اختبار المتقدمين على وظائف الإعادة للعام الجامعي 1439–1440 هـ

السؤال الأول

أ- إذا كان $p(x)$ كثيرة حدود من الدرجة الثانية فأثبت أن

$$\int_0^6 p(x)dx = p(0) + 4p(3) + p(6)$$

ب- ارسم بيان الدالة $f(t) = |2t-1| - |t+1|$ ثم ادرس قابليتها للاشتقاق على مجالها.

ج- لتكن f دالة حقيقية قابلة للاشتقاق مرتين على فترة مفتوحة I. إذا عرفنا على الفترة I الدالة

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}, & x \neq x_0; \\ f'(x_0), & x = x_0, \end{cases}$$

حيث x_0 نقطة مختارة من الفترة I ، فبرهن أن $g'(x_0) = f''(x_0)/2$.

السؤال الثاني

المجموعة $G = \{(a,b) : a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}, b \in \mathbb{R}\}$ معرف عليها العملية الثنائية $(a,b)*(c,d) = (ac, b+d)$ هي زمرة إبدالية. أجب عما يلي:

أ - أوجد العنصر المحايد للزمرة G.

ب- ماهو معكوس العنصر $(-7, \sqrt{3})$ ؟

ج- أوجد مجموعة حل المعادلة $(x,y)^2 * (3,-4) = (2,1)$.

د- أثبت أن المجموعة $H = \{(1,x) : x \in \mathbb{R}\}$ زمرة جزئية من G.

السؤال الثالث

أ - حل المعادلة التفاضلية $\dfrac{dy}{dt} = -k\,y\cos t$ حيث $y(0) = 2$ ، $k > 0$. إذاكانت $y(\pi/2) = 1$ فاحسب قيمة k.

ب- أوجد $\dfrac{dy}{dx}$ للدالة $y = x\,e^{\sin(x^2+1)}$ وللدالة $y = 3^x \cosh x$.

ج- احسب ما يلي:

$$(1) \quad \int \frac{x^2+1}{x+1}dx \qquad (2) \quad \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)-x}{x^2},$$

د- إذا كان x عدداً حقيقياً موجباً بحيث $x + x^{-1} = 3$ فاحسب قيمة $x^2 + x^{-2}$.

السؤال الرابع

لدينا المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

أ - أوجد جميع قيم x التي تحقق المعادلة $\det(A^2) = \mathrm{tr}(A)$.

ب- ما قيم x التي تجعل المصفوفة غير قابلة للعكس.

ج- احسب القيم الذاتية للمصفوفة عندما $x = 5$.

انتهت الأسئلة