تفريغ اللقاءات الحية لمادة الإحصاء

[تلخيص]

قسم الإدارة والإقتصاد

المستوى الأول

الترم الثاني للعام الدراسي

١٤٣٥ – ١٤٣٦هـ

إعداد أختكم

سارة الناصر

بسم الله الرحمن الرحيم

تفريغات اللقاءات الحية لمادة الإحصاء المستوى الأول

الجزء النظري

*تعريف علم الاحصاء :

علم الاحصاء له عدة تعريفات من اكثرها استخداما هي :

علم الاحصاء هو علم يهتم بعملية جمع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج .

فروع علم الاحصاء : من التعريف السابق يتبين ان علم الاحصاء يتفرع الي فرعين

١ـ الاحصاء الوصفي (عملية جمع البيانات وتنظيمها وعرضها) .

٢ـ الاحصاء التحليلي (تحليل البيانات وتفسيرها) .

مراحل العمليه الاحصائيه : اي عملية احصائية اي دراسة احصائية تمر بالمراحل التالية :

١ ـ مرحلة جمع البيانات .

٢ـ تنظيم البيانات .

٣ـ عرض البيانات .

* انواع البيانات الإحصائية :

تنقسم الى نوعين

١): بيانات وصفيه (وهي ما يعبر عنها بالوصف)

وهذه البيانات تنقسم لنوعين :

أ: بيانات وصفيه اسميه (هي الصفات التي لا يمكن ترتيبها)

مثال: ، الحالة الاجتماعية، اسماء الطلاب.

ب: بيانات وصفيه تركيبية (وهي صفات يمكن ترتيبها)

مثال : تقديرات الطلاب نستطيع أن نتدرج بها (ممتاز أعلى من جيد جدا ثم يليه الجيد ثم المقبول وهكذا) ، المستوى التعليمي (طالب ابتدائي ثم متوسط ثم ثانوي ثم جامعي وهكذا)

٢) بيانات كميه (وهي ما يعبر عنها بالأرقام)

وهي أيضا تنقسم لنوعين :

أ: كمي متقطع او منفصل(هي ظواهر لا تقبل العملية الكسرية)

مثال : عدد الطلاب في كلية مختلفة ، عدد المساجد ، السيارات الجامعات .

ب: كمي متصل او مستمر(هو المتغير الذي يقبل القيم الكسرية)

مثال : الوزن ، الحرارة ، الطول ، سرعة السيارة ، الرواتب .

* أساليب جمع البيانات :

١: الحصر الشامل (تجميع البيانات من كل المجتمع)

مثال : التعداد السكاني .

٢:اسلوب العينة (تجميع البيانات من عينه او جزء من المجتمع)

مثال : علم الاحصاء .

* مصادر البيانات :

١: مصادر تاريخية (هي عباره عن بيانات جاهزة قامت بها الحكومة او بعض المؤسسات)

٢:مصادر ميدانية (هي المصدر الذي يقوم بها الباحث نفسه من الميدان)

العرض الجدولي للبيانات

الجداول ثلاث أنواع

١ / العرض الجدولي للبيانات الوصفية (هي التي يعبر عنها بالوصف)

٢ / العرض الجدولي للبيانات الكمية المتقطعة .

٣ / العرض الجدولي للبيانات الكمية المتصلة .

١ _ العرض الجدولي للبيانات الوصفية :

نوضح طريقة العرض الجدولي للبيانات الوصفية بالمثال التالي :

فيما يلي بيان للحالة الاجتماعية لعينة من الموظفين عددهم (٢٥) موظف

- متزوج ، متزوج ، مطلق ، أرمل ، أرمل
- أعزب ، أعزب ، مطلق ، متزوج ، متزوج
- متزوج ، أعزب ، متزوج ، أعزب ، أرمل
- أعزب ، متزوج ، متزوج ، أعزب ، مطلق
- متزوج ، أعزب ، أعزب ، أرمل ، متزوج

المطلوب : عرض هذه البيانات في صورة جدولية

الحل : نقوم بعمل جدول مكون من عامودين أحدهما يحوي الصفة والآخر العدد

الصفة	العدد (وهو التكرار أي عدد المرات االتي تكررت بها الصفة ورمز التكرار [f])
متزوج (نعد كم مرة تكرر المتزوج)	١٠
أعزب	٨
مطلق	٣
أرمل	٤
المجموع الكلي [∑ f] (نجمع للتأكد من تحليلنا للبيانات ليست خطوة إلزامية ولكن للتوضيح فقط)	٢٥ (نفس العدد المعطى في السؤال إذن التحليل صحيح)

سؤال : استخرج التكرار النسبي لجدول الحالة الاجتماعية لعينة من الموظفين .

الجواب : أولا : نكرر الجدول السابق بإضافة عامود بعنوان التكرار النسبي

ثانيا : قانون التكرار النسبي : $\frac{\text{التكرار (العدد)}}{\text{المجموع الكلي}} \times 100$

نطبق القانون فيكون الحل كالتالي :

الصفة	التكرار [f]	التكرار النسبي
متزوج	١٠	٤٠
أعزب	٨	٣٢
مطلق	٣	١٢
أرمل	٤	١٦
المجموع الكلي [∑ f]	٢٥	١٠٠ (يجب أن يكون المجموع ١٠٠ ليكون الحل صحيح)

٢ _ العرض الجدولي للبيانات الكمية المتقطعة :

نوضح طريقة العرض الجدولي للبيانات الكمية المتقطعة بالمثال التالي :

فيما يلي بيان بعدد السيارات التي تملكها عينه من الأسر (٢٠) أسرة

- ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٢
- ٢ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ٤
- ٣ ، ٢ ، ٣ ، ١ ، ٣
- ٥ ، ٣ ، ٤ ، ١ ، ٣

المطلوب : عرض هذه البيانات في صورة جدولية

الحل : نقوم بعمل جدول مكون من عامودين أحدهما يحوي التصنيف أو عدد السيارات والآخر التكرار

عدد السيارات	التكرار
١	٣
٢	٥
٣	٧
٤	٣
٥	٢
المجموع الكلي [∑ f]	٢٠

سؤال : استخرج التكرار النسبي لجدول عدد السيارات التي تملكها عينه من الأسر .

الجواب : أولا : نكرر الجدول السابق بإضافة عامود بعنوان التكرار النسبي

ثانيا : قانون التكرار النسبي : $\frac{\text{التكرار (العدد)}}{\text{المجموع الكلي}} \times 100$

نطبق القانون فيكون الحل كالتالي :

عدد السيارات	التكرار [f]	التكرار النسبي
١	٣	١٥
٢	٥	٢٥
٣	٧	٣٥
٤	٣	١٥
٥	٢	١٠
المجموع الكلي [∑ f]	٢٠	١٠٠(يجب أن يكون المجموع ١٠٠ ليكون الحل صحيح)

الفرق بين التكرار النسبي والتكرار المئوي

حينما أضرب خارج القسمة (ناتج القسمة) في ١٠٠ يكون الناتج هو التكرار النسبي أما حينما أقسم التكرار على المجموع الكلي يكون الناتج هو تكرار مئوي .

في نهاية اللقاء جاوب الدكتور على بعض الأسئلة السابقة :

س ١ : عرف علم الإحصاء .

علم يهتم بعملية جمع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج .

س ٢ : ما هي فروع علم الإحصاء ؟

١ـ الاحصاء الوصفي (عملية جمع البيانات وتنظيمها وعرضها) .

٢ـ الاحصاء التحليلي (تحليل البيانات وتفسيرها) .

س ٣ : ما هي مصادر البيانات الإحصائية ؟

١: مصادر تاريخية　　　　　　　　٢:مصادر ميدانية

س ٤ : ما هو الفرق بين المصادر التاريخية والمصادر الميدانية؟ أذكر مثالا لكل نوع.

١: مصادر تاريخية (هي عباره عن بيانات جاهزة قامت بها الحكومة او بعض المؤسسات) مثل التعداد السكاني واحصائيات الوفيات والمواليد .

٢:مصادر ميدانية (هي المصدر الذي يقوم بها الباحث نفسه من الميدان) مثل الاستبيانات وغيرها .

س ٥ : ما هي أنواع البيانات الوصفية ؟ و ما هي أنواع البيانات الكمية ؟

١): بيانات وصفيه (وهي ما يعبر عنها بالوصف)

أ: بيانات وصفيه اسميه (هي الصفات التي لا يمكن ترتيبها)

ب: بيانات وصفيه تركيبية (وهي صفات يمكن ترتيبها)

٢) بيانات كميه (وهي ما يعبر عنها بالأرقام)

أ: كمي متقطع او منفصل(هي ظواهر لا تقبل العملية الكسرية)

ب: كمي متصل او مستمر(هو المتغير الذي يقبل القيم الكسرية)

س ٦ : ما هي أساليب جمع البيانات ؟ وما هي المراحل التي تمر بها أي دراسة إحصائية؟

أساليب جمع البيانات :

١: الحصر الشامل (تجميع البيانات من كل المجتمع)

٢:اسلوب العينة (تجميع البيانات من عينه او جزء من المجتمع)

المراحل التي تمر بها أي دراسة إحصائية : (هو تعريف علم الإحصاء)

١ ـ مرحلة جمع البيانات .

٢ـ تنظيم البيانات .

٣ـ عرض البيانات .

٤ـ تحليل البيانات .

س ٧ : حدد نوعية المتغيرات التالية (وصفي اسمي ، وصفي ترتيبي ، كمي متصل ، كمي متقطع)

١ـ عدد الكليات في الجامعات السعودية. (كمي متقطع)

٢ ـ أطوال عينة من الطلاب.(كمي متصل)

٣ـ جنسيات العاملين بإحدى الشركات. (وصفي اسمي)

٤ـ ألوان السيارات لعينة من الطلاب. (وصفي اسمي)

٥ـ أعداد المساجد في مدن المملكة. (كمي متقطع)

٦ـ درجات الحرارة اليومية. (كمي متصل)

٧ـ المستوى التعليمي للعاملين. (وصفي ترتيبي)

٨ـ الحالة الاجتماعية للموظفين. (وصفي اسمي)

٩ـ أسماء أندية الدوري العام لكرة القدم. (وصفي ترتيبي)

١٠ـ رواتب العاملين بجامعة الإمام. (كمي متصل)

عرض البيانات الكمية المتصلة

وهي البيانات التي تقبل القيمة الكسرية مثل الأطوال ودرجات الحرارة والأعمار والأوزان وغيرها

مثال :

فيما يلي أوزان عينة من الطلاب والمطلوب عرضها في صورة جدول تكراري معتبرا أول فئة على الصورة (50 ـــ) وطول الفئة 10 وآخر فئة على الصورة (90 ـــ100) [دائما يحدد في السؤال أول فئة وآخر فئة وطول الفئة والمقصود هنا طول الفئة 10 أي كل فئة تحتوي عشرة عناصر أو عشرة أوزان حسب السؤال المعطى]

الأوزان :

- 79 , 77,1 , 50 , 63,5 , 60
- 68,2 , 55 , 64 , 92 , 83
- 75 , 66,3 , 81 , 67 , 88,3
- 76,3 , 89 , 71,6 , 86 , 77
- 74 , 77 , 78 , 79 , 72

المطلوب :

عرض هذه الأوزان في صورة جدول تكراري [الجدول التكراري هو جدول مكون من ثلاث أعمدة كما سيتم ايضاحه في الجواب]

الحل :

نقسم كل مجموعه إلى فئات كما هو محدد بالسؤال

التكرار [نحول العلامات إلى أرقام]	العلامات [نعود للسؤال ونرى معطيات الأوزان ونضع بدلا من الوزن شرطه كعلامه]	الفئات
٢	// [أي يوجد وزنان في السؤال تدخل ضمن هذه الفئة]	ـــ 50 تقرأ [من خمسين وحتى أقل من العدد الذي يليها أي ينظر للعدد التالي والمعطى في السؤال 60 لأن طول الفئة لدينا في السؤال 10]
٦	/ ~~////~~ [العلامه الخامسة تكون بمثابة حزمة أي اربع علامات ثم حزمة هي الخامسة]	ـــ 60 [ستين وحتى أقل من سبعين]
١١	/ ~~////~~ ~~////~~	ـــ 70 [في كل مره نزيد عشرة لأن طول الفئة في السؤال عشرة]
٥	~~////~~	ـــ 80 [ثمانين وحتى أقل من تسعين]
١	/	90ـــ100 [تسعين وحتى أقل من مائة]
المجموع : ٢٥ طالب		

سؤال : أوجد التكرار النسبي للفئة الأولى والتكرار المئوي .

التكرار النسبي أن يصبح الناتج نسبة مثل (١٥%) والتكرار المئوي أن يصبح الناتج عدد مئوي مثل (١٥،)

الشرح :

لاستخراج قيمة التكرار النسبي لدينا قاعده وهي

$$\frac{\text{التكرار (العدد)}}{\text{المجموع الكلي}} \times ١٠٠$$

الحل : التكرار النسبي للفئة الأولى وهو ٢ تقسيم المجموع الكلي للوزان وهو ٢٥ ضرب مائة

$$\frac{2}{25} \times 100 = 8\%$$

وهكذا على جميع الفئات وللتأكد من الحل بعد الانتهاء من استخراج التكرار النسبي لجميع الفئات نقوم بعملية جمع التكرارات النسبية جميعها يكون الناتج 100 إذن الحل صحيح

نطبق على الجدول السابق

التكرار النسبي	التكرار	الفئات
%8	2	50 —
%24	6	60 —
%44	11	70 —
%20	5	80 —
%4	1	90—100
المجموع : 100%	المجموع : 25 طالب	

ولاستخراج قيمة التكرار المئوي لدينا قاعدة وهي $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}}$

الحل : التكرار المئوي للفئة الأولى 2 تقسيم 25 الجواب 0,08 نكمل على باقي الجدول

ملاحظة : يجب أن يكون الناتج هنا عدد مئوي أي بعد فاصلة وللتأكد من الحل بعد الإنتهاء من استخراج التكرار المئوي لجميع الفئات نقوم بعملية جمع التكرارات المئوية جميعها يكون الناتج 1 صحيح إذن الحل صحيح

نطبق على الجدول السابق

التكرار المئوي	التكرار النسبي	التكرار	الفئات
0,08	%8	2	50 —
0,24	%24	6	60 —
0,44	%44	11	70 —
0,2	%20	5	80 —
0,04	%4	1	90—100
المجموع : 1	المجموع : 100%	المجموع : 25 طالب	

و هذا الجدول التكراري يعرض بعدة صور

ماهي صور العرض البياني للجدول التكراري ؟

الجواب : ١ / المدرج التكراري .

٢/ المضلع التكراري .

٣/ المنحنى التكراري .

٤/ المنحنى المتجمع الصاعد .

أولا : المدرج التكراري :

خطوات رسم المدرج التكراري :

١- ضع الفئات دائما على المحور الأفقي .
٢- ضع التكرارات دائما على المحور الرأسي .
٣- استبدل كل تكرار بمستطيل رأسي يرتفع حسب قيمته العددية .

ملاحظة : راعي دائما ولاحظ أن يكون تقسيم المحورين الرأسي والأفقي تقسيم منتظم بمسافات متساوية .

يعرض الجدول التكراري بخمس صور بيانية وهي :

١/ المدرج التكراري (الأعمدة البيانية) .

٢/ المضلع التكراري .

٣/ المنحنى التكراري .

٤/ المنحنى المتجمع الصاعد .

٥/ المنحنى المتجمع الهابط .

لدينا جدول تكراري

الفئات	التكرار (f)
45 -	5
55 -	15
65 -	28
75 -	22
85 -	20
95 - 105	10
$\sum$	100

المطلوب : عرض الجدول التكراري السابق بالصور البيانية الخمسة .

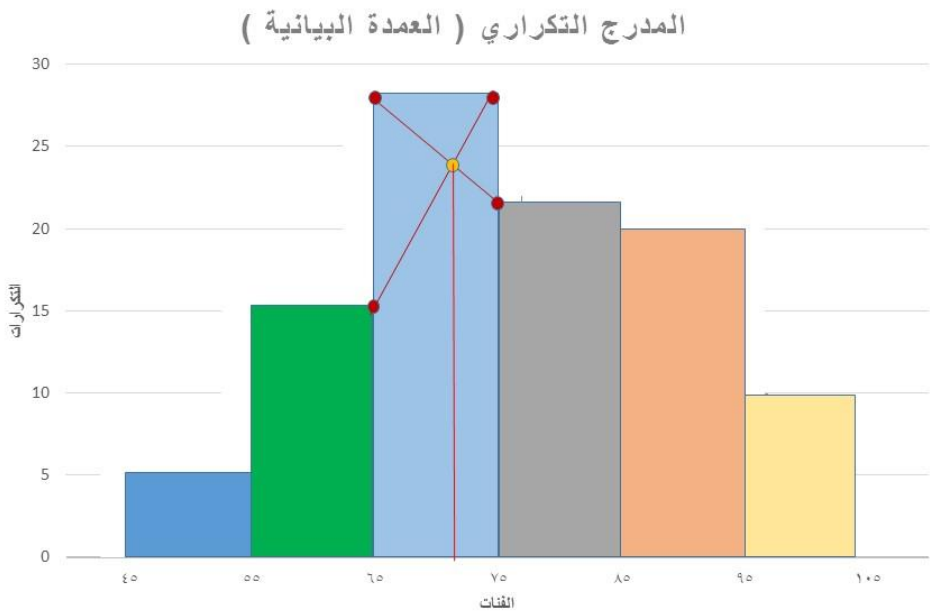
أولا : المدرج التكراري (الأعمدة البيانية) : [خطوات تنفيذ المدرج التكراري]

٤- ضع الفئات دائما على المحور الأفقي .
٥- ضع التكرارات دائما على المحور الرأسي .
٦- استبدل كل تكرار بمستطيل رأسي يرتفع حسب قيمته العددية . [عرض المستطيل يعبر عن طول الفئة]

ويستخدم المدرج التكراري في تقدير أحد المتوسطات وهو المنوال (سيتم شرح المنوال حسابيا لاحقا لكن الآن يتم تمثيل المنوال بيانيا كما في المدرج السابق بإضافة بسيطة)

لتمثيل المنوال بيانياً بعد رسم المدرج التكراري :

يتم توصيل قطري أكبر قمة في المدرج التكراري (مثل العلامة الحمراء في الرسم) ينتج خطين متقاطعين ثم يحدد موقع التقاطع (مثل العلامة الصفراء) ثم يمد خط افقي للمحور السيني تحدد النقطة على المحور السيني تكون هي المنوال



تقريبا المنوال في هذا الرسم يكون ٧١ او ٧٢

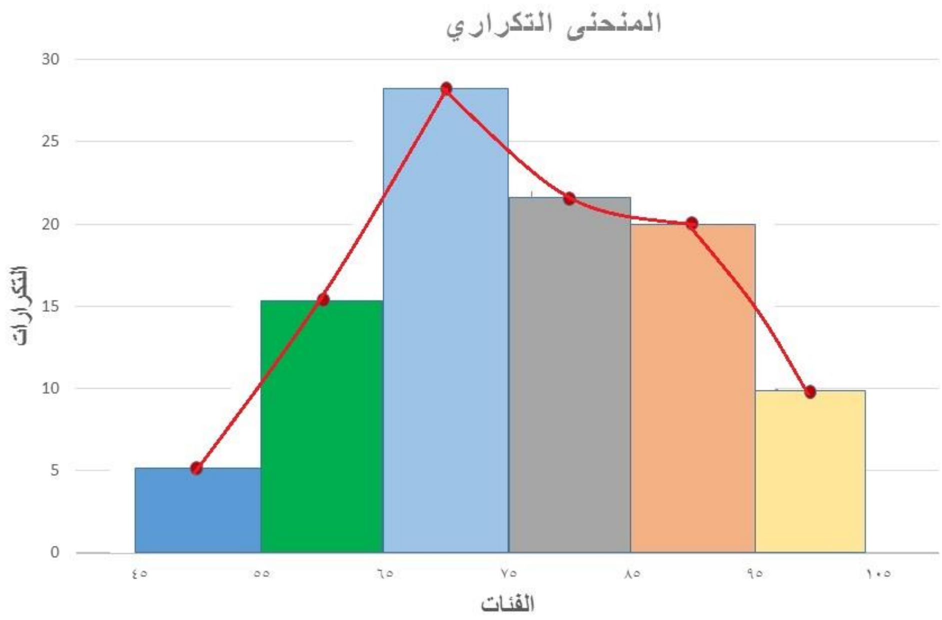
ثانيا :المضلع التكراري : ينشأ من المدرج التكراري . كيف ؟!

١/ وذلك عن طريق تنصيف قمم أعمدة المدرج التكراري (مثل العلامات الحمراء في الرسم التالي)

٢/ التوصيل بين منتصفات قمم المدرج التكراري بخطوط محددة أي باستخدام المسطرة (يشترط أن يكون الخط الناتج الموصل المستقيم)

ثالثا : المنحنى التكراري :

هو المضلع التكراري نفسه ولكن بعد تمهيد الانكسارات في المضلع (ينشأ المنحنى التكراري من المدرج التكراري) ولكن التوصيل بين النقاط يكون بواسطة اليد يوضح ذلك الرسم التالي :



رابعا : المنحنى المتجمع الصاعد :

لرسم المنحنى المتجمع الصاعد لابد من استخراج الجدول الصاعد أولا ويتم استخراجه بالطريقة التالية

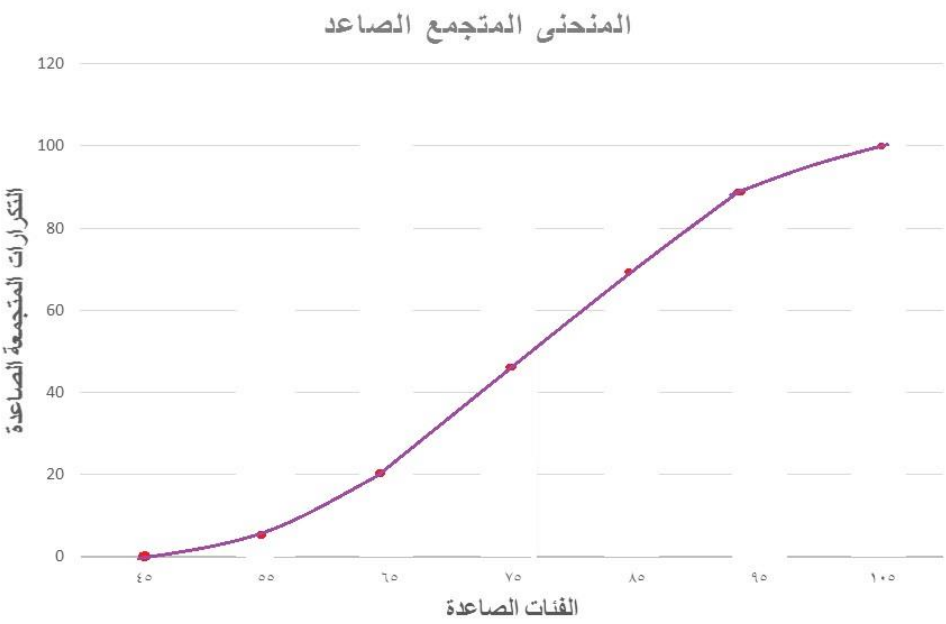
التكرارات المتجمعة الصاعدة دائما يبدأ هذا العامود بصفر وينتهي بالمجموع الكلي للتكرارات في السؤال)	الفئة الصاعدة (نفس عامود الفئات ولكن تستبدل العلامه بكلمة أقل من)	التكرار (f)	الفئات
0 ثم نجمع أول تكرار لنضع الناتج في الخانة التالية 5+0	أقل من 45	5	45 -
5 ونزيد التكرار المقابل 15+5	أقل من 55	15	55 -
20 كل مره زيد التكرار المقابل إلى النهاية	أقل من 65	28	65 -
48	أقل من 75	22	75 -
70	أقل من 85	20	85 -
90	أقل من 95	10	95 - 105
100	نزيد خانة ونضع فيها آخر قيمة أقل من 105	100	

بعد استخراج الجدول يتم رسم المنحنى المتجمع الصاعد بالطريقة التالية :

١/ ضع الفئات الصاعدة على المحور الأفقي .

٢/ ضع التكرارات المتجمعة الصاعدة على المحور الرأسي .

٣/ استبدل كل فئة صاعدة مع تكرارها الصاعد بنقطة ثم وصل تلك النقاط باليد لتحصل على المنحنى المتجمع الصاعد .



يستخدم المنحنى المتجمع الصاعد في إيجاد الوسيط بيانيا بالطريقة التالية :

١/ نستخرج الوسيط وذلك بتطبيق قانون الوسيط لمعرفة قيمته

القانون $Q_2 = \frac{\sum f}{2}$ نطبق القانون = $Q_2 = \frac{100}{2}$ نقسم مجموع التكرارات على ٢ = $Q_2=50$

اذن ترتيب الوسيط = 50

٢/ البحث عن الناتج في المحور الرأسي ونمد منه خط أفقي لملاقاة المنحنى الصاعد في نقطه .

٣/ من تلك النقطه نسقط خط رأسي على المحور الأفقي الوسيط في هذه المسألة تقريبا (76)

المتوسطات

للمتوسطات خمس أنواع :

١/ الوسط الحسابي يرمز له بالرمز ($\bar{x}$) ٢/ الوسيط يرمز له بالرمز (Q_2)

٣/ المنوال يرمز له بالرمز (M) ٤ / الوسط الهندسي يرمز له بالرمز (G)

٥/ الوسط التوافقي يرمز له بالرمز (H)

الثلاث أنواع الأولى يتم حسابهم بطريقتين :

١/ بيانات مفردة . ٢/ بيانات مبوبة (أي لها جدول توزيع تكراري)

أولا : الوسط الحسابي

له قانونين حسب البيانات المعطاة :

١/ للبيانات المفردة [أي الأرقام العشوائية] قانونه: $\bar{x} = \frac{\sum X}{N}$ أي حاصل قسمة جمع القيم على عدد القيم .

٢/ للبيانات المبوبة [أي لها جدول تكراري] قانونه : $\bar{x} = \frac{\sum FX}{\sum F}$ سيتم شرحه لاحقا .

مثال : أوجد الوسط الحسابي للأعمار التالية (12 – 14 – 21 – 17)

هذه أعمار أربع طلاب فهذه هي القيم التي رمزها (N)

لا يوجد جدول تكراري لهذه البيانات فالبيانات مفردة اذن نطبق القانون $\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$

نجمع القيم 12+14+21+17 =64

القيم لدينا 4 طلاب

يصبح تطبيق القانون كالتالي : $\bar{X} = \frac{64}{4}$ اذن متوسط هذه الأعمار 16= $\bar{X}$

- ملاحظة : لا يشترط أن يكون الناتج أحد معطيات السؤال ولكن يشترط أن يكون الناتج أكبر من أصغر رقم وأصغر من أكبر رقم .

مثال : بفرض توفر النتائج التالية :

$\bar{X}=10$ و $\sum X=220$ أوجد N نضرب الوسطين في الطرفين $10=\frac{220}{N?}$

$220=10\ N$ $\quad N=\frac{220}{10}=22$ إذن $N=22$

ثانيا : الوسيط :

و هو القيمة الوسطى أي القيمة التي تقع في منتصف البيانات ولك بعد ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا .

[يعني أرتب البيانات من الأصغر إلى الأكبر أو من الأكبر إلى الأصغر وأستخرج الرقم الذي يقع في المنتصف هو الوسيط ورمزه Q]

مثال :

احسب القيمة الوسيطية للبيانات التالية :

(4 . 17 . 9 . 11 . 15)

الحل : ١ / أرتب القيم الموجودة ترتيبا تصاعديا أي أبدأ بأصغر رقم ثم الأكبر و هكذا

(4 . 9 . 11 . 15 . 17)

٢ / أنظر للرقم الذي يقع في المنتصف يكون هو الوسيط إذن في هذا المثال : Q=11

ملاحظة : حتى لو كان ضمن البيانات قيمة شاذة أي رقم كبير مثلا 117 فلا تتغير النتيجة لأن المهم الرقم الذي يقع في المنتصف وليس قيمته و هذا من خصائص الوسيط

في هذا المثال مجموع القيم لدينا عدد فردي (5 قيم) في المثال التالي سنوجد وسيط قيم مجموعها عدد زوجي

مثال : أوجد القيمة الوسيطية للدرجات التالية

(26 . 32 . 15 . 20 . 7 . 23 . 12 . 11)

الحل : ١/ أرتب القيم الموجودة ترتيبا تصاعديا

(32 . 26 . 23 . 20 . 15 . 12 . 11 . 7)

مجموع القيم لدينا هنا ثمان قيم إذن ما هو الوسيط (20او 15) كلاهما يقع في المنتصف

الحل : أجمع الرقمين الموجودة في المنتصف وأقسم ناتجها على 2 $\frac{20+5}{2} = 17,5$ إذن الوسيط هنا 17,5

ثالثا : المنوال :

هو القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا أو ظهورا في البيانات [أي هو الرقم الذي يتكرر أكثر من مرة] ورمزه M

مثال : احسب المنوال للبيانات التالية :

(7 . 7 . 2 . 9 . 14 . 9 . 7)

ننظر هنا ماهو الرقم الذي تكرر أكثر من مره ؟! فالمنوال هنا هو الرقم 7 لأنه تكرر أكثر من مرة

مثال آخر : احسب المنوال للبيانات التالية :

(7 . 11 . 1 . 5 . 14 . 4)

لم يتكرر هنا أي رقم إذن نقول لا يوجد منوال ولا نقول المنوال يساوي 0 لأن الصفر قيمه من الممكن أن تتكرر فهنا لا يوجد منوال

مثال آخر :احسب المنوال للبيانات التالية :

(7 . 6 . 4 . 7 . 6 . 6 . 9 . 7)

هنا لدينا رقمين تكررت بنفس عدد المرات 6 تكررت ثلاث مرات و 7 أيضا تكررت ثلاث مرات إذن في حالة التساوي يكون لدينا منوالين :

M1=6 M2=7

ملاحظات :

- قد يكون للبيانات منوال أو منوالين أو أكثر من ذلك و قد لا يكون للمسألة أي منوال .
- قد يكون للبيانات أكثر من منوال لكن لا يكون لها إلا وسط حسابي واحد ووسيط واحد لا يتكرران مثل المنوال مهما تكررت القيم أو زاد عددها .
- من عيوب الوسط الحسابي أنه يتأثر بالقيم الشاذة (أي الأرقام الكبيرة جدا) لأنه قانونه مجموع القيم تقسيم عددها فكل عدد يدخل ضمن المسألة الحسابيه مهما كانت قيمته ويؤثر بالناتج بالطبع بينما الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة لأنه استخراج للقيمة الوسطى فقط .

رابعا : الوسط الهندسي : الجذر النوني لحاصل ضرب القيم ويرمز له بالرمز G [$G= \sqrt[N]{(X1 \times X2 \times X3 \times X4)}$

N هنا هو مجموع القيم داخل الجذر إذا كان داخل الجذر أربع قيم نضع فوق الجذر 4 واذا كان خمسة نضع فوق الجذر 5 و هكذا ويجب أن نضع أقواس حول القيم]

مثال : أوجد الوسط الهندسي G للبيانات التالية :

(9 . 7 . 4)

نطبق القانون هنا لدينا ثلاث قيم نضع فوق الجذر رقم 3

$G = \sqrt[3]{(9 \times 7 \times 4)}$ الناتج يكون G= 6,316

مثال آخر : أوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية :

(8 . 2 . 9 . 6 . 3) $\sqrt[5]{(8 \times 2 \times 9 \times 6 \times 3)}$ G = 4,816

طريقة حساب الوسط الهندسي في الآلة أرفقت لكم هنا رابط يوتيوب يشرح كيفية حساب الوسط الهندسي

https://www.youtube.com/watch?v=dbTbfQBH2B8

خامسا : الوسط التوافقي : هو الوسط الحسابي لمقلوبات القيم رمزه H

يتم حسابه بطريقة القانون التالي عدد القيم تقسيم مقلوبات مجموع القيم سيتم إيضاح القانون عند الحل

احسب الوسط التوافقي للبيانات التالية (4 . 9 . 7)

لدينا ثلاث قيم فيتم حساب الوسط التوافقي بالطريقة التالية :

$3 \div (1\div4+1\div9+1\div7) =$ 5,952

مثال آخر :

احسب الوسط التوافقي والوسط الهندسي للبيانات التالية (3 . 5 . 2 . 7)

بتطبيق القوانين يكون الناتج

$G= \sqrt[4]{(3 \times 5 \times 2 \times 7)}$ G = 3,80

$4\div (1\div3+1\div5+1\div7+1\div2)$ H= 3 ,4

طريقة حساب المتوسطات للبيانات المبوبة أي ذات الجدول التكراري

أولا : المتوسط الحسابي :

في لقاءاتنا السابقة قلنا أن المتوسط الحسابي له قانونين حسب البيانات المعطاة

١/ للبيانات المفردة [أي الأرقام العشوائية] قانونه: $\bar{x} = \frac{\sum X}{N}$ أي حاصل قسمة جمع القيم على عدد القيم وهو ما سبق لنا إيضاحه في اللقاء الحي الرابع والخامس

٢/ للبيانات المبوبة [أي لها جدول تكراري] قانونه : $\bar{x} = \frac{\sum FX}{\sum F}$ أي حاصل جمع fx [وهي ضرب التكرار بمركز الفئة ثم نجمع النتائج] ونقسم المجموع على مجموع التكرارات سيتبين لنا شرح القانون تماما بعد تطبيقه على التمارين

مثال : س ١٤ ص ٢ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

لدينا جدول تكراري يحتوي على الفئات والتكرارات المطلوب أولا : استخراج مركز الفئة [x] لاستخراج مركز الفة لدينا قانون وهو

مركز الفئة = $\frac{\text{بداية الفئة+نهاية الفئة}}{2}$ بداية الفئة لدينا هنا بالجدول 45 وتنتهي عند الفئة التي تليها وهي 55 أجمع الرقمين ثم أقسم على 2 والناتج لدينا يكون هو مركز الفئة وهكذا حتى نهاية الجدول

الفئات	التكرار f	x
45-	5	50
55-	15	60
65-	28	70
75-	22	80
85-	20	90
95-105	10	100
المجموع ∑	100	

نلاحظ أن مركز الفئة يزيد بطريقة منتظمة وهي أنه في كل مرة يزيد 10 أرقام وعندما نلاحظ طول الفئة نجد أنها أيضا 10 أرقام

إذن لحساب مركز الفئة بطريقة أسهل أحسب مركز أول فئة ثم أبدأ أجمع على الناتج طول الفئة هنا لدي 50 وحينما أضفت إليها طول الفئة وهو 10 أصبح 60 وهكذا وطول الفئة يأتيني من معطيات السؤال أو عند ملاحظتي لفرق الرقم بين الفئات يمكنني إستخراجه وهنا بالجدول عندما ألاحظ الفرق بيم الفئات أجد أنها في كل خانة تزيد 10 أرقام

في هذا المثال عرفنا طريقة حساب مركز الفئة في المثال القادم سنعرف كيفية حساب fx لمعرفة طريقة حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

مثال : س ٢٥ ص ٤ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب(التكرار f)	x	F x
25-	2	30	
35-	5		200
45-	7		
55-	5		
65-	4	70	
75-85	2		160
Σ	25	----------	

المطلوب إكمال الجدول لاستخراج عناصر قانون الوسط الحسابي

عرفنا كيفية استخراج القيمة x وهي مركز الفئة وبما أنه لدينا هنا أول فئة وهي 30 وبملاحظة العلاقة بين الفئات تزيد في كل مرة 10 إذن طول الفئة لدينا 10 أكمل حساب مركز الفئة بأن أضيف لمركز الفئة 10 في كل خانة فتصبح النتائج كالتالي :

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب(التكرار f)	x	F x
25-	2	30	
35-	5	40	200
45-	7	50	
55-	5	60	
65-	4	70	
75-85	2	80	160
Σ	25	----------	

بالوصول إلى رقم 70 ألاحظ أن النتيجة متوافقة مع طريقتي في الحساب إذن خطواتي في الحل لا زالت صحيحة تبقى الآن حساب fx وذلك عن طريق ضرب التكرار في مركز الفئة $fx = f \times x$ أحسب النتائج لكامل العامود ثم أجمع الناتج النهائي

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب(التكرار f)	x	F x
25-	2	30	60
35-	5	40	200
45-	7	50	350
55-	5	60	300
65-	4	70	280
75-85	2	80	160
Σ	25	----------	1350

يتبقى لدينا الآن حساب الوسط الحسابي لهذه البيانات نعيد القانون فنقول

$\bar{X} = \frac{\sum FX}{\sum F}$ نعوض القيم في القانون $\bar{X} = \frac{1350}{25}$ يصبح ناتج الوسط الحسابي $54 = \bar{X}$

ملاحـــــــظـة :

- الوسط الحسابي يحسب فقط البيانات الكمية
- الوسط الحسابي له طريقة واحده لحسابه و هي حسابيا أي باستخدام القانون فقط لا يمكن حسابه بيانيا بالرسم مثل الوسيط و المنوال

ثانيا : المنوال [M] :

يحسب المنوال بطريقتين بيانيا وحسابيا أي له قانون أيضا

١ / لحساب المنوال بيانيا تطرقنا لطريقته في اللقاء الرابع والخامس وهو بعد رسم المدرج التكراري (الأعمدة البيانية)

نرسم المدرج التكراري للجدول التالي :

الفئات	التكرار (f)
45 -	5
55 -	15
65 -	28
75 -	22
85 -	20
95 - 105	10
	100

لتمثيل المنوال بيانياً بعد رسم المدرج التكراري :

يتم توصيل قطري أكبر قمة في المدرج التكراري (مثل العلامة الحمراء في الرسم) ينتج خطين متقاطعين ثم يحدد موقع التقاطع (مثل العلامة الصفراء) ثم يمد خط افقي للمحور السيني تحدد النقطة على المحور السيني تكون هي المنوال

تقريبا المنوال في هذا الرسم يكون ٧١ او ٧٢

أما لحساب المنوال حسابيا نطبق القانون على س ٢٥ ص ٤ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب(التكرار f)	x	F x
25-	2	30	60
35-	5	40	200
45-	7	50	350
55-	5	60	300
65-	4	70	280
75-85	2	80	160
Σ	25	----------	1350

المطلوب : استخراج المنوال من الجدول التكراري السابق

الحل : ١ / أحدد أكبر تكرار و هو لدينا هنا [7]

٢/ نحدد التكرار الذي يسبقه و هو هنا [5] ونسميه f1 أي التكرار الأول

٣/ نحدد التكرار الذي يليه و هو هنا أيضا [5] ونسميه f2 أي التكرار الثاني

٤/ نحدد الفئة التي أمام أكبر تكرار وهي هنا [45] وتسمى A وهي بداية الفئة المنوالية

بعد تحديد هذه العناصر نأتي بقانون المنوال وهو :

M = [A] بداية الفئة المنوالية + $\frac{F2}{F1+F2}$ × [L] طول الفئة

$$M = A + \frac{F2}{F1+F2} \times L$$

نعوض القيم فتصبح

$$M = 45 + \frac{5}{5+5} \text{ X } 10$$

بالآلة الحاسبة نضع الرقم 45 ثم علامة + ثم 10 × 5] لأننا نضرب طول الفئة في البسط وهو الرقم الأعلى في الكسر وحينما نجمع المقام يصبح أيضا 10 [ثم علامة ÷ ثم 10 $45 + 10×5 ÷10 = 50$

مثال آخر لايضاح الطريقة : س ٢٦ ص ٤ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

التكرار F	الأعمار الفئات
4	16-
10	18-
18	20-
12	22-
6	24 – 26
50	∑

المطلوب : إيجاد المنوال حسابيا من الجدول التكراري السابق

الحل : ١ / أحدد أكبر تكرار وهو لدينا هنا [18]

٢/ نحدد التكرار الذي يسبقه وهو هنا [10] ونسميه f1 أي التكرار الأول

٣/ نحدد التكرار الذي يليه وهو هنا أيضا [12] ونسميه f2 أي التكرار الثاني

٤/ نحدد الفئة التي أمام أكبر تكرار وهي هنا [20] وتسمى A وهي بداية الفئة المنوالية

بعد تحديد هذه العناصر نأتي بقانون المنوال ونعوض القيم وهو :

$M = 20 + \frac{12}{12+10} X 2$ بالآلة الحاسبة نضع الرقم 20 ثم علامة + ثم 2 × 12] لأننا نضرب طول الفئة في البسط وهو الرقم الأعلى في الكسر وحينما نجمع المقام يصبح 22 [ثم علامة ÷ ثم 22 $20 + 2×12 ÷22 = 21,09$

ثالثا : الوسيط : يحسب الوسيط أيضا بطريقتين بيانيا و حسابيا

لحساب الوسيط بأي من الطريقتين سواءً حسابيا أو بيانيا لا بد أولا أن أكون الجدول المتجمع الصاعد

سبق لنا في اللقاء الرابع والخامس معرفة طريقة استخراج الوسيط بيانيا وسنعيدها هنا للتذكير بها

مثال : س ٢٧ ص ٤،٥ من الملف المرسل من قبل الدكتور

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات	عدد الطلاب (التكرار f)	الدرجات (الفئات)
0	اقل من25	5	25 -
		12	35 -
		15	45 -
		10	55 -
		5	65 -
		3	75 -85
50	اقل من85	50	Σ

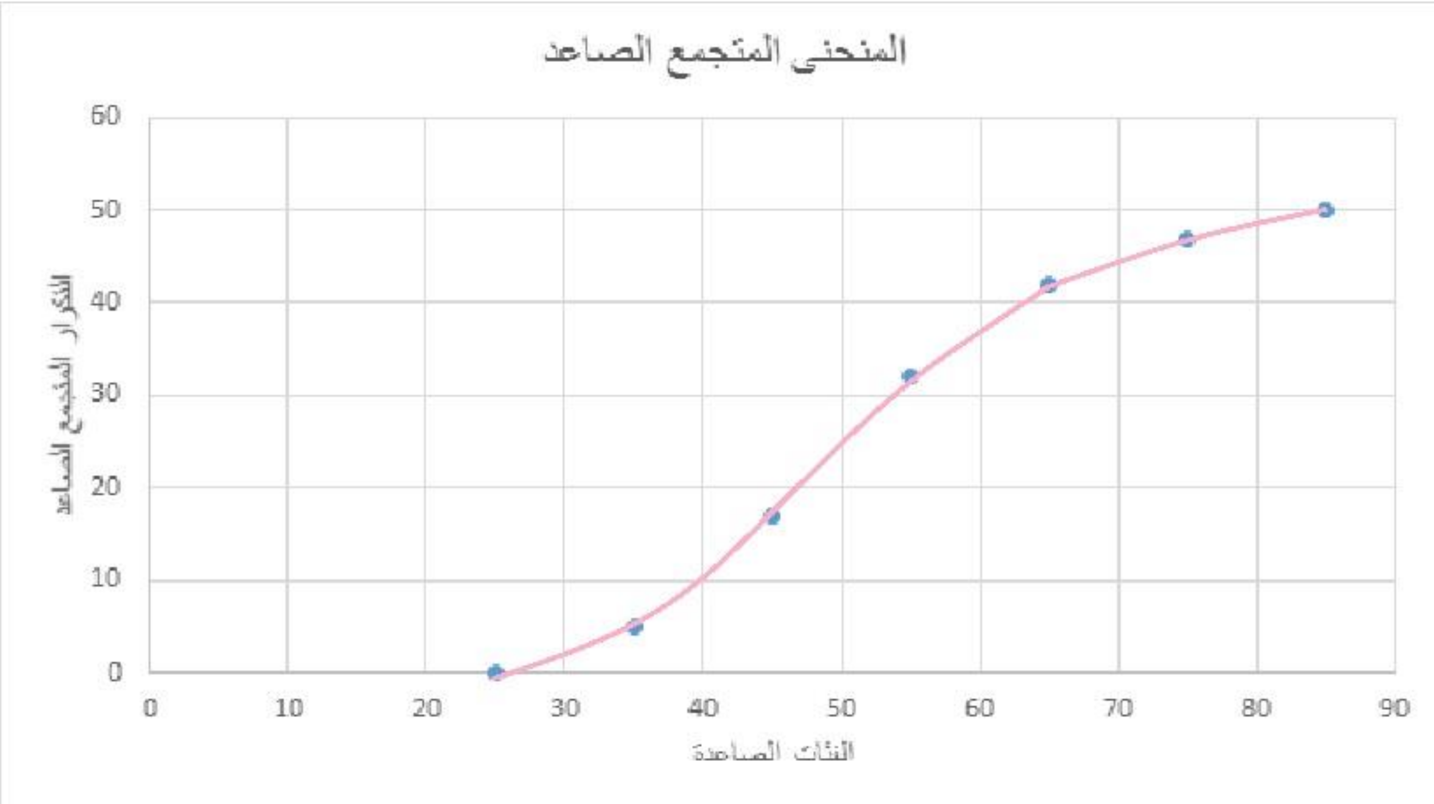
المطلوب : استخراج الوسيط بيانيا .

الحل : ١/ لا بد من إكمال الجدول المتجمع الصاعد

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب (التكرار f)	الحدود العليا للفئات أو يمكن تسميتها الفئات الصاعدة	التكرار المتجمع الصاعد
25 -	5	اقل من25	0لإيجاد التكرار المتجمع الصاعد التالي أجمع التكرار المتجمع الصاعد الحالي مع التكرار المقابل له 0+5
35 -	12	اقل من35	5 5+12= التكرار التالي17
45 -	15	اقل من45	17 17+15
55 -	10	اقل من55	32 32+10
65 -	5	اقل من65	42 42+5
75 -85	3	اقل من75	47 47+3
Σ	50	اقل من85	50

٢ / بعد إعداد الجدول المتجمع الصاعد نعوض البيانات ونرسمها بيانيا

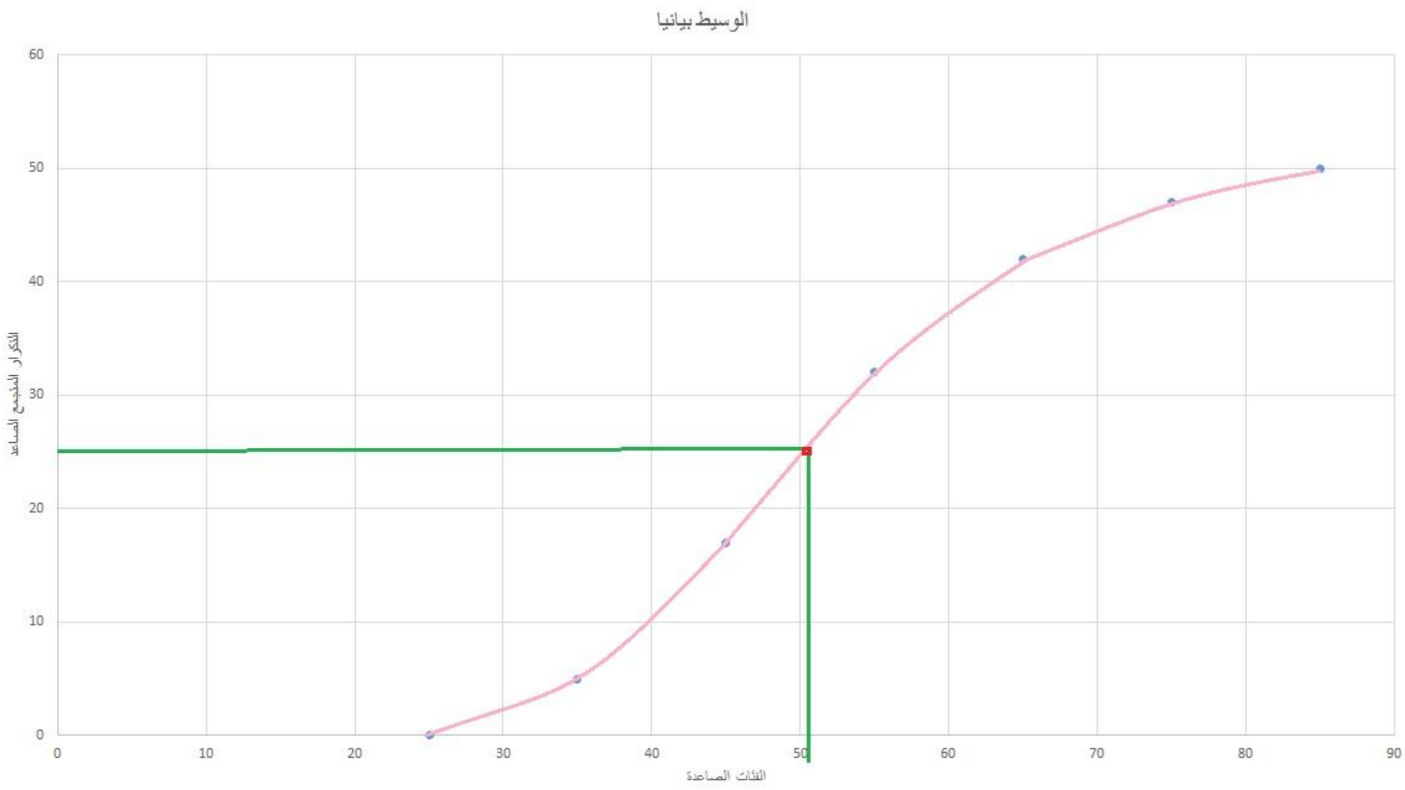
[نضع الفئات الصاعدة على المحور الأفقي والتكرار المتجمع الصاعد على المحور الرأسي ونعوض القيم بنقاط على الرسم البياني ثم نوصل بين تلك النقاط]



٣ / بعد رسم المنحنى المتجمع الصاعد نوجد ترتيب الوسيط وذلك عن طريق القانون التالي : $\frac{\sum F}{2}$ أي حاصل جمع التكرار تقسيم 2

$\frac{50}{2} = 25$ ترتيب الوسيط هنا = 25

٤ / نبحث عن ترتيب الوسيط على المحور الرأسي ثم نمد منه خط مستقيم حتى يلتقي مع المنحنى بنقطة ثم نسقط من هذه النقطة خط مستقيم على المحور الأفقي ونستخرج قيمة هذه النقطة على الخط الأفقي و هذا يكون الوسيط [التوضيح في الرسم التالي]



يتبين لنا من هذا الرسم أن الوسيط بيانيا هنا 51

تناولنا في اللقاء السابق طريقة إيجاد الوسيط للبيانات المفردة أي التي ليس لها جدول تكراري والبيانات المبوبة أي التي لها جدول تكراري بيانيا وقلنا أنه يتم إيجاده بيانيا عن طريق :

١ / إيجاد الجدول المتجمع الصاعد

٢ / تعويض البيانات بيانيا ورسم المنحنى المتجمع الصاعد

٣ / إيجاد ترتيب الوسيط وذلك عن طريق قسمة مجموع التكرارات على ٢

٤ / تحديد الناتج على الرسم البياني على المحور الرأسي ثم نمد خط مستقيم من تلك النقطة حتى تلتقي مع المنحنى المتجمع الصاعد

٥ / اسقاط خط مستقيم من نقطة الألتقاء على المحور الأفقي ونحدد تلك النقطة تصبح هي الوسيط

وبينا تفصيل تلك النقاط بالرسم البياني باللقاء السابق

الآن سوف نعرف طريقة إيجاد الوسيط للبيانات المبوبة حسابيا :

لإيجاد الوسيط سواء حسابيا أو بيانيا لابد أولا من إيجاد الجدول المتجمع الصاعد سنطبق الحل على نفس المثال السابق

مثال : س ٢٧ ص ٤،٥ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب (التكرار f)	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
25 -	5	اقل من25	0
35 -	12		
45 -	15		
55 -	10		
65 -	5		
75 -85	3		
Σ	50	اقل من85	50

المطلوب : استخراج الوسيط حسابيا .

الحل : ١ / إيجاد الجدول المتجمع الصاعد .

الدرجات (الفئات)	عدد الطلاب (التكرار f)	الحدود العليا للفئات أو يمكن تسميتها الفئات الصاعدة	التكرار المتجمع الصاعد
25 -	5	اقل من25	0لإيجاد التكرار المتجمع الصاعد التالي أجمع التكرار المتجمع الصاعد الحالي مع التكرار المقابل له 0+5
35 -	12	اقل من35	5 17التكرار التالي =5+12
45 -	15	اقل من45	17 17+15
55 -	10	اقل من55	32 32+10
65 -	5	اقل من65	42 42+5
75 -85	3	اقل من75	47 47+3
Σ	50	اقل من85	50

٢ / إيجاد ترتيب الوسيط وذلك عن طريق القانون التالي : $\frac{\sum f}{2}$ أي تقسيم مجموع التكرارات على 2 نعوض القيم في القانون فنقول

$\frac{50}{2}$ أو نقول 50 ÷ 2 = 25 إذن ترتيب الوسيط هنا 25

٣ / أبحث عن الناتج و هو ترتيب الوسيط في عامود التكرار المتجمع الصاعد هنا لا أجده حرفيا 25 لكن أستطيع تقدير قيمته بين القيمة 17 و 32 ترتيب الوسيط يقع بين هذه الفئتين فنقول 17 هو التكرار السابق ونطلق عليه اسم f1 و 32 هو التكرار اللاحق ونطلق عليه اسم f2

٤ / ننظر إلى الفئة الصاعدة المقابلة للتكرار السابق لدينا التكرار السابق هنا 17 الفئة الصاعدة المقابلة له هي 45 تسمى هذه بداية الفئة ونطلق عليها اسم A

٥ / ننظر إلى عامود الفئات نجد أن بين كل فئة وفئة عشرة أرقام مثلا بين 25 و 35 10 أرقام وهكذا هذه تعتبر طول الفئة ويرمز لطول الفئة بـ L

٦ / نذكر الآن القانون ثم نعوض القيم ، قانون الوسيط للبيانات المبوبة هو : $Q = A + \frac{\frac{\sum F}{2} - F1}{F2 - F1} \times L$

نعوض القيم في القانون فنقول :

$Q = 45 + \frac{\frac{50}{2} - 17}{32 - 17} \times 10$ اولا نقسم الخمسين على 2 ثم يصبح الناتج 25 فنقول $Q = 45 + \frac{25 - 17}{32 - 17} \times 10$ ثم نخرج نواتج الطرح حتى يصبح لدينا كسر عادي فـ 25 – 17 = 8 و 32 – 17 = 15 فنقول $Q = 45 + \frac{8}{15} \times 10$ ثم بالآله الحاسبة نضرب طول الفئة وهو هنا 10 بالبسط فتصبح 80

فنقول $Q = 45 + \frac{80}{15}$ ثم بالآلة الحاسبة نقسم 80على 15 يصبح الناتج 5.33 نجمع الناتج مع 45 فيصبح الوسيط

Q = 50.3

ملاحظة : عند إجراء العمليات الحسابية في بعض الآلات يظهر لنا الناتج كأنه كسر كيف نظهر الرقم العشري منه ؟ عن الطريق الضغط على هذا الزر في الألة 

درس الدائرة وهو جزء من طريقة عرض الجدول التكراري بيانيا التي ذكرناها سابقا ولا يهمنا في جزء الدائرة إلا نقطة بسيطة وهي:

استخراج الزاوية الدائرية لتكرار معين . كيف ؟

مثال : س ١٧ ص ٣ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

المطلوب : قدر قيمة الزاوية المقابلة للتكرار 20

الحل : ١ / أقسم التكرار المطلوب إيجاد زاويته وهو هنا بالسؤال 20 على المجموع الكلي للتكرارات وهو في السؤال 75 يصبح الناتج 0,266

٢ / أضرب الناتج في 360 أي مجموع الزوايا يصبح الحل 96˚

من نفس السؤال س ١٧ ص ٣ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

المطلوب : قدر قيمة الزاوية المقابلة للتكرار 15

الحل : ١ / أقسم التكرار المطلوب إيجاد زاويته وهو هنا بالسؤال 15 على المجموع الكلي للتكرارات وهو في السؤال 75 يصبح الناتج 0,2

٢ / أضرب الناتج في 360 يصبح الحل 72˚

مثال آخر : س ٢٧ ص ٤،٥ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

المطلوب : احسب الزاوية الدائرية أو قدر قيمة الزاوية المقابلة للتكرار 12

الحل : ١ / أقسم التكرار المطلوب إيجاد زاويته وهو هنا بالسؤال 12 على المجموع الكلي للتكرارات وهو هنا في السؤال 50 يصبح الناتج 0,24

٢/ أضرب الناتج في 360 يصبح الحل 86,4˚

خصائص الوسط الحسابي

يتأثر الوسط الحسابي بالعمليات الحسابية الأربعة [الجمع ، الطرح ، الضرب ، القسمة]

مثال : إذا كان الوسط الحسابي في درجات الطلاب في الإحصاء هو 70 درجة أوجد الوسط الحسابي بعد إضافة 5 درجات لكل طالب

الحل : فقط أنظر في السؤال هنا يقول بعد إضافة أي العملية عملية جمع فما أفعل هنا أضيف على الوسط الحسابي وهو 70 أجمع معها 5 كما هو مطلوب في السؤال وأستخرج الناتج أي عملية جمع عادية فنقول $\bar{x} = 70 + 5 = 75$

مثال آخر :

إذا كان الوسط الحسابي في درجات الطلاب في الإحصاء هو 70 درجة إذا طرح من درجات كل طالب 3 درجات فما هي قيمة الوسط الحسابي بعد عملية الطرح ؟

الحل : كما في المثال السابق العملية عملية طرح عادية والناتج هو الحل الصحيح فنقول $\bar{x} = 70 - 3 = 67$

مثال آخر :

إذا كان الوسط الحسابي في درجات الطلاب في الإحصاء هو 70 درجة وقمنا بضرب درجات كل طالب في 2 فما هي قيمة الوسط الحسابي بعد عملية الضرب ؟

الحل : كمل في المثال السابق أنفذ عملية ضرب عادية والناتج هو الحل الصحيح فنقول $\bar{x} = 70 \times 2 = 140$

مثال أخير :

إذا كان الوسط الحسابي في درجات الطلاب في الإحصاء هو 70 درجة وإذا تم قسمة درجات كل طالب على 10 فما هي قيمة الوسط الحسابي بعد عملية القسمة ؟

الحل : كما في المثال السابق أنفذ عملية قسمة عادية والناتج هو الحل الصحيح فنقول $\bar{x} = 70 \div 10 = 7$

مثال : س ٢٨ ص ٥ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

الجدول التكراري التالي يبين توزيع الأوزان لعينة من الطلاب

فئات الوزن	60-	64-	68-	72-	78-	80-	84-88	∑
التكرار f	5	12	20	26	20	12	5	100

من الجدول السابق قدر كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال وقيمة الزاوية الدائرية المقابلة للتكرار 26

الحل :

نلاحظ من الجدول السابق في عامود التكرارات f أن أول تكرار مساوي لآخر تكرار وثاني تكرار من البداية مساوي ثاني تكرار من النهاية وثالث تكرار من البداية مساوي لثالث تكرار من النهاية هذا النوع من الجداول التكرارية يسمى الجدول المتماثل وفي الجدول المتماثل توجد ميزة وهي :

عندما يكون التوزيع متماثل فإن الوسط الحسابي والمنوال والوسيط جميعها تساوي مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار

يعني أننا في الجدول المتماثل نستخرج أولا مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار فيكون الناتج هو نفسة الوسط الحسابي وهو نفسه الوسيط وهو نفسه المنوال وهذه الميزة فقط في الجدول المتماثل أما في الجدول الغير متماثل أي التي لا تتساوى فيه التكرارات فتكون طريقة الحساب عادية حسب كل قانون

إذن نقول مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار [26] كيف نستخرج مركز الفئة عن طريق جمع بداية الفئة المقابلة للتكرار مع نهايتها ونقس الناتج على 2

$\frac{\text{بداية الفئة+نهاية الفئة}}{2} = \frac{72+76}{2} = \frac{148}{2} = 74$ مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار هو 74 الوسط الحسابي هو 74

الوسيط هو 74 المنوال هو 74

الزاوية الدائرية المقابلة للتكرار 26 أخذنا طريقة حساب الزاوية الدائرية وهي تقسيم التكرار المطلوب إيجاد زاويته على مجموع التكرارات ثم نضرب الناتج في 360 فنقول $\frac{26}{100}$ أو نقول $26 \div 100$ الناتج 0,26

نضرب الناتج في $0,26 \times 360 = 93,6°$

<u>مقاييس التشتت [الانتشار]</u>

هي مقاييس تقيس مدى تقارب أو تباعد القيم عن بعضها فإذا كانت القيم قريبه من بعضها نقول قيم غير متشتتة وإذا كانت القيم متباعدة نقول قيم متشتتة **<u>ومقاييس التشتت ثلاثة أنواع :</u>**

١. المدى وهو أسهل طريقة وأسهل نوع لكنه غير دقيق .
٢. التباين هو أكثر دقة من المدى ولكنه أصعب وأكثر تعقيدا .
٣. الانحراف المتوسط وهو وسط بين الاثنين .

<u>أولا : المدى :</u>

هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة أي ناتج الطرح بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ويرمز للمدى بالرمز D

مثال : احسب المدى للقراءات التالية

8 , 12 , 6 , 2 , 11

الحل : أنظر كم أكبر قيمة لدي [12] وأصغر قيمة لدي [2] وأطرح القيمتين والناتج هو المدى

$12 - 2 = 10$ $D = 10$

<u>ثانيا : الانحراف المتوسط ويرمز له بالرمز</u> MD

والانحراف المتوسط له قانونين لأنه يحسب البيانات المفردة التي ليس لها جدول تكراري والبيانات المبوبة التي لها جدول تكراري

القانون الأول الخاص بالبيانات المفردة هو $MD = \frac{\sum| X - \bar{X}|}{N}$

N = عدد القيم، $\sum | X - \bar{X} |$= حاصل جمع فرق القيمة المطلقة بين القراءات والوسط الحسابي لها والقيمة المطلقة نقصد بها هنا أن الناتج سيكون بعلامة السالب ولكن نهمل العلامة تكون القيم مطلقة بدون علامات [سوف يتبين لنا شرح القانون عند حل المثال] X الأولى في هذا القانون تعني القراءات أو القيم و $\bar{X}$ الوسط الحسابي

القانون الثاني الخاص بالبيانات المبوبة هو $MD = \frac{\sum F| X - \bar{X} |}{\sum F}$ وسنتناول شرح هذا القانون في اللقاء الحي القادم

في كلا القانونين سواء كانت البيانات المطلوب إيجاد الانحراف المتوسط لها مبوبة أو مفردة يجب أولا إيجاد الوسط الحسابي

مثال : أوجد الانحراف المتوسط للقراءات التالية

5 , 3 , 6 , 7 , 4 [لدينا هنا خمسة قيم]

الحل : البيانات هنا مفردة فلا يوجد جدول تكراري إذن القانون المستخدم هو القانون الأول $MD = \frac{\sum| X - \bar{X}|}{N}$

١ / لترتيب الحل سنقوم بعمل جدول صغير لترتيب القيم نضع عامود X ونكتب القراءات الموجودة لدينا

X
4
7
6
3
5
$\sum$ 25

٢ / نستخرج الوسط الحسابي وهو حاصل قسمة مجموع القيم على عدد القيم $\frac{\sum X}{N}$ نعوض القانون فنقول $\frac{25}{5} = 5$

الوسط الحسابي 5

٣ / نستخرج فرق القيمة المطلقة أي نهمل الإشارات السالبة بين القيم والوسط الحسابي فنضيف عامود آخر إلى العامود السابق ونطرح كل قيمة من الوسط الحسابي الذي استخرجناه ونكتب النواتج مع اهمال العلامة السالبة أي لا تكتب العلامة السالبة ثم نجمع النواتج في الأخير

X	$\| X - \bar{X} \|$
4	4 – 5 = 1 الناتج هنا بالسالب ولكن أهملنا الإشارة لأن القيمة المطلقة ونكمل على باقي الجدول
7	2
6	1
3	2
5	0
$\sum$ 25	$\sum$ 6

٤ / نعيد كتابة القانون لنقوم بتعويض القيم

$MD = \frac{\sum|X-\bar{X}|}{N}$ بسط الكسر هو ناتج جمع القيم المطلقة [6] ومقام الكسر هو عدد القيم المعطاة في السؤال

$MD = \frac{6}{5} = 1,2$ $MD = 1,2$

الانحراف المتوسط MD للبيانات المبوبة أي التي لها جدول تكراري وقلنا قانون الجدول التكراري للبيانات المبوبة هو $MD = \frac{\sum F|X-\bar{X}|}{\sum F}$ [مجموع الفرق للقيم المطلقة بين مركز الفئة والمتوسط الحسابي تقسيم مجموع التكرارات] ننتبه هنا في القانون السابق قلنا X هي القراءات الموجودة في السؤال المعطى لكن هنا لأنه جدول تكراري فلدينا فئات إذن تكون X هنا هي مركز الفئة وليس القراءة إذن يجب أن نستخرج مراكز الفئات سبق شرح طريقة استخراجها في لقاء سابق وتنبيه آخر لدينا هنا في القانون $\sum F$ مجرد رؤيتنا لحرف F هذا يعني أن لدينا بيانات مبوبة أي جدول تكراري لأن F هي التكرار

مثال : س٥٥ ص٨ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

أكمل الجدول التالي ثم اوجد قيمة الانحراف المتوسط MD

الوزن	عدد الطلاب f:	x	f x	$\|x-\bar{x}\|$	$f\|x-\bar{x}\|$
40-	3		135		75
50-	4			15	
60-	3	65			
70-	8		600		
80-	4				60
90-100	2			25	
Σ	24	----	1680	-------	

الحل : ١ / استخرج مراكز الفئات [X] لأستطيع إحضار قيم FX كيف أستخرج مركز الفئة عن طريق القانون التالي

$X = \frac{\text{بداية الفئة+نهاية الفئة}}{2}$ بداية الفئة لدينا 40 كما هو مبين بالجدول نهاية الفئة تكون هي الفئة التي تليها و هي بالجدول 50[عامود الفئات دائما أول عامود] إذن نجمع أول الفئة مع آخر الفئة التي تليها ونقسم الناتج على 2 نقول $X = \frac{40+50}{2}$ الناتج يكون 45 ولتسهيل عملية استخراج مراكز الفئات استخرج أول مركز ثم أنظر إلى عامود الفئات لدي هنا بالسؤال بين كل فئة وفئة عشرة أرقام إذن طول الفئة 10 فلا حاجة لحساب مراكز الفئات الأخرى أكتفي فقط بأن أزيد كل مرة 10 أرقام و هكذا حتى نهاية عامود مركز الفئات

الوزن	عدد الطلاب f:	x	f x	$\|x-\bar{x}\|$	$f\|x-\bar{x}\|$
40-	3	45	135		75
50-	4	55		15	
60-	3	توافق الناتج هنا مع تسلسلي إذن خطواتي 65 صحيحة			
70-	8	75	600		
80-	4	85			60
90-100	2	95		25	
Σ	24	----	1680	-------	

٢ / أضرب مركز الفئة في التكرار للحصول على عامود FX حتى أستطيع حساب المتوسط الحسابي فأقول 135 = 3 × 45 كما هو مبين في السؤال وأكمل نفس الخطوة على جميع العامود أضرب كل مركز فئة بالتكرار المقابل لها ثم أجمع نواتج العامود حتى لو كان المجموع معطى أجمع مرة أخرى لأتأكد أن نتائجي صحيحة وخطواتي في الحل صحيحة

الوزن	عدد الطلاب:f	x	f x	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}\rvert$
40-	3	45	135		75
50-	4	55	220	15	
60-	3	65	195		
70-	8	75	600		
80-	4	85	340		60
90-100	2	95	190	25	
Σ	24	----	1680	-------	

٣ / أستخرج الوسط الحسابي [استخراج الوسط الحسابي دائما لحساب الانحراف المتوسط والتباين سواء كانت البيانات مبوبة أو مفردة أحتاج دائما لمعرفة الوسط الحسابي] كيف استخرج الوسط الحسابي لبيانات مبوبة عن طريق القانون التالي $X^{-} = \frac{\Sigma FX}{\Sigma F}$ الوسط الحسابي ناتج قسمة مجموع عامود FX على مجموع التكرارات F إذن نقول $X^{-} = \frac{1680}{24}$ الوسط الحسابي هو $\bar{X} = 70$

٤ / الآن أطرح مركز كل فئة من الوسط الحسابي الذي استخرجته واكتب القيمة مطلقة في العامود للقيم المطلقة وهذه العلامة || تعني حتى لو كان في الناتج علامة سالب لا أكتبها أهمل العلامة أكتب فقط الرقم بدون علامات إذن أطرح‎-25 = 70 – 45 ولكن أهمل الإشارة وأكتب الناتج بدون علامة سالب وهكذا أكمل لنهاية العامود

الوزن	عدد الطلاب:f	x	f x	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}\rvert$
40-	3	45	135	25	75
50-	4	55	220	15	
60-	3	65	195	5	
70-	8	75	600	5	
80-	4	85	340	15	60
90-100	2	95	190	25	
Σ	24	----	1680	-------	

٥ / أضرب كل قيمة مطلقة استخرجتها في كل تكرار مقابل لها أي اضرب قيم العامود $\lvert x-\bar{x}\rvert$ في قيم العامود F واكتب القيم مطلقة بدون إشارات يعني نقول 75 = 3 × 25 وهكذا نكمل حتى نهاية العامود ثم نجمع القيم

الوزن	عدد الطلاب:f	x	f x	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}\rvert$
40-	3	45	135	25	75
50-	4	55	220	15	60
60-	3	65	195	5	15
70-	8	75	600	5	40
80-	4	85	340	15	60
90-100	2	95	190	25	50
Σ	24	----	1680	-------	300

٦ / آخر خطوة استخرج الانحراف المتوسط و هو قسمة مجموع عامود $f\lvert x-\bar{x}\rvert$ على مجموع التكرارات F

قانون الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة $MD = \frac{\sum F\,|X - \bar{X}|}{\sum F}$ ، $MD = \frac{300}{24}$ ، الانحراف المتوسط في هذا المثال

MD = 12,5

ثالثا : التباين و يرمز له بالرمز S^2 ويشتق منه الانحراف المعياري ويرمز له بالرمز S

التباين هو الاختلاف أي إذا كانت الأرقام القريبة لبعضها تكون غير متباينة أي غير مختلفة وإذا كانت الأرقام بعيدة عن بعضها تكون متباينة أي مختلفة والتباين هو أكثر أنواع مقاييس التشتت استخداما وشيوعا رغم صعوبته وذلك لأنه أكثر ها دقة ويحسب التباين أيضا كما في الانحراف المتوسط بيانات مبوبة وبيانات مفردة أيضا هي نفس القوانين ولكن استبدل علامة القيم المطلقة || بالأقواس () وإذا كانت أقواس فيعني هنا لا أهمل العلامة بل أضع الرقم سالب وأضع موجب

قانون التباين للبيانات المفردة هو $S^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})}{N}$ وكما قلنا في الانحراف المتوسط X هنا تعني القيم الموجودة المعطاة لنا في السؤال

قانون التباين للبيانات المبوبة هو $S^2 = \frac{\sum F(X - \bar{X})}{\sum F}$

وكما قلنا في الانحراف المتوسط لازم استخرج أولا الوسط الحسابي سواء للبيانات المبوبة أو المفردة

مثال : قدر التباين والانحراف المعياري للدرجات التالية :

القيم [X] : 12 , 16 , 10 , 8 , 14

الحل : ١ / نوجد الوسط الحسابي هنا لدينا بيانات مفردة فقانون الوسط الحسابي للبيانات المفردة مجموع القيم تقسيم عددها $\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$

$\bar{X} = \frac{60}{5}$ [60 هي ناتج جمع القيم ثم أقسمها على عدد القيم والناتج هو الوسط الحسابي] $\bar{X} = 12$

٢ / لترتيب الحل أكون جدول مكون من ٣ أعمدة وأضع في العامود الأول القيم وأجمعها

X
12
16
10
8
14
∑ 60

٣ / أضيف عامود وأكتب فيه نتائج الفرق بين القيم والوسط الحسابي أي أطرح كل قيمة من الوسط الحسابي الذي استخرجته وهو 12 وأكتب النتائج بالعلامات الموجبة والسالبة لا أهمل العلامات

X	$X - \bar{X}$
12	0
16	4
10	-2
8	-4
14	2
∑ 60	مجموع هذا العامود يجب أن يكون 0

وفي هذا خاصية من خصائص الوسط الحسابي وهي مجموع انحرافات أو فروق [أي إذا قمت بعملية طرح] قيم X عند وسطها الحسابي $\bar{X} = 0$

٤ / أضيف عامود ثالث أضع فيه نتائج الفرق بعد تربيعها أي أرفعها إلى الأس 2 أي كل قيمة في العامود الثاني أرفعها للأس 2 وهي في الآله الحاسبة  ونكتب الرقم وفي المربع 2 أو توجد مثل هذا الزر في الألة مرفوعة للأس 2 تلقائيا بجانب هذا الزر لليسار واكتبها بدون علامات ثم اجمع قيم العامود

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
12	0	0
16	4	16
10	-2	4
8	-4	16
14	2	4
∑ 60	0	40

٥ / اطبق قانون التباين للبيانات المفردة و هو ناتج قسمة العامود $(X - \bar{X})^2$ على عدد القيم $S^2 = \frac{\sum(X-\bar{X})}{N}$ ، $S^2 = \frac{40}{5}$ ناتج القسمة هو التباين

إذن التباين في هذا المثال هو $S^2 = 8$

٦ / بعد معرفة التباين نستطيع الآن معرفة الانحراف المعياري وهو جذر التباين $\sqrt{S^2}$ = S يعني هنا نستخرج جذر 8 والناتج هو الانحراف المعياري وعلامته في الالة نفس علامته المرسومة هنا نضغط الجذر ثم القيمة ثم يساوي

$S = \sqrt{8}$ ، الناتج هو $S = 2,8$

طريقة حساب التباين لبيانات مبوبة قانونه $S^2 = \frac{\sum F(X - \bar{X})}{\sum F}$ لمجرد رؤيتنا لحرف f أعرف أن لدي تكرارات أي لدي جدول تكراري

مثال : س٤٥ ص ٨ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

الجدول التالي يبين توزيع الأجور اليومية لعينة من العمال،أكمل الجدول ثم أوجد قيمة التباين.

فئات الأجر	عدد العمالf	X	f x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
65-	5	70		-20		
75-	10				100	
85-	20			0		
95-	10		1000			1000
105-115	5			+20		2000
Σ	50	____	4500	-----	------	

الحل : ١ / استخرج مراكز الفئات [X] لأستطيع إحضار قيم FX كيف أستخرج مركز الفئة عن طريق القانون التالي

$X = \frac{\text{بداية الفئة+نهاية الفئة}}{2}$ بداية الفئة لدينا 65 كما هو مبين بالجدول نهاية الفئة تكون هي الفئة التي تليها وهي بالجدول 75 [عامود الفئات دائما أول عامود] إذن نجمع أول الفئة مع آخر الفئة التي تليها ونقسم الناتج على 2 نقول $X = \frac{65+75}{2}$ الناتج يكون 70 ولتسهيل عملية استخراج مراكز الفئات استخرج أول مركز ثم أنظر إلى عامود الفئات لدي هنا بالسؤال بين كل فئة وفئة عشرة أرقام إذن طول الفئة 10 فلا حاجة لحساب مراكز الفئات الأخرى أكتفي فقط بأن أزيد كل مرة 10 أرقام وهكذا حتى نهاية عامود مركز الفئات و أنتبه هنا أن الجدول متماثل [نتذكر ما قلنا عن الجدول المتماثل في اللقاء السابق]

فئات الأجر	عدد العمالf	X	f x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
65-	5	70		-20		
75-	10	80			100	
85-	20	90		0		
95-	10	100	1000			1000
105-115	5	110		+20		2000
Σ	50	____	4500	-----	------	

٢ / أضرب مركز الفئة في التكرار للحصول على عامود FX حتى أستطيع حساب المتوسط الحسابي فأقول 350 = 5 × 70 كما هو مبين في السؤال وأكمل نفس الخطوة على جميع العامود أضرب كل مركز فئة بالتكرار المقابل لها ثم أجمع نواتج العامود حتى لو كان المجموع معطى أجمع مرة أخرى لأتأكد أن نتائجي صحيحة وخطواتي في الحل صحيحة

فئات الأجر	عدد العمالf	X	f x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
65-	5	70	350	-20		
75-	10	80	800		100	
85-	20	90	1800	0		
95-	10	100	1000			1000
105-115	5	110	550	+20		2000
Σ	50	____	4500	-----	------	

٣ / أستخرج الوسط الحسابي [استخراج الوسط الحسابي مهم دائما لحساب الانحراف المتوسط والتباين سواء كانت البيانات مبوبة أو مفردة أحتاج دائما لمعرفة الوسط الحسابي] كيف استخرج الوسط الحسابي لبيانات مبوبة عن طريق القانون التالي $X^- = \frac{\Sigma FX}{\Sigma F}$ الوسط الحسابي ناتج قسمة مجموع عامود FX على مجموع التكرارات F إذن نقول $X^- = \frac{4500}{50}$ الوسط الحسابي هو X¯ = 90 [الوسط الحسابي = المركز المقابل لأكبر فئة]

٤ / أستخرج الفرق بين X و X¯ أي أطرح كل مركز فئة من الوسط الحسابي (90) ولا أهمل العلامات

فئات الأجر	عدد العمالf	X	f x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
65-	5	70	350	-20		
75-	10	80	800	-10	100	
85-	20	90	1800	0		
95-	10	100	1000	+10		1000
105-115	5	110	550	+20		2000
Σ	50	____	4500	-----	------	

٥ / أربّع القيم و أتخلص من الإشارات

فئات الأجر	عدد العمالf	X	f x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
65-	5	70	350	-20	400	
75-	10	80	800	-10	100	
85-	20	90	1800	0	0	
95-	10	100	1000	+10	100	1000
105-115	5	110	550	+20	400	2000
Σ	50	____	4500	-----	------	

٦ / أضرب نواتج هذا العامود في التكرارات وأجمع ناتج العامود الأخير فأضرب 400 في 5 وهكذا حتى نهاية العامود ثم أجمع الناتج

فئات الأجر	عدد العمالf	X	f x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
65-	5	70	350	-20	400	2000
75-	10	80	800	-10	100	1000
85-	20	90	1800	0	0	0
95-	10	100	1000	+10	100	1000
105-115	5	110	550	+20	400	2000
Σ	50	____	4500	-----	------	6000

٧ / أكتب القانون وأعوض القيم لأستخرج ناتج التباين في هذا السؤال

$S^2 = \frac{\sum F(X-\bar{X})}{\sum F}$ ، $S^2 = \frac{6000}{50}$ ، والناتج هو التباين $S^2 = 120$

٨ / بعد معرفة التباين نستطيع الآن معرفة الانحراف المعياري وهو جذر التباين $S = \sqrt{S^2}$ يعني هنا نستخرج جذر 120 والناتج هو الانحراف المعياري وعلامته في الالة نفس علامته المرسومة هنا نضغط الجذر ثم القيمة ثم يساوي

$S = \sqrt{120}$ ، الناتج هو $S = 10{,}95$

خصائص التباين والانحراف المعياري :

- ناتج التباين والانحراف المتوسط والانحراف المتوسط والمدى [أي جميع مقاييس التشتت] دائما يكون موجب [يعني لو كان الناتج سالب يوجد خطأ في خطوات الحل لدي] بخلاف الوسط الحسابي قد يكون سالب مثل متوسط درجات حرارة المدن أو قد تكون موجبة .
- لا يتأثر التباين والانحراف المعياري بالجمع والطرح ولكن يتأثر فقط بالقسمة والضرب .

مثال : إذا كان الانحراف المعياري [S] لدرجات الطلاب في مقرر الإحصاء هو 4 درجات أوجد الانحراف المعياري بعد إجراء العمليات الحسابية التالية عليه :

١- إضافة 5 درجات لكل طالب .
٢- طرح 7 درجات من كل طالب .
٣- ضرب درجات كل طالب في 3 .
٤- قسمة درجات كل طالب على 2 .

الحل :

١- الانحراف المعياري في حالة الجمع لا يتغير فالناتج = 4
٢- الانحراف المعياري في حالة الطرح لا يتغير فالناتج = 4
٣- في حالة الضرب يتغير الناتج فنقول $4 \times 3 = 12$
٤- في حالة القسمة يتغير الناتج فنقول $4 \div 2 = 2$

مثال : إذا كان تباين [S^2] درجات الطلاب في مقرر الإحصاء هو 3 درجات أوجد التباين بعد إجراء العمليات الحسابية التالية عليه [لا أنسى هنا علامة التربيع]

١- إضافة 4 درجات لكل طالب .
٢- طرح 6 درجات من كل طالب .
٣- ضرب درجات كل طالب في 2
٤- قسمة درجات كل طالب على 4 .

الحل :

١- التباين في حالة الجمع لا يتغير فالناتج = 3
٢- التباين في حالة الطرح لا يتغير فالناتج = 3
٣- في حالة الضرب يتغير الناتج ولكن نضرب في العدد المعطى في السؤال بعد رفعه للأس 2 يعني $2^2 \times 3 = 12$
٤- في حالة القسمة يتغير الناتج ولكن نقسم على العدد المعطى في السؤال بعد رفعه للأس 2 يعني $4^2 \div 3 = 5,33$

تناولنا فيما سبق التباين وذكرنا بعض الخصائص وقلنا :

١- أن قيمة التباين دائما قيمة مربعة .
٢- مقاييس التشتت جميعها دائما تكون نتائجها موجبة .
٣- التباين لا يتأثر بالجمع والطرح عكس الوسط الحسابي فهو يتأثر بالعمليات الحسابية الأربعة (الجمع و الطرح و الضرب و القسمة)

تبقى لنا في باب التباين نقطتين : أ- الدرجة المعيارية . ب- معامل الاختلاف .

أولا : الدرجة المعيارية :

أو تسمى القيمة المعيارية أو المتغير المعياري ورمزها [**Z**]

وقانونه : $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$ أي هو أطرح القيمة المعطاة في السؤال من الوسط الحسابي ثم أقسم الناتج على الانحراف المعياري

وهي تستخدم لاستبعاد أثر وحدات القياس ولكن هذه النقطة سوف تفصل لاحقا في المستوى الثاني يهمنا هنا أن نعرف كيف نستخرج المتغير المعياري فقط

ثانيا : معامل الاختلاف :

معامل الاختلاف النسبي ويرمز له بالرمز [**CV**]

وقانونه : $CV = \frac{S}{X^{-}} \times 100$ أي هو قسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي ثم أضرب الناتج في 100 [بما أنني أضرب في 100 معنى ذلك أنني أوجد نسبة مئوية يعني عند كتابة الإجابة لا أنسى أن أضيف علامة % مثل التكرار النسبي حينما أضرب في 100 أضيف علامة %]

وهو يستخدم للمقارنة بين المجموعات مثلا نقارن بين درجات طلاب وطالبات وهكذا .

وكلا القانونين (المتغير المعياري ومعامل الاختلاف) نحتاج دائما لمعرفة الوسط الحسابي والانحراف المعياري لحساب هذه القيم

مثال : إذا كان متوسط درجات الطلاب في مقرر الإحصاء هو 70 درجة بانحراف معياري 10 درجات حصل أحد الطلاب على 90 درجة

المطلوب : ١- أوجد الدرجة المعيارية أو المتغير المعياري التي حصل عليها الطالب .

٢- أوجد معامل الاختلاف .

الحل : ١ / نكتب المعطيات ليسهل لنا تعويض قيم القوانين

المعطيات : المتوسط الحسابي [$X^{-} = 70$] الانحراف المعياري [$S = 10$] درجة أحد الطلاب [$X = 90$]

٢ / نأتي أولا بقانون المطلوب الأول وهو الدرجة المعيارية لأحد الطلاب وقانونه $Z = \frac{x - x^{-}}{s}$ ثم نعوض القيم $Z = \frac{90-70}{10}$ نطرح 90 من 70 ثم نقسم الناتج على 10 فيظهر لنا ناتج المتغير المعياري لأحد الطلاب وهو **Z= 2** [حولنا الدرجة الأصلية لطالب وهي 90 إلى درجة معيارية وهي 2]

٣ / نأتي بقانون المطلوب الثاني وهو معامل الاختلاف وقانونه $CV = \frac{S}{X^{-}} \times 100$ ثم نعوض القيم $CV = \frac{10}{70} \times 100$ نقسم 10 على 70 ثم نضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة % فيظهر لنا ناتج معامل الاختلاف وهو

CV = 14,28% [هنا لم نقارن بين مجموعتين ولكن أوجدنا معامل الاختلاف]

مثال آخر : أجري اختبارا في مقرر الإحصاء على عينتين من الطلبة والطالبات وحصلنا على النتائج التالية :

- في عينة الطلبة كان متوسط الدرجات 18 بانحراف معياري 4
- وفي عينة الطالبات كان متوسط الدرجات 16 بانحراف معياري 3

المطلوب : مستخدما معامل الاختلاف حدد أي المجموعتين الطلبة أم الطالبات أكثر تشتت [أو أستطيع أن أقول أكثر تباعد أو أقل تجانس أي قيمته أكبر من الآخر] في توزيع الدرجات .

الحل : ١ / نكتب المعطيات ليسهل لنا تعويض قيم القانون

المعطيات : لعينة الطلبة / المتوسط الحسابي [$X^{-} = 18$] الانحراف المعياري [$S= 4$]

لعينة الطالبات / المتوسط الحسابي [$X^{-} = 16$] الانحراف المعياري [$S = 3$]

٢ / نأتي بقانون معامل الاختلاف $CV = \frac{S}{X^{-}} \times 100$

٣ / نعوض القيم لكلا العينتين : عينة الطلبة / $CV = \frac{4}{18} \times 100$ ، **CV الطلبة = 22,22%**

عينة الطالبات / $CV = \frac{3}{16} \times 100$ ، CV **الطالبات = 18,75%**

٤ / أنظر للنتائج وأستخرج الأكثر تشتت أي الأكثر تباعد أي الأقل تجانس أي القيمة الأكبر فأقول المجموعة الأكثر تشتت هي مجموعة الطلبة

وإذا عكسنا صيغة السؤال فقلنا نستخرج الأقل تشتت أي الأقل تباعد أي الأكثر تجانس أي أكثر تقارب أي القيمة الأقل فأقول المجموعة الأقل تشتت هي مجموعة الطالبات .

ننتقل الان إلى باب جديد وهو باب الارتباط

والارتباط هو أسلوب أو أحد المقاييس الإحصائية التي تستخدم في قياس العلاقة بين الظواهر [أي العلاقة بين ظاهرتين مثل العلاقة الارتباطية بين طول الأب وطول الابن] نسمي الظاهرة الأولى X والظاهرة الثانية Y ونرمز للارتباط بالرمز r

حدود الارتباط : يقع الارتباط بين 1- و 1+ على خط الأرقام وتكون قيمته دائما قيمة كسرية سواء كانت سالبة أو موجبة

[يعني عدد فيه فاصلة]

فإذا كان الارتباط موجب يسمى (طردي موجب) ولو كان سالب يسمى (عكسي سالب)

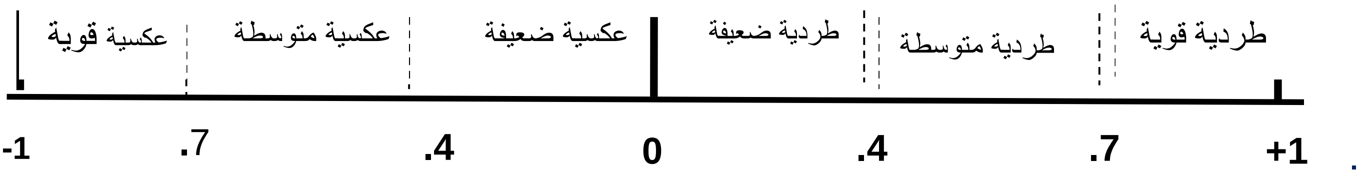
يكون طردي أي كلما زادت قيمة X تزيد قيمة Y والعكس صحيح كلما نقصت قيمة X نقصت قيمة Y

ويكون عكسي أي كلما زادت قيمة X تنقص قيمة Y والعكس صحيح كلما نقصت قيمة X تزيد قيمة Y

إذا وقعت قيمة الارتباط من 0 إلى 0,3 يسمى ارتباط طردي موجب ضعيف وإذا وقعت قيمة الارتباط من 0,4 إلى 0,6 يسمى ارتباط طردي موجب متوسط وإذا وقعت قيمة الارتباط من 0,7 إلى 1+ يسمى ارتباط طردي موجب قوي

إذا وقعت قيمة الارتباط من 0 إلى 0,3- يسمى ارتباط عكسي سالب ضعيف وإذا وقعت قيمة الارتباط من 0,4- إلى 0,6- يسمى ارتباط عكسي سالب متوسط وإذا وقعت قيمة الارتباط من 0,7- إلى 1- يسمى ارتباط عكسي سالب قوي

ويمثل هذا الشرح الرسم التوضيحي التالي



قانون الارتباط

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

شرح القانون :

أضرب n وهي عدد القيم ضرب مجموع XY ثم علامة ناقص ثم مجموع X ضرب مجموع Y تقسيم جذر n [عدد القيم] ضرب مجموع X^2 ثم علامة ناقص مجموع X الكل تربيع ثم علامة ضرب جذر n ضرب مجموع Y^2 ثم علامة ناقص مجموع Y الكل تربيع .

مثال : فيما يلي درجات عينة من الطلبة في مقررين الإحصاء [X] والاقتصاد [Y]

$X = 4 , 6 , 5 , 7 , 8$

$Y = 6 , 9 , 8 , 10 , 7$

المطلوب : قياس العلاقة الارتباطية بين درجات الإحصاء و الاقتصاد .

الحل : المعطيات هنا لدينا في كلا المقررين 5 درجات يعني 5 قيم يعني هنا $N = 5$ وتفصيل القيم واضح

توضيح / بما أن لدينا عامودين X و Y إذن قد يكون المطلوب ارتباط أو انحدار أو كلاهما [المطلوب في السؤال هنا واضح و هو الارتباط]

١ / أضع عامودين وأضع قيم X في عامود و Y في عامود آخر وأجمع القيم

X	Y
4	6
5	9
6	8
7	10
8	7
∑ 30	**40**

٢ / أضيف عامودين أسمي الأول X^2 والثاني Y^2 ثم أرفع كل قيمة في العامود X إلى الأس 2 وأكتب الناتج في العامود X^2 وأرفع كل قيمة في العامود Y إلى الأس 2 وأكتب الناتج في العامود Y^2 واجمع ناتج كل عامود

X	Y	X^2	Y^2
4	6	16	36
5	9	36	81
6	8	25	64
7	10	49	100
8	7	64	49
∑ 30	**40**	**190**	**330**

٣ / أضيف عامود خامس وأضرب كل قيمة في العامود Y فيما يقابلها من العامود X يعني أضرب [$4 \times 6 = 24$] و هكذا حتى نهاية العامود ثم أجمع الناتج قيم العامود

X	Y	X^2	Y^2	XY
4	6	16	36	24
5	9	36	81	54
6	8	25	64	40
7	10	49	100	70
8	7	64	49	56
∑ 30	40	190	330	244

٤ / نستخلص النتائج [نكتب المجاميع أمامنا ليسهل علينا التعويض]

$\sum X = 30 , \sum Y = 40 , \sum X^2 = 190 , \sum Y^2 = 330 , \sum XY = 244$

٥ / نكتب القانون ثم نعوض القيم ، القانون هو

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$r = \frac{5\times 244 - 30\times 40}{\sqrt{5\times 190 - 30^2}\times\sqrt{5\times 330 - 40^2}}$ أولاً أجري العمليات الحسابية في البسط أضرب 5 في 244 ثم علامة ناقص وأضرب 30 في 40 وأكتب النتائج

$\frac{1220-1200}{\sqrt{5\times 190 - 30^2}\times\sqrt{5\times 330 - 40^2}}$ ثم أطرح القيمتين من بعضهما $\frac{20}{\sqrt{5\times 190 - 30^2}\times\sqrt{5\times 330 - 40^2}}$

أجري العمليات الحسابية في المقام داخل الجذور فأضرب 5 في 190 ثم علامة الناقص ثم أرفع 30 للأس 2 وأجري نفس العملية داخل الجذر الآخر

$\frac{20}{\sqrt{950-900}\times\sqrt{1650-1600}}$ ثم أطرح القيم داخل الجذور من بعضها $\frac{20}{\sqrt{50}\times\sqrt{50}}$ ثم بالآلة الحاسبة أضغط زر الجذر وأستخرج جذر 50 ثم أحول الجذر إلى عدد عشري بهذا الزر  ثم علامة الضرب ثم زر الجذر مرة أخرى وأكتب 50 ثم علامة يساوي سيكون الناتج لدي 50

$\frac{20}{50} = 0{,}4$ إذن الارتباط لدي في هذا المثال هو **r = 0,4** [ارتباط طردي لأنه موجب لم يسبق بعلامة سالب متوسط لأنه في بين 0,4 و 0,6]

تكلمنا في اللقاء السابق عن الارتباط وقلنا

الارتباط هو أسلوب احصائي يستخدم لقياس العلاقة بين الظواهر

ويعتمد الارتباط على مكونات قانونه وهي X , X^2 , Y , Y^2 , XY و هذه المكونات أو القيم تكون إما معطاه جاهزة في السؤال يتبقى لي فقط أن أعوض القانون واستخرج ناتج الارتباط يعني يقول في السؤال X تساوي كذا Y تساوي كذا X^2 تساوي كذا Y^2 تساوي كذا XY تساوي كذا يتبقى فقط أن اضع القانون وأعوض تلك القيم وأستخرج الناتج أو من الممكن يعطيني نصف المعطيات فيقول في السؤال فقط X تساوي كذا و Y تساوي كذا فقط فهنا ينبغي علي أن أزيد ثلاثة أعمدة لإيجاد باقي القيم وهي X^2 , Y^2 , XY ثم أعوض الناتج واستخرج قيمة الارتباط

مثال : في عينة من 5 مفردات حصلنا على المجاميع التالية :

$\sum X = 20$, $\sum Y = 15$, $\sum X^2 = 84$, $\sum Y^2 = 55$, $\sum XY = 66$

المطلوب : أوجد قيمة الارتباط .

الحل : بما ان المعطيات موجودة عندي وواضحة ومن خلال سياق السؤال قال عينة من 5 مفردات يعني هنا $N = 5$ يتبقى فقط أن أكتب القانون ثم أعوض

قانون الارتباط : $$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$ ثم أعوض النتائج حسب معطيات السؤال

$$r = \frac{5\times66-20\times15}{\sqrt{5\times84-20^2}\times\sqrt{5\times55-15^2}}$$

نأتي بالآلة الحاسبة ثم نفتح قوس (نكتب 5 ثم علامة الضرب ثم رقم 66 ثم علامة الطرح ثم رقم 20 ثم علامة الضرب ثم رقم 15 ثم نغلق القوس) ثم علامة القسمة ثم علامة الجذر $\sqrt{\ }$ ثم أفتح قوسين داخل الجذر ((وأكتب 5 ثم علامة الضرب ثم رقم 84 ثم اكتب 20^2 [لاحظ نرفع الرقم عشرين لأس 2] ثم نغلق القوس) ونفتح قوس آخر (ونكتب 5 ثم علامة الضرب ثم 55 ثم علامة الطرح ثم 15^2 ثم نغلق القوسين)) [لاحظ ابتدئنا بالمقام داخل الجذر وانتهينا بقوسين ثم علامة يساوي ثم أضغط زر  يظهر لي الناتج وهو $r= 0,948$

سؤال آخر ما نوع الارتباط في هذا المثال [0,948]

نوعه طردي [أي موجب] قوي [لأنه قريب لـ +1]

الانحدار

هو أسلوب إحصائي يقيس العلاقة بين متغيرين X و Y على شكل معادلة رياضية بحيث يمكن التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعرفة قيمة المتغير الآخر .

الفرق بين الانحدار والارتباط

- كلاهما مقاييس إحصائية لدراسة العلاقة بين ظاهرتين
- الارتباط يقيس درجة العلاقة بين ظاهرتين ويلخص تلك العلاقة بصورة رقم وقيمته تتراوح بين -1 و +1 [يعني ناتج الارتباط يكون رقم]
- الانحدار يقيس التنبؤ بمستوى التغير بين ظاهرتين ويلخص تلك العلاقة بصورة معادلة وليس رقم ومعادلة الانحدار هي Y=A+BX [يعني لا يكون رقم بل يكون معادلة بحيث نوجد قيمة a و b ثم نكتب النواتج كمعادلة]
- في الانحدار يكون لدي متغيرين هما X و Y ومهم أن احدد أيهما متغير مستقل وأيهما متغير تابع فالمتغير المستقل هو X والمتغير التابع هو Y يعني كلما تغيرت قيمة X تتغير تبعا لها قيمة Y بالمقابل لا تتأثر X بتغير Y لأن اكس هو متغير مستقل بذاته لا يتأثر بالعوامل الأخرى [لهذا السبب يكون الناتج بصورة معادلة كأني أقول كلما كانت قيمة X كذا تكون قيمة Y كذا
- في الارتباط يكون لدي متغيرين هما X و Y ولكن غير مهم أن أحدد أيهما متغير مستقل أو متغير ثابت .

- المتغير التابع Y هو المتغير الذي تتحدد قيمته بعد تحديد قيمة المتغير المستقل [يعني لا بد أولا من إيجاد قيمة المتغير المستقل X بعدها أستطيع إيجاد المتغير التابع Y]

$y = a + bx$ شرح المعادلة [y = هي المتغير التابع ، x= هي المتغير المستقل ، a = المقدار الثابت ، b = ميل خط الانحدار]

- قلنا في الارتباط يجب أن يكون الناتج واقع بين 1- و 1+ أما في قيمة a و b لا تكون القيمة محددة بحدود معينة بل قد يكون الناتج أي رقم
- أيضا في الارتباط يجب أن أوجد نتيجة r أما في الانحدار يجب أن أوجد نتيجة a و b ثم أكتبها بصيغة معادلة

القوانين :

أولا قانون b وهو ميل خط الانحدار [قانون b يتكون من بسط ومقام بسط قانون b هو نفسه بسط قانون الارتباط ومقام قانون b هو نفسة الجزء الأول (يعني الجزء الخاص بقيمة x) في قانون الارتباط ولكن بدون جذر $b = \frac{n \times \sum xy - \sum x \times \sum y}{n \times \sum x^2 - (\sum x)^2}$ ونحتاج دائما لإيجاد قيمة b أولا لنستطيع إيجاد قيمة a

ثانيا قانون a وهو المقدار الثابت $a = \frac{\sum y}{n} - b \times \frac{\sum x}{n}$ فـ b في هذا القانون هي b التي استخرجناها في القانون السابق

مثال : مثال : في عينة من 5 مفردات حصلنا على المجاميع التالية :

$\sum X = 20$, $\sum Y = 15$, $\sum X^2 = 84$, $\sum Y^2 = 55$, $\sum XY = 66$

المطلوب : ١ - قدر قيمة b في معادلة خط الانحدار .

٢ – قدر قيمة a في معادلة خط الانحدار .

٣- قدر قيمة y [أو نستطيع أن نقول تنبأ بقيمة y] عندما تكون قيمة x = 10

الحل :

١- نوجد قيمة b نكتب القانون ثم نعوض القيم $b = \frac{n \times \sum xy - \sum x \times \sum y}{n \times \sum x^2 - (\sum x)^2}$ نعوض القيم $b = \frac{5 \times 66 - 20 \times 15}{5 \times 84 - 20^2}$

نأتي بالآلة الحاسبة ونفتح قوس (نكتب 5 ثم علامة ضرب ثم رقم 66 ثم علامة طرح ثم رقم 20 ثم علامة ضرب ثم رقم 15 ثم نغلق القوس) ثم علامة قسمة ثم نفتح قوس آخر (نكتب 5 ثم علامة ضرب ثم رقم 84 ثم علامة طرح ثم رقم 20^2 [لاحظ رفعنا الرقم 20 للأس 2] ثم نغلق القوس) ثم علامة يساوي إذا جاء الناتج بشكل كسر نضغط زر  ثم يخرج لنا الناتج وهو : b = 1,5

٢- نوجد قيمة a نكتب القانون ثم نعوض القيم $a = \frac{\sum y}{n} - b \times \frac{\sum x}{n}$ نعوض القيم $a = \frac{15}{5} - 1{,}5 \times \frac{20}{5}$

نأتي بالآلة الحاسبة ونفتح قوس (نكتب رقم 15 ثم علامة القسمة ثم رقم 5 ثم نغلق القوس) ثم علامة الطرح ثم رقم 1,5 ثم علامة الضرب ثم نفتح قوس آخر (ثم رقم 20 ثم علامة القسمة ثم رقم 5 ثم نغلق القوس) ثم علامة يساوي فيخرج لنا الناتج وهو : a = -3

نكتب الآن شكل معادلة خط الانحدار بعد معرفية النتائج وهي y = -3 + 1,5 x

٣- لمعرفة قيمة y عندما تكون قيمة x=10 اكتب المعادلة بشكلها الأخير وأعوض قيمة x بـ 10

$Y = -3 + 1,5 \times 10$ أحسبها بطريقة عادية بالآلة الحاسبة فيكون الناتج هو قيمة y و هو $y = 12$

سؤال : فيما يلي بيان لدرجات أعمال السنة لعينة من 5 طلاب في مقرري الإحصاء (x) والاقتصاد (y)

X	Y
1	7
2	5
3	3
4	4
5	2

المطلوب : ١- قدر قيمة b في معادلة خط الانحدار $y = a+bx$

٢- قدر قيمة الثابت a فيما معادلة الانحدار السابق

٣ – قدر قيمة معامل الارتباط بين درجات الإحصاء والاقتصاد .

الحل : بما أن في معطيات السؤال قيم x و y فقط فيجب أن أزيد ثلاثة أعمدة وأستخرج قيم x^2 و y^2 وناتج ضرب قيم العامود x بالعامود y (xy) ثم أجمع نواتج الأعمدة الثلاثة لاستخرج المعطيات وأعوض عنها في القوانين

X	Y	x^2	y^2	Xy
1	7	1	49	7
2	5	4	25	10
3	3	9	9	9
4	4	16	16	16
5	2	25	4	10
∑15	21	55	103	52

إذن المجاميع لدي هي : $\sum x = 15 , \sum y = 21 , \sum x^2 = 55 , \sum y^2 = 103 , \sum xy = 52 , n = 5$ نبدأ في الحل

١- لإيجاد قيمة b في معادلة خط الانحدار نكتب القانون ثم نعوض القيم فنقول $b = \frac{n\times\sum xy - \sum x\times\sum y}{n\times\sum x^2 - (\sum x)^2}$ نعوض القيم فنقول

$b = \frac{5\times52 - 15\times21}{5\times55 - 15^2}$ بالآلة الحاسبة نفتح قوس) ونكتب 5 ثم علامة ضرب ثم رقم 52 ثم علامة الطرح ثم رقم 15 ثم علامة الضرب ثم رقم 21 ثم نغلق القوس (ثم علامة القسمة ثم نفتح قوس مرة أخرى) ثم نكتب 5 ثم علامة الضرب ثم نكتب رقم 55 ثم علامة الطرح ثم رقم 15^2 ثم نغلق القوس (ثم علامة يساوي إذا خرج الناتج بصورة كسر نضغط الزر  ثم يخرج لنا الناتج و هو : $b = - 1,1$

٢- لإيجاد قيمة a في معادلة خط الانحدار نكتب القانون ثم نعوض القيم فنقول $a = \frac{\sum y}{n} - b \times \frac{\sum x}{n}$ نعوض القيم فنقول

بالآلة [لا نسى أن ناتج b رقم سالب وأن في قانون a علامة طرح لا يلتبس علينا الأمر] $a = \frac{21}{5} - -1,1 \times \frac{15}{5}$
الحاسبة نفتح قوس (ونكتب *21* ثم علامة القسمة ثم رقم *5* ثم نغلق القوس) ثم علامة الطرح – ثم علامة الطرح مرة أخرى ثم رقم *1,1* [*-1,1* - -] ثم علامة الضرب ثم أفتح قوس (ثم أكتب رقم *15* ثم علامة القسمة ثم رقم *5* ثم أغلق القوس) ثم علامة يساوي وإذا خرج الناتج بصورة كسر أضغط الزر 

ثم يخرج لنا الناتج وهو : *a = 7,5*

أخيرا نكتب معادلة خط الانحدار بعد معرفة النتائج المعادلة هي *y = a+bx* وبعد تعويض القيم

تصبح المعادلة *y = 7,5 + -1,1 x*

رسم معادلة خط الانحدار بيانيا غير مطلوبة

٣- معامل الارتباط لا يتأثر بأي عملية من العمليات الحسابية الأربعة [الضرب والقسمة والجمع والطرح]

مثال : إذا كان معامل الارتباط بين درجات الإحصاء والمحاسبة هو *0,72* أوجد قيمة معامل الارتباط بعد إجراء العمليات الحسابية التالية :

أ. إضافة *3* درجات في كلا المقررين .
ب. طرح *5* درجات من كلا المقررين .
ت. ضرب درجات كلا المقررين في *2* .
ث. قسمة درجات كلا المقررين على *4* .

الحل : معامل الارتباط في كل الفقرات الأربعة هو *0,72* لأن معامل الارتباط لا يتأثر بإجراء العمليات الحسابية عليها .

السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية عبارة عن مجموعة من الأرقام مرتبطة بالزمن [أي أرقام في أي ظاهرة مرتبطة بالزمن تعتبر سلسلة زمنية يعني إذا قلت من عام كذا إلى عام كذا] مثل عدد المواليد في مدينة الرياض .

ويعبر عن السلسلة الزمنية في معادلة مثل معادلة الانحدار لكن في الانحدار علاقته بين متغير تابع *y* ومتغير مستقل *x* إذا كانت قيم *x* عبارة عن سنوات متتالية يتحول مسمى معادلة خط الانحدار إلى مسمى خط الاتجاه العام

في معادلة خط الاتجاه العام (معادلة السلسلة الزمنية) يجب إيجاد قيمة *a* و *b* بحيث *y* متغير تابع و *x* متغير مستقل لكن *x* يشير إلى الزمن

مثال :

فيما يلي بيان لمبيعات احدى السلع (*y*) في الفترة من *1431* إلى *1435*

المبيعات (*y*)	السنوات (*x*)
6	*1431*
8	*1432*
10	*1433*
14	*1434*
12	*1435*

المطلوب : قدر قيمة *a* و *b* في معادلة خط الاتجاه العام .

الحل : طبعا من الصعب تربيع السنوات لإيجاد عامود x^2 فماذا نفعل ؟! نضيف عامود جديد نسميه x و هذا العامود في السلاسل الزمنية يبدأ دائما بـ 1 مهما كانت نوعية البيانات ونكمل الأعداد متسلسلة ليسهل علينا إيجاد عامود x^2 ثم نكمل باقي الجدول كما في الأمثلة السابقة [ملاحظة : في معادلة خط الانحدار لا نحتاج لقيمة y^2 فلاداعي لإضافة هذا العامود ولكن في الارتباط يجب أن أستخرج قيم هذا العامود]

السنوات (x)	المبيعات (y)	X] هذا العامود الجديد الذي نضيفه [	x^2] نرفع قيم العامود الجديد للأس 2 [	Xy] نضرب قيم العامود الجديد x بقيم العامود y [
1431	6	1 يبدأ هذا العامود دائما بالعدد 1 ثم نكمل بالأعداد متسلسلة حتى نهاية العامود المقابل له وهو السنوات	1	6
1432	8	2	4	16
1433	10	3	9	30
1434	14	4	16	56
1435	12	5	25	60
$\sum$	50	15	55	168

نحصر المجاميع لدينا ليسهل تعويض القانون : $\sum x = 15 , \sum y = 50 , \sum x^2 = 55 , \sum xy = 168, n = 5$] n هنا هي عدد السنوات]

قلنا أن معادلة السلسلة الزمنية هي نفس معادلة خط الانحدار $y = a + b\,x$ إذن يجب علينا إيجاد قيمة a وقيمة b بنفس القوانين السابقة

١- نوجد قيمة b أولا عن طريق القانون التالي : $b = \frac{n \times \sum xy - \sum x \times \sum y}{n \times \sum x^2 - (\sum x)^2}$ ونعوض القيم فنقول

$b = \frac{5 \times 168 - 15 \times 50}{5 \times 55 - 15^2}$ بالآلة الحاسبة نفتح قوس (ونكتب 5 ثم علامة ضرب ثم نكتب 168 ثم علامة الطرح ثم رقم 15 ثم علامة الضرب ثم رقم 50 ثم نغلق القوس) ثم علامة القسمة ثم نفتح قوس (ثم نكتب 5 ثم علامة ضرب ثم رقم 55 ثم علامة طرح ثم رقم 15^2] لاحظ رفعنا الرقم 15 للأس 2] ثم نغلق القوس) ثم علامة يساوي إذا لاحظنا أن الناتج خرج لنا بصورة كسر نضغط على الزر  فيظهر لنا الناتج و هو : $b = 1,8$

٢- نوجد قيمة a بعد إيجاد قيمة b عن طريق القانون التالي $a = \frac{\sum y}{n} - b \times \frac{\sum x}{n}$ ونعوض القيم فنقول

$a = \frac{50}{5} - 1,8 \times \frac{15}{5}$ بالآلة الحاسبة نفتح قوس (ونكتب 50 ثم علامة القسمة ثم رقم 5 ثم نغلق القوس) ثم علامة الطرح ثم رقم $1,8$ ثم علامة الضرب ثم نفتح قوس (ونكتب 15 ثم علامة القسمة ثم رقم 5 ثم نغلق القوس) ثم علامة يساوي إذا لاحظنا أن الناتج خرج بصورة كسر نضغط على الزر  فيظهر لنا الناتج و هو : $a = 4,6$ نكتب المعادلة بصورتها النهائية بعد معرفة النتائج : $y = 4,6 + 1,8\,x$

سؤال : مستخدما بيانات السؤال السابق قدر قيمة x في عام 1438

الحل : ننظر إلى الجدول السابق وأنظر إلى العلاقة بين عامود السنوات وعامود x مثلا سنة 1431 يقابلها في عامود x رقم 1 وسنة 1432 يقابلها في عامود x رقم 2 وهكذا فأمشي في نفس التسلسل حتى أصل إلى العام المطلوب وهو 1438 يصبح المقابل لها في عامود $x=8$ هذه هي قيمة x

مثال : إذا كانت معادلة خط الاتجاه العام لإنتاج السلع في الفترة من 1428 إلى 1435 كانت على الصورة التالية : $y = 12 + 2x$ فما هي قيمة الإنتاج المتوقع في عامي 1437 و 1440 .

الحل : لإحضار انتاج سنة 1437 لابد أن أعوض أولا قيمة x فأبدا من بداية السلسلة الزمنية وهي 1428 وأعد بالتسلسل حتى أصل للعام المطلوب معرفة انتاجه فأعد بأصابعي عام 1428 أقول 1 عام 1429 أقول 2 عام 1430 أقول 3 [نفس طريقة عدنا للسنوات العادية] حتى أصل لعام 1437 أجد أنني وصلت حتى الرقم 10 بالعد إذن 10 قيمة x أكتب المعادلة المعطاة لي في السؤال وأعوض قيمة x بـ 10 التي وصلت لها بالعد

$Y = 12 + 2 \times 10 = 32$ إذن قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1437 هي 32

أكرر نفس الخطوات لإيجاد قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1440 بعد العد أستنتج أن قيمة $x= 13$ أكتب المعادلة وأعوض القيم

$Y = 12 + 2 \times 13 = 38$ إذن قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1440 هي 38

مثال : إذا كانت معادلة خط الاتجاه العام للمبيعات في الفترة من 1426 – 1433 على الصورة التالية $y = 5 + 3x$ قدر قيمة المبيعات المتوقعة في عامي 1435 و 1438

الحل : لإحضار انتاج سنة 1435 لابد أن أعوض أولا قيمة x فأبدا من بداية السلسلة الزمنية وهي 1426 وأعد بالتسلسل حتى أصل للعام المطلوب معرفة انتاجه فأعد بأصابعي عام 1426 أقول 1 عام 1427 أقول 2 عام 1428 أقول 3 [نفس طريقة عدنا للسنوات العادية] حتى أصل لعام 1433 أجد أنني وصلت حتى الرقم 10 بالعد إذن 10 قيمة x أكتب المعادلة المعطاة لي في السؤال وأعوض قيمة x بـ 10 التي وصلت لها بالعد

$Y = 5+ 3 \times 10 = 35$ إذن قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1435 هي 35

أكرر نفس الخطوات لإيجاد قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1438 بعد العد أستنتج أن قيمة $x= 13$ أكتب المعادلة وأعوض القيم

$Y = 5 + 3 \times 13 = 44$ إذن قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1438 هي 44

مثال : إذا كانت معادلة خط الانحدار على الصورة التالية : $y = 6 – 2x$ فما هي قيمة y عندما تكون $x=5$

الحل : أعوض قيمة x المعطاة في السؤال وأجري العملية الحسابية فأقول $y = 6 – 2 \times 5 = -4$ إذن قيمة y هي -4

مثال : إذا كانت معادلة خط الانحدار من مبيعات في الفترة من 1425 - 1430 على الصورة التالية : $y = 4 + 3x$ قدر المبيعات المتوقعة في عام 1436

الحل : أعوض في المعادلة عن قيمة x بالفرق الزمني من بدية السلسلة الزمنية [1425] حتى المطلوب في السؤال [1436]

لإحضار انتاج سنة 1436 لابد أن أعوض أولا قيمة x فأبدا من بداية السلسلة الزمنية وهي 1425 وأعد بالتسلسل حتى أصل للعام المطلوب معرفة انتاجه فأعد بأصابعي عام 1425 أقول 1 عام 1426 أقول 2 عام 1427 أقول 3 [نفس طريقة عدنا للسنوات العادية] حتى أصل لعام 1436 أجد أنني وصلت حتى الرقم 12 بالعد إذن 12 قيمة x أكتب المعادلة المعطاة لي في السؤال وأعوض قيمة x بـ 12 التي وصلت لها بالعد

$Y = 4 + 3 \times 12 = 40$ إذن قيمة الإنتاج المتوقع لعام 1436 هي 40

الأرقام القياسية

تعريف الرقم القياسي :هو رقم نسبي يقيس التغير في أسعار السلع بين فترتين زمنيتين [مثلا كان سعر الكيلو من الأرز في عام 1430 ريالين أما في سنة 1435 تغير سعره فارتفع إلى 5 ريالات فكيف أقيس هذا التغير هذا ما سنعرفه في هذا اللقاء]

مجرد قولنا في التعريف رقم نسبي يعني أن النتيجة تكون رقم ولكن لا ننسى أن نضيف علامة النسبة % لأنه نسبي

الرموز : الرموز كثيرة في درس الأرقام القياسية فلا بد من تفصيلها ليسهل استيعابها وحفظها

الأرقام القياسية أو الرقم القياسي نرمز له بأن نأخذ من كل كلمة فيه أول حرف يكون رمز الرقم القياسي [أ ق]

قلنا أن الرقم القياسي يقيس التغير بين سنتين أو فترتين وضربنا مثال سابق على السنتين فالسنة الأولى أو تسمى السنة الأدنى (1430) تسمى سنة الأساس والسنة الثانية أو السنة الأعلى التي نقارن معها هي في مثالنا السابق (1435) هي سنة المقارنة

أيضا من التعريف قلنا التغير في أسعار السلع إذن طالما أن لدينا سلع فلدينا شيئان تتعلق بالسلع وهي السعر والكمية وبالطبع لكل سنه سعر وكمية عامة نرمز للسعر بالرمز p ونرمز للكمية بالرمز q لكن هنا لدينا مقارنة بين سنتين فماذا نفعل لنفرق بين السعرين والكميتين ؟!

عندنا سنتين : سنة الأساس بالتأكيد لها سعر وكمية [سعر سنة الأساس يرمز له بالرمز P_0 وكمية سنة الأساس يرمز لها بالرمز Q_0] كما أن سنة المقارنة وهي السنة الثانية لها أيضا سعر وكمية [سعر سنة المقارنة يرمز له بالرمز P_1 وكمية سنة المقارنة يرمز لها بالرمز Q_1]

أنواع الأرقام القياسية :

تنقسم أنواع الأرقام القياسية لقسمين : تجميعية و مرجحة نفصل كل قسم منها فنقول :

أولا : الأرقام القياسية التجميعية البسيطة [يرمز لها اختصارا بالرمز : أ.ق.ت.ب]

و هذا النوع له قانون بسيط بحيث أننا نجمع الأسعار في سنة الأساس والأسعار في سنة المقارنة ثم أقسم مجموع سعر سنة المقارنة على مجموع سعر سنة الأساس ثم أضرب الناتج في 100 [لماذا نضرب في 100 ؟ لأننا نستخرج نسبة ، وإذا استخرجنا نسبة ماذا نضيف على الناتج ؟ نضيف علامة النسبة %]

إذن قانون الرقم القياسي التجميعي البسيط هو : $\frac{\sum p1}{\sum p0} \times 100$

ثانيا : الأرقام القياسية المرجحة :

و هذا النوع ينقسم لقسمين [رقم لاسبير و رقم باش]

١- رقم لاسبير : الرقم القياسي التجميعي المرجح بالكميات النسبية لسنة الأساس في هذا القانون نرجح بالكميات النسبية في سنة الأساس ، ماهي كمية سنة الأساس Q0 لكن أركز هنا أقول الكمية النسبية وليست الكمية المطلقة إذن قانون لاسبير هو
$\frac{\sum P1\ Q0}{\sum P0\ Q0} \times 100$ [أكرر لماذا نضرب في 100 ؟ لأننا نستخرج رقم نسبي أي نسبة ، وإذا استخرجنا نسبة ماذا نضيف على الناتج ؟ نضيف علامة النسبة %]

٢- رقم باش : [و هو عكس لاسبير] الرقم القياسي التجميعي المرجح بالكميات النسبية لسنة المقارنة في هذا القانون نرجح بالكميات النسبية في سنة المقارنة ، ماهي كمية سنة المقارنة : Q1 قانون باش نفس قانون لاسبير لكن لسنة المقارنة أذن القانون هو
$\frac{\sum P1\ Q1}{\sum P0\ Q1} \times 100$ [أكرر لماذا نضرب في 100 ؟ لأننا نستخرج رقم نسبي أي نسبة ، وإذا استخرجنا نسبة ماذا نضيف على الناتج ؟ نضيف علامة النسبة %]

الرقم القياسي التجميعي المرجح بالكميات النسبية لسنة المقارنة (هو باش)
الرقم القياسي التجميعي المرجح بالكميات النسبية لسنة الأساس (هو لاسبير) [عشان يسهل لي التفريق بين لاسبير وباش (كميات نسبية سنة أساس تكرر حرف السين كثير اذن هذا قانون لاسبير لأن فيه حرف سين أيضا) عرفت لاسبير سنة أساس إذن باش سنة مقارنة]

مثال : س٧٤ ص١١ من الملف المرسل من قِبل الدكتور :

الجدول التالي يبين أسعار وكميات عدة سلع بين عامي 1428 ، 1418

السلعة	أسعار 1418	أسعار 1428	كميات 1418
أ	20	60	10
ب	30	50	15
ج	40	70	25
$\sum$	90	180	50

من الجدول السابق أوجد كل من :

١- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار .
٢- رقم لاسبير (الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس)

الحل : ١/ لدينا أسعار سنتين السنة الأقل الأولى أو الأدنى هي 1418 أسميها P_0 والسنة الثانية الأعلى هي 1428 أسميها P_1 وكميات سنة 1418 هي سنة الأساس إذن نرمز لها بالرمز q_0

السلعة	أسعار 1418 (P_0)	أسعار 1428 (P_1)	كميات 1418 (q_0)
أ	20	60	10
ب	30	50	15
ج	40	70	25
$\sum$	90	180	50

٢/ طلب في السؤال الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار وقانونه جدا سهل وهو $100 \times \frac{\sum P1}{\sum P0}$ أعوض القيم في القانون وأستخرج الناتج [لا أنسى أضيف علامة النسبة لأنني ضربت في 100]

$100 \times \frac{180}{90}$ أقسم 180 على 90 ثم أضرب الناتج في 100 يكون الرقم القياسي التجميعي البسيط هو 200 %

٣/ أوجد رقم لاسبير : [لاسبير : اذن ارجع بالكميات النسبية لسنة الأساس] في هذا الجدول الكميات هي أصلية يجب أن استخرج نسبتها حتى أستطيع إيجاد قيمة $\sum P_0\,Q_0$ وقيمة $\sum P_1\,Q_0$ لأستطيع إيجاد رقم لاسبير إذن أولا أضيف عامود لاستخرج الكمية النسبية [كيف أستخرج الكمية النسبية ؟ عندي هنا عامود الكميات الأصلية أخذ كل قيمة وأقسمها على مجموع الكميات يعني مثلا 10 تقسيم 50 واذا كان الناتج في الآلة خرج لي بصيغة كسر أضغط الزر  أضع الناتج في العامود الجديد وهكذا حتى نهاية القيم ثم في نهاية العامود أجمع القيم النسبية] لا بد أن يكون المجموع 1 إذا لم يكن المجموع 1 معناها يوجد خطأ في حلي]

السلعة	أسعار 1418 (P_0)	أسعار 1428 (P_1)	كميات 1418 (q_0)	Q_0
أ	20	60	10	0,2
ب	30	50	15	0,3
ج	40	70	25	0,5
$\sum$	90	180	50	1

٤ / أوجد قيمة $\sum P_0\,Q_0$ وقيمة $\sum P_1\,Q_0$. كيف ؟

أضيف عامود اسميه $P_0\,Q_0$ أضرب قيم العامود الجديد Q_0 [الكمية النسبية] في أسعار سنة الأساس P_0 [1418] يعني أضرب 2,0 في 20 وأضرب 0,3 في 30 وأضرب 0,5 في 40 ثم اجمع العامود وأضيف عامود آخر أسميه $P_1\,Q_0$ أكرر فيه نفس العملية لسنة المقارنة أضرب قيم الكمية النسبية في قيم سنة المقارنة يعني أضرب 0,2 في 60 وهكذا حتى نهاية القيم ثم أجمع العامود

السلعة	أسعار 1418 (P_0)	أسعار 1428 (P_1)	كميات 1418 (q_0)	Q_0	$P_0\,Q_0$	$P_1\,Q_0$
أ	20	60	10	0,2	4	12
ب	30	50	15	0,3	9	15
ج	40	70	25	0,5	20	35
$\sum$	90	180	50	1	33	62

٥ / آخر خطوة أكتب القانون وأعوض القيم : قانون لاسبير هو $100 \times \frac{\sum P1\ Q0}{\sum P0\ Q0}$ اعوض القيم $100 \times \frac{62}{33}$ أقسم 62 على 33 ثم أضرب الناتج في 100 [لا أنسى أضيف علامة النسبة لأنني ضربت في 100] رقم لاسبير = % 187,87

مثال : س٧٥ ص ١١ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

الجدول التالي يبين أسعار وكميات عدة سلع بين عامي 1428 ، 1481

السلعة	أسعار 1418	أسعار 1428	كميات 1428
أ	20	60	20
ب	30	50	40
ج	40	70	40
$\sum$	**90**	**180**	**100**

من الجدول السابق أوجد الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش)

الحل : ١/ لدينا أسعار سنتين السنة الأقل الأولى أو الأدنى هي 1418 أسميها P_0 [سنة الأساس] والسنة الثانية الأعلى هي 1428 أسميها P_1 وكميات سنة 1428 هي سنة المقارنة إذن نرمز لها بالرمز q_1

السلعة	أسعار 1418 (p_0)	أسعار 1428 (p_1)	كميات 1428 (q_1)
أ	20	60	20
ب	30	50	40
ج	40	70	40
$\sum$	**90**	**180**	**100**

٢/ أوجد رقم باش : [باش : اذن ارجح بالكميات النسبية لسنة المقارنة] في هذا الجدول الكميات هي أصلية يجب أن استخرج نسبتها حتى أستطيع إيجاد قيمة $\sum P_0\ Q_1$ وقيمة $\sum P_1\ Q_1$ لأستطيع إيجاد رقم باش إذن أولا أضيف عامود لاستخرج الكمية النسبية [كيف أستخرج الكمية النسبية ؟ عندي هنا عامود الكميات الأصلية أخذ كل قيمة وأقسمها على مجموع الكميات يعني مثلا 20 تقسيم 100 واذا كان الناتج في الآلة خرج لي بصيغة كسر أضغط الزر  أضع الناتج في العامود الجديد وهكذا حتى نهاية القيم ثم في نهاية العامود أجمع القيم النسبية لا بد أن يكون المجموع 1 إذا لم يكن المجموع 1 معناها يوجد خطأ في حلي]

السلعة	أسعار 1418 (p_0)	أسعار 1428 (p_1)	كميات 1428 (q_1)	Q_1
أ	20	60	20	0,2
ب	30	50	40	0.4
ج	40	70	40	0,4
$\sum$	**90**	**180**	**100**	**1**

٣ / أوجد قيمة $\sum P0\ Q0$ وقيمة $\sum P1\ Q0$. كيف ؟

أضيف عامود اسميه $P_0\ Q_1$ أضرب قيم العامود الجديد Q_1 [الكمية النسبية] في أسعار سنة الأساس P_0 [1418] يعني أضرب 2,0 في 20 وأضرب 0,4 في 30 وأضرب 0,4 في 40 ثم اجمع العامود وأضيف عامود آخر أسميه $P_1\ Q_1$ أكرر فيه نفس العملية لسنة المقارنة أضرب قيم الكمية النسبية في قيم سنة المقارنة يعني أضرب 0,2 في 60 وهكذا حتى نهاية القيم ثم أجمع العامود

السلعة	أسعار 1418 (p_0)	أسعار 1428 (p_1)	كميات 1428 (q_1)	Q_1	$P_0\,Q_1$	$P_1\,Q_1$
أ	20	60	20	0,2	4	12
ب	30	50	40	0.4	12	20
ج	40	70	40	0,4	16	28
∑	90	180	100	1	32	60

٤/ آخر خطوة أكتب القانون وأعوض القيم : قانون باش هو $100 \times \frac{\sum P1\,Q1}{\sum P0\,Q1}$ اعوض القيم $100 \times \frac{60}{32}$ أقسم 60 على 32 ثم أضرب الناتج في 100 [لا أنسى أضيف علامة النسبة لأنني ضربت في 100] رقم باش = 187,5 %

مثال : س٧٦ ص١٢ من الملف المرسل من قِبل الدكتور

النتائج التالية تمثل أسعار وكميات عدة سلع بين عامي :1415 , 1425 من هذه البيانات اوجد كل من الرقم القياسي التجميعي البسيط ورقمي لاسبير وباش

$\sum P0 = 120$, $\sum P1 = 200$, $\sum P0\,Q1 = 150$, $\sum P0\,Q0 = 175$, $\sum P1\,Q1 = 180$, $\sum P1\,Q0 = 200$

الحل : [في هذا السؤال المجاميع كلها موجودة وجاهزة فلا حاجة أن نضيف أعمدة وعمليات مجرد نكتب القوانين ونعوض القيم عكس السؤالين السابقة لم تذكر المجاميع فكان لا بد من إجراء عمليات حسابية لاستخراج المجاميع النهائية]

١ / الرقم القياسي التجميعي البسيط / $100 \times \frac{\sum P1}{\sum P0}$ نعوض القيم $100 \times \frac{200}{120}$ نقسم 200 على 120 ونضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة الرقم القياسي التجميعي البسيط = 166,66 %

٢ / رقم لاسبير / $100 \times \frac{\sum P1\,Q0}{\sum P0\,Q0}$ نعوض القيم $100 \times \frac{200}{175}$ نقسم 200 على 175 ونضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة رقم لاسبير = 114,28 %

٣ / رقم باش / $100 \times \frac{\sum P1\,Q1}{\sum P0\,Q1}$ نعوض القيم $100 \times \frac{180}{150}$ نقسم 180 على 150 ونضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة رقم باش = 120 %

- ملاحظة : عند حساب النتائج إذا خرج لنا الناتج بالآلة بصورة كسر نضغط الزر 

مثال : س٧٧ ص١٢ من الملف المرس من قِبل الدكتور

بفرض حصولك على النتائج التالية والتي تمثل أسعار وكميات عدة سلع بين عامي 1428 و 1418

$\sum P0 = 120$, $\sum P1 = 180$, $\sum P0\,Q1 = 320$, $\sum P0\,Q0 = 210$, $\sum P1\,Q1 = 416$, $\sum P1\,Q0 = 294$

من هذه البيانات اوجد قيمة كلا من الرقم القياسي التجميعي المرجح (لاسبير) ، والرقم القياسي التجميعي المرجح (باش) ، كذلك الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار .

الحل : [في هذا السؤال أيضا المجاميع كلها موجودة وجاهزة فلا حاجة أن نضيف أعمدة وعمليات مجرد نكتب القوانين ونعوض القيم عكس السؤالين السابقة لم تذكر المجاميع فكان لا بد من إجراء عمليات حسابية لاستخراج المجاميع النهائية]

١ / الرقم القياسي التجميعي البسيط / $100 \times \frac{\sum P1}{\sum P0}$ نعوض القيم $100 \times \frac{180}{120}$ نقسم 180 على 120 ونضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة الرقم القياسي التجميعي البسيط = 150 %

٢ / رقم لاسبير / 100 × $\frac{\sum P1\ Q0}{\sum P0\ Q0}$ نعوض القيم 100 × $\frac{294}{210}$ نقسم 294 على 210 ونضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة رقم لاسبير = 140 %

٣ / رقم باش / 100 × $\frac{\sum P1\ Q1}{\sum P0\ Q1}$ نعوض القيم 100 × $\frac{416}{320}$ نقسم 416 على 320 ونضرب الناتج في 100 ولا ننسى إضافة علامة النسبة رقم باش = 130 %

- ملاحظة : عند حساب النتائج إذا خرج لنا الناتج بالآلة بصورة كسر نضغط الزر 

نماذج أسئلة سابقة

- يمكن إيجاد المنوال بيانيا وحسابيا
أ . صحيح .   ب . خطأ .

- يمكن إيجاد الوسط الحسابي من المدرج التكراري
أ . صحيح .   ب . خطأ .

- تستخدم الأرقام القياسية في قياس أسعار السلع بين فترتين زمنيتين
أ . صحيح .   ب . خطأ

- عند حساب الوسط التوافقي فإننا نستخدم
أ. كل الأرقام .   ب . بعض الأرقام .   ج. أكبر الأرقام .   د . أصغر الأرقام .

نقطة أخيرة:

سيكون مدة الامتحان ساعتين مطلوب احضار آلة حاسبة وورق أبيض لاستخدامه كمسودة للحسابات ونبه الدكتور على عدم الاستعجال بالحل ومراجعة الحل أكثر من مرة

تم بحمد الله وبفضل منه وتوفيق الانتهاء من مقرر الإحصاء الوصفي لطلاب وطالبات كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية المستوى الأول للعام الدراسي ١٤٣٥-١٤٣٦هـ

ختاما لا يسعني إلا أن أقول أن هذه التفريغات هي جهد شخصي فما كان فيها من صواب فمن الله وحده وما كان فيها من خطأ فمن نفسي والشيطان

وأشكر كل من دعا لي وأسعدني بحروفه وكلماته سواء في المنتدى أو في ظهر الغيب أسأل الله العلي القدير لي ولكم التوفيق والسداد في الدنيا والآخرة

أختكم / سارة الناصر