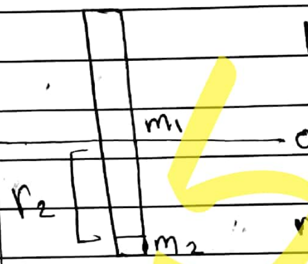
حل أسئلة الدورات للنواس الثقلي غير متخامد

دورة 2016 أولى :



$$r_2 = \frac{\ell}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}\,m$$

$$\ell = \frac{3}{2}\,m$$

$$m_1 = m_2$$

(1) الدور الخاص للنواس الثقلي المركب غير متخامد في حال السعات الزاوية الصغيرة :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$m = m_1 + m_2 = 2m_1$$

$$d = \frac{m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \frac{\ell}{2}}{2m_2} = \frac{\ell}{4}$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_2} = \frac{1}{12}m_1\ell^2 + m_2 r_2^2$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = \frac{1}{12}m_1\ell^2 + m_1\frac{\ell^2}{4}$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = \frac{4}{12}m_1\ell^2 = \frac{m_1\ell^2}{3}$$

نعوض في علاقة الدور الخاص :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m_1\ell^2}{3}}{2m_1 g\frac{\ell}{4}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{\ell}{g}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{2}{3}\ell} = 2\,S$$

(2)

$$2 = T_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}$$

$$\sqrt{\ell'} = 1 \Rightarrow \ell' = 1\,m$$

طول نواس ثقلي بسيط

(3)

$$\theta_{max} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}\,rad$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين :

الأول : $Ek_1 = 0$ $\quad \theta_1 = \theta_{max}$

الثاني : $Ek_2 = ?$ $\quad \theta_2 = \theta$

$$\Delta Ek = \Sigma W_{\vec{F}}$$

$$Ek_2 - Ek_1 = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$Ek_1 = 0$ لأنه أطلق دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن حامل قوة رد الفعل يمر من محور الدوران

$$\frac{1}{2}I_\Delta \omega^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}\frac{m_1\ell^2}{3}\omega^2 = 2m_1 g d(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$\ell^2\omega^2 = 12g\frac{\ell}{4}(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$\omega^2 = \frac{3g(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{\ell}$$

مروره بالشاقول $\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$\omega^2 = \frac{3\times10(1 - \frac{1}{2})}{\frac{3}{2}}$$

تطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $E_{K_1}=0$, $\theta_1=\theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2}=?$, $\theta_2=\theta$

$$\Delta E_K=\sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2}-E_{K_1}=W_{\vec{W}}+W_{\vec{R}}$$

$E_{K_1}=0$ لأن انطلق دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}}=0$ لأن قوة تمر من محور الانتقال للحظة

$$\frac{1}{2}I_\Delta w^2=mgh$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{3}{2}m_1r^2w^2=2m_1gd(\cos\theta-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{3}{4}r^2w^2=2g\frac{r}{2}(\cos\theta-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{3}{4}rw^2=g(\cos\theta-\cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta-\cos\theta_{max}=\frac{3rw^2}{4g}$$

$$\cos\theta_{max}=\cos\theta-\frac{3rw^2}{4g}$$

$\theta=0$ عند مروره بالشاقول

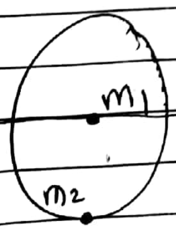
$\Rightarrow \cos\theta=1$

$$\cos\theta_{max}=1-\frac{3\times\frac{1}{6}\times(2\pi)^2}{4\times10}$$

$$\cos\theta_{max}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\theta_{max}=\frac{\pi}{3}\text{ rad}=60^\circ$$

دورة 2014 الثانية:



$m_1=m_2$

O

$r=\frac{2}{3}m$

$$w^2=\frac{3\times2\times10\times\frac{1}{2}}{3}$$

$$w^2=10$$

$$w=\pi\text{ rad s}^{-1}$$

[redacted]

دورة 2016 الثانية:

$d=r=\frac{1}{6}m$

$m_1=m_2$

① $$T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$m=m_1+m_2=2m_1$$

$$d=\frac{m_2r}{m_1+m_2}=\frac{r}{2}$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}}=I_{\Delta/C}+I_{\Delta m_2}=\frac{1}{2}m_1r^2+m_2r_2^2$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}}=\frac{1}{2}m_1r^2+\frac{2}{2}m_1r^2=\frac{3}{2}m_1r^2$$

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}m_1r^2}{2m_1g\frac{r}{2}}}$$

$$T_0=2\sqrt{\frac{3r}{2}}=2\sqrt{\frac{3\times1}{2\times6}}$$

$$T_0=1\,s$$

② بسيط $T_0=2s=T_0$ مركب

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}=2$$

$$\sqrt{\ell'}=1\Rightarrow\ell'=1m$$

③ $v_d=\frac{\pi}{6}ms^{-1}$, $r=\frac{1}{6}m$

$$v_d=wd\Rightarrow\frac{\pi}{6}=w\frac{r}{2}=w\frac{1}{12}$$

$$w=2\pi\text{ rad s}^{-1}$$

$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$E_{K_1} = 0$ تركت ساقت دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن قوة تماس متقاطعة مع المحور

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$

$h = d(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{2}\,\frac{3}{2} m_1 r^2 \omega^2 = 2 m_1 g \frac{r}{2}(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$\Rightarrow \frac{3}{4} r\omega^2 = g(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$\omega^2 = \frac{4g(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{3r}$

$\omega = 2\sqrt{\frac{g(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{3r}}$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$ وضع الشاقول

$\omega = 2\sqrt{\frac{10(1-\frac{1}{2})}{3 \times \frac{2}{3}}}$

$\omega = \frac{2}{2}\sqrt{10} = \pi \ rad\,s^{-1}$

السرعة الخطية لـ m_2:

$v_{m_2} = \omega r = \pi \times r$

$v_{m_2} = \pi \times \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{3} \ m\,s^{-1}$

(1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{2} m_1 r^2 + m_2 r^2 = \frac{3}{2} m_1 r^2$

$d = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2} = \frac{r}{2}$

$m = m_1 + m_2 = 2m_1$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2} m_1 r^2}{2m_1 g \frac{r}{2}}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}} = 2\sqrt{\frac{3}{2} r}$

$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}} = 2\,s$

(2) $T_{0\,بسيط} = T_{0\,مركب}$

$2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2 \Rightarrow \sqrt{l'} = 1$

$l' = 1\,m$

(3) $\theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3} rad$

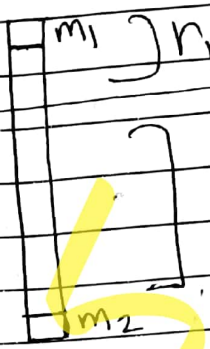
نطبق نظرية الطاقة حركية بين وضعين:

الأول: $E_{K_1} = 0$ ، $\theta_1 = \theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2} = ?$ ، $\theta_2 = \theta$

[redacted]

مسألة خارجية:



ساق متجانسة
$I_{D/C} = 0$

$l = 80\,cm = 0{,}8\,m$

$r_1 = 0{,}2\,m \Rightarrow r_2 = 0{,}6\,m$

$m_1 = m_2 = 0{,}2\,kg$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{mgd}}$ (1)

$I_D = I_{D/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_D = 0{,}2(0{,}2)^2 + 0{,}2(0{,}6)^2$

$I_D = 8\times10^{-3} + 72\times10^{-3}$

$I_D = 8\times10^{-2}\,kg\,m^2$

$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}2(0{,}6) - 0{,}2(0{,}2)}{0{,}2 + 0{,}2}$

$d = \frac{0{,}12 - 0{,}04}{0{,}4} = \frac{0{,}08}{0{,}4} = 0{,}2\,m$

$m = m_1 + m_2 = 0{,}2 + 0{,}2 = 0{,}4\,kg$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{8\times10^{-2}}{4\times10^{-1}\times10\times2\times10^{-1}}}$

$T_0 = 2\,S$

(2) T_0 مركب $= T_0$ بسيط

$2 = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \Rightarrow 1 = \sqrt{l'}$

طول نواس بسيط $l' = 1\,m$

(3) $\theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3}\,rad$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ $\quad E_{K1} = 0$

الثاني: $\theta_2 = 0$ $\quad E_{K2} = ?$

$\Delta \bar{E}_K = \Sigma \bar{W}_{\vec{F}}$

$E_{K2} - E_{K1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$\frac{1}{2} I_D w^2 - 0 = m_1 g h + 0$

ترك الساق دون سرعة ابتدائية $E_{K1} = 0$

$W_{\vec{R}} = 0$ حامل قوة تعامد دائما انتقال الكتلة

$\frac{1}{2} I_D w^2 = 2 m_1 g d(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$w^2 = \frac{4 m_1 g d(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{I_D}$

عند المرور بالوضع الأول $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$w = \sqrt{\frac{4 m_1 g d(1 - \cos\theta_{max})}{I_D}}$

$w = \sqrt{\frac{4\times0{,}2\times10\times0{,}2(1-\frac{1}{2})}{8\times10^{-2}}}$

$w = \sqrt{10} = \pi\ rad\,s^{-1}$

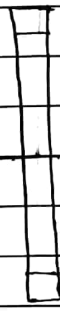
السرعة الخطية لـ m_2

$v_{m_2} = w\, r_2$

$v_{m_2} = \pi \times 0{,}6$

$v_{m_2} = \frac{3\pi}{5}\,m\,s^{-1}$

* دورة 2014 الأولى:



$m_1 = 0.3\ kg$

r_1

O

r_2 $\qquad l = \frac{1}{2} m$

$m_2 = 0.5\ kg$

$r_1 = r_2 = \frac{l}{2} = \frac{1}{4} m$

(1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c\,(عارضة)} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta\,جملة} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = (0.3)(\frac{1}{4})^2 + (0.5)(\frac{1}{4})^2$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{16}(0.3 + 0.5)$

$I_{\Delta\,جملة} = 5\times10^{-2}\ kg\,m^2$

$m = m_1 + m_2 = 0.3 + 0.5 = 0.8\ kg$

$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$

$d = \frac{0.5(\frac{1}{4}) - 0.3(\frac{1}{4})}{0.5 + 0.3}$

$d = \frac{0.2}{0.8} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} m$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{5\times10^{-2}}{8\times10^{-1}\times10\times\frac{1}{16}}}$

$T_0 = 2\,s$

(2) $T_{0\,بسيط} = T_{0\,مركب} = 2\,s$

$2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2 \Rightarrow \sqrt{l'} = 1$

$l' = 1\,m$

(3) نطبق نظرية طاقة حركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ $\qquad E_{k1} = 0$

الثاني: $\theta_2 = \theta$ $\qquad E_{k2} = ?$

$\Delta E_k = \Sigma W_{\vec{F}}$

$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$E_{k1} = 0$ تركت ساق دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ القوة تعامد الانتقال كل لحظة

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = m g d(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = m g d(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$\omega^2 = \frac{2 m g d(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}$

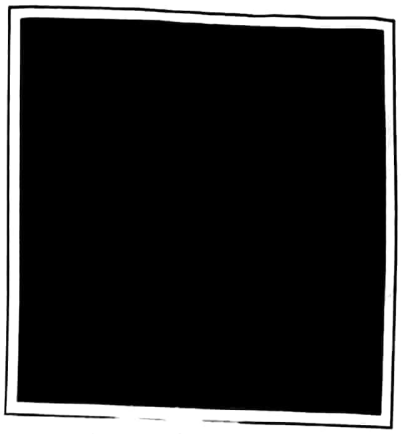
$\omega = \sqrt{\frac{2 m g d(1 - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$

$\theta = 0$ عند مروره بالشاقول

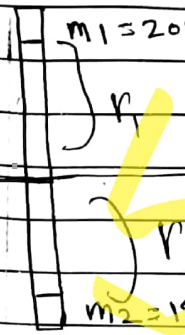
$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$\omega = \sqrt{\frac{2\times8\times10^{-1}\times10\times\frac{1}{16}\times(1-\frac{1}{2})}{5\times10^{-2}}}$

$\omega = \sqrt{10} = \pi\ rad\,s^{-1}$



* مسألة خارجية :



$l = 0.4m$

$r_1 = r_2 = \frac{l}{2} = \frac{0.4}{2} = 0.2m$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ ①

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_\Delta = 0.02(0.2)^2 + (0.18)(0.2)^2$

$= 8\times10^{-4} + 72\times10^{-4}$

$I_\Delta = 8\times10^{-3}\ Kg\,m^2$

$m = m_1 + m_2 = 0.02 + 0.18$

$m = 0.20\ Kg$

$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2} = \frac{0.18(0.2) - 0.02(0.2)}{0.02 + 0.18}$

$d = \frac{0.036 - 0.004}{0.2} = \frac{0.032}{0.2}$

$d = 0.16m$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{0.2\times10\times0.16}}$

$T_0 = 1S$

$\theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3}rad$ ②

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعيتين لاحظ :

$\theta_1 = \theta_{max}$ $E_{K_1} = 0$

$\theta_2 = \theta$ $E_{K_2} = ?$

$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$E_{K_1} = 0$ لأن الجملة تركت بدون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن حامل قوة تعامد اتجاه انتقال نقطة التأثير

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$

$\omega^2 = \frac{2mgh}{I_\Delta}$

$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$

عندما يمر بالموضع الأول $\theta = 0$

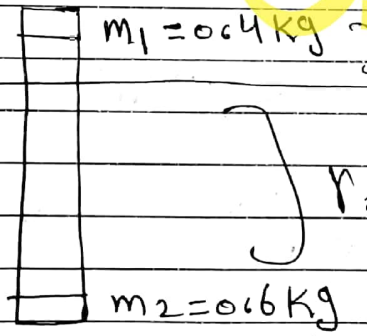
$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$\omega = \sqrt{\frac{2\times0.2\times10\times0.16(1 - \frac{1}{2})}{8\times10^{-3}}}$

$\omega = \sqrt{4\times10^1}$

$\omega = 2\pi\ rad\,S^{-1}$

تمرين 02 ص 205 :



$l = 1m$

$r_1 = 20cm = 0.2m$

$r_2 = 80cm = 0.8m$

$m_1 = 0.4Kg$ $m_2 = 0.6Kg$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{mgd}}$$ ①

$I_{O/C} = 0$ ساق مهملة كتلة

$I_{O\,جملة} = I_{O/C} + I_{Om_1} + I_{Om_2}$

$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_{O\,جملة} = 0.4(0.2)^2 + 0.6(0.8)^2$

$I_{O\,جملة} = 16\times10^{-3} + 384\times10^{-3}$

$I_{O\,جملة} = 0.4\ kg\,m^2$

$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.6 = 1\,kg$

$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2} = \frac{0.6(0.8) - 0.4(0.2)}{0.4 + 0.6}$$

$$d = \frac{0.48 - 0.08}{1} = 0.4\,m$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{1\times10\times0.4}}$$

$T_o = 2\,s$

$\theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3}\,rad$ ②

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $E_{K_1} = 0$ ، $\theta_1 = \theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2} = ?$ ، $\theta_2 = \theta$

$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec F}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec W} + W_{\vec R}$

$E_{K_1} = 0$ تركت ساق دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec R} = 0$ لأن حامل قوة يلاقي محور الدوران

$$\frac{1}{2} I_O \omega^2 = mgh$$

$$\omega^2 = \frac{2mgh}{I_O}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{I_O}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\times1\times10\times0.4(1-\frac{1}{2})}{0.4}}$$

$\omega = \sqrt{10} = \pi\ rad\,s^{-1}$

وفي نقطة لمركز عطالة:

$v_g = \omega d$

$v_g = \pi \times 0.4$

$$v_g = \frac{4\pi}{10} = \frac{12.5}{10}$$

$v_g = 1.25\ m\,s^{-1}$