التمرين الأول: (دورة 2017 الأولى).

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = u_n + 3$

1- أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثمّ عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

التمرين الثاني: (دورة 2017 الثانية).

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

2- أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

التمرين الثالث: (دورة 2018 الأولى).

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$, $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$, $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$, $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الرابع: (دورة 2018 الثانية).

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ وفيها $u_0 = 1$ ، والمطلوب:

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$.

التمرين الخامس: (دورة 2019 الأولى).

لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) اثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$ ، ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$

وبيّن أنّها متقاربة.

التمرين السادس: (دورة 2019 الثانية).

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية.
2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.
3) احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً أياً كان $n > n_0$ كان u_0 في المجال $]1.9,2.1[$.

التمرين السابع: (النموذج الوزاري الأول).

لتكن $x_n \ {}_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق $x_0 = 4$ و $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$ في حالة $n \geq 0$.

1) نعرّف $y_n \ {}_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n - 8$.

أثبت أن $y_n \ {}_{n\geq 0}$ متتالية هندسية. واكتب y_n بدلالة n . واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n$.

التمرين الثامن: (النموذج الوزاري الثاني).

لتكن $x_n \ {}_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $v_0 = 5$ و $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$.

1) احسب x_1, x_2, x_3 ، ثم ادرس اطراد المتتالية.
2) نعرّف $y_n \ {}_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$. أثبت أن $y_n \ {}_{n\geq 0}$ متتالية هندسية.
3) اكتب y_n بدلالة n . ثم احسب $y_2 + y_3 + \cdots + y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\frac{6}{5}$.

التمرين التاسع: (النموذج الوزاري الثالث).

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$.

1. أثبت أنّ $0 < u_n < 1$ أياً كانت n من $\mathbb{N}$.
2. نعرّف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$. أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n .
3. اكتب u_n بدلالة n ، واحسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

التمرين العاشر: (النموذج الوزاري الرابع).

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ ، $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$, $u_0 = e^3$

v_n متتالية معرفة بالشكل: $v_n = \ln(u_n) - 2$ والمطلوب :

1) أثبت أن v_n هندسية وعين v_0, q
2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3) أثبت أن $\lim u_n = e^2$

التمرين الحادي عشر: (النموذج الوزاري الخامس).

لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية عين أساسها واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{10}$.

التمرين الثاني عشر: (النموذج الوزاري الخامس).

لتكن المتتاليتين $x_{n\ n\geq 0}, y_{n\ n\geq 0}$ المعرفتين وفق $x_n = \dfrac{4n+5}{n+1}$ و $y_n = \dfrac{4n+1}{n+2}$.

أثبت أن المتتاليتين $x_{n\ n\geq 0}, y_{n\ n\geq 0}$ متجاورتان.

التمرين الثالث عشر: (النموذج الوزاري السادس).

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي: $u_0 = 0$, $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2}$ والمطلوب

1) أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 1$.

2) أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

3) علّل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها.

التمرين الرابع عشر: (النموذج الوزاري 2020).

المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ معرفة عند كل $n \geq 1$ وفق

: $U_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots\ \dots\ \dots + \frac{1}{n!}$

١) أثبت أن $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$

٢) أثبت أن $U_n < 2$ و استنتج أن U_n متقاربة.

التمرين الخامس عشر: (الاختبار الأول).

أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً بالعلاقات: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}$

متزايدة تماماً.

التمرين السادس عشر: (الاختبار الثاني).

نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي: $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \sqrt{12 + u_n}$.

❶ أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 4$ أياً كان العدد الطبيعي n.

❷ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

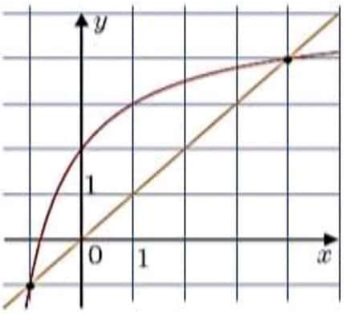
التمرين السابع عشر: (الاختبار الثالث).

لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان كما يأتي

$$v_n = u_n + \frac{1}{4n} \text{ و } u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

أثبت أنّ هاتين المتتاليتين متجاورتان.

التمرين الثامن عشر: (الاختبار الرابع).



نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$

❶ باستعمال الرسم ، مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3.

❷ ضع تخميناً حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وتقاربها.

❸ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$.

1. بيّن أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية، وعيّن أساسها وحدها الأول.
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n، وعين نهاية المتتالية u_n.

﴿تمّ بعون الله تعالى﴾

مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني
/0934321238/