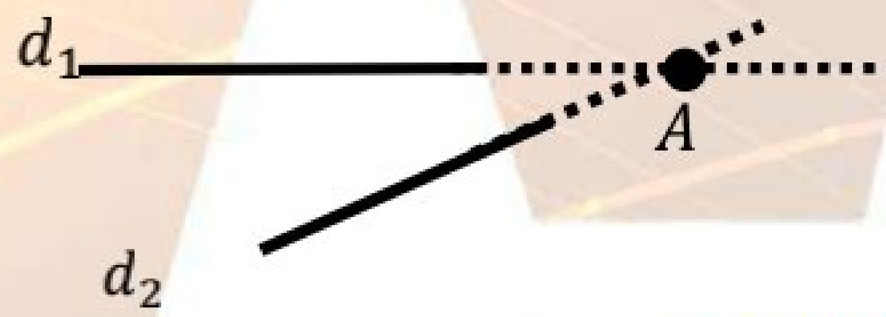


4 – المستقيمان المتقاطعان والمتعامدان :

<u>المستقيمان المتقاطعان</u> : هما مستقيمان يشتركان بنقطة واحدة فقط ، ونرمز لنقطة تقاطعهما بأي حرف مثل : A,B,C,..... .

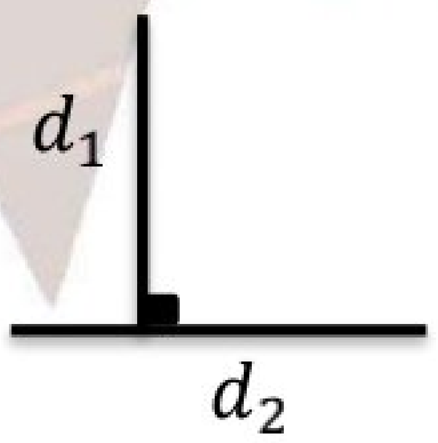


♥ قد يتقاطع المستقيمان بعد تمديد كلٍ منهما .



حالات خاصة :

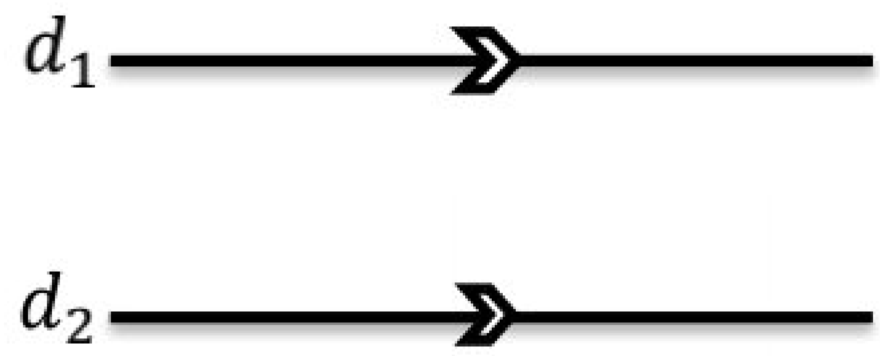
♣ **المستقيمان المتعامدان** : هما مستقيمان متقاطعان بزاوية قائمة (انظر الشكل) .



نعبر عن تعامد المستقيمين d_1 و d_2 <u>كتابة</u> كما يلي : $d_2 \perp d_1$. وفي <u>الرسم</u> نعبر عن التعامد بإشارة زاوية قائمة.

♣ **المستقيمان المتوازيان :** هما مستقيمان غير متقاطعين ، ونميز حالتين :

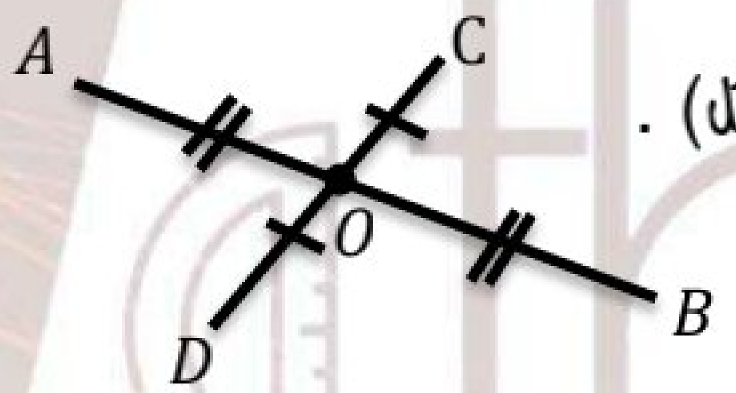
الحالة(1) : لا يشتركان بأية نقطة .



الحالة (2) : منطبقان أي يشتركان بجميع النقاط ، أي الانطباق حالة خاصة من التوازي .

نرمز لتوازي المستقيمين في الشكل بسهمين ، أما كتابة كما يلي: $\mathbf{d_1 // d_2}$

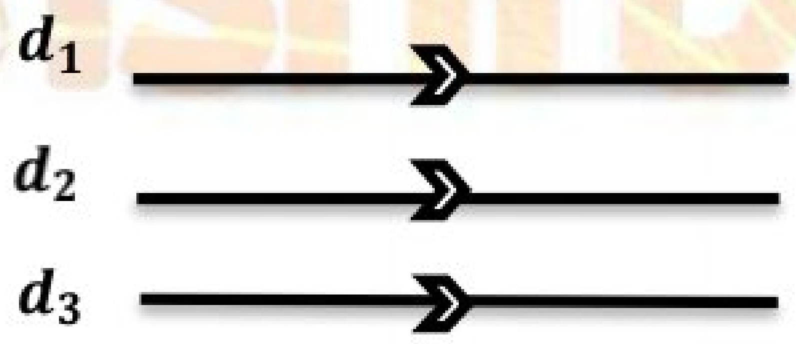
♣ **القطعتان المستقيمتان المتناصفتان:** هما قطعتان متقاطعان في نقطة بحيث تكون هذه النقطة منتصف كلٍ منهما (انظر الشكل) .



$[\boldsymbol{AB}]$ و $[\boldsymbol{CD}]$ متناصفتان يعني : $AO = OB$ و $DO = OC$

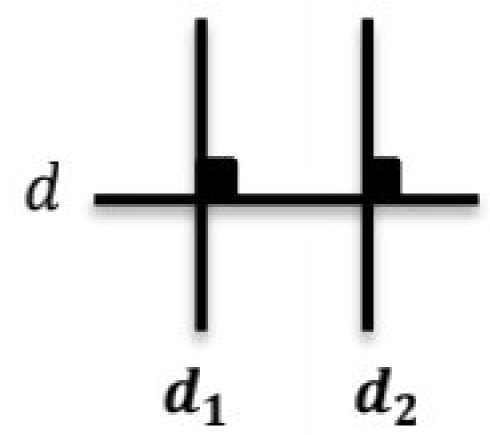
خواص هامة :

♠ المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث متوازيان .



ونكتب بالرموز: $d_1 // d_2 , d_2 // d_3 \Longrightarrow d_1 // d_3$

♠ العمودان على مستقيم واحد متوازيان .

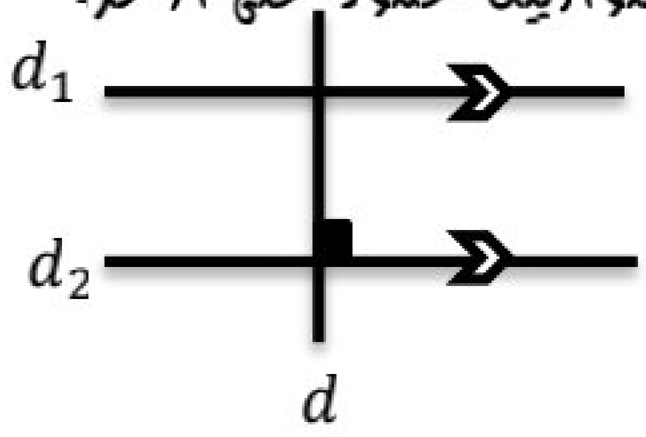


ونكتب بالرموز:

$$d_1 \perp d , d_2 \perp d \Rightarrow d_1 // d_2$$

((وهذه الخاصة جداً هامة في إثبات توازي مستقيمين))

♠ العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر.



ونكتب بالرموز:

$$d_2 // d_1, d \perp d_2 \implies d \perp d_1$$

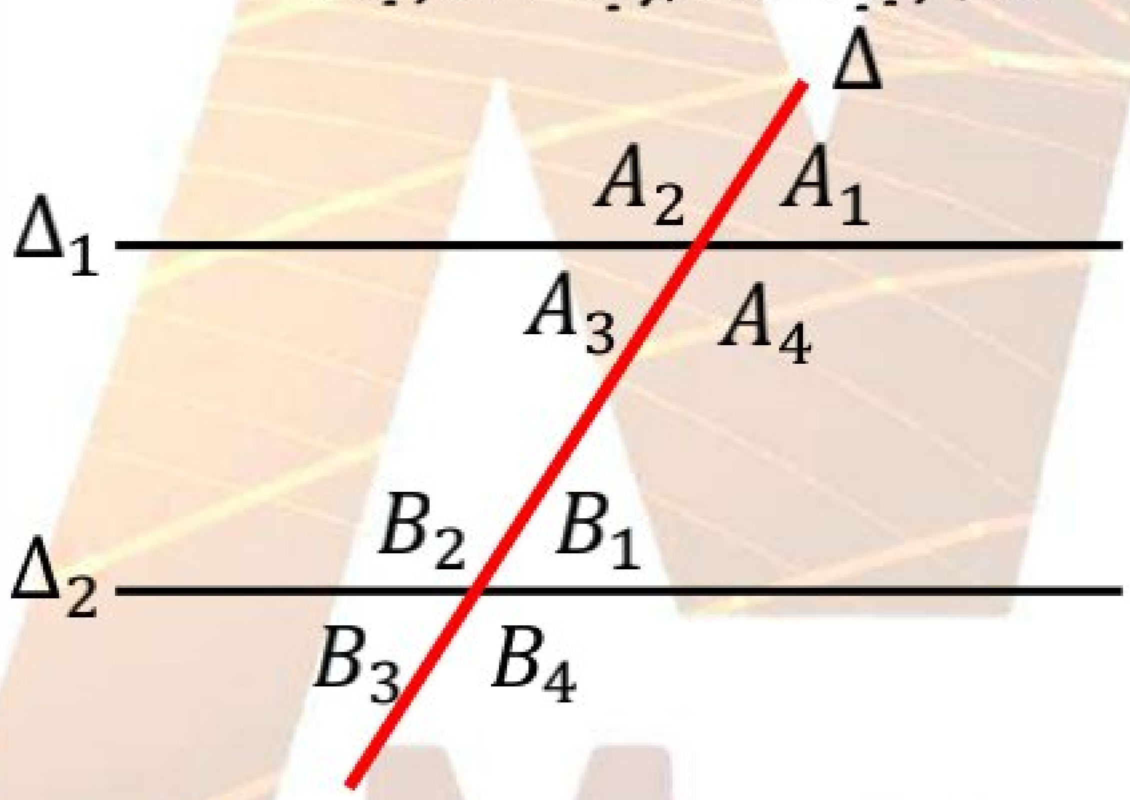
خواص مستقيمان متوازيان وقاطع ((التبادل الداخلي والخارجي والتناظر)):

إذا قطع مستقيمان متوازيان بقاطع، عندئذٍ:

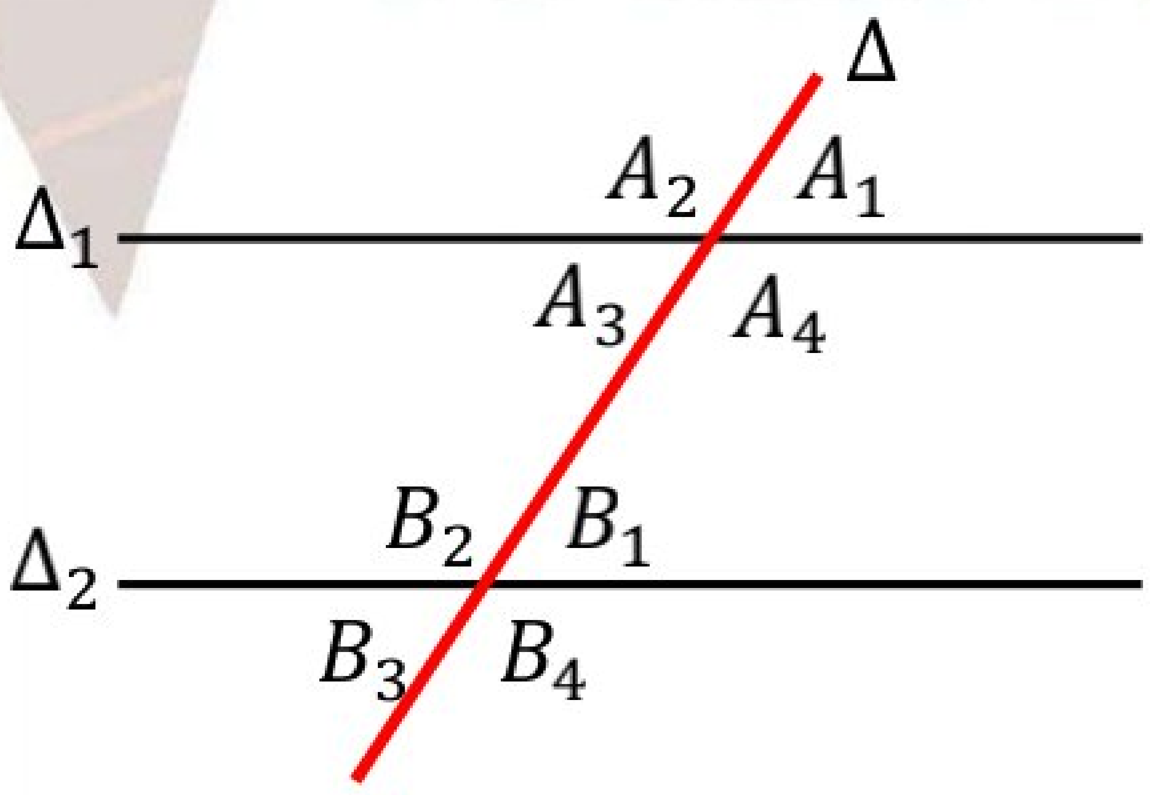
1- كل زاويتين متبادلتين داخلاً متساويتان.

2- كل زاويتين متبادلتين خارجاً متساويتان.

3- كل زاويتين متناظرتين متساويتان.



♣ **في الشكل المرافق:**



$\Delta_2 \; // \; \Delta_1$ والمستقيم Δ قاطع لهما في B, A.

1) $\widehat{A_3} = \widehat{B_1}$ لأنهما متبادلتان داخلاً ، وللسبب ذاته $\widehat{A_4} = \widehat{B_2}$.

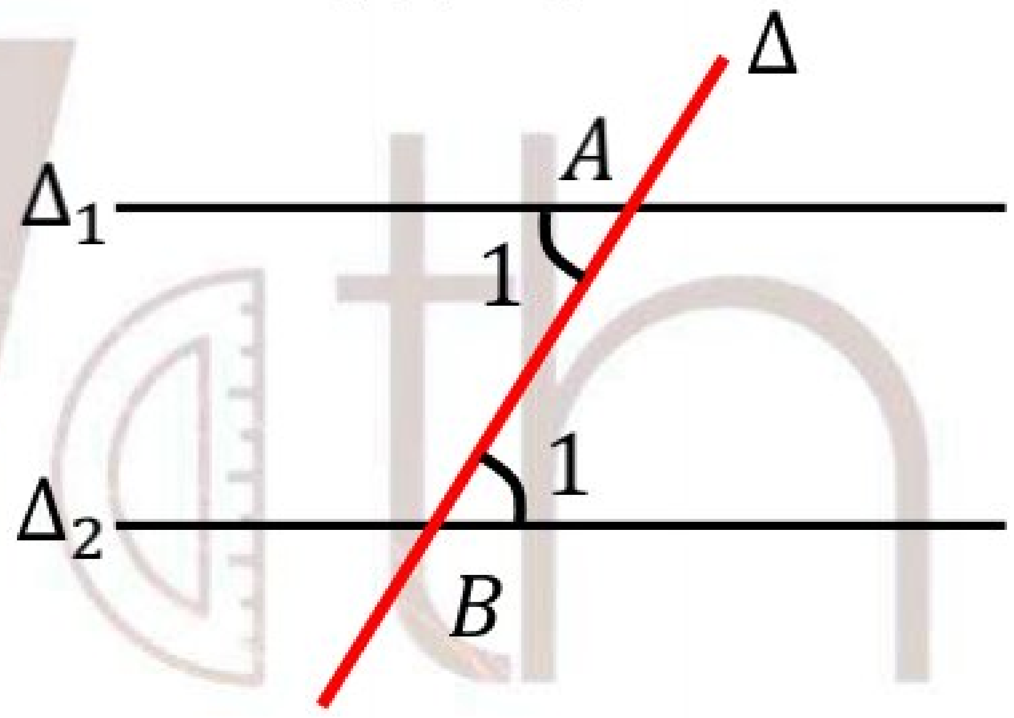
2) $\widehat{A_1} = \widehat{B_3}$ لأنهما متبادلتان خارجاً، وللسبب ذاته $\widehat{A_2} = \widehat{B_4}$.

3) $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ لأنهما متبادلتان متناظرتان، وللسبب ذاته $\widehat{A_4} = \widehat{B_4}$, $\widehat{A_3} = \widehat{B_3}$, $\widehat{A_2} = \widehat{B_2}$.

تعلم (إثبات توازي مستقيمين):

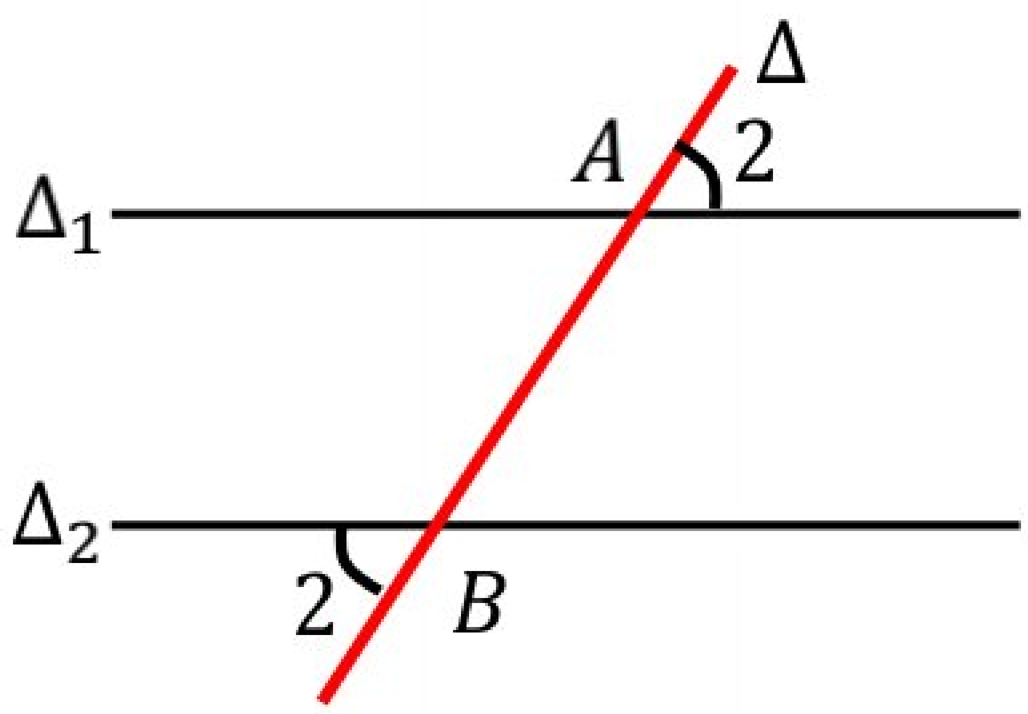
1) إذا قطع مستقيمان بقاطع وتساوت زاويتان متبادلتان داخلاً ، كان المستقيمان متوازيين.

في الشكل المرافق: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ **وهما في وضع التبادل الداخلي، إذن** $\Delta_1 \; // \; \Delta_2$.



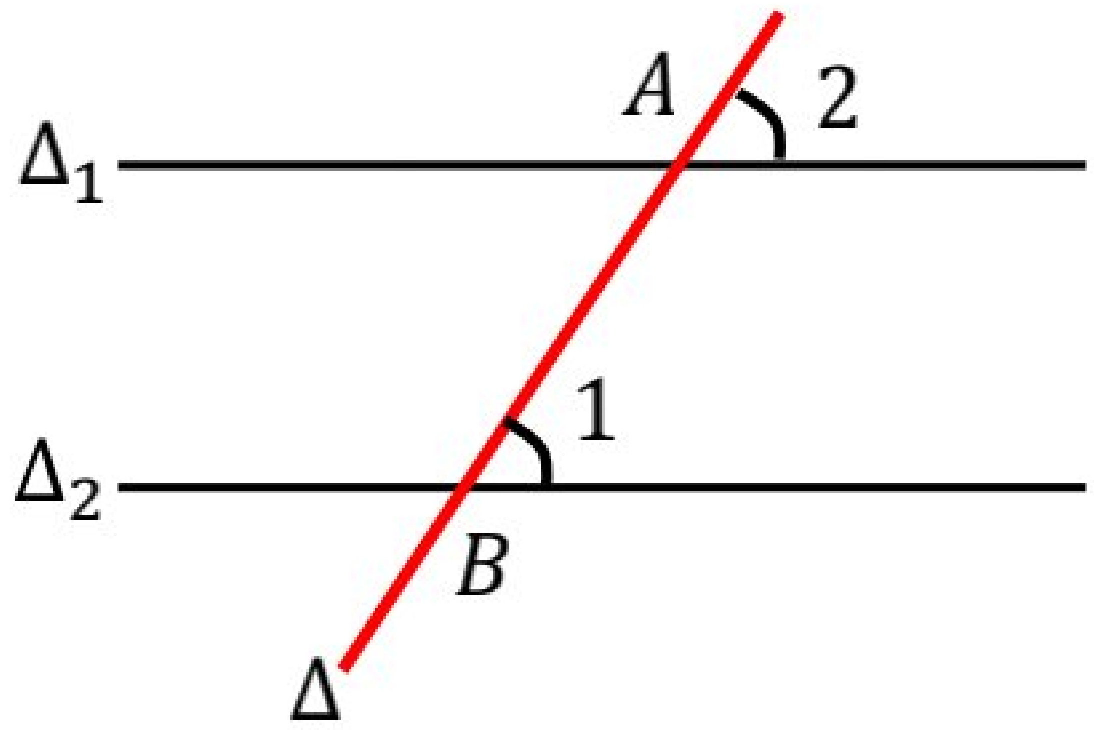
2) إذا قطع مستقيمان بقاطع وتساوت زاويتان متبادلتان خارجاً ، كان المستقيمان متوازيين.

في الشكل المرافق: $\widehat{A_2} = \widehat{B_2}$ **وهما في وضع التبادل الخارجي، إذن** $\Delta_1 \; // \; \Delta_2$.



3) إذا قطع مستقيمان بقاطع وتساوت زاويتان متناظرتان ، كان المستقيمان متوازيين.

في الشكل المرافق: $\widehat{A_2} = \widehat{B_1}$ **وهما في وضع التناظر، إذن** $\Delta_1 \; // \; \Delta_2$.



4 – الزوايا : تُعرف الزوايا بأنها المساحة من المستوي المحصورة بين مستقيمين متقاطعين .

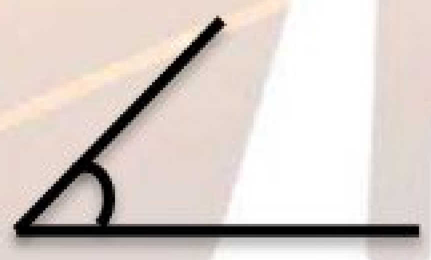
★ أقسام الزاوية : تتكون كل زاوية من :

1 – ضلعي الزاوية: وهما المستقيمان المتقاطعان.

2 – رأس الزاوية : وهي نقطة تقاطع ضلعيها .

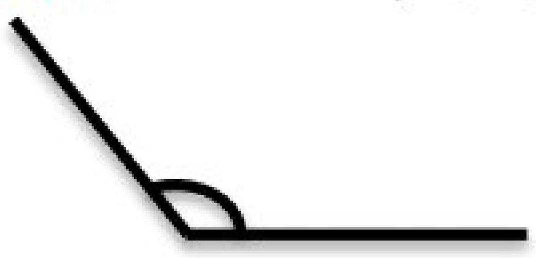
★ أنواع الزوايا : تُصنف الزوايا من حيث القياس إلى أربعة أنواع :

1- الزاوية الحادة : وهي الزاوية التي يكون قياسها أكبر تماماً من الصفر وأصغر تماماً من $90°$.



2- الزاوية القائمة : وهي الزاوية التي لها قياس وحيد هو $90°$.

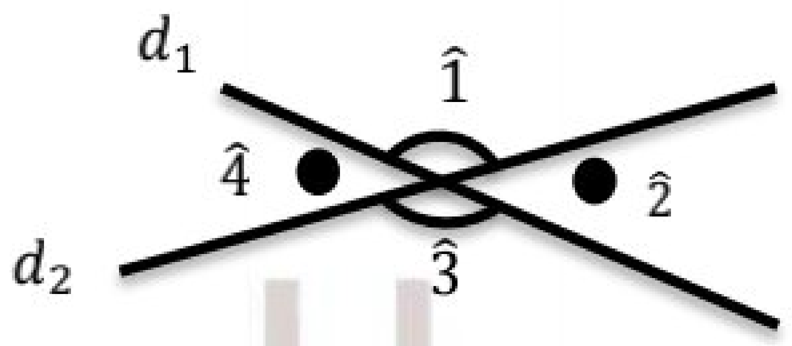
3 – الزاوية المنفرجة : وهي الزاوية التي قياسها أكبر تماماً من $90°$ وأصغر تماماً من $180°$



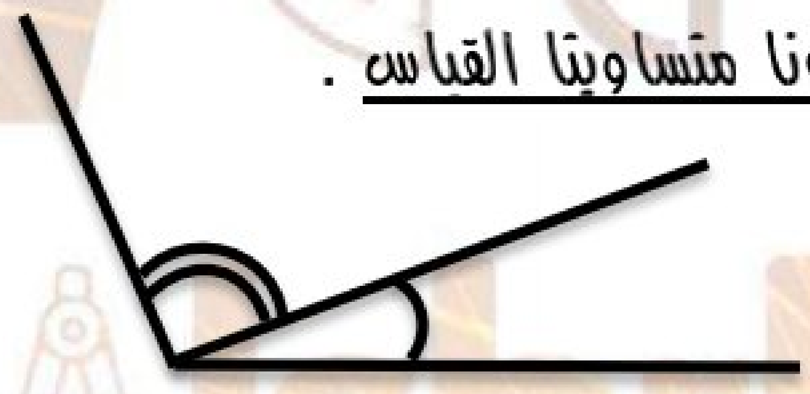
الأوضاع المختلفة لزاويتين :

- الزاويتان المتتامتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما $90°$
- الزاويتان المتكاملتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما $180°$.
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس : هما زاويتان مشتركتان برأس واحد وضلعا كلٍ منهما امتدادان لضلعي الأخرى .
وهما متساويتان بالقياس .(انظر الشكل)

$\hat{1} = \hat{3}$ و $\hat{2} = \hat{4}$ (للتقابل بالرأس)



- الزاويتان المتجاورتان : هما زاويتان تشتركان بضلع واحدة وتقعان إلى جانبي الضلع المشتركة .
وليس بالضرورة أن تكونا متساويتا القياس .



المثلث وخصائصه

❖ **تعريف** : يُعرف المثلث بأنه خط منكسر مغلق مكون من 3 قطع مستقيمة ندعوها الأضلاع يفصل بينها 3 رؤوس تُدعى الزوايا . ندعو الأضلاع والزوايا عناصر المثلث .

❖ **تصنيف المثلث** : يُقسم المثلث إلى عدة أنواع وذلك وفقاً لتصنيفين سنبينها وفق الجدول التالي :

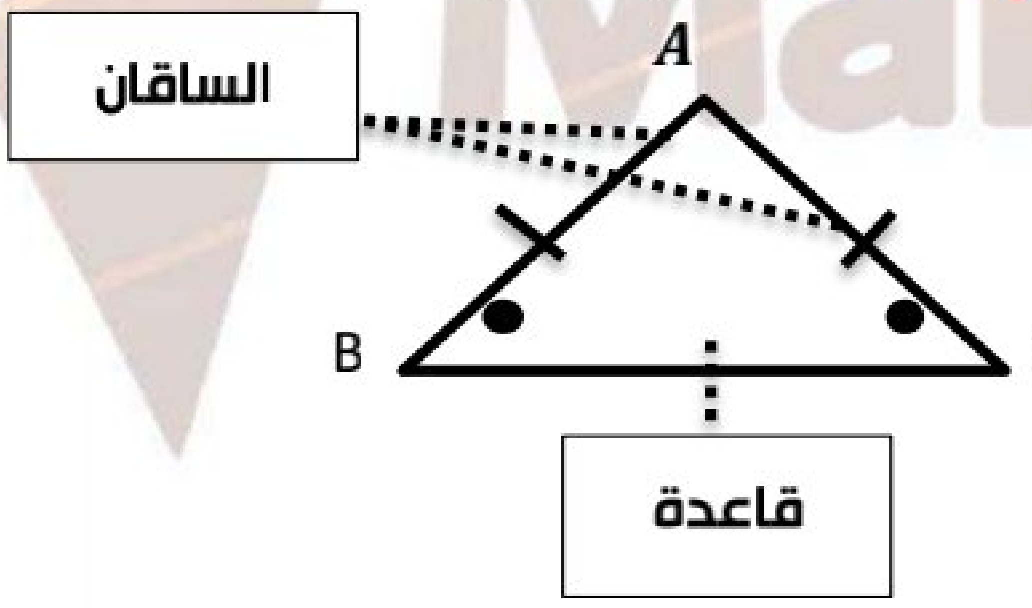
حسب أضلاعه	حسب زواياه
مثلث مختلف الأضلاع	مثلث حاد الزوايا
مثلث متساوي الساقين	مثلث قائم الزاوية
مثلث متساوي الأضلاع	مثلث منفرج الزاوية

خاصة هامة : مجموع قياسات زوايا أي مثلث $180°$.

سنتذكر معاً خصائص كل مثلث :

1- المثلث مختلف الأضلاع: هو مثلث أطوال أضلاعه مختلفة وقياسات زواياه مختلفة بالقياس وقد يكون (حاد – قائم – منفرج) الزاوية .

2 – المثلث متساوي الساقين : هو مثلث فيه ضلعين متساويتي الطول نسمي كلاً منهما ساقاً و ضلع مختلفة عنهما ندعوها قاعدة ، وقد يكون (حاد – قائم – منفرج)الزاوية نسمي الزاوية المحصورة بين الساقين زاوية الرأس والزاويتين الباقيتين زاويتي القاعدة وهما متساويتا القياس .



3 – المثلث متساوي الأضلاع : هو مثلث تساوت أطوال أضلاعه وقياسات زواياه وقياس كل زاوية فيه $60°$.

$$\boxed{\text{مساحته: } S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad \text{ارتفاعه: } h = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

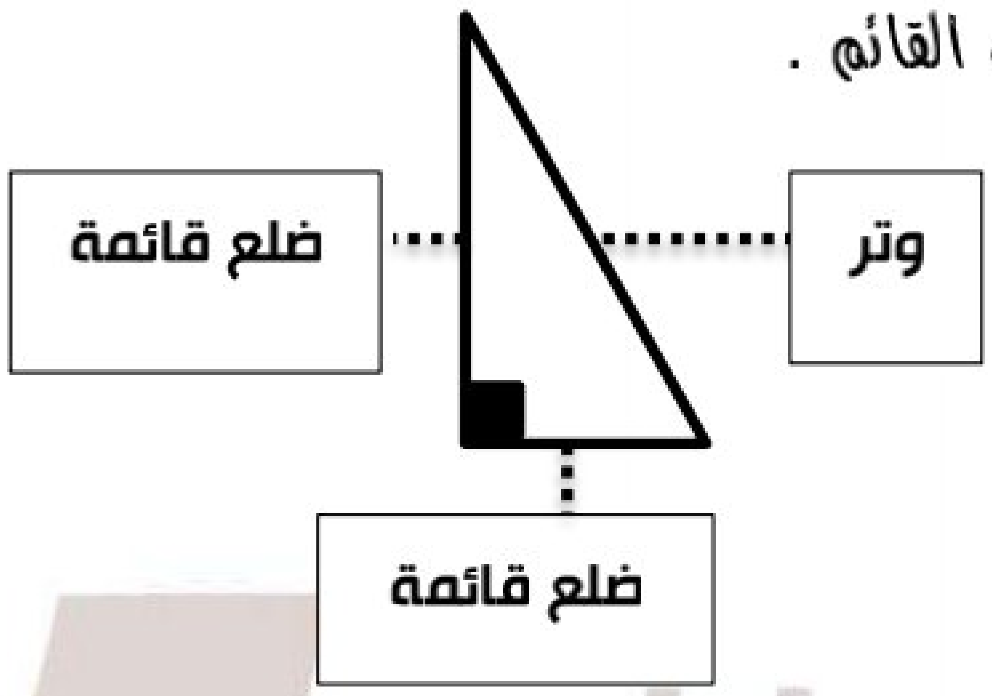
(حث a طول ضلعه).

4 – المثلث حاد الزوايا : هو مثلث جميع زواياه حادة .

5- المثلث قائم الزاوية : هو مثلث فيه زاوية قائمة واحدة والزاويتين الباقيتين حادتين ومتتامتين .

❄ نسمي الضلعين المتعامدتين : ضلعين قائمتين .

❄ نسمي الضلع المقابلة للزاوية القائمة : وتر وهو أطول أضلاع المثلث القائم .



بعض خواص المثلث القائم:

في كل مثلث قائم يتحقق ما يلي :

- مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث القائم يقع في منتصف الوتر وطول نصف قطرها يساوي نصف طول الوتر .
- طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر.
- الضلع المقابل لزاوية $30°$ طوله يساوي نصف طول الوتر . $\Leftrightarrow$ طول الوتر يساوي ضعف طول الضلع المقابل للزاوية $30°$
- مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمتين ونسمي هذه الخاصة بمبرهنة فيثاغورث .

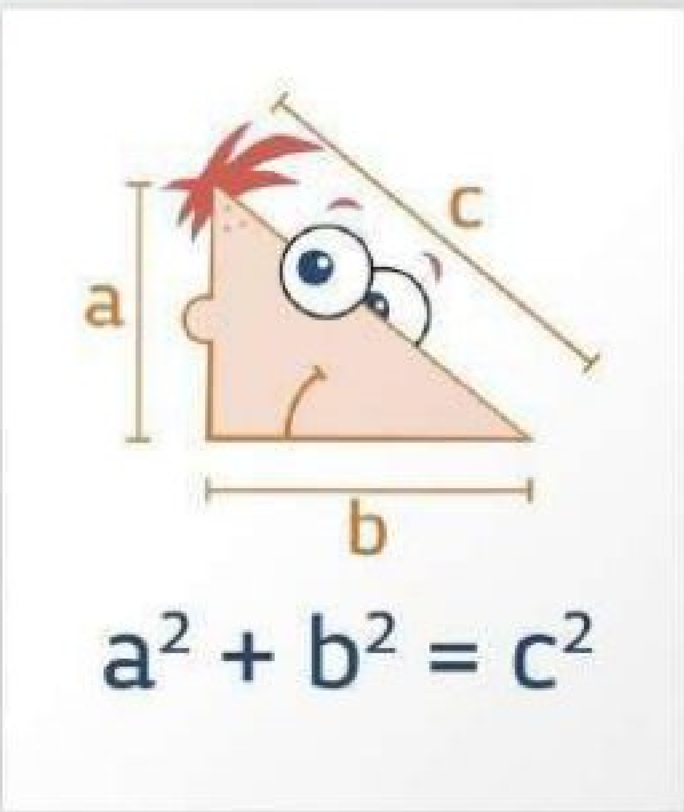
تذكرة:

▽ **نص مبرهنة فيثاغورث: مربع طول الوتر في المثلث القائم يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه القائمتين**

▽ **((تفيد في حساب طول ضلع في المثلث القائم وذلك إذا عُلم طولي ضلعيه الباقيتين))**

▽ **نص مبرهنة عكس فيثاغورث: إذا كان مربع أحد أضلاع مثلث يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين كان هذا المثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل للضلع الأكبر**

▽ **((تفيد في إثبات أن المثلث قائم وذلك إذا علم أطوال أضلاعه الثلاثة))**

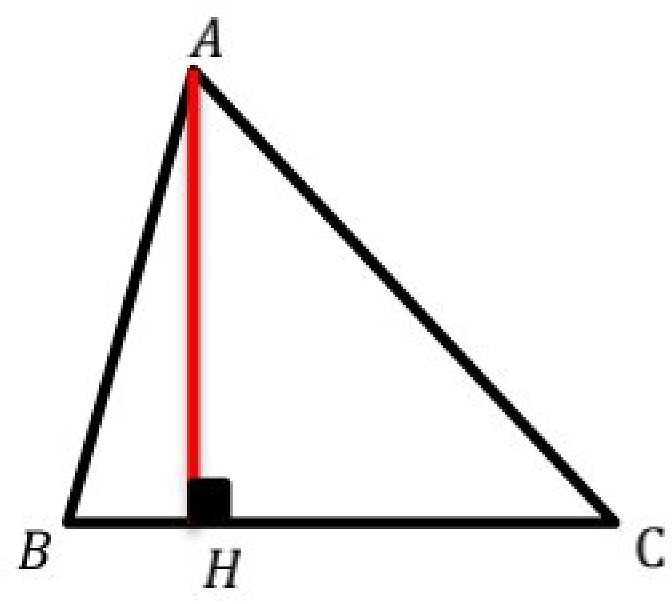
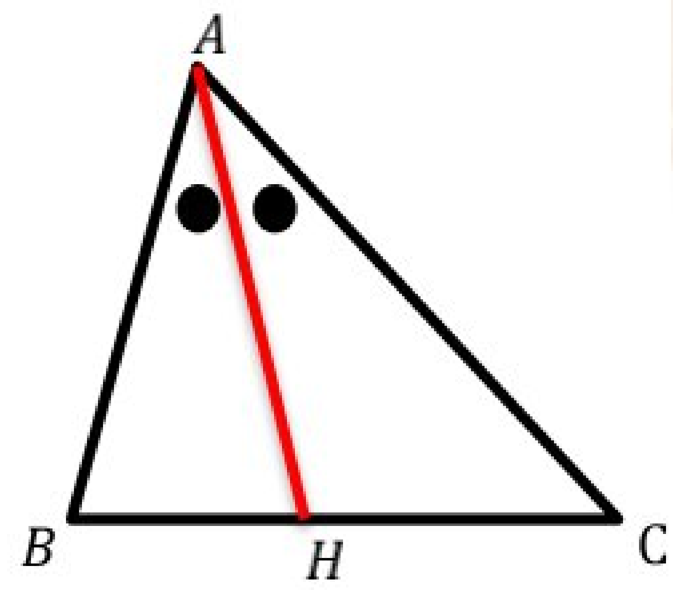
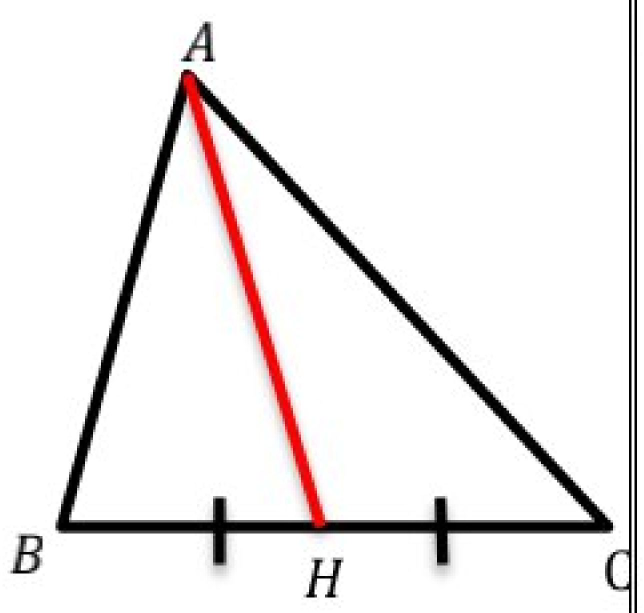
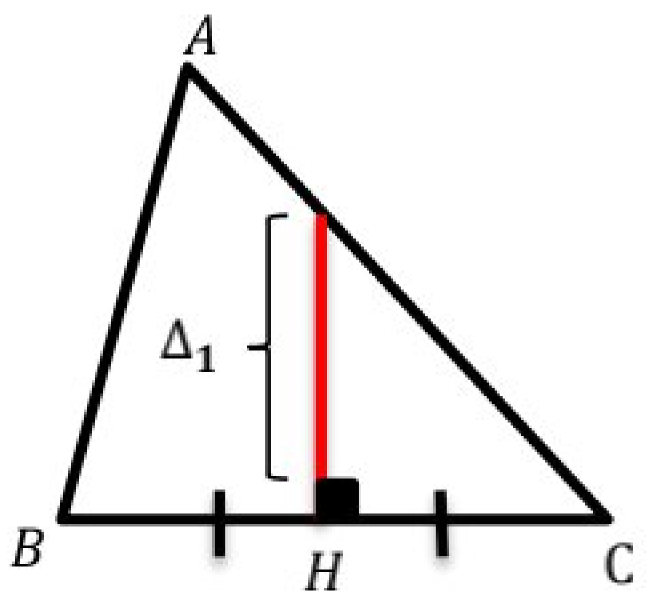


6– المثلث منفرج الزاوية : هو مثلث فيه زاوية منفرجة واحدة والزاويتين الباقيتين حادتين .

7- المثلث القائم والمتساوي الساقين : هو مثلث زاوية الرأس فيه قائمة والزاويتين الحادتين زاويتي القاعدة والوتر هو القاعدة وقياس كل زاوية حادة $45°$.

المستقيمات المميزة في المثلث

في كل مثلث تتواجد فيه 4 خطوط أساسية : (الارتفاع- المتوسط – المنصف-المحور)

الارتفاع	المنصف	المتوسط	المحور
هو العمود المار من رأس المثلث على الضلع المقابل لتلك الرأس	هو المستقيم الذي ينصف الزاوية في المثلث إلى زاويتين متساويتين	هو المستقيم الذي يصل بين رأس المثلث ومنتصف الضلع المقابل لتلك الرأس	هو العمود على القطعة المستقيمة في منتصفها
[AH] ارتفاع متعلق بالضلع [BC] أي : $BC \perp AH$ 	[AH] منصف للزاوية $\widehat{A}$ أي : $\widehat{CAH}=\widehat{BAH}$ 	[AH] متوسط متعلق بالضلع [BC] أي: $BH = HC$ 	Δ_1 محور متعلق بالضلع [BC] أي: $BH = HC$ $\Delta_1 \perp BC$ 

ملاحظة هامة جداً : **في المثلث متساوي الساقين الارتفاع المتعلق بالقاعدة فقط هو ارتفاع ومنصف لزاوية الرأس ومتوسط ومحور للقاعدة ، أما في المثلث متساوي الأضلاع كل ارتفاع هو منصف لزاوية الرأس ومتوسط ومحور لضلعه وجميعها متساوية الطول .**

كيفية تحديد نوع المثلث

يكون المثلث قائم إذا تحققت أحد الشروط الآتية:

- إذا كان أحد أضلاع مثلث قطر في الدائرة المارة برؤوسه كان المثلث قائم ووتره قطر الدائرة
- إذا حققت أطوال أضلاعه عكس فيثاغورث: أي إذا كان مربع طول أكبر ضلع مساوياً لمجموع مربعي طولي الضلعين القائمتين كان المثلث قائم ووتره أطول ضلع
- إذا كان أحد أضلاعه مماساً للدائرة والآخر نصف قطر له
- إذا استطعنا إيجاد زاوية فيه قياسها $90°$
- إذا كان طول المتوسط المتعلق بضلع يساوي نصف طولها ، كان المثلث قائم في الرأس المار منه المتوسط

يكون المثلث متساوي الساقين إذا تحققت أحد الشروط الآتية:

- فيه ضلعين متساويين.
- فيه زاويتين متساويتين
- ضلعين من أضلاعه أنصاف أقطار في الدائرة
- قائم ويحوي زاوية قياسها $45°$

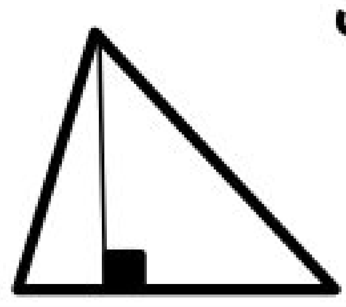
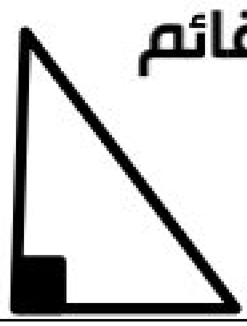
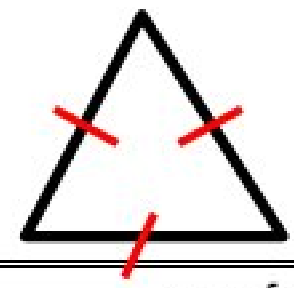
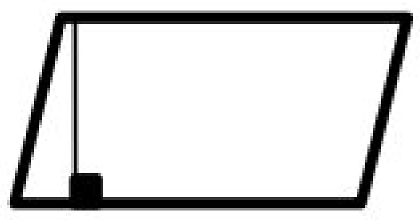
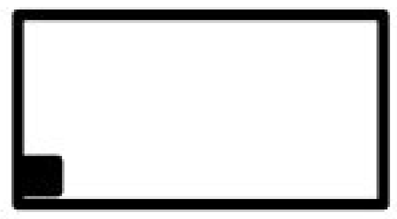
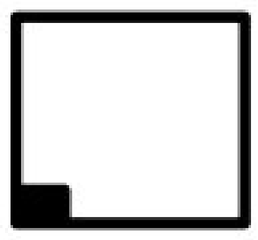
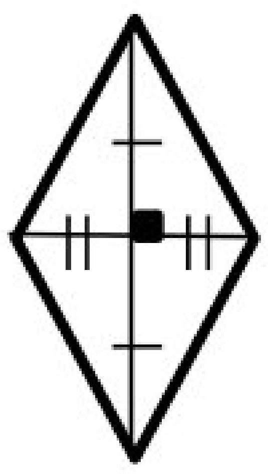
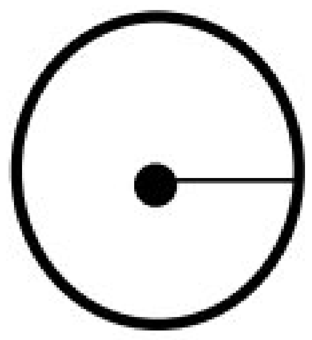
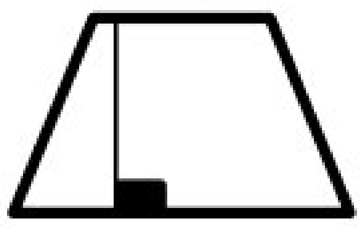
يكون المثلث متساوي الأضلاع إذا تحققت أحد الشروط الآتية:

- أطوال أضلاعه متساوية
- قياسات زواياه متساوية وقياس كلٍ منها $60°$
- متساوي الساقين وفيه زاوية قياسها $60°$

قوانين المساحة والمحيط لأهم الأشكال الهندسية

مصطلحات هامة:

- المحيط: يُقصد به طول الخط الخارجي للمضلع وعليه نستطيع أن نقول محيط أي مضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه.
- المساحة: يُقصد بها تلك المنطقة من المستوي المحصورة ضمن محيط المضلع ، المساحة تختلف من مضلع هندسي لآخر حيث لكل مضلع قانوناً خاصاً به لحساب مساحته.

الشكل الهندسي	المحيط: ورمزه P	المساحة: ورمزها S	المساحة بالرموز
المثلث 	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع المتعلق بها}}{\mathbf{2}}$	$S=\frac{B\times H}{2}$ (B القاعدة، H الارتفاع)
المثلث القائم 	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{\text{جداء الضلعين القائمتين}}{\mathbf{2}}$	$S=\frac{L_1\times L_2}{2}$ (L_1 و L_2 الضلعين القائمتين)
المثلث المتساوي الأضلاع 	مجموع أطوال أضلاعه	$\left(\text{طول الضلع}\right)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$	$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (حيث a طول ضلعه)
متوازي الأضلاع 	مجموع أطوال أضلاعه	القاعدة ×الارتفاع المتعلق بها	$S = B \times H$ (B القاعدة، H الارتفاع)
المستطيل 	P=2(L+W) (L الطول، W العرض)	الطول ×العرض	$S = L \times W$
المربع 	P=4×L (حيث L طول الضلع)	$\left(\text{طول الضلع}\right)^2$	$S=L^2$
المعين 	P=4*L (حيث L طول الضلع)	$\frac{\text{جداء القطرين}}{2}$ أو القاعدة×الارتفاع المتعلق بها	$S=\frac{L_1\times L_2}{2}$ (L_1 و L_2 طولي قطريه) أو $S = B \times H$
الدائرة 	P=2πR =πD (حيث D طول القطر)	جداء مربع طول نصف القطر بالعدد π	$S = \pi R^2$
شبه المنحرف 	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{\text{(مجموع القاعدتين)} * \text{الارتفاع}}{\mathbf{2}}$	$S = \frac{(L_1 + L_2) \times H}{2}$ (L_1 و L_2 القاعدتين وH الارتفاع)

تطابق المثلثات

يتطابق مثلثان إذا كانت جميع قياسات زوايا المثلث الأول تساوي جميع قياسات زوايا المثلث الثاني المقابلة لها و جميع أطوال أضلاع المثلث الأول تساوي جميع قياسات أطوال أضلاع المثلث الثاني المقابلة لها.

حالات تطابق مثلثين [سواءً كان المثلث قائم أو غير قائم

الحالة الأولى: تساوي ثلاثة أضلاع مع مقابلاتها : إذا تساوى أطوال الأضلاع في المثلث الأول مع أطوال الأضلاع في المثلث الثاني المقابلة لها .

الحالة الثانية: تساوي ضلعين وزاوية مع مقابلاتها: يتطابق مثلثان إذا تساوى قياس زاوية من المثلث الأول مع قياس زاوية من المثلث الثاني وتساوى أطوال الضلعين اللذين يشكلان هذه الزاوية في المثلث الأول مع أطوال الضلعين المقابلين لهما في المثلث الثاني.

الحالة الثالثة: تساوي زاويتي وضلع محصور بينهما مع مقابلاتها: يتطابق مثلثان إذا تساوى قياس زاويتان من المثلث الأول مع قياس زاويتين من المثلث الثاني وتساوى طول الضلع المشترك بين الزاويتين مع مقابله في المثلث الثاني.

حالات المثلث القائم

الحالة الأولى: إذا تساوى وتر وزاوية حادة من أحدهما مع وتر وزاوية حادة من الآخر.

الحالة الثانية: إذا تساوى وتر وضلع قائمة من المثلث الأول مع وتر وضلع قائمة من الآخر .

(كما يمكننا استخدام الحالات الثلاث الأولى في إثبات تطابق مثلثين قائمين في حال عدم التمكن من إثبات أن الوتر من الأول يساوي الوتر من الثاني)

استنتاجات التطابق ((هام جداً))

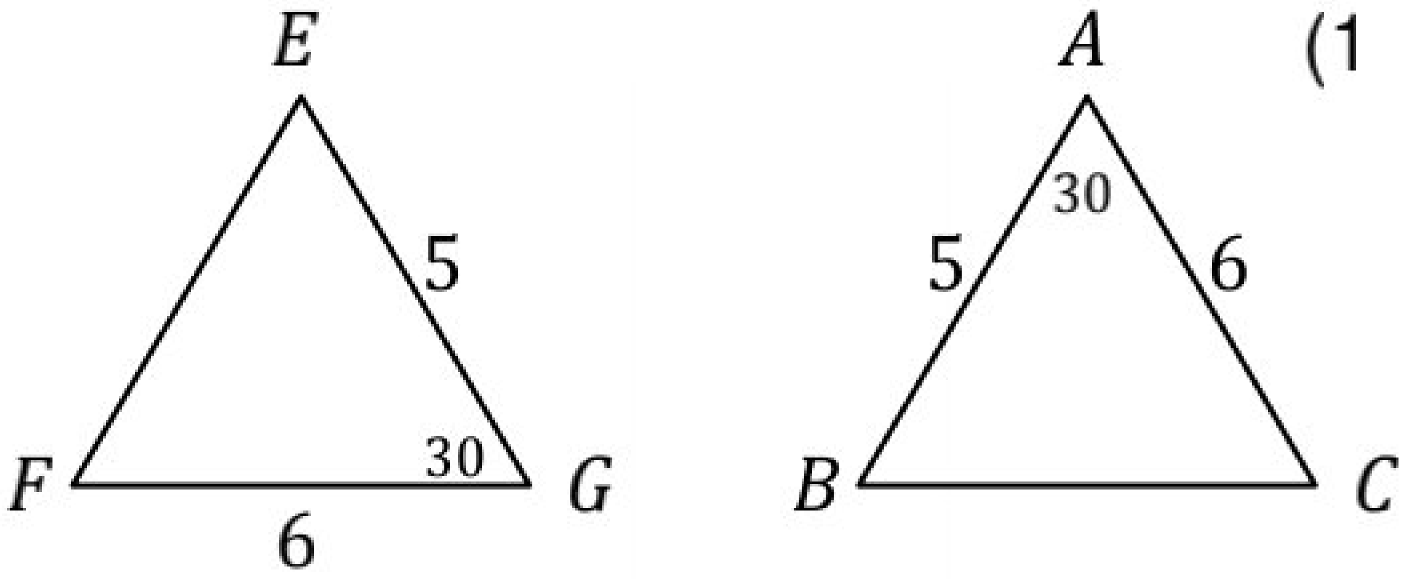
- إذا تطابق مثلثان عندئذٍ:
  - جميع زوايا المثلث الأول تساوي جميع الزوايا المقابلة لها من الآخر .

    (في هذه الخاصة يمكننا استنتاج قياس زاوية من أحد المثلثين إذا علم قياس مقابلتها من الآخر)
  - جميع أطوال أضلاع الأول تساوي جميع أطوال أضلاع المقابلة لها من الآخر .

    (في هذه الخاصة يمكننا استنتاج طول ضلع من أحد المثلين إذا علم قياس مقابله من الآخر)
  - مساحتي / محيطي / المثلثين المتطابقين متساويين .

أمثلة:

1)

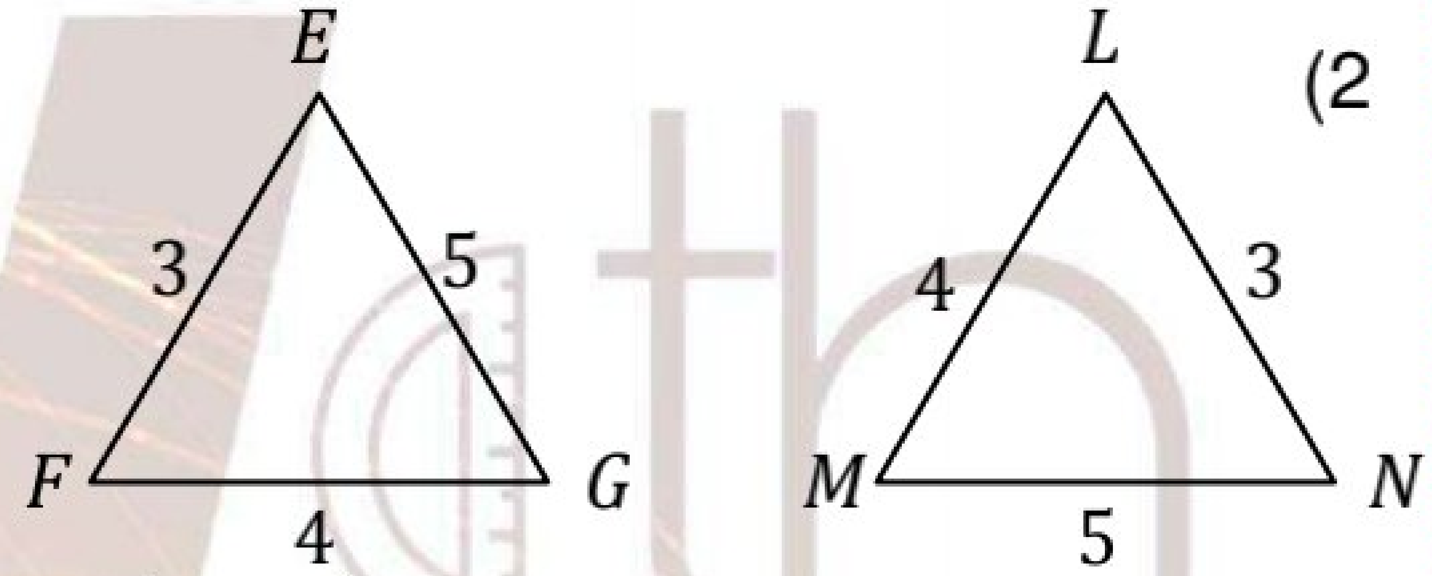


ABC , EFG طبوقان : بسبب تساوي ضلعين والزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع مقابلاتها من الآخر .

من التطابق نستنتج:

$F = \hat{C}$, $\widehat{B} = \hat{E}$, $EF = BC$

2)



LMN , EFG طبوقان : بسبب تساوي أطوال أضلاع أحدهما مع مقابلاتها من الآخر

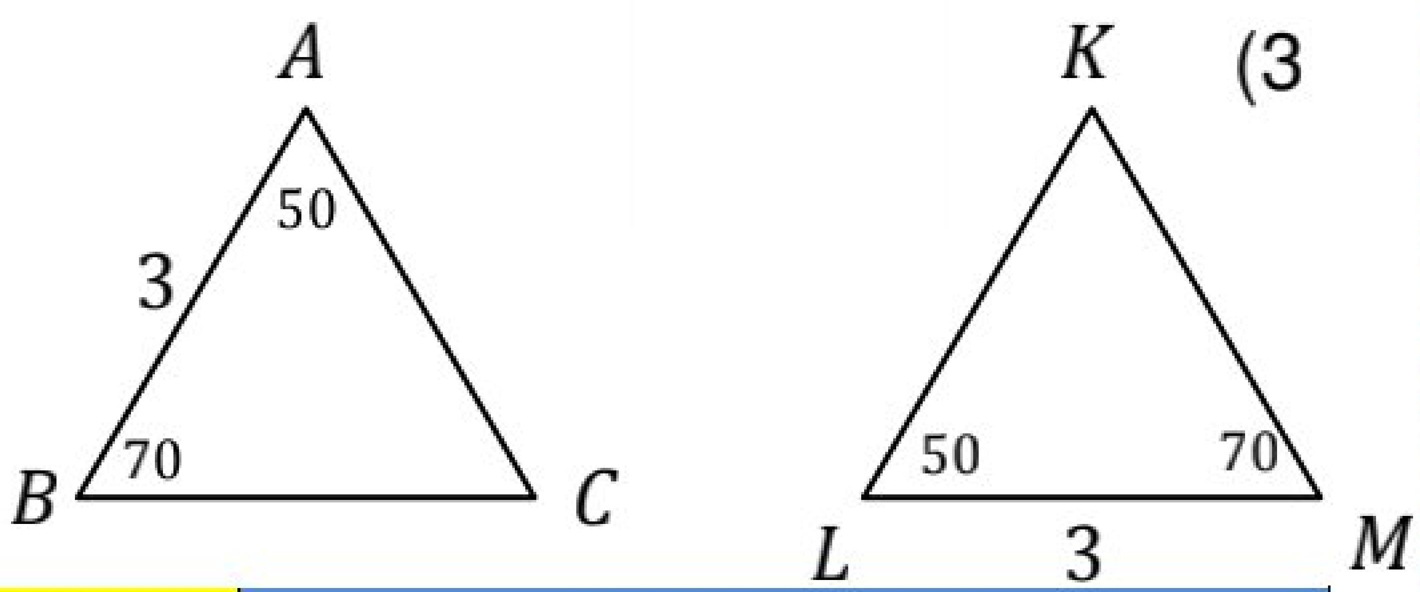
من التطابق نستنتج:

$\hat{F} = \hat{L}$(الزوايا المحصورة بين الضلع الذي قياسه 3 والذي قياسه 4)

$\hat{M} = \hat{G}$ (الزوايا المحصورة بين الضلع الذي قياسه 5 والذي قياسه 4)

$\hat{N} = \hat{E}$(الزوايا المحصورة بين الضلع الذي قياسه 5 والذي قياسه 3)

3)



ABC , KLM طبوقان : بسبب تساوي زاويتان و الضلع الذي بينهما مع مقابلاتها من الآخر .

من التطابق نستنتج:

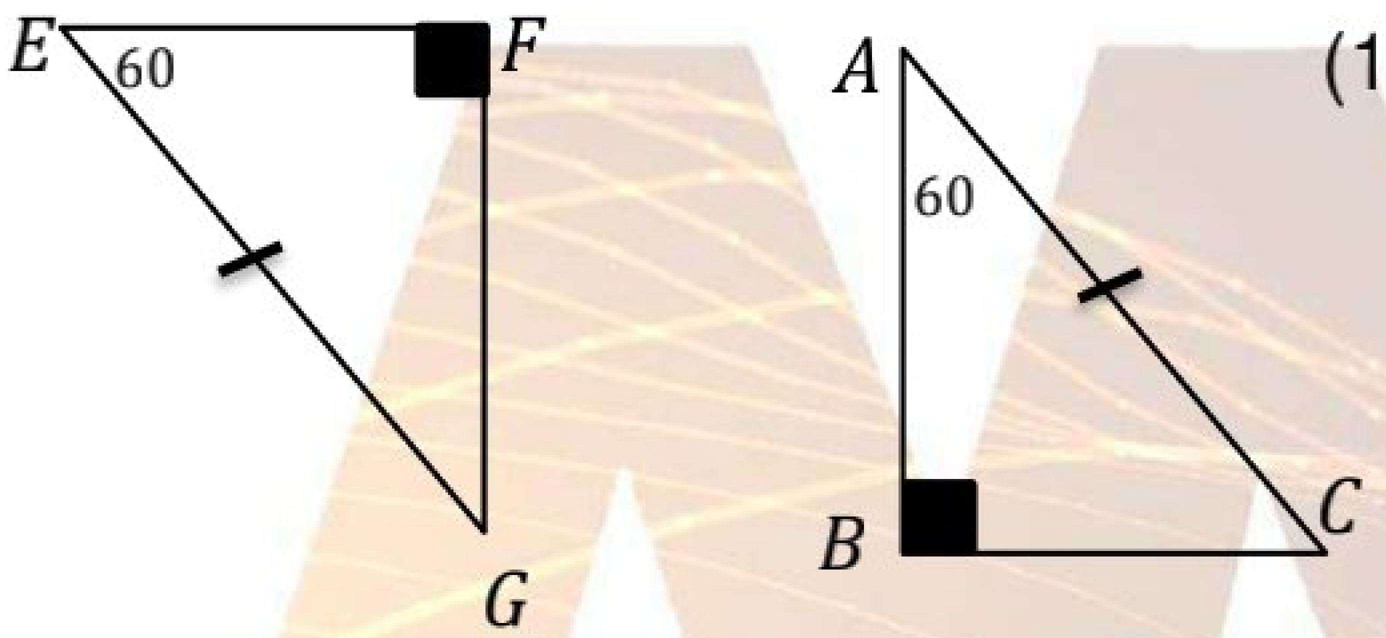
$\hat{C} = \hat{K}$

$AC = KL$

$CB = KM$

حالات المثلث القائم :

1)

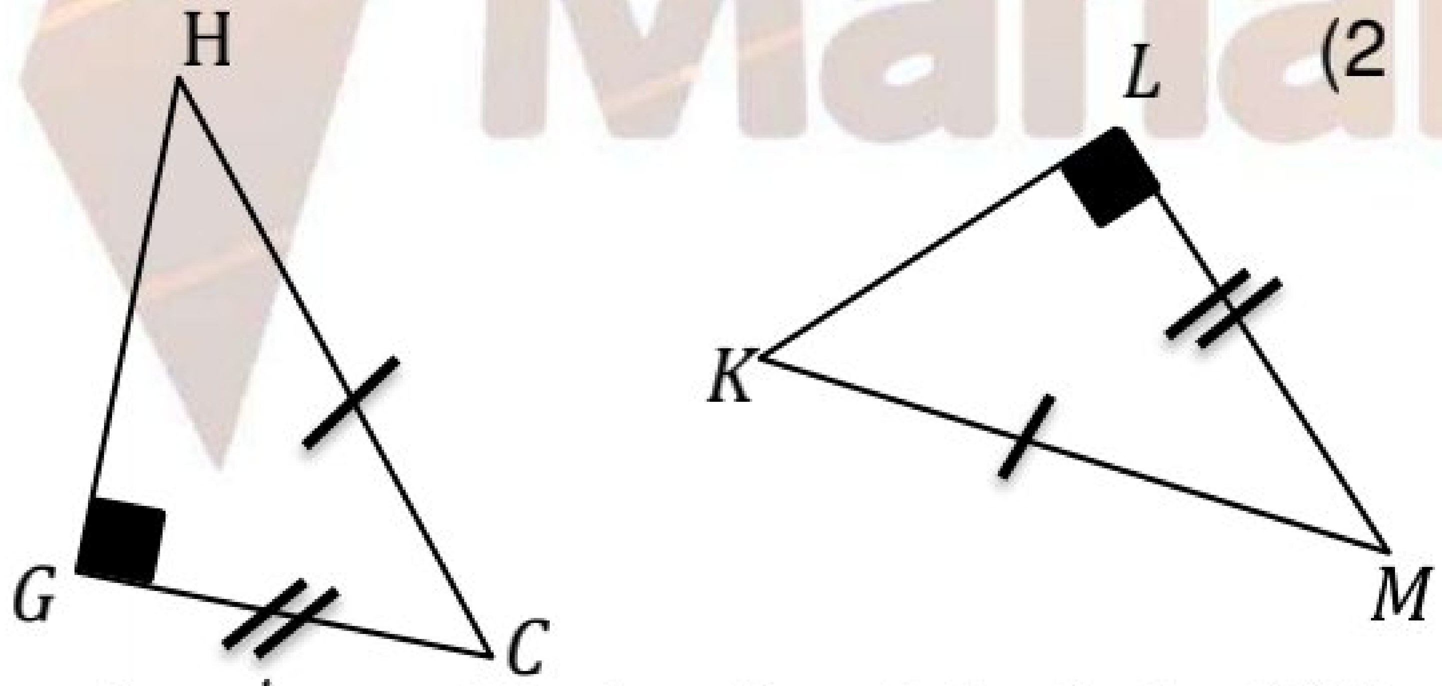


المثلثان طبوقان لتساوي وتر وزاوية حادة من احدهما مع مقابلاتها من الآخر

من التطابق نستنتج أن: $FG = BC$

$\hat{G} = \hat{C}$

2)



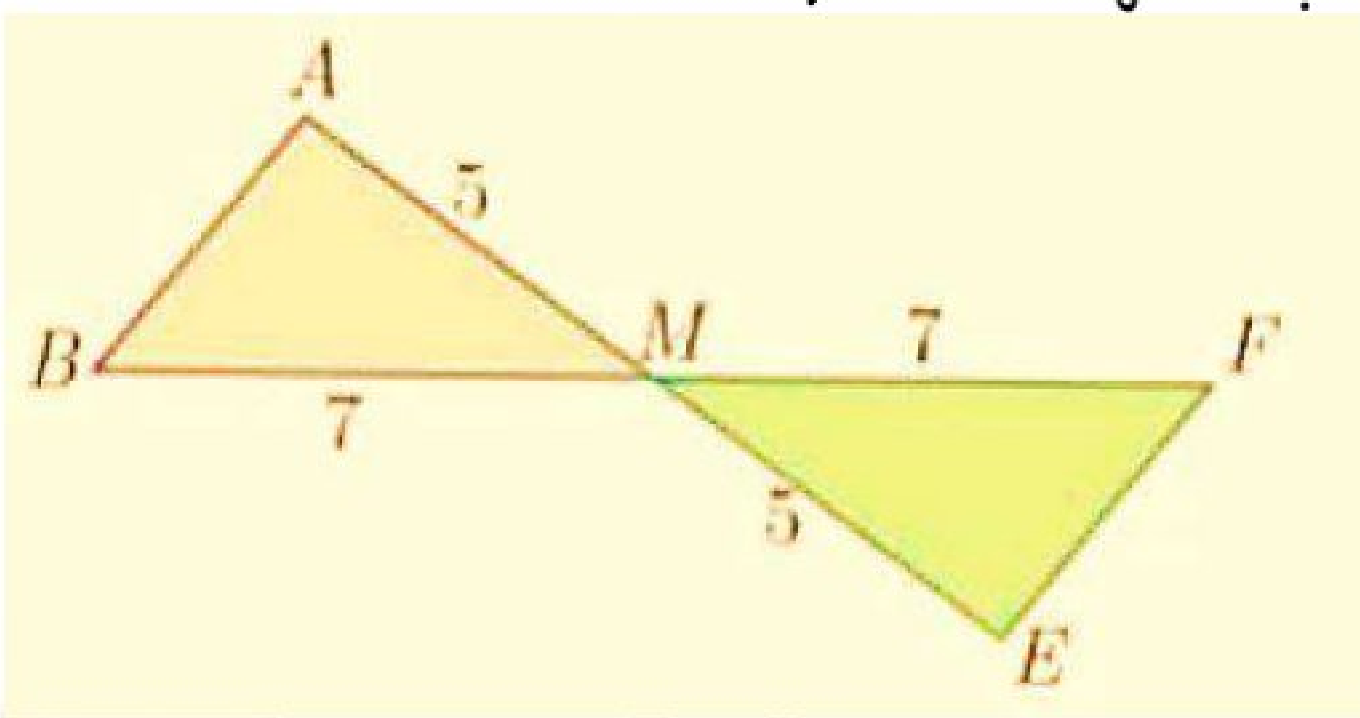
المثلثان طبوقان لتساوي وتر وضلع قائمة من أحدهما مع مقابلاتها من الآخر:

من التطابق نستنتج:

$\hat{K} = \hat{H}$, $\hat{C} = \hat{M}$, $HG = KL$

مثال1:

في الشكل المجاور نلاحظ أن $E\widehat{M}F = A\widehat{M}B$ للتقابل بالرأس وكذلك $BM = MF = 7$ و $AM = ME = 5$ فالمثلثان EMF , AMB طبوقان لتساوي طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر .

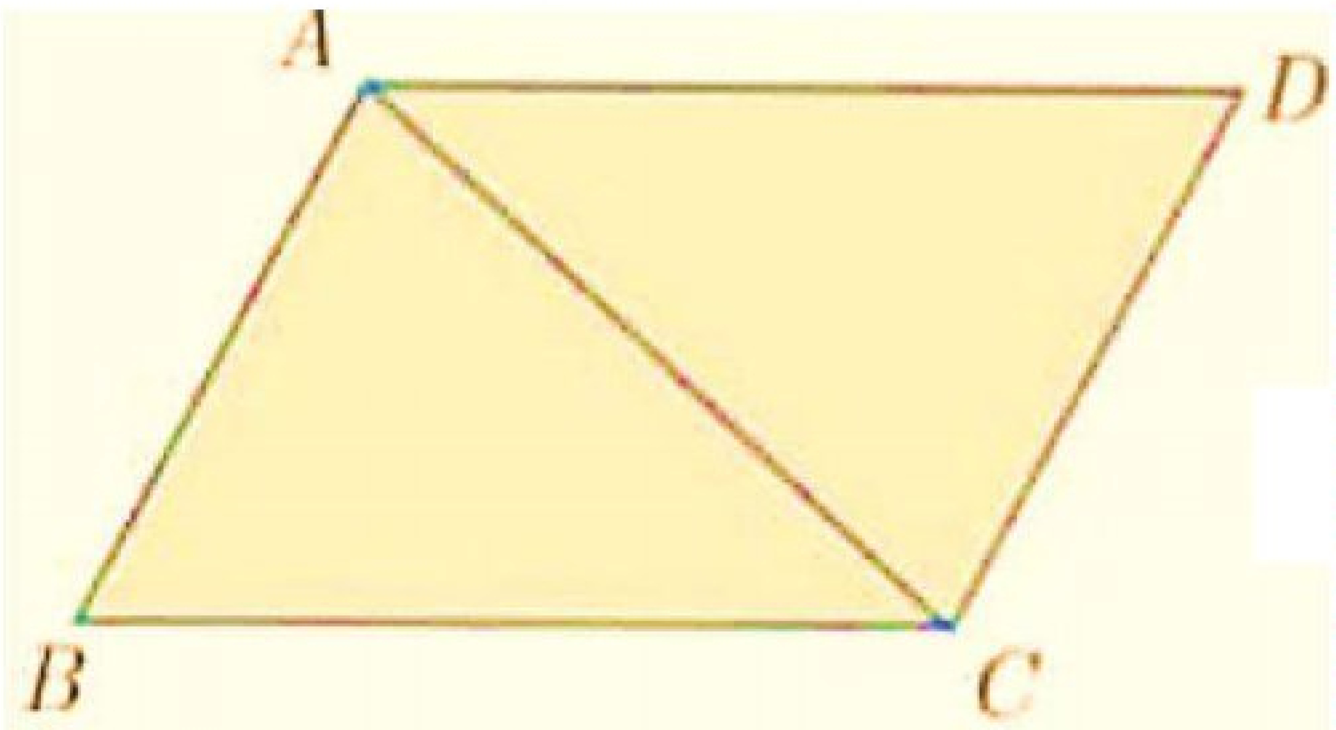


مثال2:

$ABCD$ متوازي أضلاع .

$[AC]$ ضلع مشتركة للمثلثين ACD , ACB وكذلك $AB = CD$ و $AD = BC$ لتساوي كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع .

فالمثلثان ACD , ACB طبوقان لتساوي أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر .

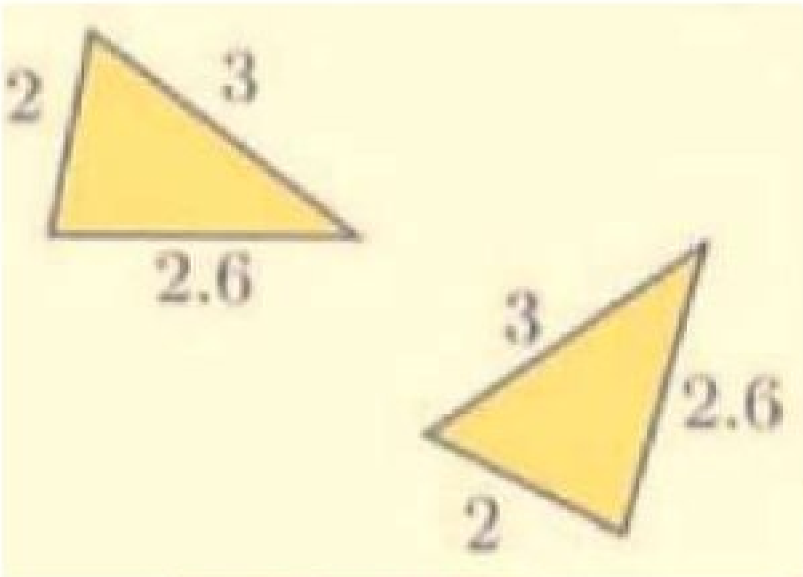


تدريبات:

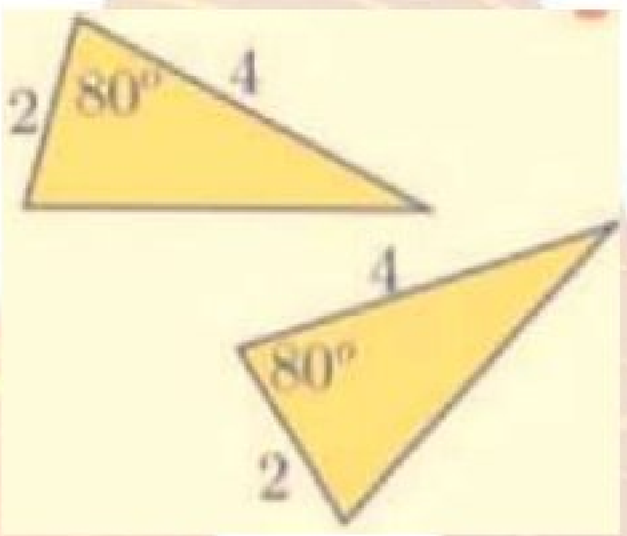
حل التمارين الآتية :

1) في كل حالة ، علل تطابق المثلثين:

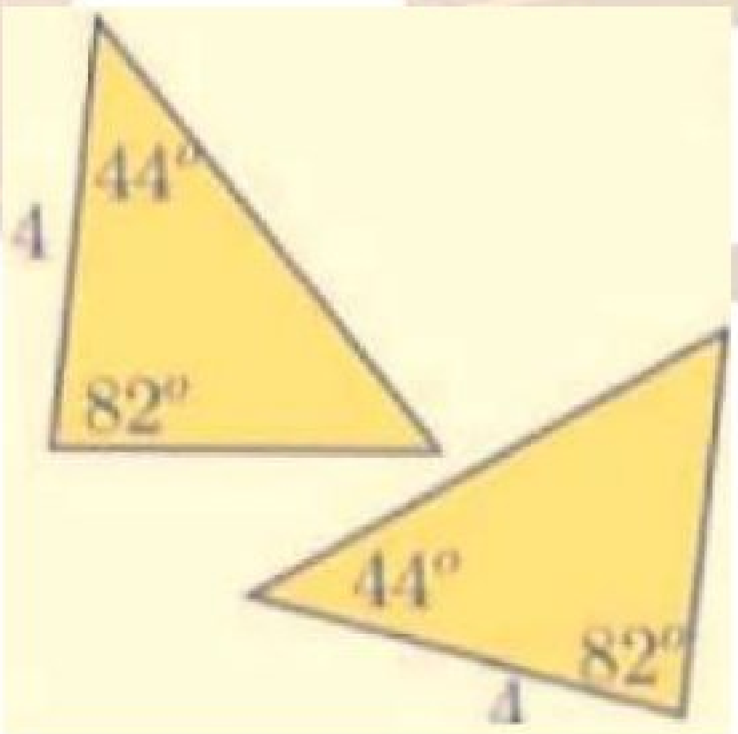
(1)



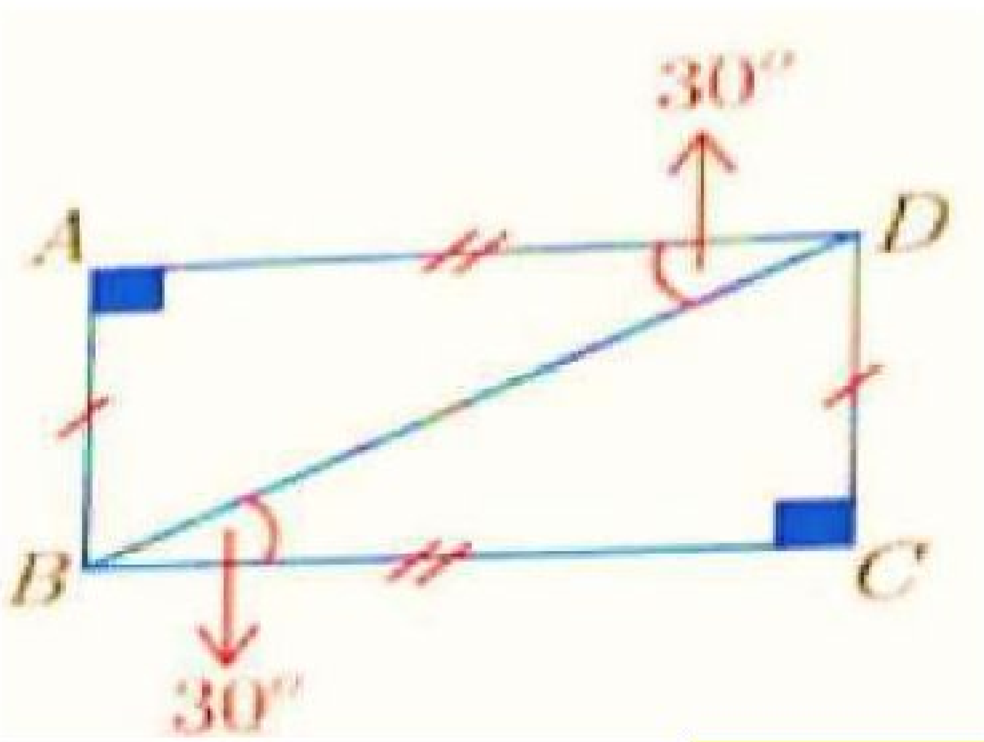
(2)



(3)



2) في الشكل المجاور: باستعمال كل من حالات التطابق السابقة برهن أن المثلثين طبوقان .



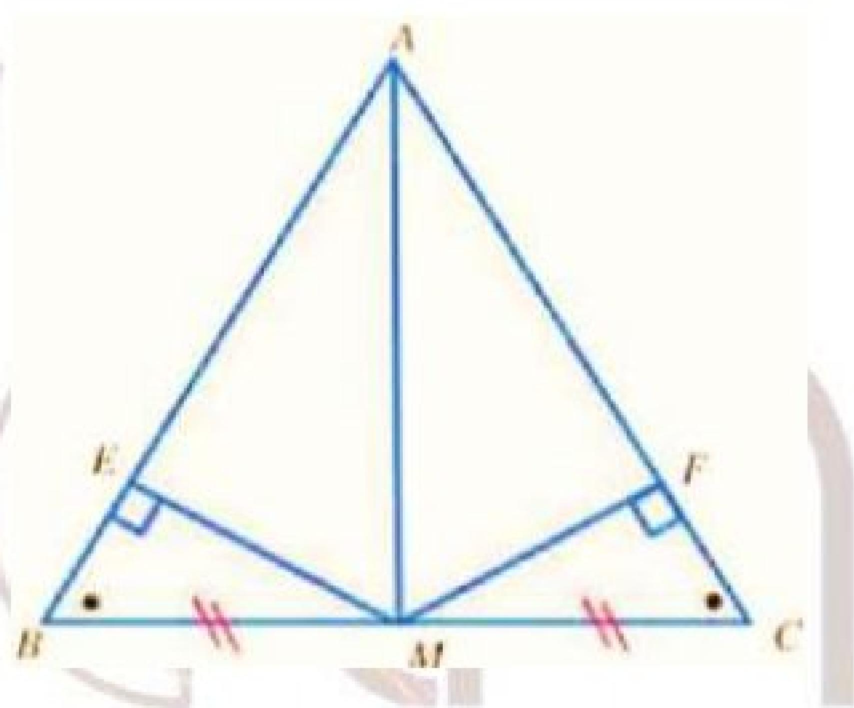
3)تأمل الشكل المرسوم جانباً فيه، $BM = MC$
$\hat{B} = \hat{C}$

1- أثبت أن المثلثين MEB , MFC طبوقان

2- أثبت أن المثلثين MEA , MFA طبوقان

3- استنتج صحة الخاصة إذا تساوى قياسا زاويتين في مثلث كان المثلث متساوي الساقين

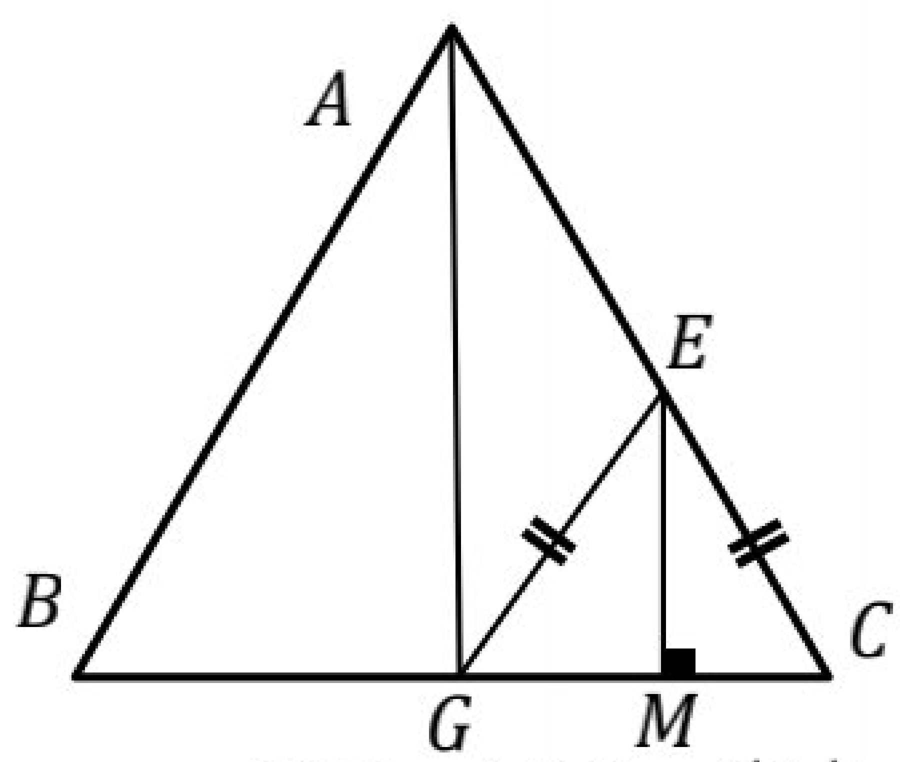
4- استنتج أن (AM) ارتفاع في المثلث ABC وأن (AM) منصف للزاوية A .



ثانياً : حل المسائل التالية:

❖ المسألة الأولى:

في الشكل المجاور ABC مثلث فيه:
$AB = AC$ ، G منتصف $[BC]$
والمطلوب:



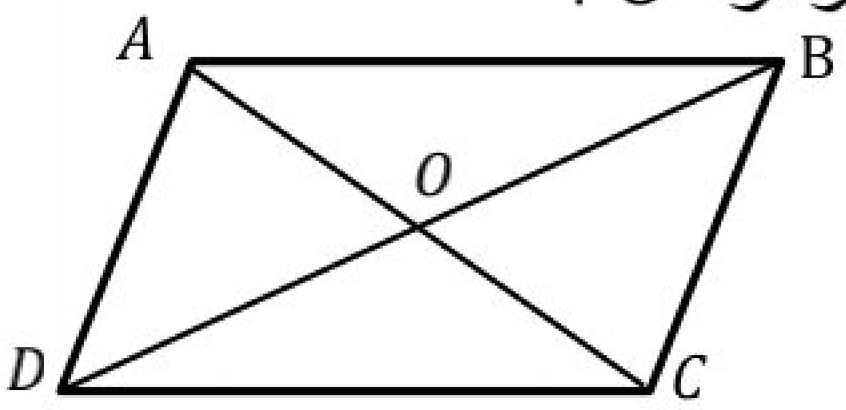
1) أثبت تطابق المثلثين ACG , ABG

2) إذا علمت أن $EG = EC$ أثبت تطابق EMG , EMC

3) استنتج أن $\widehat{MEG} = \widehat{MEC}$

❖ المسألة الثانية :

في الكل المجاور $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O :

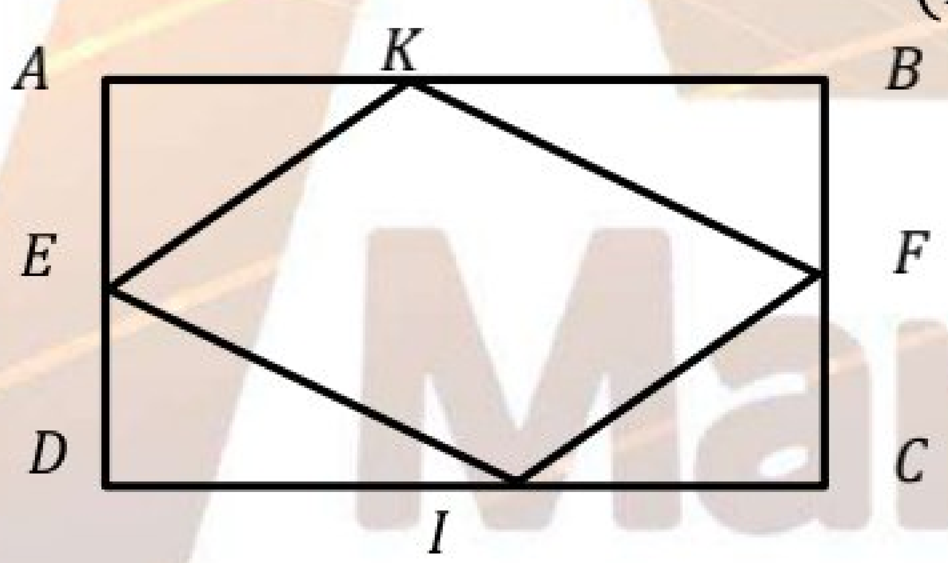


1) أثبت تطابق المثلثين AOB , DOC

2) استنتج أن قطرا متوازي الأضلاع متناصفان

❖ المسألة الثالثة:

في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل فيه
$AB = 8\ cm , BC = 4\ cm$
E, F منتصفات اضلاعه AD, BC على الترتيب
حيث $IC = AK\ ,\ KF = EI\ \ (KE)//(FI)$



1) أثبت تطابق المثلثين FBK , EDI

2) أثبت تطابق المثلثين AKE, IFC ثم استنتج طبيعة الرباعي $EKFI$

3) حساب مساحة $ABCD$

4) استنتج مساحة الرباعي $EKFI$ إذا علمت أن (مجموع مساحة المثلثين KBF , FCI تساوي $8\ cm^2$)

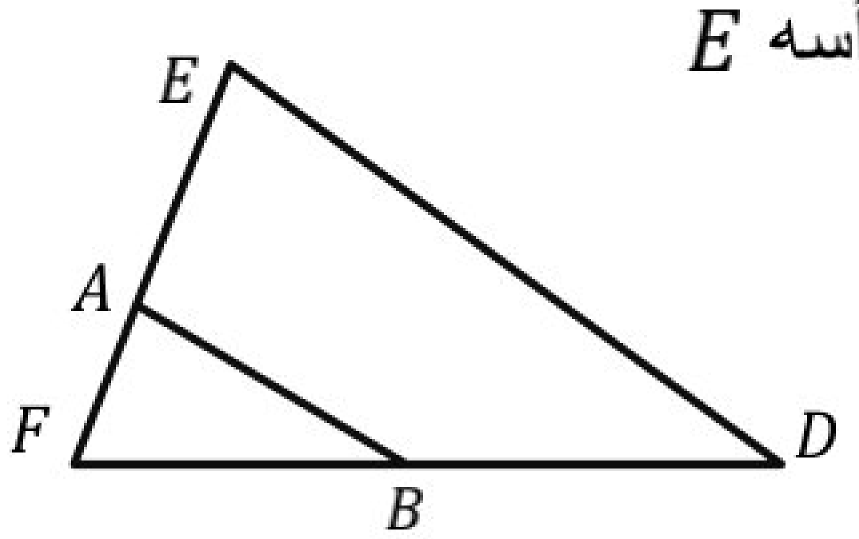
ورقة عمل في مسائل التبادل الداخلي والخارجي والتناظر :

حل التمارين الآتية :

❖ التمرين الأول:

في الشكل المجاور AFB مثلث متساوي الساقين رأسه A

و EFD مثلث متساوي الساقين رأسه E

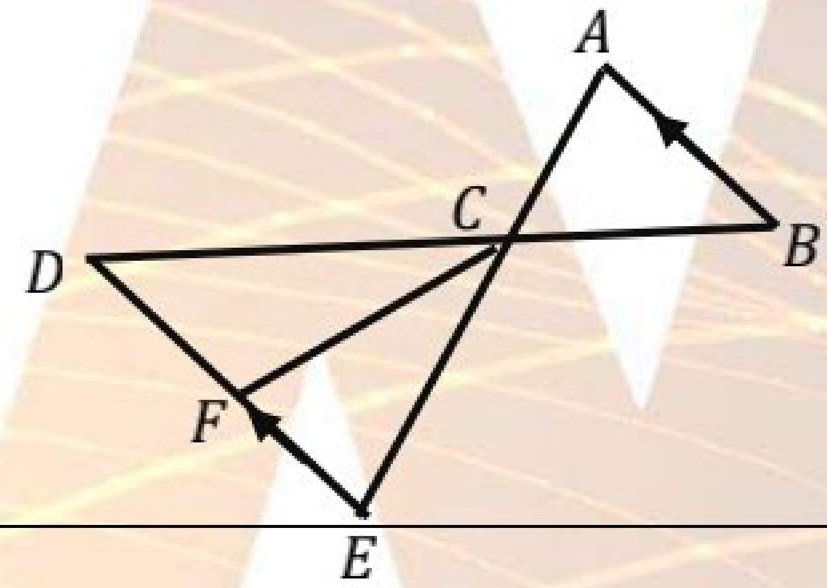


1)أثبت أن $A\hat{F}B = A\hat{B}F$

2)أثبت أن $E\hat{D}F = E\hat{F}D$

3)استنتج وضع المستقيمين: AB, ED

❖ التمرين الثاني:

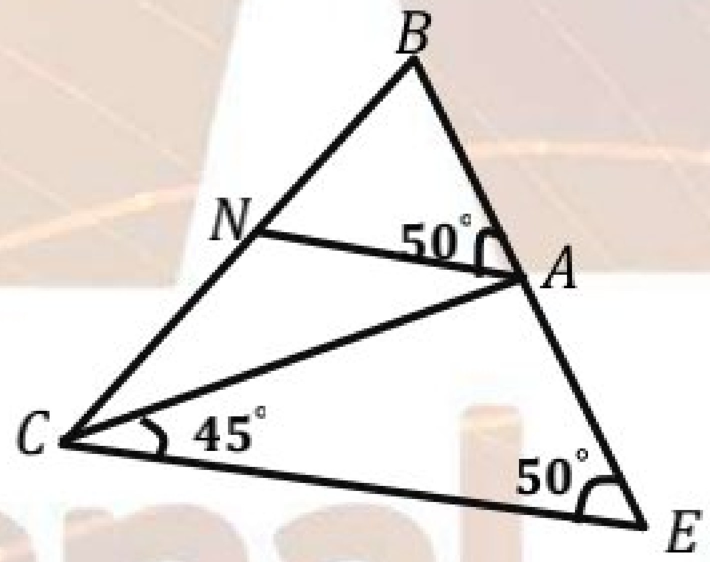


لدينا ABC مثلث قائم في A، $DE\\AB$ ،

$D\hat{C}F = 40^\circ , A\hat{B}C = 30^\circ$

احسبي قياس الزوايا: $C\hat{D}E, D\hat{C}E, D\hat{C}E, F\hat{C}E, B\hat{C}E$

❖ التمرين الثالث:

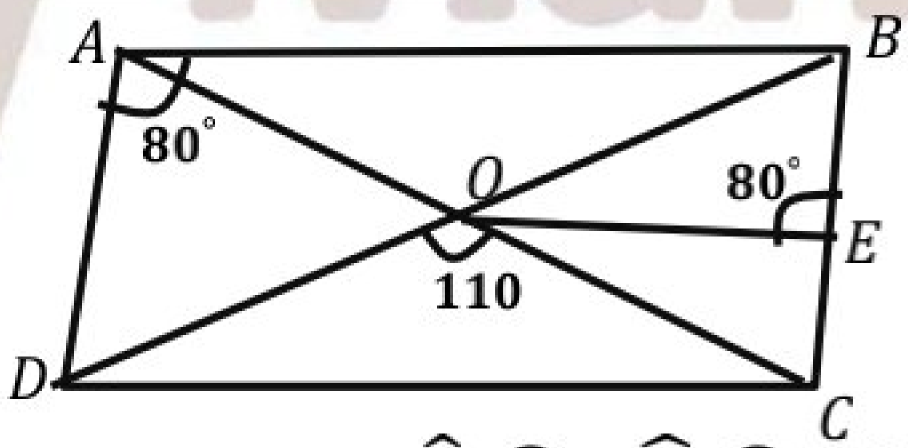


في الشكل المجاور:

أثبت أن $CE\\NA$

احسب قياس $N\hat{A}C$ بطريقتين

❖ التمرين الرابع:



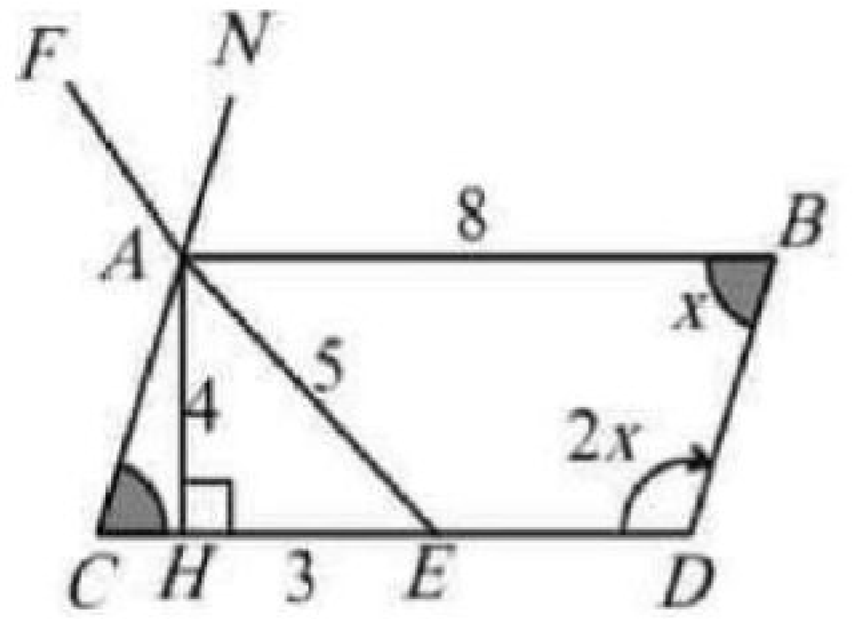
في الشكل المجاور:

1)احسب قياسات الزوايا

$A\hat{O}B$ ① $B\hat{O}C$ ② $D\hat{O}A$ ③ $\hat{D}$ ④ $\hat{B}$ ⑤

2) ما الوضع النسبي للمستقيمين OE, DC مع التعليل

❖ التمرين الخامس:



ليكن لدينا $ABDC$ متوازي أضلاع كما في الشكل المجاور

و فيه مثلث قائم الزاوية $A\hat{H}E = 90^\circ$

و المطلوب:

1) احسب قيمة x.

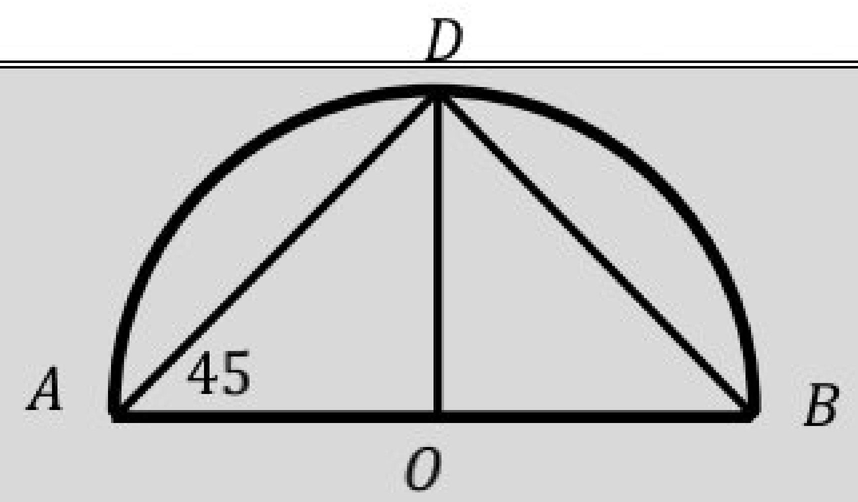
2) احسب مساحة متوازي الأضلاع ABCD.
3) احسب مساحة المثلث AHE
4) اذكر زاويتنا متساويتان بالتناظر
5) اذكر زاويتنا متساويتان بالتبادل الداخلي
6) ما قياس الزاوية $N\hat{A}B$
7) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين متوازي الأضلاع و المثلث AHE

ورقة عمل في مسائل المستقيمات المميزة في المثلث وتحديد نوع المثلث

حل التمارين التالية:

التمرين الأول:

في الشكل المجاور نصف دائرة مركزها O وقطرها AB



1 . ما نوع المثلث ADB

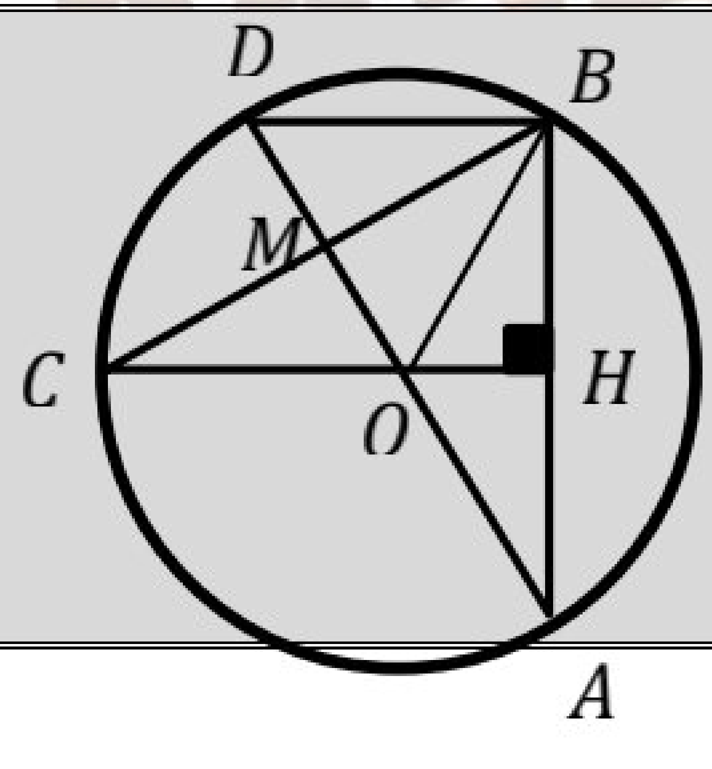
2. أثبت أن $DO \perp AB$

3 . ما نوع المثلث DOB

4. احسب زاوية قياس $\widehat{DBO}$

التمرين الثاني:

في الشكل المجاور دائرة مركزها O



1 . ما نوع المثلث DBA

2 . ما نوع المثلث BOC

3 . أثبت أن $OM \perp CB$

4 . ماذا نسمي المستقيم BO في المثلث ADB 5 . أثبت أن $DB // CH$

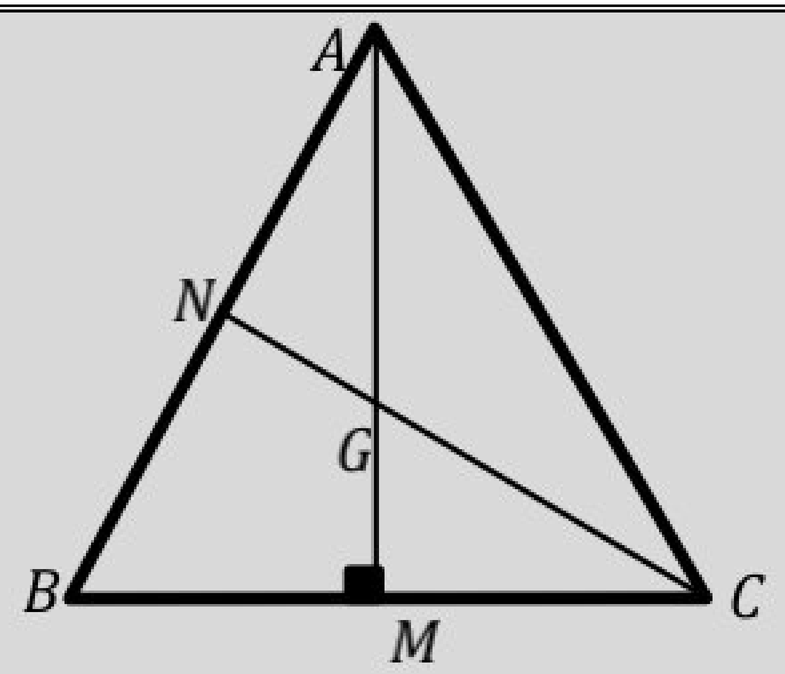
التمرين الثالث:

في الشكل المجاور ABC متساوي الساقين ورأسه A

والمستقيم CN متوسط

و AM ارتفاع

بحيث $CN = 6$, $GM = \frac{5}{2}$ والمطلوب:



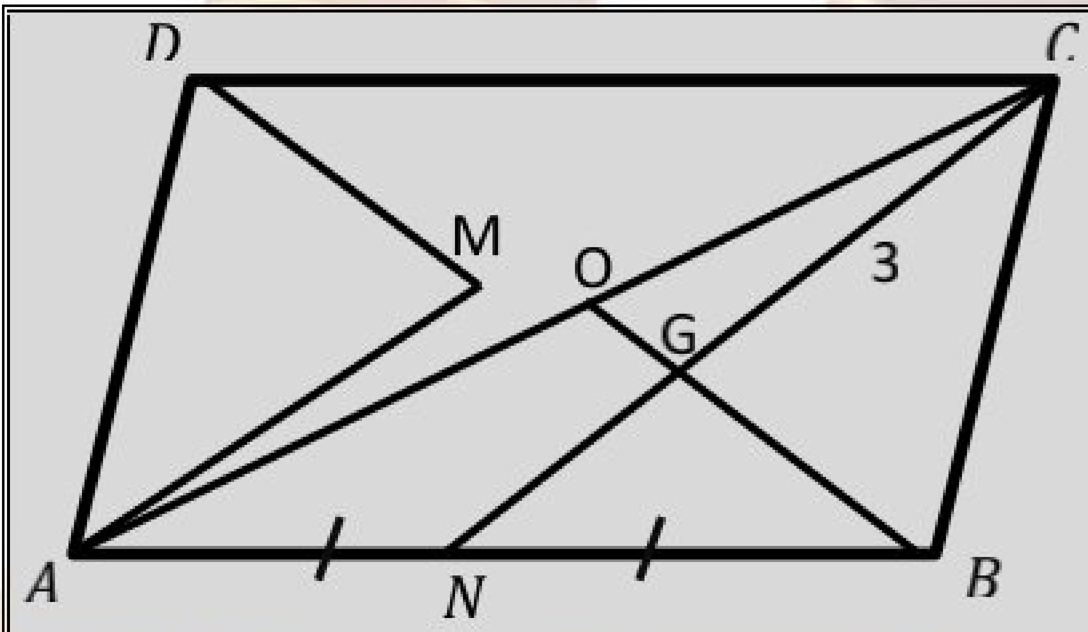
1 . ماذا نسمي النقطة G بالنسبة للمثلث ABC؟ علل.

2 . احسب AM, CG

التمرين الرابع:

في الشكل المجاور $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O

و N منتصف AB والمطلوب:



ماذا نسمي النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل.

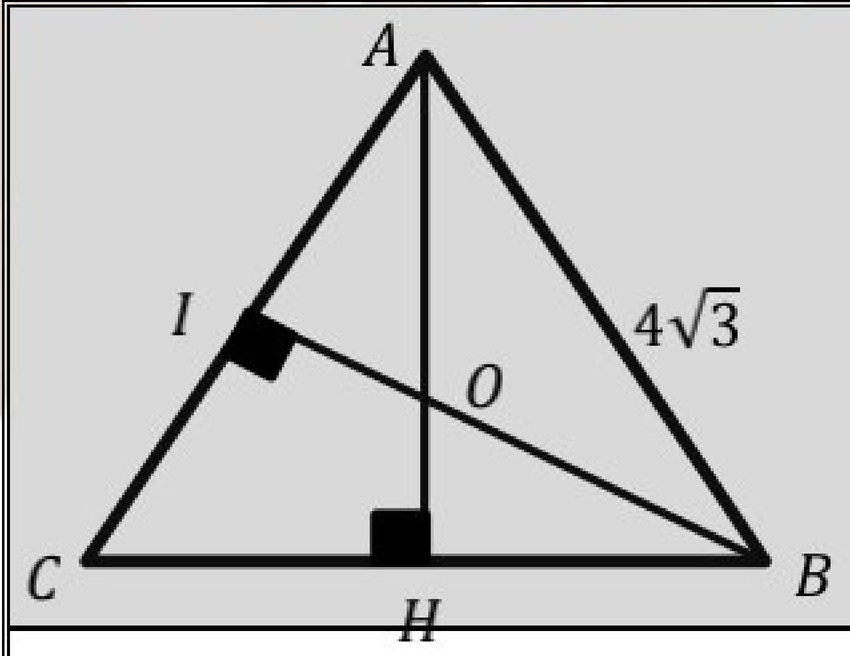
احسب AM , CG

التمرين السادس:

في الشكل المجاور لدينا:

ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $4\sqrt{3}$

و $AH = 6$



1 . ما قياس الزاوية $A\hat{B}H$ مع التعليل.

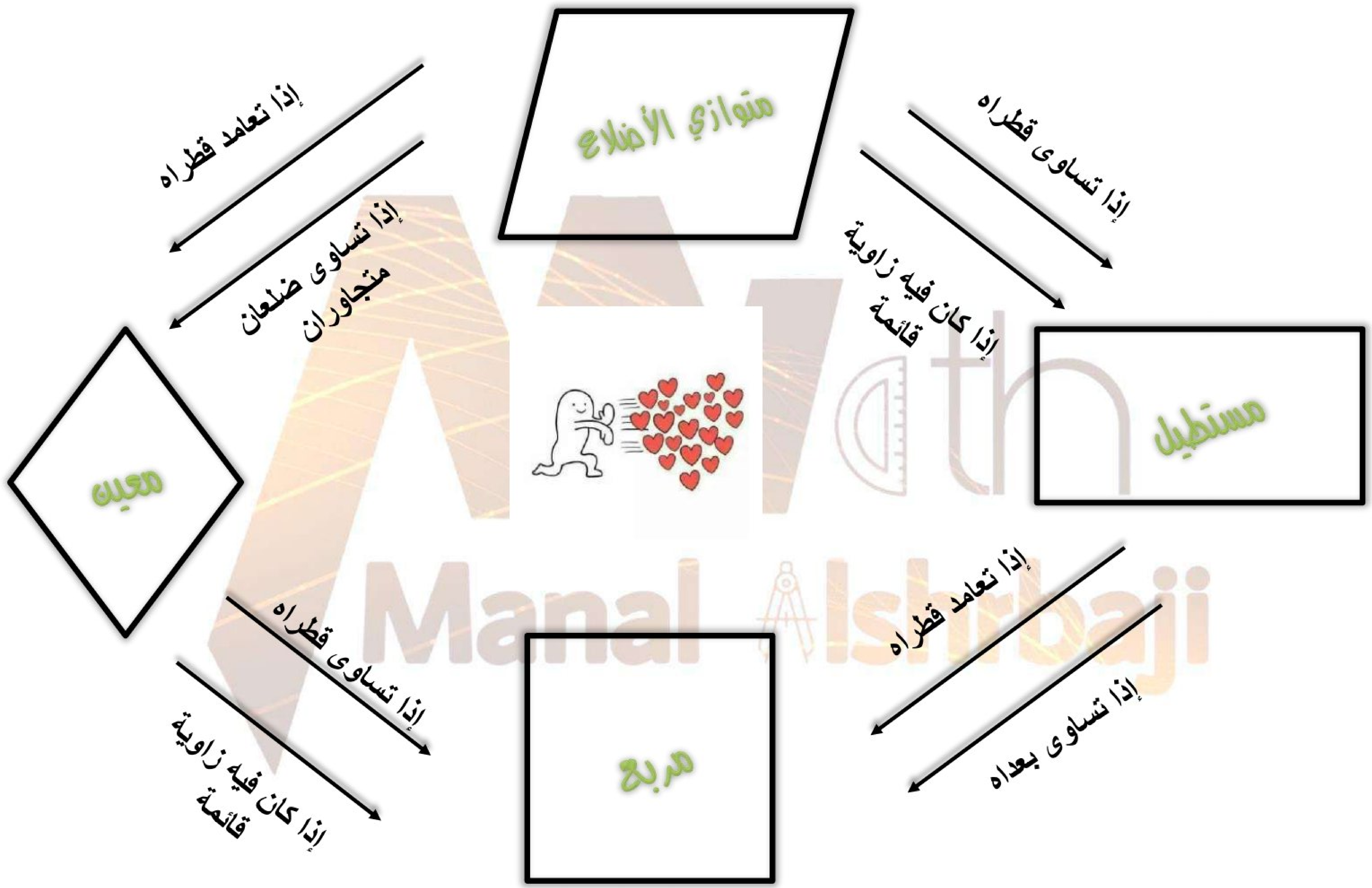
2 . ما قياس الزاوية $B\hat{A}H$

3 . ما قياس HB

4 . احسب طول AO 5.احسب مساحة المثلث

مقارنة بين الأشكال الرباعية

	متوازي الأضلاع	المعين	المستطيل	المربع
التعريف	هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين	هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متساوية	هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة	هو معين جميع زواياه قائمة أو مستطيل جميع أضلاعه متساوية
الأضلاع	❤ كل ضلعين متقابلين متوازيين ❤ كل ضلعين متقابلين متساويين	❤ كل ضلعين متقابلين متوازيين ❤ جميع أضلاعه متساوية	❤ كل ضلعين متقابلين متوازيين ❤ كل ضلعين متقابلين متساويين	❤ كل ضلعين متقابلين متوازيين ❤ جميع أضلاعه متساوية
الزوايا	❤ كل زاويتين متقابلتين متساويتين ❤ كل زاويتين متتاليتين متكاملتين	❤ كل زاويتين متقابلتين متساويتين ❤ كل زاويتين متجاورتين متكاملتين	❤ جميع زواياه قائمة	❤ جميع زواياه قائمة
الأقطار	❤ متناصفة	❤ متناصفة ❤ متعامدة	❤ متناصفة ❤ متساوية	❤ متناصفة ❤ متساوية ❤ متعامدة



انتهت المراجعة

I Math.

الوحدة الأولى :

النسب المثلثية لزاوية حادة

الدرس الأول :بعض خواص التناسب

التناسب : هو تساوي نسبتين (عددين عاديين).

تذكرة : نقول عن مقدارين أنهما متناسبين إذا نتج أحدهما عن الآخر بضربه بعدد أو بقسمته على عدد.

ملاحظات:

1- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن النسبة $\frac{a}{b}$ بأكملها تساوي النسبة $\frac{c}{d}$ **وليس بالضرورة** $\cancel{a = c}$ و $\cancel{b = d}$.

2- إذا كانت d و c و b و a أربعة أعداد غير معدومة عندئذ :

في التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ نسمي الأعداد بالترتيب d و c و b و a أعداد متناسبة ، نسمي d و a طرفي التناسب و c و b وسطي التناسب.

3- قاعدة الضرب التقاطعي:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = c.b$$

4- إذا كان أحد حدود التناسب مجهول (واحد فقط) والباقي معاليم عندئذٍ لحساب هذا المجهول نطبق الآتي:

$$a = \frac{c.b}{d} \text{ ، } c = \frac{a.d}{b} \text{ ، } b = \frac{a.d}{c} \text{ ، } d = \frac{c.b}{a}$$

مثال: ليكن $\frac{a}{2} = \frac{3}{4} \Leftarrow a = \frac{2\times3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

خواص التناسب: في أي تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$:

1- إذا قلبنا النسبتين نحصل على تناسب جديد $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$.

مثال: في التناسب $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ بقلب النسبتين نحصل على التناسب $\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$.

2- إذا بادلنا بين طرفي التناسب نحصل على تناسب جديد $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.

مثال: في التناسب $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ بتبديل موقع الطرفين نحصل على التناسب $\frac{12}{4} = \frac{9}{3}$.

3- إذا بادلنا بين وسطي التناسب نحصل على تناسب جديد $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

مثال: في التناسب $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ بتبديل موقعي الوسطين نحصل على التناسب $\frac{5}{50} = \frac{3}{30}$.

((غالباً نستخدم الخاصة الثانية والثالثة من أجل جعل المجهولين على نفس الكسر في مسألة التناسب))

4- إذا ثبتنا المقامين وأضفنا كل مقام إلى البسط الموافق له نحصل على تناسب جديد $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ .. بشرط $a+b\neq 0$ و $c+d\neq 0$

مثال: في التناسب $\frac{15}{21}=\frac{5}{7}$ نضيف كل مقام إلى البسط الموافق له فنجد $\frac{15+21}{21}=\frac{5+7}{7}$.

5- إذا ثبتنا المقامين وطرحنا كل مقام من البسط الموافق له نحصل على تناسب جديد $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ بشرط: $c-d\neq 0$ و $a-b\neq 0$

مثال: في التناسب $\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$ نطرح من كل بسط المقام الموافق له فنجد $\frac{20-16}{16}=\frac{5-4}{4}$

((غالباً نستخدم الخاصة الرابعة والخامسة في حال وجود تناسب بمجهولين وعلم فيه مجموع هذين المجهولين وتطبيق أي منهما اختياري.))

6- إذا ثبتنا البسطين وأضفنا كل بسط إلى المقام الموافق له نحصل على تناسب جديد:

$\frac{a}{b+c}=\frac{c}{d+c}$.

7- إذا ثبتنا البسطين وطرحنا كل بسط من المقام الموافق له نحصل على تناسب جديد:

$\frac{a}{b-a}=\frac{c}{d-c}$.

مثال: في التناسب $\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$ نطرح من كل مقام البسط الموافق له فنجد $\frac{20}{16-20}=\frac{5}{4-5}$.

((غالباً نستخدم الخاصة السادسة والسابعة في حال وجود تناسب بمجهولين وعلم فيه فرق هذين المجهولين وتطبيق أي منهما اختياري))

ملخص الخواص

تثبيت المقام – إضافة المقام للبسط – طرح المقام من البسط.

قلب النسبتين

تثبيت البسط – إضافة البسط للمقام –طرح البسط من المقام.

المبادلة بين الطرفين وبين الوسطين

حل مسألة تناسب بمجهولين:

إذا كان لدينا مسألة تحوي مجهولين بينهما علاقة جمع أو طرح وبينهما نسبة نقوم بما يلي:

1- نجعل المجهولين على نفس الكسر بتطبيق خاصية المبادلة بين الطرفين أو الوسطين

2- نثبت البسط أو المقام ونجمع احدهما للآخر **(أو نطرح أحدهما من الآخر حسب العلاقة المعطاة).**

3- نعوض ونستنتج قيمة المجهول بتطبيق الضرب التقاطعي.

ملاحظة: في حال لم يكن معبر عن المجهولين والعلاقة التي بينهما بشكل صريح 1- نرمز لكل منهما ب a و b مثلا 2- نكتب العبارة التي تعبر عن مجموعهما أو فرقهما(طرحهما) 3- نكتب النسبة بينهما ونقوم بالخطوات السابقة.

مثال (1): جد عددين موجبين مجموعهما 27 ونسبتهما $\frac{1}{2}$

الحل: نفرض أن العدد الأول هو x

نفرض أن العدد الثاني هو y

بحسب معطيات السؤال نجد: $x+y=27$

و $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$ ،، نطبق على التناسب الأخير خاصية

تثبيت البسط وجمعه للمقام فنحصل على:

$$\frac{x}{x+y}=\frac{1}{1+2}\rightarrow\frac{x}{27}=\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \mathrm{x}=\frac{1\times 27}{3}\rightarrow = 9$$

نعوض في $x+y=27$ فنحصل على:

$$9+y=27\rightarrow y=27-9$$
$$=\rightarrow y=18$$

مثال (2) : جد عددين موجبين فرقهما 28 ونسبتهما $\frac{12}{5}$

الحل: نفرض أن العدد الأول هو x ونفرض أن العدد الثاني هو y .

من معطيات السؤال نجد:

$$x-y=28$$

و $\frac{x}{y}=\frac{12}{5}$ .. نطبق على التناسب الأخير خاصة

تثبيت المقام وطرحه من البسط فنحصل على :

$$\frac{x-y}{y}=\frac{12-5}{5}\rightarrow\frac{28}{y}=\frac{7}{5}$$

$$\rightarrow \mathrm{y}=\frac{5\times 28}{7}\rightarrow \mathrm{y}=5\times 4$$
$$\rightarrow y=20$$

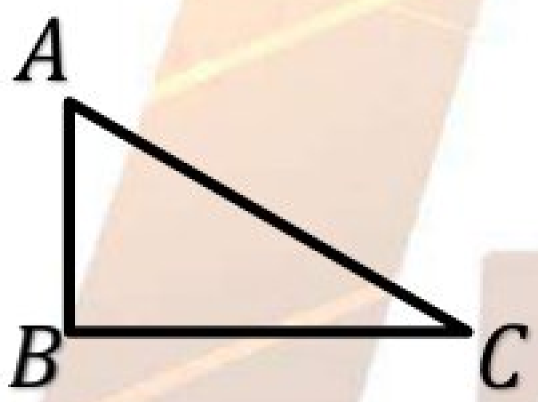
نعوض في $x-y=28$ فنحصل على:

$$x-20=28\rightarrow x=28+20$$
$$\rightarrow x=48$$

الدرس الثاني : النسب المثلثية لزاويا حادة

ليكن لدينا المثلث ABC :

قائم في B.



AC هو الوتر وBC المجاور ل$\hat{C}$و AB المقابل ل$\hat{C}$

لكل زاوية حادة $\hat{\theta}$ في المثلث القائم ثلاثة نسب :

$\sin\hat{\theta}$: جيب الزاوية $\hat{\theta}$.

$\cos\hat{\theta}$: تجب الزاوية $\hat{\theta}$.

$\tan\hat{\theta}$: ظل الزاوية $\hat{\theta}$.

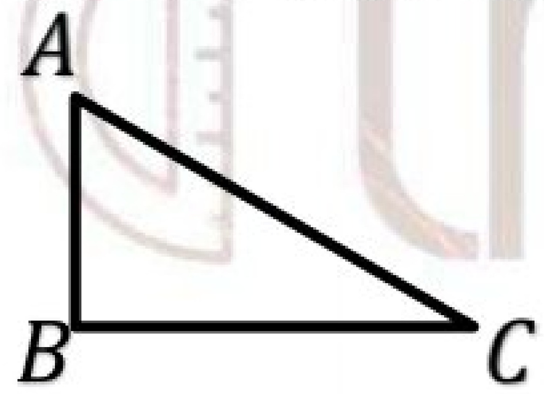
قوانين النسب المثلثية : لتكن θ زاوية حادة في مثلث قائم ، عندئذٍ:

$$\sin\hat{\theta} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } \hat{\theta}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos\hat{\theta} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } \hat{\theta}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan\hat{\theta} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } \hat{\theta}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } \hat{\theta}}$$

مثال : ليكن لدينا المثلث ABC :



قائم في B.

$$\sin\hat{c} = \frac{AB}{AC}\ ,\cos\hat{c} = \frac{BC}{AC}\ ,\tan\hat{c} = \frac{AB}{BC}$$ ..

ملاحظة هامة جداً:

النسب المثلثية الثلاثة (يجب أن تكون موجبة تماماً لأن النسبة عبارة عن أطوال مثلث (والأطوال لا تكون سالبة ولا تكون مساوية للصفر).

$$\mathbf{0 < sin\left(\text{زاوية حادة}\right) < 1}$$

$$\mathbf{0 < cos\left(\text{زاوية حادة}\right) < 1}$$

(لأن الوتر أطول أضلاع المثلث وبالتالي فهو أكبر من المقابل والمجاور← بسط النسبة أصغر من مقامها فالكسر أصغر من الواحد و أكبر من الصفر _لكونه موجب_)

أما (زاوية)tan **ليس محصور بين 1 و 0**

(لأن الضلع المقابل قد يكون أكبر من المجاور وقد يكون أصغر منه)

ملاحظة: النسب المثلثية ليس لها وحدات قياس.

ملاحظة: يرد سؤال احسب $\cos\hat{C}$ ، $\sin\hat{B}$.... وعندها نكتب القوانين السابقة ونعوض القيم.

في حال السؤال: عبر عن $\sin\hat{B}$، $\cos\hat{C}$ أو اكتب عبارة $\sin\hat{B}$، $\cos\hat{C}$ فهنا نكتب القانون فقط ورموز الأضلاع ونعوض فقط القيم الموجودة

علمتني الرياضيات أن العدد السالب كلما كبرت أرقامه كلما صغرت قيمته كالمتعالين على الناس .. ✌

كيفية حساب طول ضلع في مثلث قائم في

النسبة المعلومة	sin(زاوية)	cos(زاوية)	tan(زاوية)
يمكننا حساب	1-الضلع المقابل لهذه الزاوية. 2-الوتر.	1-الضلع المجاور لهذه الزاوية. 2-الوتر.	1-الضلع المجاور لهذه الزاوية. 2-الضلع المقابل للزاوية.
القانون المستخدم	$\sin\hat{C} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ (يكون لدينا مجهول واحد نقوم بحسابه)	$\cos\hat{C} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ (يكون لدينا مجهول واحد نقوم بحسابه)	$\tan\hat{C} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ (يكون لدينا مجهول واحد نقوم بحسابه)

مثال: المثلث KLM مثلث قائم في M فيه $KM = 5.4$ و $\tan\widehat{MKL} = \frac{1}{3}$، احسب الطول ML .

الحل: في المثلث KLM القائم في M :

$\tan\widehat{MKL} = \frac{ML}{MK}$ أي $\frac{1}{3} = \frac{ML}{5.4}$ إذن :

$$ML = \frac{5.4}{3} = 1.8$$

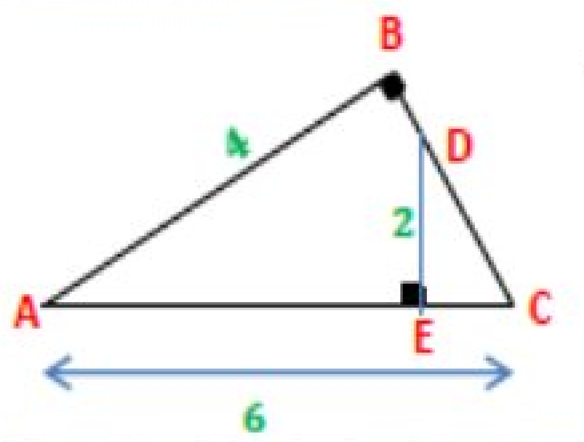
ملاحظة هامة:

- تبقى النسب المثلثية ثابتة طالما بقيت الزاوية الحادية ثابتة((أي النسب المثلثية لزاوية ما واقعة في مثلثين مختلفين تكون متساوية في كلا المثلثين))
- إذا تساوت زاويتان حادتان AوB كل منهما واقعة في مثلث قائم مختلف عن المثلث القائم الآخر كانت النسب المثلثية للزاويتين AوB متساوية

((مما سبق نستنتج أنه عندما يُطلب نسبة زاوية ما موجودة في مثلثين قائمين مختلفين أو نسبة زاويتين متساويتين غالباً مهما طُلب نحاول أن نجعل النسبة الأولى تساوي النسبة الثانية ثم نستخدم الضرب التقاطعي))

مثال : (دورة إدلب 2019)

ABC مثلث قائم فيه $AB = 4$ و $AC = 6$ و $DE = 2$



1- احسب $\sin\hat{C}$.
2- باستعمال النسب المثلثية احسب الطول CD.
3- احسب طول EC.

الحل:

1- في المثلث ABC :

$$\text{Sin}\,\hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2- في المثلث CED :

$$\sin\hat{C} = \frac{DE}{DC} = \frac{2}{DC}$$

ومنه $\frac{2}{DC} = \frac{2}{3}$ ومنه $DC = 3$

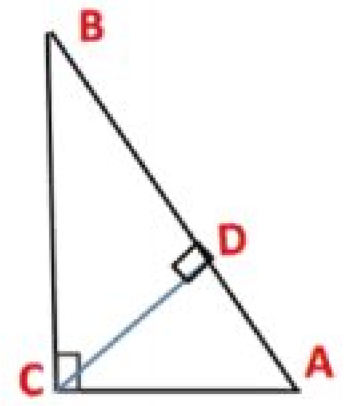
3- حسب فيثاغورث في المثلث CED نجد:

$$CD^2 = CE^2 + DE^2$$
$$9 = CE^2 + 4$$

$$CE^2 = 9 - 4 = 5$$
$$CE = \sqrt{5}$$

مثال 2: (دورة طرطوس 2019)

ABC مثلث قائم في $\hat{C}$ وفيه $CD \perp AB$ والمطلوب:



1- علل $\sin\hat{A} = \cos\hat{B}$

2- اكتب النسبة المثلثية التي تعبر عن $\sin\hat{A}$ من المثلث ABC

3- اكتب النسبة المثلثية التي تعبر عن $\cos\hat{B}$ من المثلث DBC واستنتج

$$CB^2 = CD \times AB$$

الحل: لدينا: $\hat{A} + \hat{B} = 90°$

$$\Rightarrow \sin\hat{A} = \cos\hat{B}$$

-1

$$\sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$$

-2

$$\cos\widehat{CBD} = \frac{CD}{BC}$$

الاستنتاج: مما سبق نجد أن :

$$\frac{BC}{AB} = \frac{CD}{BC}$$

ومنه $BC^2 = CD \times AB$

لأن المستقبل عظيم ..

لأن الانجاز فرحة ..

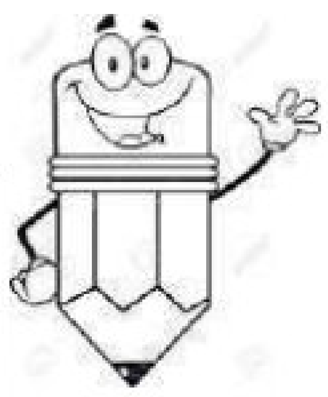
لأن الحلم شغف .. ولأن العلم رفعة

اتعب من أجل ذاتك ..

تطلب نسخة الأسطورة ورقياً بالتواصل مع

الرقم:0957474873

الدرس الثالث : علاقتان مهمتان بين النسب المثلثية



$$\boxed{\cos^2\hat{\theta} + \sin^2\hat{\theta} = 1}$$

الفائدة من العلاقة:

تستخدم هذه العلاقة في حساب $sin\theta$ عند إعطاء $cos\theta$ أو لحساب $cos\theta$ عند إعطاء $sin\theta$ (بشرط أن تكون الزاوية نفسها)

كيفية استخدام العلاقة:

♥ إذا كان المعلوم $sin\hat{\theta}$ والمطلوب $cos\hat{\theta}$: نعزل $\cos^2\hat{\theta}$ من العلاقة كالتالي:

$cos^2\hat{\theta} = 1 - \sin^2\hat{\theta}.$ ثم نعوض ونجذر الناتج .

♥ إذا كان المعلوم $cos\hat{\theta}$ والمطلوب $sin\hat{\theta}$: نعزل $\sin^2\hat{\theta}$ من العلاقة كالتالي:

$\sin^2\hat{\theta} = 1 - cos^2\hat{\theta}.$ ثم نعوض و نجذر الناتج .

$$\boxed{tan\hat{\theta} = \frac{sin\hat{\theta}}{cos\hat{\theta}}}$$

تستخدم هذه العلاقة في حساب $sin\theta$ أو $cos\theta$ أو $tan\theta$ إذا علم نسبتين منهما وطلب الثالثة (بشرط أن تكون الزاوية نفسها).

أما في حال إعطاء أطوال أضلاع نستخدم قوانين المقابل والمجاور والوتر .

$\sin\theta$

$\cos\theta$ $\quad$ $\tan\theta$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\tan\theta} = \cos\theta$$

$$\sin\theta = \tan\theta \ .\cos\theta$$

مثال (دورة حمص 2019):

ABC مثلث قائم في B إذا كانت $\cos A = \frac{3}{5}$ والمطلوب:

1- احسب $tan\ A\ ,sin\ A$

2- إذا كان $AC = 10$ ، احسب كل من AB و BC.

الحل:

1- $$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin^2 A + \frac{9}{25} = 1$$

$$\sin^2 \hat{A} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25}{25} - \frac{9}{25}$$

$$\sin^2 \hat{A} = \frac{16}{25} = \frac{4}{5}$$

$$tan\,\hat{A} = \frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

2- $$\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

ومنه: $\frac{3}{5} = \frac{AB}{10}$ ومنه:

$$AB = \frac{10 \times 3}{5} = 6$$

$$\sin\hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

ومنه: $\frac{4}{5} = \frac{BC}{10}$:

$$BC = \frac{10 \times 4}{5} = 8$$

ملاحظة هامة: في حال تم إعطاء $tan\theta$ فقط وطلب $sin\theta$ و $cos\theta$ نطبق علاقة $tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$ ونربع الطرفين ثم نجمع البسط للمقام ونطبق $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ ونحصل على أحد المجهولين بالضرب التقاطعي ثم جذر الطرفين ونعوض بالعلاقة السابقة لحساب المجهول الآخر.

مثال:

ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ علمت أن $\tan\hat{A} = \frac{4}{3}$

احسبي $\sin\hat{A}\ ,\cos\hat{A}$.

متممة زاوية:

$$\cos\hat{\theta} = \sin(90° - \hat{\theta})$$

$$\sin\hat{\theta} = \cos(90° - \hat{\theta})$$

بمعنى آخر:

إذا كان: $\sin\hat{A} = \cos\hat{B} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 90°$

أي إذا تساوى الساين مع الكوساين عندئذ مجموع زاويتيهما يساوي 90 وإذا كان مجموع الزاويتين يساوي 90 عندئذ ساين إحداهما تساوي كوساين الأخرى.

مثال 1: $\sin 45° = \cos B \Rightarrow \hat{B} = 90° - 45° = 45$.

$\sin\hat{A} = \cos 30° \Rightarrow \hat{A} = 90° - 30° = 60°$

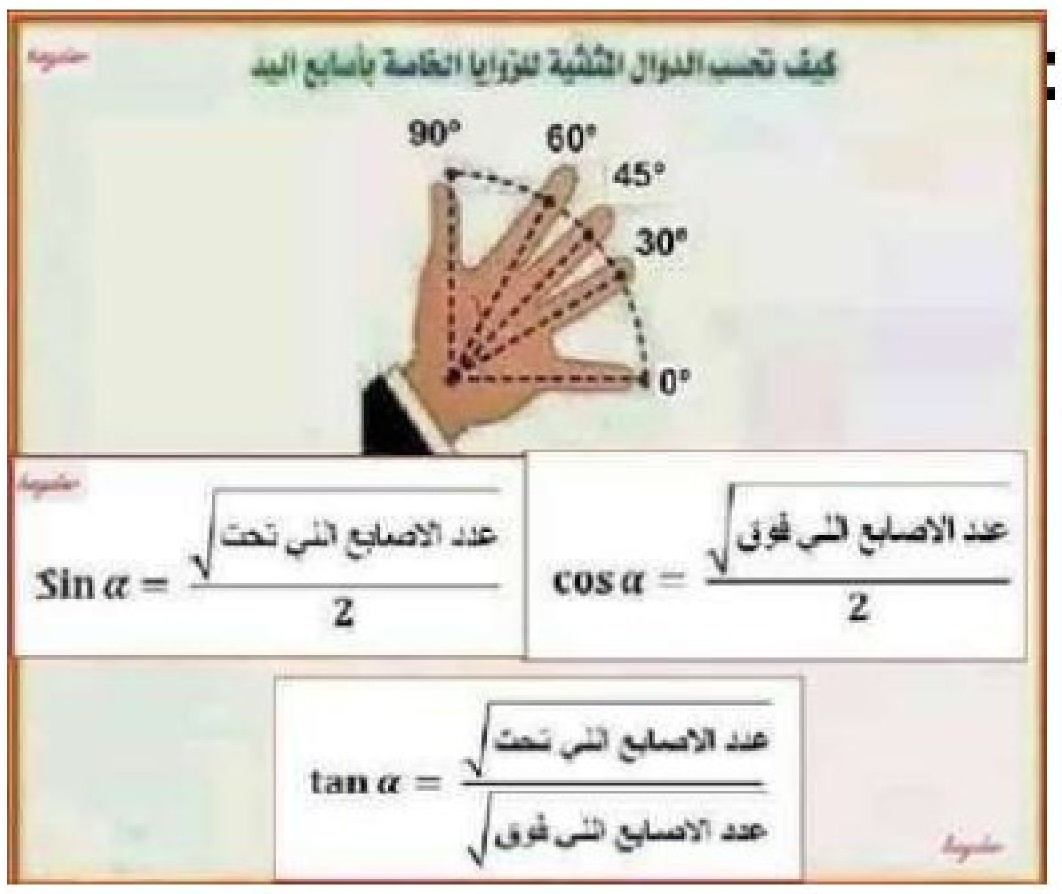
مثال 2: ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فإذا كان $\cos\hat{A} = \frac{2}{3}$ فإن $\sin\hat{C} = \cos\hat{A} = \frac{2}{3}$ وذلك لأن $\hat{A} + \hat{C} = 90$

الدرس الرابع :نسب زوايا شهيرة

جدول النسب المثلثية :

$\hat{\theta}$	30	45	60
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

للإثراء:



❖ **نستخدم النسب المثلثية عندما يكون لدينا قياس زاوية وطول ضلع في مثلث قائم ونريد حساب ضلع آخر**

أو عندما يكون لدينا طولي ضلعين في مثلث قائم ونريد حساب قياس زاوية فيه [((تذكر: أما **فيثاغورث** نستخدمها عندما يكون لدينا طولي **ضلعين** في مثلث قائم ونريد حساب الضلع الثالث))]

♣ كيفية حساب طول ضلع في مثلث قائم بمعرفة قياس زاوية منه وضلع آخر: نحدد الزاوية المعطاة وماذا يشكل الضلع المعطى بالنسبة لهذه الزاوية (مقابل-مجاور)-أو وتر وماذا يشكل الضلع المطلوب بالنسبة لهذه الزاوية (مقابل-مجاور)-أو وتر ثم نختار القانون الموافق لذلك: $\sin\hat{\theta}$ أو $\cos\hat{\theta}$ أو $\tan\hat{\theta}$.

مثال: ABC مثلث قائم في B، $BC = 8\,cm$، $B\hat{A}C = 60°$، احسب الطول AC.

الحل: في المثلث ABC القائم في B:

$\sin\hat{A} = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow \sin 60° = \frac{8}{AC}$

إذن: $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{AC}$ ومنها $AC = \frac{16}{\sqrt{3}}$

ملاحظة هامة:

كل مربع يقسم إلى مثلثين قائمين كل منهما متساوي الساقين لحساب طول ضلعه أو قطره نستخدم فيثاغورث أو النسب الشهيرة

قانون منالي:

في المثلث القائم والمتساوي الساقين :

-إذا علم طول إحدى ضلعيه القائمين عندئذ:

الوتر = طول الضلع $\times \sqrt{2}$

- إذا علم طول الوتر عندئذ: الضلع القائمة = الوتر $\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

انتهت الوحدة الأولى هندسة

تطلب نسخة الأسطورة ورقياً بالتواصل مع الرقم :

0957474873:

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول:

في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة، اكتبها:

1- (نماذج وزارية) $ABCD$ مربع طول قطره يساوي $2\sqrt{2}$ فإنَّ طول ضلعه يساوي:

A	$\sqrt{8}$	B	2	C	$\sqrt{2}$

2- (نماذج وزارية) قيمة المقدار $\sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ = \cdots$:

A	-1	B	1	C	2

3- (الامتحان النصفي الموحد) قيمة x في التناسب $\frac{x}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ هي:

A	2	B	6	C	$\sqrt{3}$

4- (الامتحان النصفي الموحد) إذا كانت $\tan \hat{A} = 1$ فإنَّ قياس $\hat{A}$ هو:

A	60°	B	30°	C	45°

5- (حماة 2018) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ طول وتره $BC = 10\ cm$ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يساوي:

A	$5\ cm$	B	$10\ cm$	C	$20\ cm$

6- (حماة 2018) قيمة x في التناسب $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{x}{2\sqrt{2}}$ تساوي:

A	$6\sqrt{2}$	B	6	C	$3\sqrt{2}$

7- (ريف دمشق 2018) مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $2\ cm$ فإن طول الارتفاع يساوي:

A	$\sqrt{3}\ cm$	B	$\frac{\sqrt{12}}{3}\ cm$	C	$1.5\ cm$

8- (درعا 2018) إذا كانت $\hat{\theta}$ قياس زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\cos 40^\circ = \sin \hat{\theta}$ فإنَّ قياس الزاوية $\hat{\theta}$ يساوي:

A	$\hat{\theta} = 50^\circ$	B	$\hat{\theta} = 60^\circ$	C	$\hat{\theta} = 70^\circ$

9- (درعا 2018) عدد محاور التناظر لمثلث متساوي الأضلاع هي:

A	ثلاث محاور	B	محوران فقط	C	محور واحد

10- (السويداء 2018) ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $AC = 2AB$ فإنَّ قياس الزاوية $\hat{A}$ يساوي:

A	45°	B	60°	C	30°

11- (الرقة 2018) إذا كان ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $\hat{A} \neq \hat{C}$ فإنَّ:

A	$\tan \hat{C} = 1$	B	$\sin \hat{C} = \sin \hat{B}$	C	$\sin \hat{C} = \cos \hat{A}$

12- (حماة 2019) إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة و $sin\ \hat{x} = \frac{1}{2}$ فإنَّ $cos\ \hat{x}$ يساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	C	$\frac{1}{2}$

13- (اللاذقية 2019) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ مرسوم في دائرة نصف قطرها 5 فإنَّ طول الوتر BC يساوي:

A	10	B	5	C	أصغر من 10

14- (ريف دمشق 2019) إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة بحيث $sin\ \hat{x} = \frac{2}{3}$ فإنَّ $cos\ \hat{x}$ يساوي:

A	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	B	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	C	$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

15- (درعا 2019) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ و $sin\ \hat{B} = \frac{2}{3}$ فإنَّ $cos\ \hat{C}$ يساوي:

A	$\frac{4}{9}$	B	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	C	$\frac{2}{3}$

16- (حلب 2019) إذا كانت
$\cos 80^\circ = \sin \hat{x}$ فإن $\hat{x}$ تساوي:

A	80°	B	10°	C	40°

17- (إدلب 2019) إذاكانت $\hat{x}$ زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\sin \hat{x} = \frac{3}{5}$ فإنَّ $\cos \hat{x}$ يساوي:

A	$\frac{4}{5}$	B	$\frac{5}{4}$	C	$\frac{3}{4}$

18- (القنيطرة 2019) إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة في مثلث قائم بحيث $\sin \hat{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإنَّ $\cos \hat{x}$ يساوي:

A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	C	$\frac{1}{3}$

السؤال الثاني:

في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

1- (نماذج وزارية) قياس الزاوية الحادة في المثلث القائم والمتساوي الساقين يساوي 30 درجة

2- (نماذج وزارية) إذا كان $\hat{x}$ قياس زاوية حادة فإن $0 < \sin \hat{x} < 1$

3- (نماذج وزارية) النسبة المثلثية $\sin 50^\circ = \cos 40^\circ$

4- (الامتحان النصفي الموحد) إذا كانت $\hat{B}$ زاوية حادة وكان $\sin 50^\circ = \cos B$ فإن قيمة B هي 40°

5- (الدورة التكميلية) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ طول وتره $BC = 8$ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يساوي 4

6- (حمص 2018) ABC مثلث أطوال أضلاعه
$BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$,
$AC = \sqrt{2} + \sqrt{8}$, $AB = 3\sqrt{2}$
فهو متساوي الأضلاع .

7- (ريف دمشق 2018) قيمة x في التناسب $\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{2}$ تساوي 2.

8- (حلب 2018) ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $\sin \hat{A} = \frac{2}{3}$ فإن $\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

9- (دير الزور 2018) $\hat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم فإن $\sin \hat{\theta}$ عدد محصور بين الصفر والواحد

10- (الرقة 2018) إذا كان ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فإن $0 < \sin \hat{A} < 1$

11- (2020) $\cos 20^o = \sin 70^o$

12- (2022) $\cos 80^\circ = \sin 20^\circ$

13- (2022)إذا كانت الزاوية $\hat{A}$ تحقق $90^\circ > \hat{A} > 0^\circ$ فإن: $0 < \sin \hat{A} < 1$

ثانياً: حل التمارين الآتية:

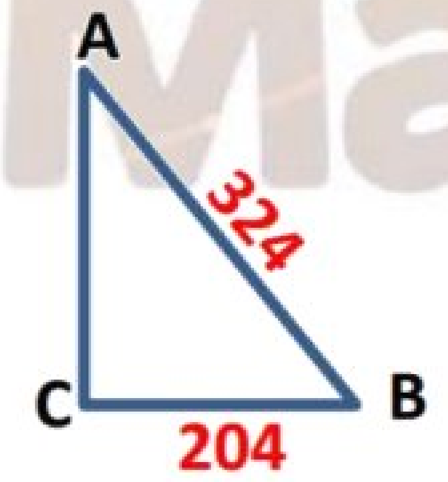
التمرين الأول: (نماذج وزارية)

في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في C والمطلوب:

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 204,324.

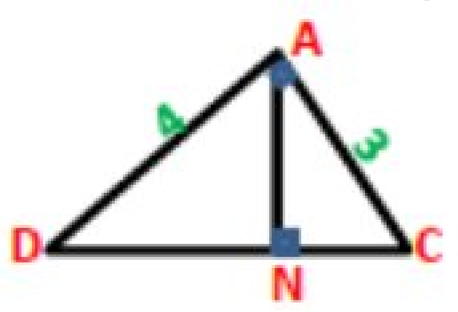
2- أوجد $\sin \hat{A}$.

3- اكتب $\sin \hat{A}$ بشكل كسر مختزل.



التمرين الثاني: (نماذج وزارية)

في الشكل المجاور:



ADC مثلث قائم في $\hat{A}$، والمطلوب:

1- احسب DC.

2- فسر لماذا $\frac{AN}{3} = \frac{4}{5}$ ؟

3- احسب AN.

التمرين الثالث: (نماذج وزارية)

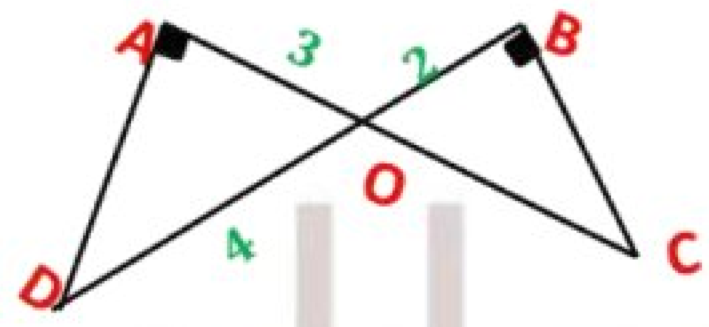
في الشكل المجاور:

$$\frac{EF}{FG} = \frac{1}{2} \;,\;\; EG = 210\ cm$$

والمطلوب:احسب كلاً من $EF\ , FG$.

التمرين الرابع: (نماذج وزارية)

تأمل الشكل المجاور، والمطلوب:



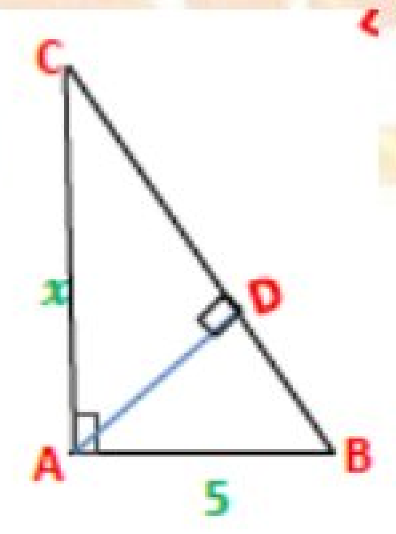
1- احسب $\cos \widehat{AOD}$

2- اكتب عبارة $\cos \widehat{BOC}$

3- استنتج OC

التمرين الخامس: (الامتحان النصفي الموحد)

ABC مثلث قائم في $\hat{A}$، وفيه $CB \perp AD$ و $AB = 5$ و $AC = x$ و $BC = x + 1$



والمطلوب:

1- احسب قيمة x.

2- احسب $\cos \hat{B}$ من المثلث ABD

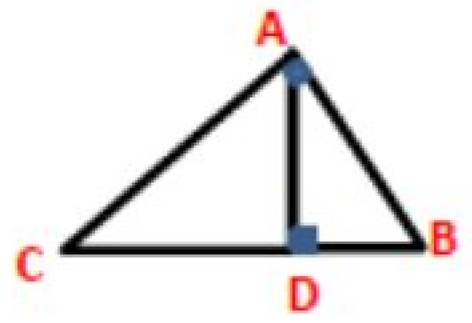
3- احسب $\cos \hat{B}$ من المثلث ABC، واستنتج $AB^2 = CB \times BD$

التمرين السادس: (الدورة التكميلية)

x, y عددين موجبين مجموعهما 55 ونسبتهما $\frac{4}{7} = \frac{x}{y}$، جد العددين x و y.

التمرين السابع: (ريف دمشق 2018)

في الشكل المرسوم جانباً ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ وفيه $AD \perp BC$،



والمطلوب:

1- من المثلث ABD اكتب النسبة التي تعبر عن $\tan \widehat{ABD}$.

2- من المثلث ACD اكتب النسبة التي تعبر عن $\tan \widehat{DAC}$.

3- أثبت أنَّ $\widehat{DAC} = \widehat{ABD}$ وباستعمال النسبتين السابقتين استنتج أنَّ $AD^2 = DB \times DC$

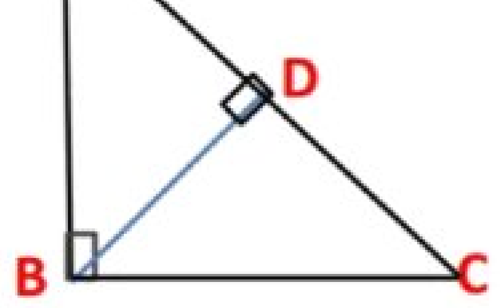
التمرين الثامن: (درعا 2018)

ABC مثلث فيه

$\hat{A} = 55^\circ$ و $\frac{\hat{C}}{\hat{B}} = \frac{2}{3}$ والمطلوب: احسب كلاً من $\hat{B}$ و $\hat{C}$.

التمرين التاسع: (دير الزور 2018)

في الشكل المرسوم جانباً ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $BD \perp AC$ و $BC = \sqrt{50} + \sqrt{2}$ و $AB = \sqrt{72}$، والمطلوب:



1- أثبت أنَّ المثلث ABC متساوي الساقين ثمَّ أثبت أنَّ $AC = 12$

2- احسب $\sin \widehat{CAB}$ من المثلثين القائمين ADB و ABC واستنتج طول BD.

التمرين العاشر: (حمص 2019)

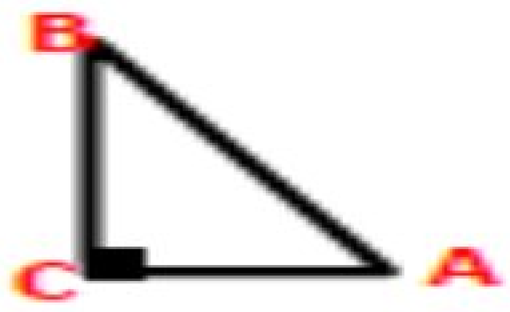
ABC مثلث قائم في $\hat{B}$، إذا كانت $\cos \hat{A} = \frac{3}{5}$،
والمطلوب:

1- احسب $\sin \hat{A}$ و $\tan \hat{A}$.

إذا كان $AC = 10$، احسب كل من AB و BC.

التمرين الحادي عشر: (اللاذقية 2019)

تأمل الشكل المجاور:



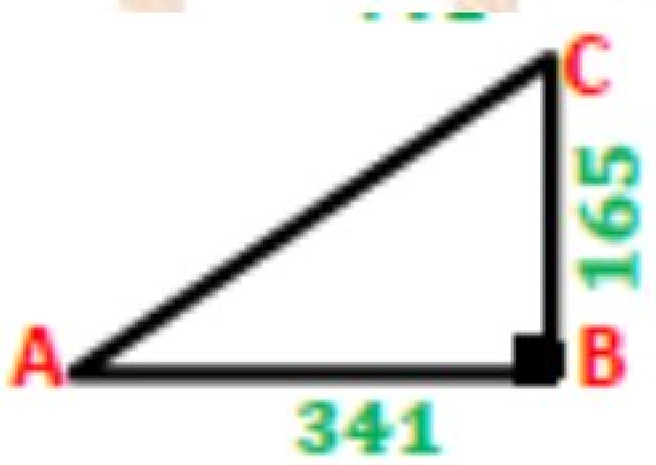
ABC مثلث قائم في $\hat{C}$، و $AC = 384$ و $BC = 512$، والمطلوب:

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين $512, 384$

2- احسب $\tan \widehat{ABC}$ واكتب النسبة بشكل كسر مختزل.

التمرين الثاني عشر: (الحسكة 2019)

ABC مثلث قائم في $\hat{B}$، وفيه $AB = 341$ و $BC = 165$



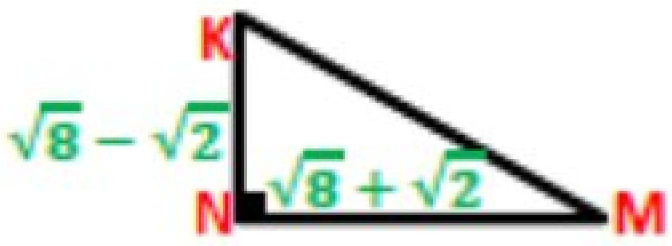
والمطلوب:

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين $165, 341$

2- أوجد $\tan \widehat{CAB}$ واكتبه بشكل كسر مختزل.

التمرين الثالث عشر: (دمشق 2019)

MNK مثلث قائم في $\hat{N}$، و $MN = \sqrt{8} + \sqrt{2}$ و $NK = \sqrt{8} - \sqrt{2}$



والمطلوب:

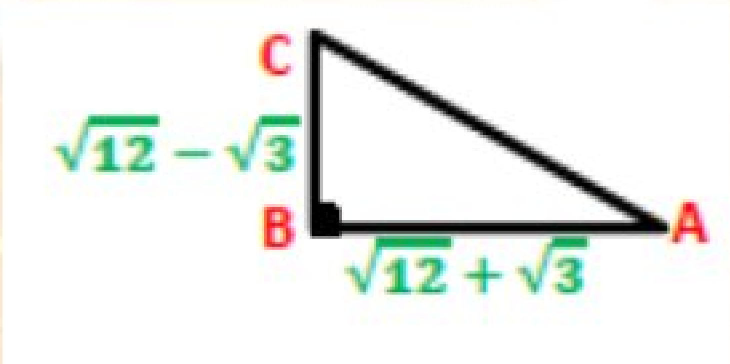
1- اكتب كلاً من MN و NK بالشكل $a\sqrt{2}$

2- احسب $\tan \hat{M}$ واكتب بشكل كسر مختزل.

3- احسب MK.

التمرين الرابع عشر: (دمشق 2019)

ABC مثلث قائم في $\hat{B}$، و $AB = \sqrt{12} + \sqrt{3}$ و $BC = \sqrt{12} - \sqrt{3}$

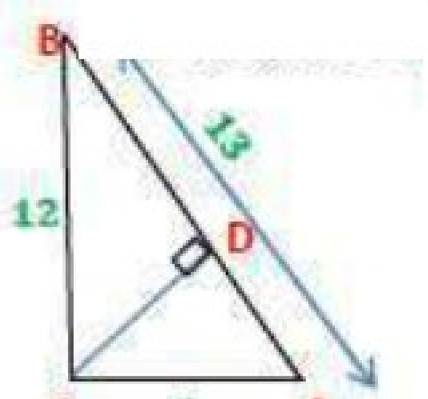


والمطلوب:

1- اكتب كلً من AB و BC بالشكل $a\sqrt{3}$

2- احسب $\tan \hat{A}$ واكتبه بأبسط شكل، ثم احسب AC

التمرين الخامس عشر: (السويداء 2019)



ABC مثلث فيه $AB = 13$ و $AC = 5$ و $BC = 12$ و $AB \perp CD$، والمطلوب:

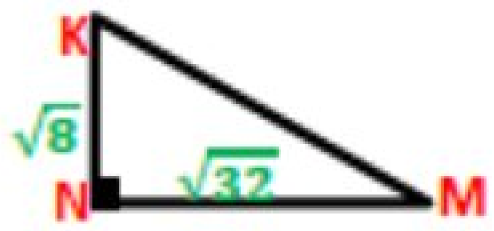
1- أثبت أن المثلث ABC قائم في $\hat{C}$.

2- احسب $\sin \hat{B}$ و $\tan \hat{A}$.

3- بالاستفادة من $\sin \hat{B}$ احسب طول CD.

التمرين السادس عشر: (حلب 2019)

MNK مثلث قائم في $\widehat{N}$، و $MN = \sqrt{32}$ و $NK = \sqrt{8}$



والمطلوب:

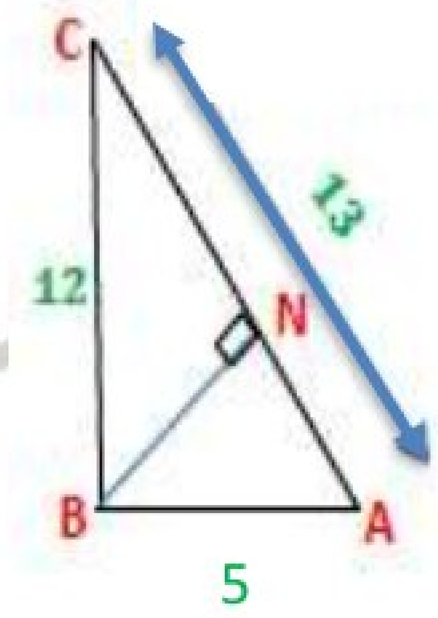
1- اكتب كلاً من MN و NK بالشكل $a\sqrt{2}$

2- احسب $\tan \widehat{M}$ واكتبه بأبسط صيغة.

3- احسب MK.

التمرين السابع عشر: (دير الزور 2019)

نتأمل الشكل المجاور:



ABC مثلث فيه $AB = 5$ و $AC = 13$ و $BC = 12$ و $CA \perp BN$، والمطلوب:

1- أثبت أن المثلث ABC قائم.

2- احسب $\sin \hat{C}$ و $\tan \hat{A}$.

3- بالاستفادة من $\sin \hat{C}$ احسب طول BN..

التمرين الثامن عشر: (2022) ABC مثلث فيه $AB = 2$, $\frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{1}{2}$, $\hat{C} = 45°$ والمطلوب:

1) احسب $\hat{A} + \hat{B}$ ثم احسب قياس الزاويتين $\hat{B}, \hat{A}$

2) ارسم المثلث ABC واحسب الطول AC

انتهت أسئلة دورات الوحدة الأولى هندسة

الوحدة الثانية:

مبرهنة النسب الثلاث

نص المبرهنة:

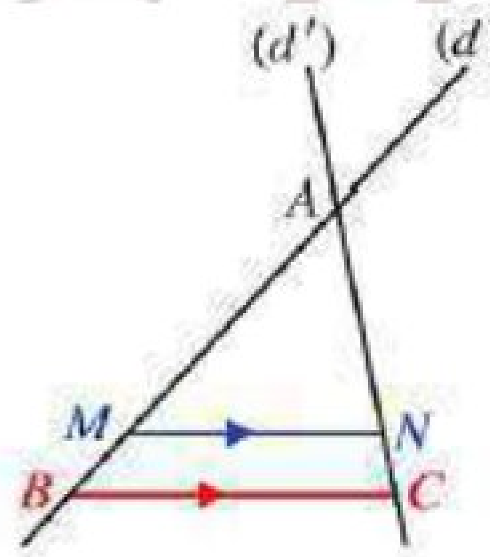
(d) و $(\grave{d})$ مستقيمان متقاطعان في A.

النقطتان B و M من (d) مختلفتان عن A

النقطتان C و N من $(\grave{d})$ مختلفتان عن A أيضاً.

إذا كان (BC) و (MN) متوازيين كان :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$



شرط استخدام المبرهنة:

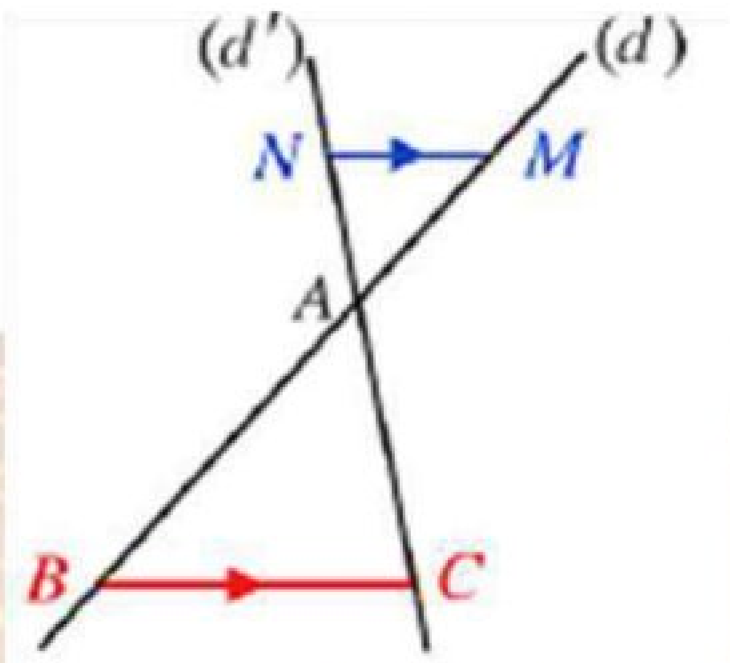
وجود مستقيمين متقاطعين في نقطة واحدة (شكل مألوف) ووجود **مستقيمين متوازيين**

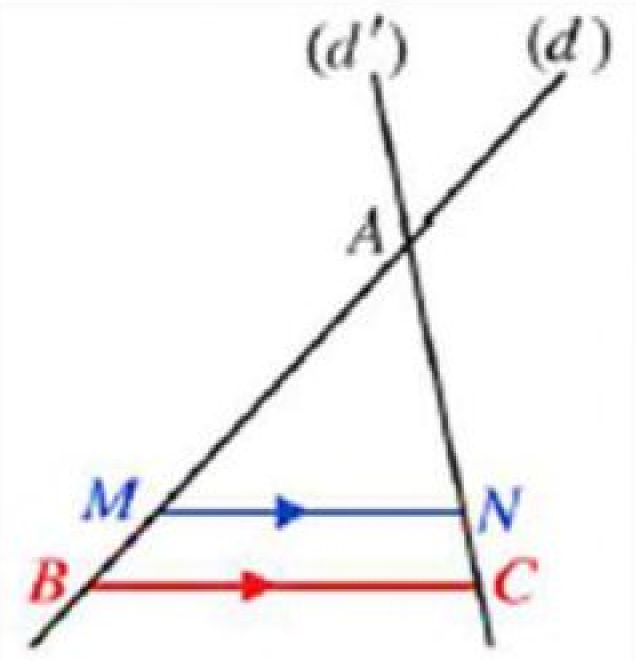
الفائدة من المبرهنة:

حساب طول قطعة مستقيمة موجودة بين النسب .

حالات مبرهنة النسب الثلاث:

الشكلان الآتيان يظهران حالتين لمبرهنة النسب الثلاث ، وفي كلٍ منهما المستقيمان المتوازيان (BC) و(MN) يقطعان المستقيمان (d) و $(\grave{d})$ المتقاطعين في A.





حيث ANM وACB مثلثان متشابهان أطوال أضلاعهما متناسبة .

كيفية كتابة النسب الثلاث:

ليكن (MN) و(BC) مستقيمين متوازيين عندئذٍ:

$$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$$

♦ نبدأ من A الرأس المشترك بين المثلثين (نقطة تقاطع المستقيمين)

♦ نكتب في البسوط أضلاع أحد المثلثين(AN و AM و MN)وفي المقامات أضلاع المثلث الثاني الموافقة بالترتيب لأضلاع المثلث الأول(AC و AB و BC)

♦ نراعي أن النقاط التي تنتمي إلى مستقيم واحد تقع في عمود واحد(AN و AC تنتميان لنفس المستقيم

فنكتبهما على كسر واحد ، AM و AB تنتميان لنفس المستقيم فنكتبهما على كسر واحد)

♦إحدى النسب يجب أن تكون المستقيمين المتوازيين (MN و BC)

ملاحظة هامة 1: في الحالة التي يكون فيها الشكل مثلث نأخذ القطعة الصغيرة على القطعة الكبيرة الموافقة لها أما في الحالة التي يكون فيها الشكل أذني القطة لا يمكننا القيام بذلك

مع الانتباه أن لا تكون إحدى النسب MB أو NC لأنهما ليستا أضلاع من مثلث

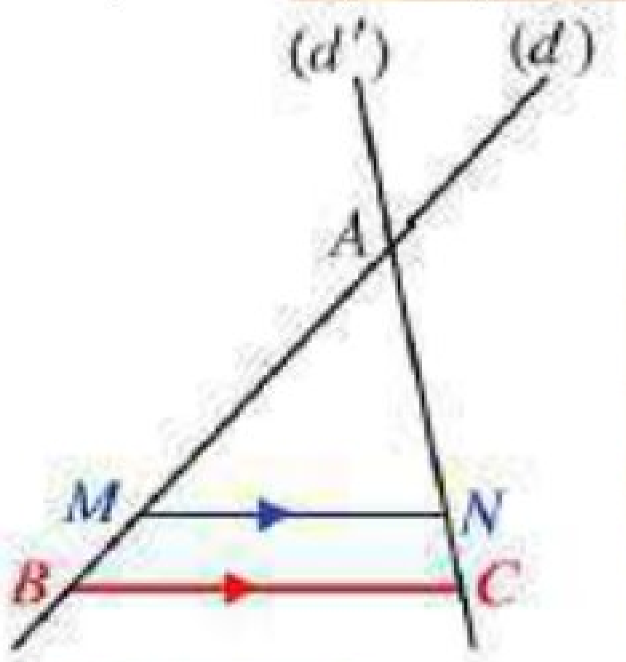
كيفية استخدام المبرهنة: بعد التأكد من وجود مستقيمين متوازيين وتحقق الشروط وكتابة النسب الثلاث نعوض أطوال الأضلاع في النسب فينتج لدينا تناسب بمجهول واحد وهو طول القطعة المطلوبة وباستخدام خاصة الضرب التقاطعي ينتج لدينا طول هذه القطعة .

الدرس الثاني :عكس مبرهنة النسب الثلاث

نص المبرهنة: (d) و $(\grave{d})$ مستقيمان متقاطعان في A .. النقطتان B و M من (d) مختلفتان عن A

النقطتان C و N من $(\grave{d})$ مختلفتان عن A أيضاً.

إذا كان $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ وكان ترتيب النقاط A و B و M على (d) مماثلاً لترتيب النقاط A و C و N على$(\grave{d})$ كان المستقيمان (BC) و (MN) متوازيين



نتيجة : إذا كان (MN) و(BC) متقاطعين في A وكان$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ كان المستقيمان (MN) و (BC) غير متوازيين.

شرط استخدام المبرهنة:

وجود مستقيمين متقاطعين في نقطة واحدة (شكل مألوف) ووجود قطع مستقيمة متناسبة جميعها معلومة.

الفائدة من المبرهنة:

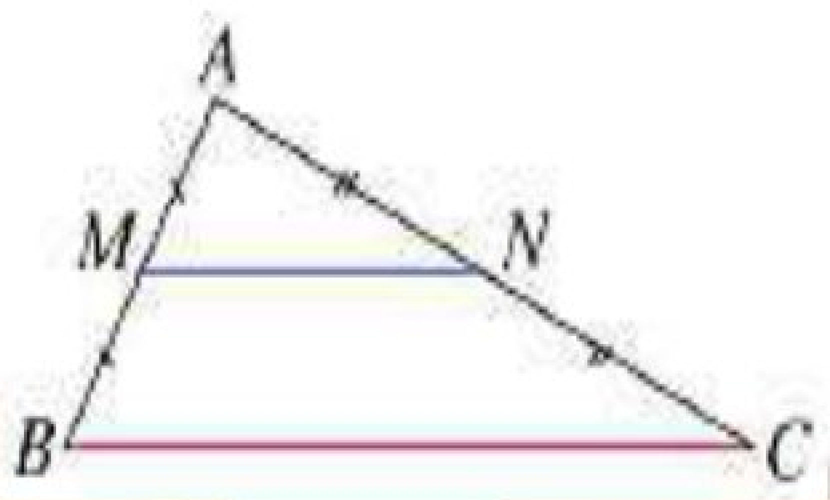
إثبات توازي مستقيمين(أو نفي توازيهما)

كيفية استخدام المبرهنة: بعد كتابة النسب الثلاث ومعرفة أطوال 4 أطراف منها على الأقل وتحقق الشروط نعوض أطوال الأضلاع في النسب فينتج لدينا تناسب

وحتى يكون المستقيمان متوازيان يجب أن تكون النسب متساوية ((وبإمكاننا التحقق من تساوي النسبتين بأن يكون جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين))

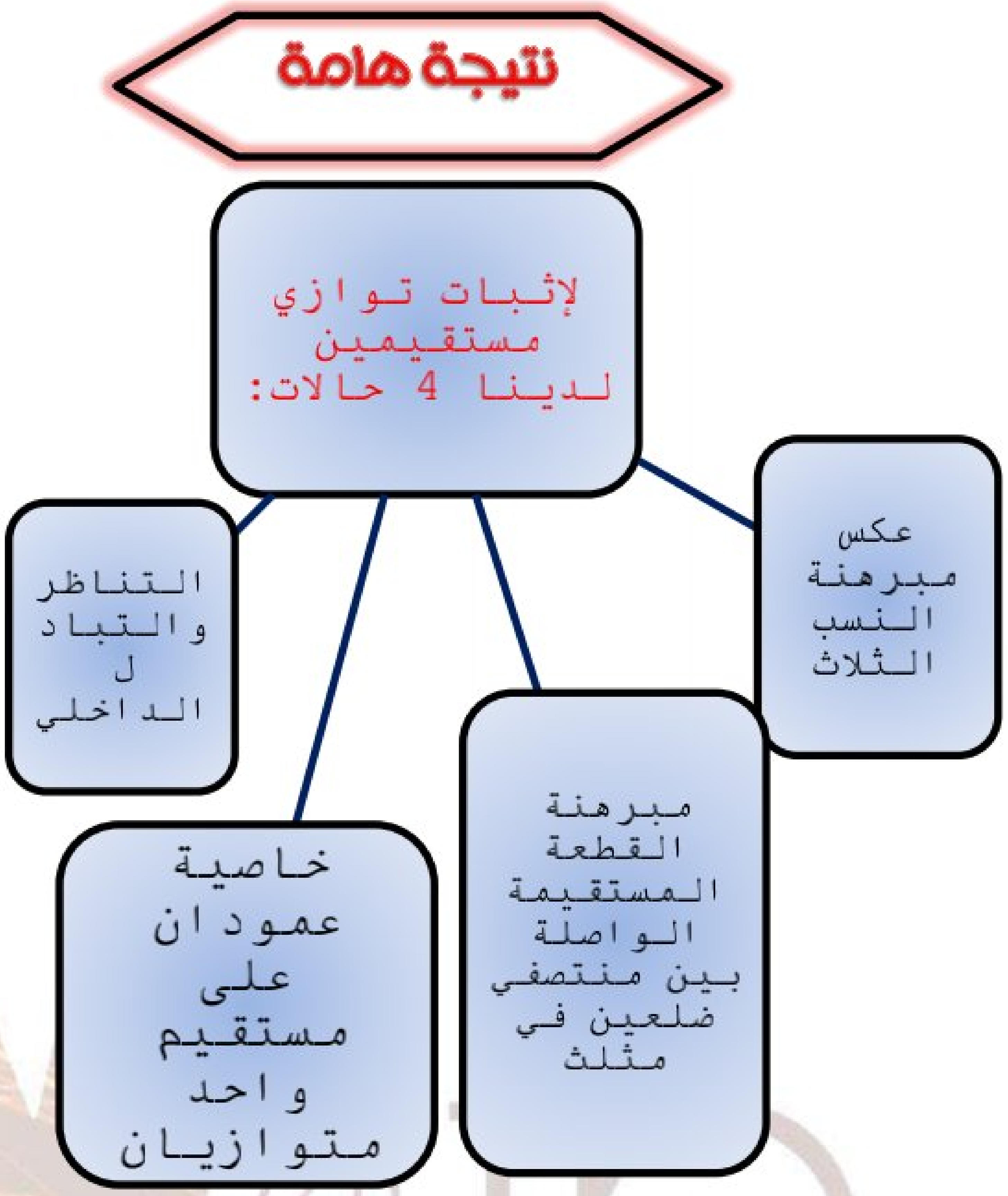
ملاحظة هامة: لإثبات أن رباعي ما شبه منحرف نثبت أن قاعدتيه متوازيتان ..فإذا رسمت أقطاره وأردنا إثبات ذلك عن طريق عكس مبرهنة النسب الثلاث يجب أن نأخذ النسب للمثلثين الذين يحويان القاعدتين المتوازيتين وليس المثلثين الذين يحويان الساقين

حالة خاصة: القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين: في المثلث ABC ، M منتصف $[AB]$ وN منتصف $[AC]$ إن ترتيب A و B و M على (AB) مماثل لترتيب A و C و N على(AC) ثم إن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{1}{2}$ فعملاً بعكس مبرهنة النسب الثلاث يكون المستقيمان (BC) و (MN) متوازيين . وبهذا نجد مبرهنة مستقيم المنتصفين : **القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالثة وتساوي نصف طولها.**



مما سبق نستنتج : في هذ الحالة يكون المثلثان AMN و ABC متشابهان ونسبة التشابه تساوي $\frac{1}{2}$

ملاحظة: كثيراً ما نستخدم هذه المبرهنة بالشكل التالي: قطعة مستقيمة واصلة بين منتصف ضلع ومركز الدائرة أو منتصف ضلع مع نقطة تلاقي قطري شكل رباعي أقطاره متناصفة (مربع – متوازي أضلاع – مستطيل - ..)



شروط استخدام كل حالة من الحالات السابقة

1- **العمودان على مستقيمان واحد متوازيان:** وجود زاويتين قائمتين

2- **التبادل الداخلي والتناظر:** وجود زاويتين متساويتين في وضع تبادل داخلي أو تناظر

3- **مبرهنة القطعة المستقيمة الواصلة:** وجود نقطتين كل منهما تقع منتصف الضلع ويصل مستقيم بين هذين النقطتين

4- **عكس مبرهنة النسبى الثلاث** : وجود شكل مألوف وقطع مستقيمة معلومة

5- **المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان**

الدرس الثالث :التشابه

الشكلان المتشابهان : هما شكلان أطوال أضلاع أحدهما متناسبة مع أطوال أضلاع الآخر ويكون أحدهما مصغر أو مكبر عن الآخر.

((علماً أن قياسات الزوايا لا تتأثر بالتكبير والتصغير))..

♥ نرمز إلى نسبة التشابه بالرمز: K ونميز 3 حالات:

1) $K < 1$: يؤول التشابه إلى تصغير الشكل .

2) $K > 1$: يؤول التشابه إلى تكبير الشكل .

3) $K = 1$: يؤول التشابه إلى تطابق الشكلين .

♣ طريقة إثبات ان شكلين متشابهين :

الحالة الأولى : إذا علمت أطوال أضلاعهما المتقابلة نقوم بما يأتي:

نسبة التشابه = $\frac{\text{طول الضلع الصغير من الشكل الأول}}{\text{طول الضلع الصغير من الشكل الثاني}} = \frac{\text{طول الضلع الكبير من الشكل الأول}}{\text{طول الضلع الكبير من الشكل الثاني}} = \frac{\text{طول الضلع الأوسط من الشكل الأول}}{\text{طول الضلع الأوسط من الشكل الثاني}} =$

ملاحظة : إذا كان المطلوب تكبير نضع أطوال الشكل الكبير في البسوط والصغير في المقامات واذا كان المطلوب تصغير نضع أطوال الشكل الصغر في البسوط والكبر في المقامات ((وإذا لم يتم تحديد تكبير أو تصغير فلنا حرية الاختيار))

الحالة الثانية: في حال وجود مستقيمين متوازيين وشكل مألوف (أي مبرهنة النسب الثلاث محققة) عندئذ:

نكتب النسب الثلاث :

تساوي النسب يعطي أن أطوال أضلاع المثلثين متناسبة وهذا يعطي أن المثلثين متشابهين

لإيجاد نسبة التشابه: يكفي معرفة إحدى هذه النسب الثلاث فقط

ملاحظة هامة: لإثبات التشابه عن طريق النسب الثلاث ليس بالضرورة وجود أطوال الأضلاع لأن:

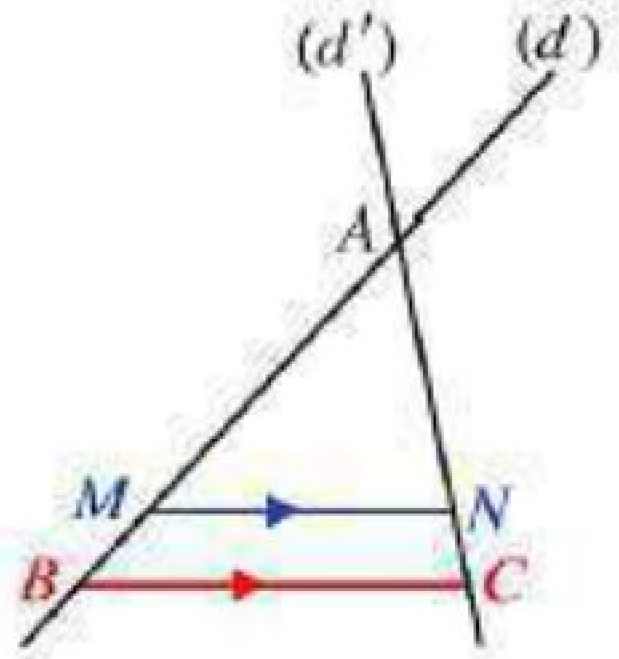
التوازي $\underset{\text{يؤدي إلى}}{\Leftarrow}$ مبرهنة نسب ثلاث محققة

$\underset{\text{تؤدي إلى}}{\Leftarrow}$

تشابه $\underset{\text{يؤدي إلى}}{\Leftarrow}$ تناسب أطوال الأضلاع

مثال:

في الشكل المرافق لدينا:



(BC) و(MN) مستقيمان متوازيان $\Leftarrow$ ANM وACB مثلثان أطوال أضلاعهما متناسبة :

$$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$$

$\Leftarrow$ المثلثان ANM وABC متشابهان.

ولإيجاد الـK هي إحدى النسب المعلومة .

نستفيد من التشابه في حساب:{ الحجم – المساحة – المحيط – طول ضلع – نسبة تشابه}.

وذلك وفق الآتي :

ليكن:

Kنسبة التشابه

1 .. رمز الشكل الكبير

2 .. رمز الشكل الصغير / S .. رمز المساحة

P .. رمز المحيط / V .. رمز الحجم

عندئذٍ:

$$K = \frac{\text{طول ضلع الصغير}}{\text{طول ضلع الكبير}}$$

$0 < K < 1$

نسبة تصغير

$$\frac{V_2}{V_1} = K^3$$

$$\frac{S_2}{S_1} = K^2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = K$$

$$K = \frac{\text{طول ضلع الكبير}}{\text{طول ضلع الصغير}}$$

$K > 1$

نسبة تكبير

$$\frac{V_1}{V_2} = K^3$$

$$\frac{S_1}{S_2} = K^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = K$$

علماً أنه لا يمكننا استخدام أي من القوانين السابقة إلا إذا تم التصريح في نص السؤال أنه يوجد تشابه وإذا لم يتم التصريح أولا نقوم بإثبات التشابه بالحالة الأولى أو الثانية ثم نستخدم هذه القوانين

تعلم: لا ننسى الجذر التكعيبي عند إعطاء نسبة حجم شكل إلى آخر .. فإذا كان :

$$K^3 = 1 \Rightarrow K = 1$$
$$K^3 = 8 \Rightarrow K = 2$$
$$K^3 = 27 \Rightarrow K = 3$$
$$K^3 = 64 \Rightarrow K = 4$$
$$K^3 = 125 \Rightarrow K = 5$$
$$K^3 = 216 \Rightarrow K = 6$$
$$K^3 = 343 \Rightarrow K = 7$$
$$K^3 = 512 \Rightarrow K = 8$$
$$K^3 = 729 \Rightarrow K = 9$$
$$K^3 = 1000 \Rightarrow K = 10$$

أو نحلل وفق الآتي :

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$$3 \times 3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{729} = 3 \times 3 = 9$$

انتهت الوحدة الثانية

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول:

في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة، اكتبها:

1- (نماذج وزارية) أسطوانة بحجم $1000\ m^3$، صمم نموذجاً مصغراً لها حجمه $8\ m^3$

فيكون معامل التصغير يساوي:

A	$\frac{1}{125}$	B	$\frac{1}{5}$	C	$\frac{2}{100}$

2- (نماذج وزارية) المثلث EFD تصغير للمثلث ABC فنسبة التصغير K تكون:

A	$K = 1$	B	$K < 1$	C	$K > 1$

3- (نماذج وزارية) مثلثان متشابهان مساحة الأول $25\ cm^2$ ومساحة الثاني $100\ cm^2$ فنسبة التكبير هي:

A	4	B	75	C	2

4- (نموذج تربية حماة التدريبي) المثلث ABC تكبير للمثلث EFG فنسبة التكبير K هي نفسها حل المعادلة:

A	$2x + 3 = 4$	B	$2x + 3 = 5$	C	$2x + 3 = 6$

5- (ريف دمشق 2018) مربع مساحته $9\ m^2$، صمم نموذجاً مكبراً له مساحته $36\ m^2$ فإنَّ معامل التكبير يساوي:

A	4	B	3	C	2

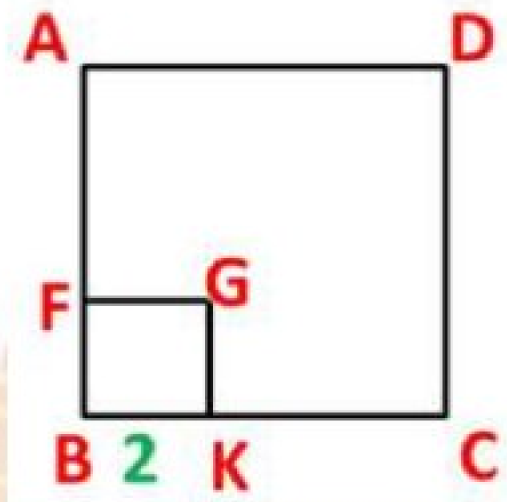
6- (حلب 2018) مكعب حجمه $27\ m^3$، صمم نموذجاً مكبراً له حجمه $125\ m^3$ فإنَّ معامل التكبير يساوي:

A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{5}{3}$	C	$\frac{125}{27}$

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

في الشكل المرسوم جانباً:

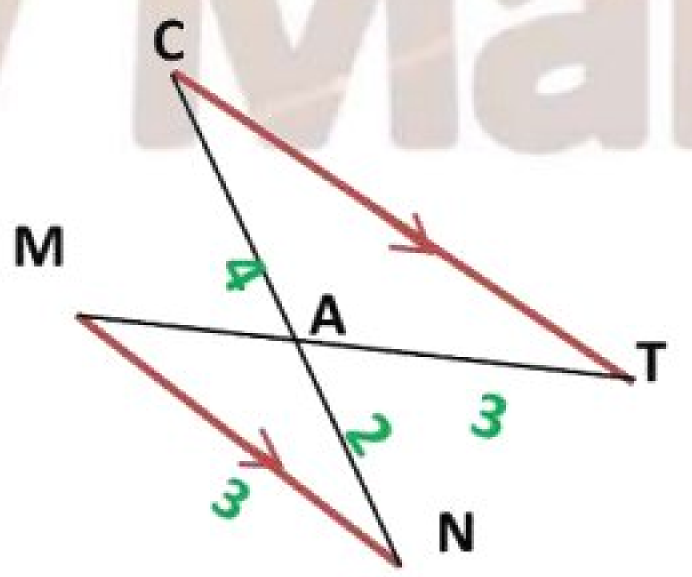
لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة تصغير $\frac{1}{3}$:



1- (الامتحان النصفي الموحد) إذا كان $BK = 2$ فإنَّ طول ضلع المربع الكبير هو 6.

2- (الامتحان النصفي الموحد) نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$.

في الشكل المجاور: (NC) و (MT) مستقيمان متقاطعان في A والمستقيمان (CT) و (NM) متوازيان و $AC = 4$ و $AN = 2$ و $MN = TA = 3$ فإنَّ:



3- (حماة 2018) $AM = \frac{3}{2}$.

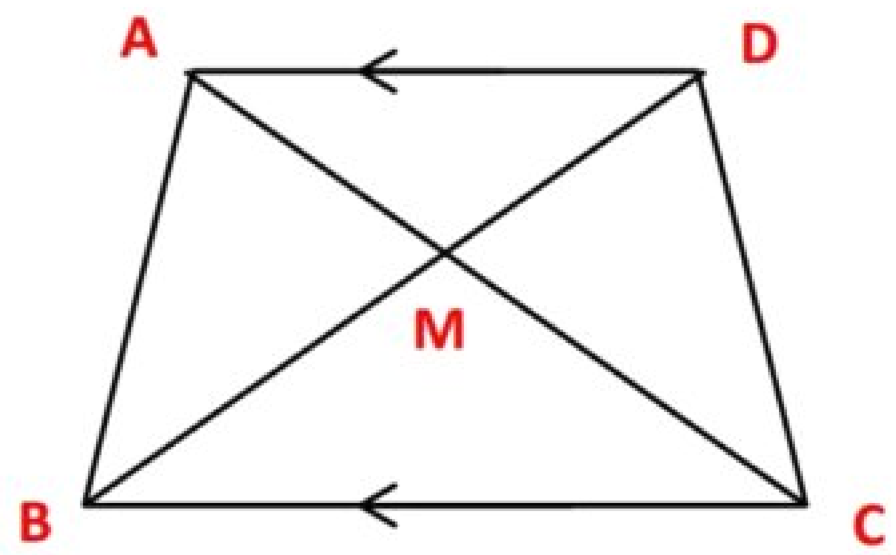
4- (حماة 2018) $CT = 4$.

5- (حماة 2018) $\frac{MN}{TC} = \frac{1}{2}$.

6- (حماة 2018) $\frac{\text{مساحة } NAM}{\text{مساحة } TCA} = \frac{2}{3}$.

7- (حمص 2018) إذا كانت نسبة التشابه $0 < K < 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل.

في الشكل المرسوم جانباً: $ABCD$ شبه منحرف فيه $MD = 2$ و $BM = 3$:



8- (القنيطرة 2018) المثلث MDA تصغير المثلث BMC فإنَّ معامله $\frac{2}{3}$.

9- (القنيطرة 2018) النسبة $\frac{MA}{MC} = \frac{3}{2}$

10- (القنيطرة 2018) $\frac{MAD \text{ مساحة}}{MBC \text{ مساحة}} = \frac{9}{4}$

ثانياً: حل التمارين التالية:

التمرين الأول: (نماذج وزارية)

(BM) و (CN) مستقيمان متقاطعان في O والمطلوب:

1- باستعمال خوارزمية الطرح المتتالي، أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 2592 و 3024

2- اختزل الكسرين الآتيين $\frac{3000}{3500}$, $\frac{2592}{3024}$.

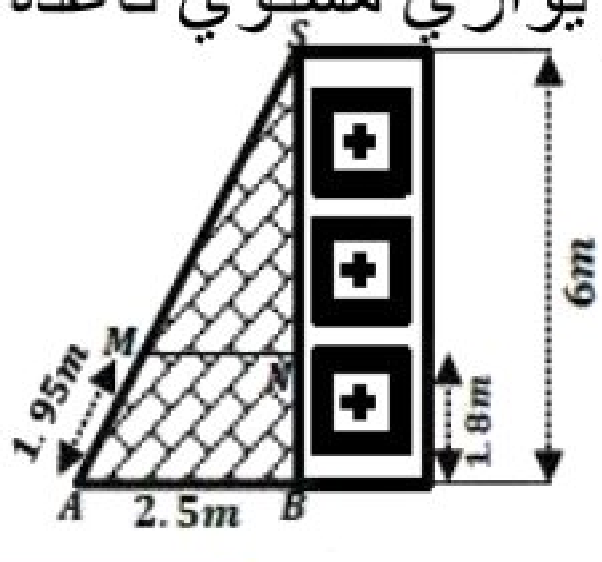
3- قل إن كان المستقيمين (MN) و (BC) متوازيين أم متقاطعين مع شرح إجابتك.

التمرين الثاني: (نماذج وزارية) دعم مهندس أحد المباني بدعامة خشبية على النحو الممثل في الشكل المرافق حيث $AB \perp BS$ والمطلوب:

1- احسب الطول AS.

2- احسب كلا من الطولين SM و SN.

3- أثبت أن الحاجز $[MN]$ يوازي مستوي قاعدة البناء.



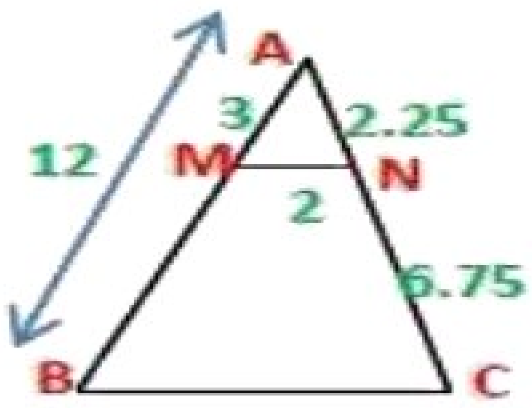
التمرين الثالث: (نموذج تربية حماة التدريبي)

في الشكل المرسوم جانباً:

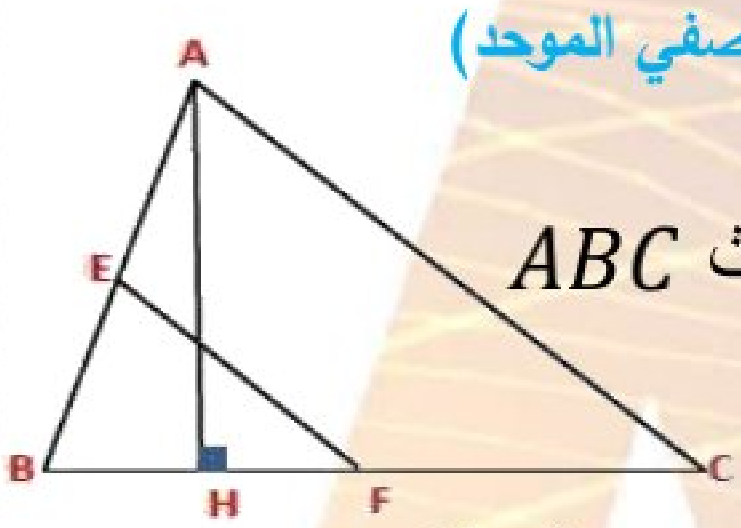
$AB = 12$ و $AN = 2.25$ و $NC = 6,75$ و $AM = 3$ والمطلوب:

1- أثبت أن $(MN) \parallel (BC)$.

2- بفرض أن $(MN) \parallel (BC)$ و $MN = 2$ أحسب BC.



التمرين الرابع: (الامتحان النصفي الموحد)



في الشكل المجاور:

$[AH]$ ارتفاع في المثلث ABC

والنقطة E منتصف $[AB]$ والنقطة F منتصف $[BC]$ وإذا كان $BC = 6$ و $AB = 2\sqrt{3}$ وقياس الزاوية $A\hat{B}C = 60°$ والمطلوب:

1- أثبت أن $EF \parallel AC$.

2- إذا كان المثلث BFE تصغير للمثلث BCA استنتج معامل التصغير.

3- إذا علمت أن مساحة المثلث ABC تعطى بالعلاقة $S = \frac{1}{2}[AB] \times [BC] \times \sin\hat{B}$

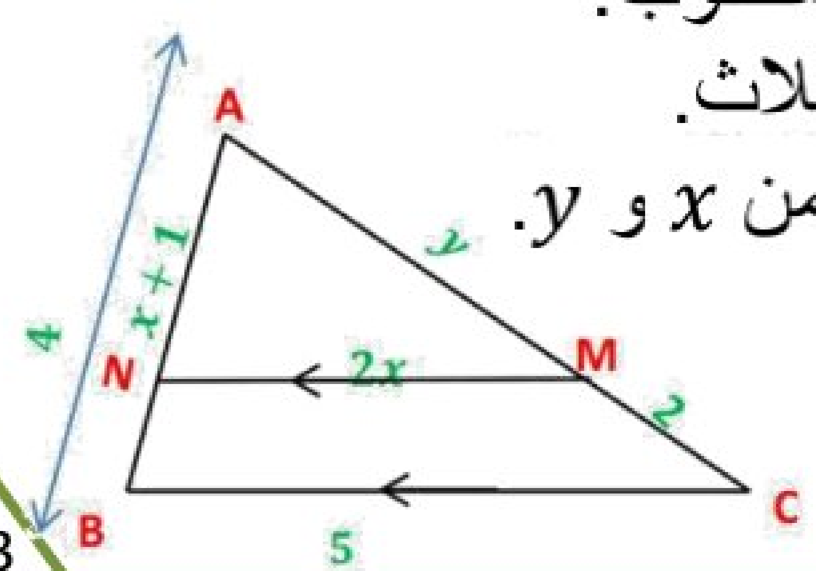
احسب S مساحة المثلث ABC وأستنتج طول الارتفاع AH.

التمرين الخامس: (دمشق 2018)

ABC مثلث فيه النقطة N من $[AB]$ والنقطة M من $[AC]$، إذا علمت أنَّ $MN||BC$ وطول $AB = 4$ وطول $AN = x + 1$ وطول $MC = 2$ و $BC = 5$ و $AM = y$ و $MN = 2x$، والمطلوب:

1- اكتب النسب الثلاث.

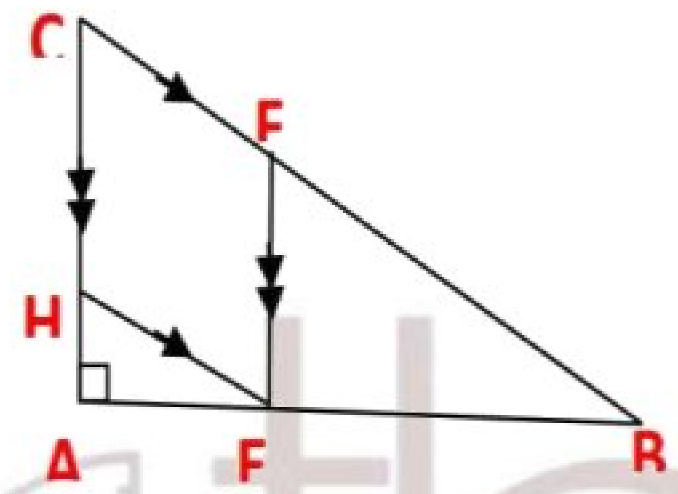
2- احسب قيم كل من x و y.



التمرين السادس: (حلب 2018)

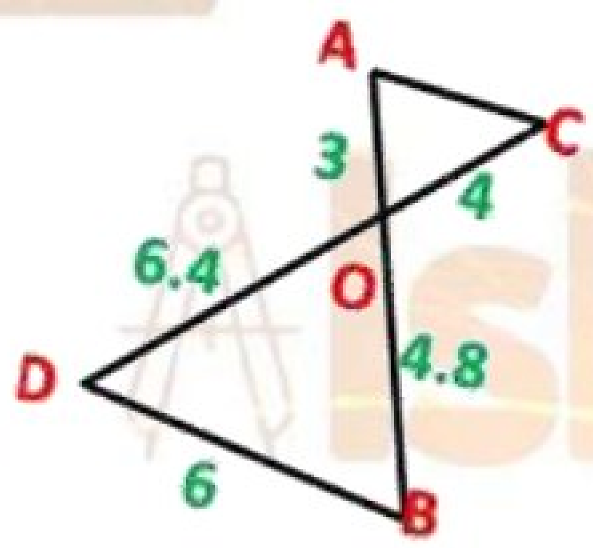
ABC مثلث قائم في A طولا ضلعيه القائمتين هما:
$AC = 3\ cm$ و $AB = 4\ cm$ والنقطة E على $[AB]$ بحيث $AE = 1$ و $(EH)||(BC)$ و $(EF)||(AC)$، والمطلوب:

1- احسب طول BC.
2- المثلث HAE تصغير المثلث ACB، اكتب معامل التصغير واستنتج طول EH.
3- المثلث ABC تكبير المثلث EBF، اكتب معامل التكبير واستنتج طول BF.



التمرين السابع: (الرقة 2018)

في الشكل المجاور: $BD = 6$ و $OD = 6.4$ و $AO = 3$ و $OB = 4.8$ و $OC = 4$ والمطلوب:

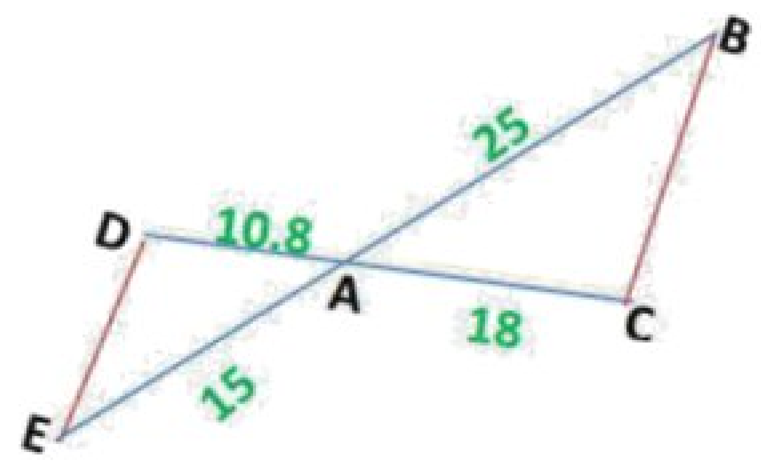


1- أثبت أن $DB \parallel AC$.
2- احسب AC.

التمرين الثامن: (حماة 2019) في الشكل المجاور:

$AC = 18$ و $AB = 25$ و $AD = 10.8$ و $AE = 15$، والمطلوب:

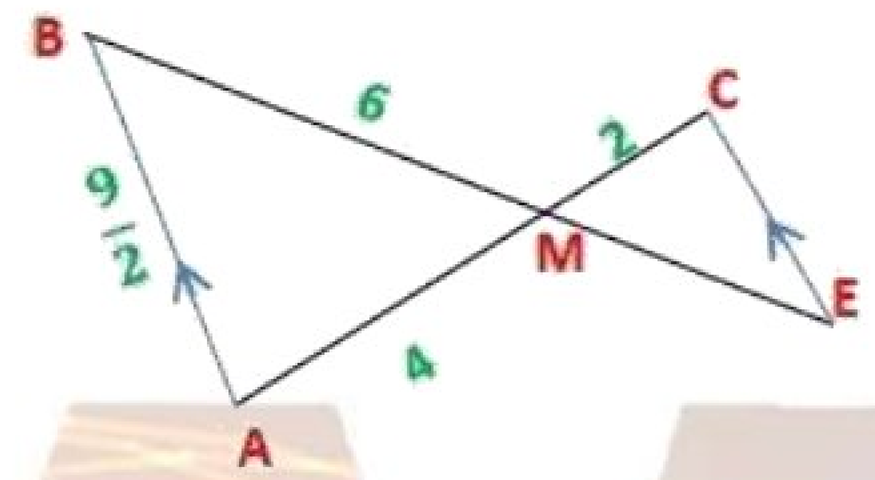
1- أثبت أنَّ $ED||CB$.
2- المثلث ABC تكبير للمثلث AED، عين معامل التكبير.
3- إذ علمت أنَّ مساحة المثلث AED تساوي 45، استنتج مساحة المثلث ABC.



التمرين التاسع: (طرطوس 2019)

في الشكل المجاور $(AB) \parallel (FC)$ و $BM = 6$ والمطلوب:

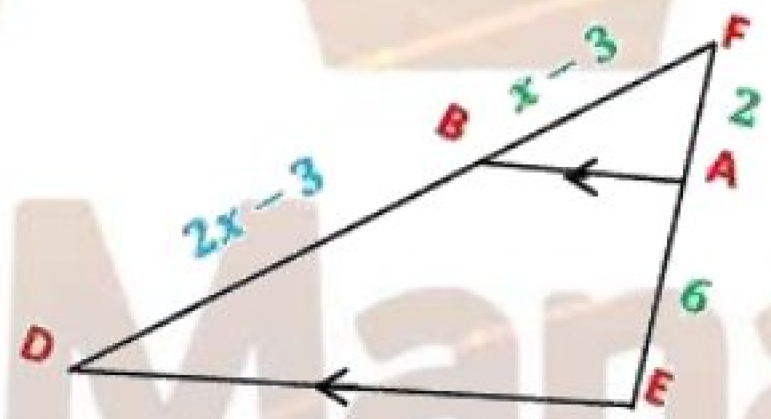
1- اكتب النسب الثلاث في المثلثين AMB و CMF.
2- احسب طول كل من: FC, MF.



التمرين العاشر: (دمشق 2019)

في الشكل المجاور:
$BD = 2x - 3$ و $BF = x - 3$ و $AF = 2$ و $AE = 6$ و $AB \parallel ED$ والمطلوب:

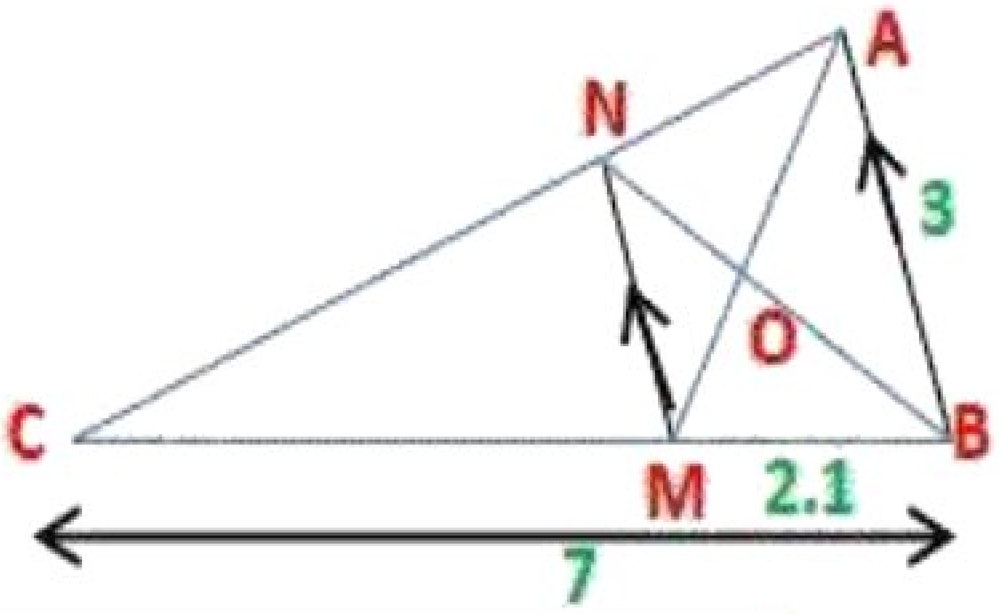
1- احسب قيمة x ثم أوجد طول BD.
2- حل المتراجحة $2x - 3 \geq 1$.



التمرين الحادي عشر: (حلب 2019)

(AN) و (BM) متقاطعان في C و $NM \parallel AB$ بحيث $AB = 3\ , MB = 2.1\ , BC = 7$ والمطلوب:

1- احسب MN واستنتج نوع المثلث MNB.
2- بفرض O نقطة تقاطع NB و AM أثبت أن المثلث OMN تصغير للمثلث OAB و أوجد معامل التصغير.



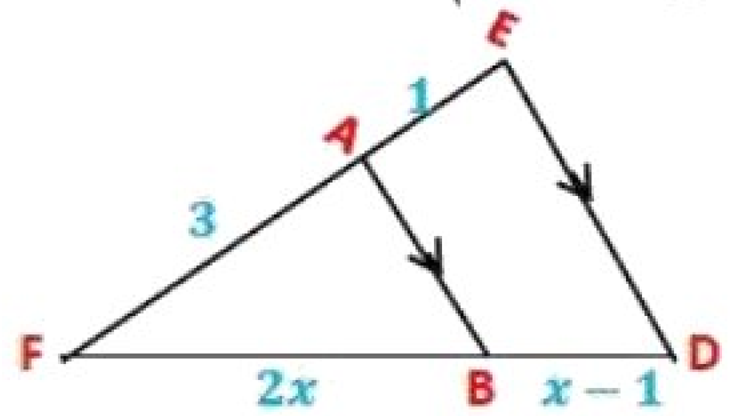
التمرين الثاني عشر: (القنيطرة 2019)

في الشكل المجاور FED مثلث فيه $ED \parallel AB$ و $AE = 1$ و $AF = 3$ و $BF = 2x$ و $DB = x - 1$ والمطلوب:

1- اكتب النسب الثلاث في المثلثين FED و FAB.

2- جد قيمة x ثم جد DB.

3- حل المتراجحة $2x \leq 1 - x$ ثم مثل حلولها على مستقيم الأعداد.

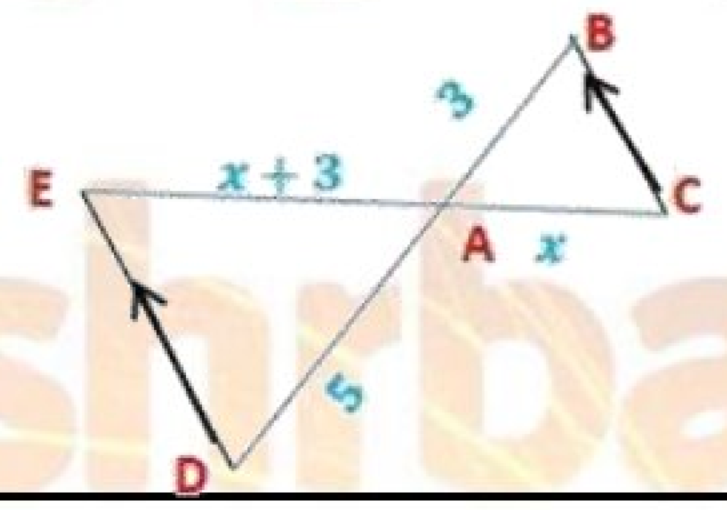


التمرين الثالث عشر: (الرقة 2019)

في الشكل المجاور $(CB) \parallel (DE)$ و $AC = x$ و $AE = x + 3$ و $AB = 3$ و $AD = 5$ والمطلوب:

1- احسب قيمة x.

2- إذا كانت مساحة المثلث ADE تساوي 15 احسب مساحة المثلث ABC.



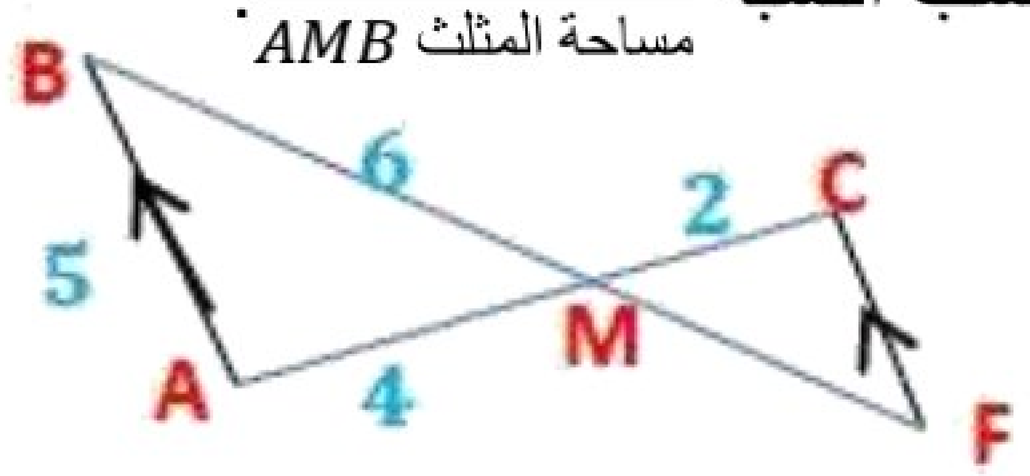
التمرين الرابع عشر: (السويداء 2019)

في الشكل المجاور $(CF) \parallel (AB)$ و $BM = 6$ والمطلوب:

1- اكتب النسب الثلاث في المثلثين CMF , AMB.

2- احسب طول كل من: FC, MF.

3- احسب النسبة $\frac{\text{مساحة المثلث } FMC}{\text{مساحة المثلث } AMB}$.



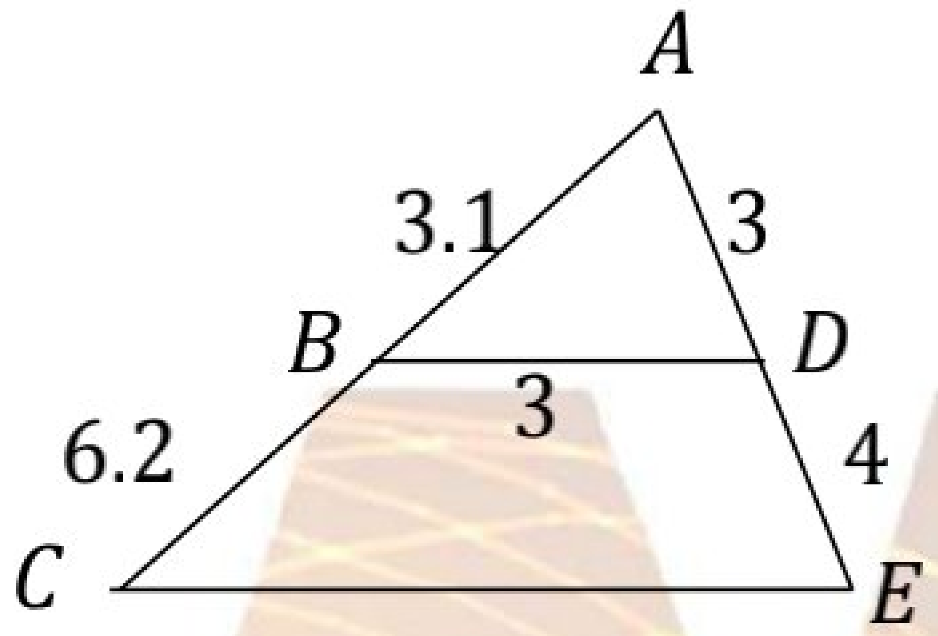
التمرين الخامس عشر: (2020)

في الشكل المجاور المثلث ACE وفيه الأطوال الموضحة:

1- احسب النسبتين $\frac{AD}{AE}$, $\frac{AB}{AC}$ واكتبهما بشكل كسرين مختزلين

واستنتج توازي المستقيمين BD , CE

2- اكتب النسب الثلاث المتساوية في المثلثين ABD , ACE واحسب طول CE



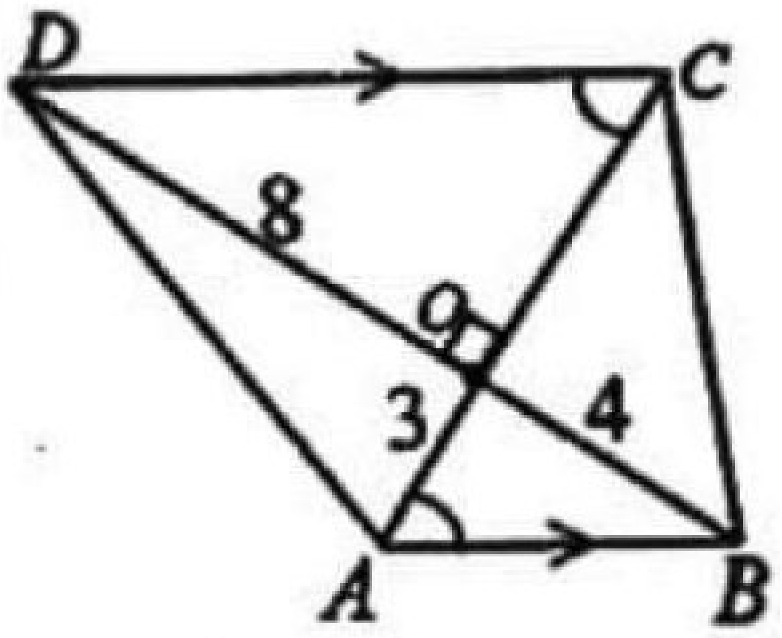
التمرين السادس عشر: (2021)

في الشكل جانباً $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[DC], [AB]$ و O نقطة تقاطع قطريه المتعامدين ، فيه: $OD = 8$, $OB = 4$, $OA = 3$

والمطلوب:

1) احسب الطول AB ثم اكتب النسب الثلاث المتساوية للمثلثين المتشابهين COD , AOB

2) احسب الطولين CD , OC واحسب النسبة: $\frac{\text{مساحة } AOB}{\text{مساحة } COD}$



ثالثاً: حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: (نماذج وزارية)

في الشكل المجاور دائرة مركزها O وقطرها AC و B نقطة تحقق $A\hat{C}B = 30°$ و N منتصف BC والمطلوب:

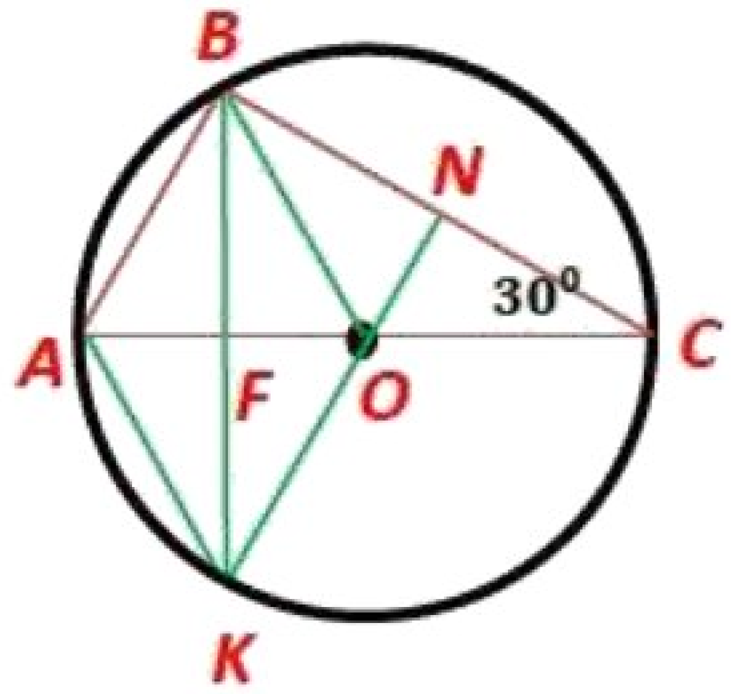
1- ما نوع المثلث ABC؟ برر إجابتك.

2- استنتج قياس الزاوية $C\hat{A}B$ واذكر نوع المثلث OBA.

3- علل $AC = 2AB$.

4- أثبت أن المثلث CON تصغير للمثلث CAB واستنتج معامل التصغير.

5- استنتج تعامد المستقيمين BK و AO.



المسألة الثانية: (نموذج تربية حماة التدريبية)

في الشكل المجاور دائرة C مركزها O وقطرها $AD = 16$ و $AB = 8$ و $B\widehat{M}A = 45°$ والمطلوب:

1- ما نوع المثلث ABD مع التعليل.

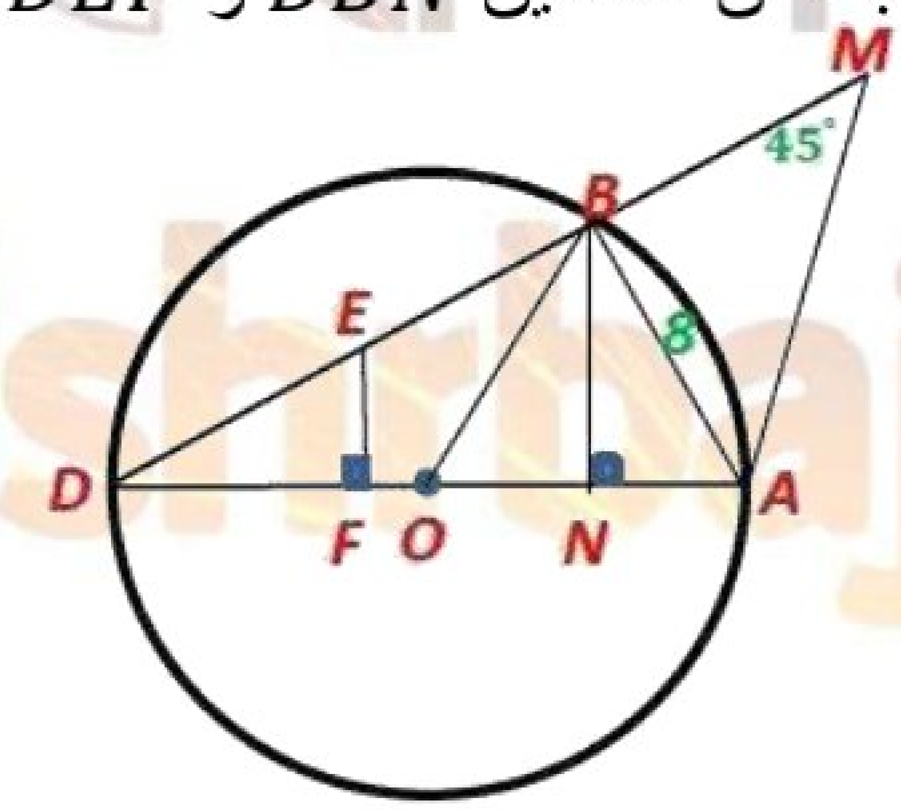
2- استنتج قياس الزاوية $B\hat{A}D$.

3- ما نوع المثلث AOB.

4- استنتج AN واحسب BN.

5- استنتج BM.

6- اثبت أن المثلثين DBN و DEF متشابهين.



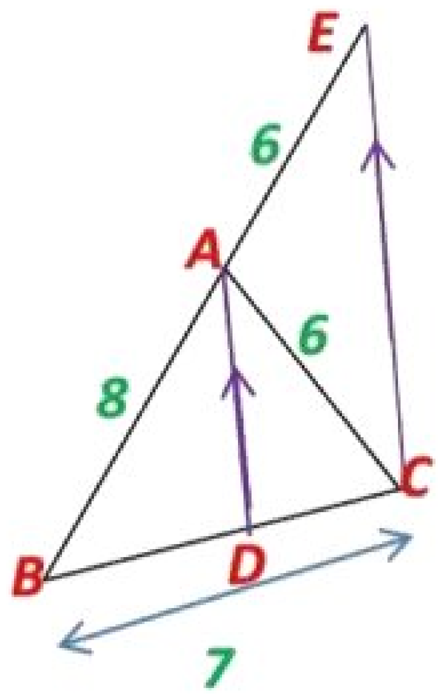
المسألة الثالثة: (إدلب 2018)

في الشكل المجاور ABC مثلث أطوال أضلاعه: $AB = 8$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ و D نقطة من BC ونرسم من C مستقيماً يوازي AD يقطع امتداد BA في النقطة E فيكون $AE = 6$، والمطلوب:

1- أثبت أن المثلث BDA تصغير للمثلث BCE، اكتب النسب الثلاث واحسب طول BD ثمّ استنتج طول DC.

2- احسب كلاً من النسب $\frac{BA}{CA}$ و $\frac{BD}{CD}$ وقارن بينهما.

3- أثبت أنّ $\widehat{DAC} = \widehat{ACE}$ و $\widehat{DAB} = \widehat{CEA}$ ثمّ استنتج أنّ AD منصف للزاوية $\widehat{BAC}$.



المسألة الثالثة: (2022)

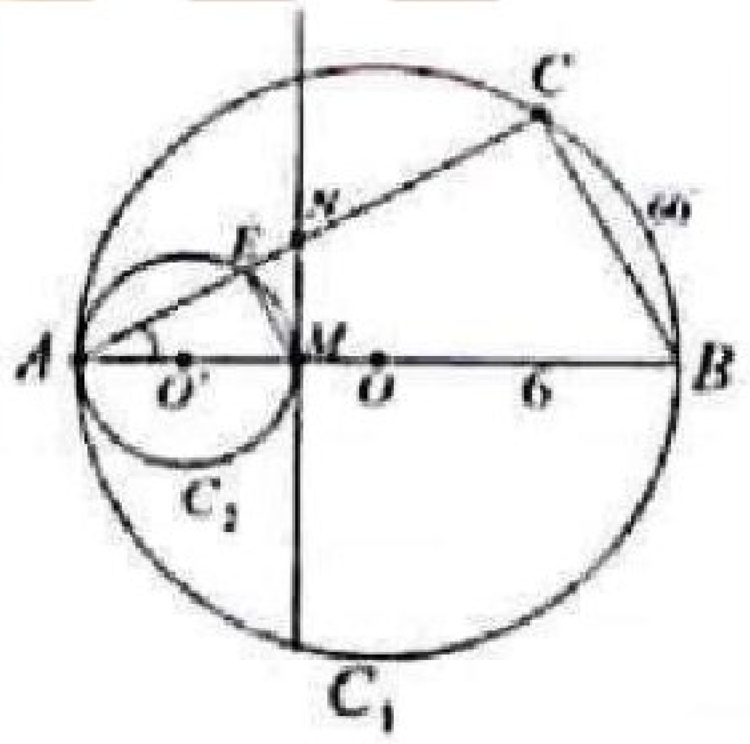
في الشكل المجاور دائرتان متماستان داخلاً في النقطة A هما C_1 مركزها O ونصف قطرها 6 و C_2 مركزها O' وقطرها $AM = 4$ والمستقيم (MN) مماس للدائرة C_2 في النقطة M وقياس القوس BC هو 60 .

المطلوب:

1) بين أن $BAC = 30$, $ACB = 90$ واحسب الطولين AC , BC

2) بين أن مبرهنة النسب الثلاث تشمل المثلثين : ABC , AME ثم اكتب النسب الثلاث المتساوية واحسب الطول ME .

3) أثبت أن $CNMB$ رباعي دائري عين مركز الدائرة المارة برؤوسه .(طلب من الوحدة الثالثة) احسب قياس الزاوية NME



انتهت أسئلة دورات الوحدة الثانية هندسة

انتهى الفصل الأول ..

دمتم في تفوق

Math
Manal Alshrbaji

آلاء
لخدمات الطباعة

- مراجعة شاملة لجميع أفكار السنوات السابقة التي يحتاجها الطالب
- شرح كامل ووافي لأفكار الفصل الدراسي الثاني
- حل جميع أسئلة الدورات والنماذج الوزارية وفق سلم التصحيح مصنفة كل وحدة على حدى
- فوائد وملاحظات لكل التمارين والمسائل بشكل سهل ومبسط
- جميع الأفكار والقوانين وترتيبها ضمن مخططات لسهولة دراستها

الأسطورة

في الرياضيات

الصف الثالث الإعدادي

إلى من سرى الحلم فيهم ، أرق ليلهم ، وسابق نبضهم
إلى من حملوا هذا الحلم همّاً ، وصانوه حُبّاً ، وسقوه صبراً ،
وزرعوه خوفاً ، وبكوهُ ليلاً .. !
لعلّه يكون هو البذور.. وتكونون أنتم الطّلع!
جعلكم الله صناعة على عينه ...منه وإليه

لطلب المزيد من النسخ يرجى التواصل على الرقم 0957474873

سلسلة
التجمع التعليمي

التجمع التعليمي